

## 〈論 文〉

## 유연한 로봇 조작기 진동의 다입출력 최적제어

김승호\* · 박영필\*\*

(1991년 5월 4일 접수)

**Multi-Input Multi-Output Optimal Control of the Vibration  
of a Flexible Robot Manipulator**

Seung Ho Kim and Young Pil Park

**Key Words :** Flexible Manipulator(유연한 조작기), MIMO System(다입출력계), Extended Hamilton's Principle(확장된 Hamilton의 원리), Digital Optimal Control(디지털 최적제어), Vibration Control(진동제어), Cantilever Beam(외팔보), Force Actuator(힘작동기)

**Abstract**

A highly efficient robot should be accurately operated at a high speed without structural vibration. Hence in spite of the reduction of rigidity, a light weight robot manipulator is suggested favorably improving the performance and productivity in the manufacturing industries. Moreover the long robot manipulator provides a number of serious advantages in the hostile environments and the space. But unwillingly the flexibility resulting from a large slenderness will induce the vibration at the end effector. One link, flexible robot manipulator, carrying a payload is modeled as a Euler-bernoulli beam with a tip mass, and a rigid hub is subjected to a high speed rotation. Equations of motion are obtained by using the extended Hamilton's principle, and the governing differential equations transformed into state variable form by using Galerkin's mode summation method for modal control. The digital optimal control algorithm is developed to put down an unwanted vibration of manipulator appropriately and keep the specified position precisely. Observer is designed to reconstruct the unmeasurable state. Two types of optimal feedback control schemes are studied for 1) Controlled by single actuator of a servo motor (SIMO system) and 2) controlled by dual actuators of a servo motor and a linear actuator (MIMO system).

**기호설명**

$a$	: 조작기 강체부 길이, $m$
$B_L, B_m$	: 감속기 및 모터의 점성 감쇠계수
$B$	: 자속밀도, Tesra
$EI$	: 강성계수, $N \cdot m^2$
$F(t)$	: 작동기의 제어력, $N \cdot m$

\* 정희원, 한국원자력연구소 핵전자연구실  
\*\* 정희원, 연세대학교 기계공학과

$I_a, I_m$	: 작동기 및 모터에 흐르는 전류, $A$
$J_L, J_m$	: 감속기 및 모터의 회전 관성모멘트, $kg \cdot m^2$
$K_t$	: 모터의 토크상수, $N \cdot m/A$
$K_a, K_m$	: 작동기 및 모터 증폭기의 증폭상수
$l$	: 유연한 로봇 조작기의 길이, $m$
$L$	: 관축기의 이득 행렬
$\ell_c$	: 음성 코일의 길이, $m$

$m$	: 조작기의 단위 길이당 질량, $\text{kg}/\text{m}$
$M, M_a$	: 피이송체 및 작동기 보빈의 질량, $\text{kg}$
$r$	: 모터의 감속비
$t$	: 시간, $\text{sec}$
$T$	: 디지털 제어기의 샘플링 시간, $\text{sec}$
$T_f$	: 목표 회전 완료 시간, $\text{sec}$
$V_a, V_m$	: 조작기 및 모터의 증폭기 인가전압, $V$
$\delta(\cdot)$	: Dirac Delta Function
$\delta$	: Kronecker's Delta Function
$\epsilon_s$	: 조작기의 $X_s$ 지점에서의 스트레인
$\theta_f$	: 목표 회전각, $\text{rad}$
$\bar{\theta}(t)$	: 조작기 강체부의 회전각 오차, $\text{rad}$
$\theta(t)$	: 조작기 강체부의 실제 회전각, $\text{rad}$
$\theta_r(t)$	: 기준 회전각, $\text{rad}$
$\omega_n$	: 균일 외팔보의 $n$ 번째 고유 진동수
$\Omega(t)$	: 강체부의 회전 각속도, $\text{rad/sec}$

## 1. 서 론

정밀 기계가공과 마이크로 컴퓨터 기술분야의 획기적인 발전에 힘입어 제조 공정 및 극한 작업분야에서 응용성이 확장되고 있는 로봇은 우수한 성능과 신뢰도가 절실히 요구된다. 그러나 생산성과 직결되어 있는 로봇의 성능 향상을 위하여 로봇 조작기를 경량화하면 고속 동작과 정밀 위치 제어시에 조작기의 강도 저하와 관성력 증가로 인하여 진동이 중요한 문제점으로 부각되게 된다. 특히 우주공간이나 고방사능 지역 같은 극한 환경下에서는 경량화와 함께 길이가 길어지게 되어 진동이 필연적으로 증대되므로 정밀도가 저하되며, 심할 경우에는 제어계가 불안정한 상태에까지 이르게 된다. 따라서 로봇 조작기를 유연한 구조물로 간주하여 그 진동을 제어하는 것은 경량화에 따른 질량저하로 고속화를 가능하게 하며 큰 세정비로 인하여 발생되는 진동을 효과적으로 억제하게 되어 부가적으로 모터의 구동력을 감소시키므로 조작기의 효율을 높일 수 있다. 이에 로봇 제어계에 능동제어를 적용해 적용하여 조작기의 성능을 제고시키기 위한 연구가 활발히 수행되어 왔고, 최근에는 혁신적으로 발전한 제어기술과 반도체기술을 바탕으로 경량의 고속 조작기의 실용화에 박차를 가하고 있다.

조작기의 진동을 능동제어하기 위한 시도로 1974년에 Maizza-neto<sup>(1)</sup>가 로봇 조작기를 유연한 단일 링크로 간주하여 모달 접근방식을 적용한데 이어

Book<sup>(2)</sup>이 조작기를 강체로 간주하는 데에 한계가 있음을 규명하였으며 유연성을 고려한 로봇 조작기 제어의 중요성을 입증하였다. 그리고 두개의 링크 모델에 대한 능동제어 기법을 개발하여 이러한 한계를 극복할 수 있음을 보였다<sup>(3,4)</sup>.

유연한 탄성계에 능동제어를 실제 적용할 때에는 유한개의 모드만을 제어하게 된다. 이러한 점에 차안하여 Balas<sup>(5,6)</sup>는 최적제어 이론을 유연한 탄성계의 진동문제에 도입하여 단순지지보의 모달제어에 있어서 유한개의 모드만을 제어하는 제어기를 설계하고, 제어하지 않는 고차 잔류 모드가 계에 미치는 영향을 수치해석적으로 검토하였다.

1985년 Fukuda<sup>(7)</sup>는 첨단질량이 없는 단일 링크의 조작기 경우에 대해 관성을 고려함으로써 위치제어 시에 발생하는 진동을 억제하기 위한 능동제어 연구를 수행하였으며, 동년 Sakawa<sup>(8)</sup>는 유연한 로봇 조작기를 정수분포계로 취급하여 스트레인 게이지로 측정한 진동 변위로부터의 모드 추정법과 위치제어 문제에 디지털 최적제어 기법을 도입하여 spillover 및 제어이론 계산에 소요되는 시간지연 영향에 관하여 고찰하였다.

이제까지 진행된 유연한 로봇 조작기의 위치 및 진동제어 연구는 능동제어를 이용한 서보모터 토크제어 방식이었다. 이러한 방식은 로봇 조작기의 진동과 위치제어를 서보모터가 동시에 담당해야하기 때문에 서보모터의 과대한 제어전류와 전류 변동으로 인하여 적절한 제어를 수행하지 못할 가능성이 있어 고속 회전이 제한되는 문제점이 잠재되어 있었다<sup>(10)</sup>.

기존의 서보모터 토크제어 방식인 단일 입출력계에 힘제어용 작동기를 추가시켜 다입출력계를 구성하여 병행제어함으로써 이러한 문제의 해결방안을 제시하는 것이 본 연구의 목적이다. 따라서 본 연구에서는 로봇조작기를 강체부와 유연한 외팔보로 이루어진 모델로 설정한 후 확장된 Hamilton의 원리를 적용하여 제어계의 운동방정식을 유도하였다. 계를 유한개의 제어 모드와 잔류 모드로 구분하고, 제어 모드에 대해 최적제어를 수행하기 위해 관측기를 설계하였으며, 진동에 관련된 측정 불가능한 상태변수를 추정하였다. 분석과 검토는 서보모터가 모든 제어를 담당하는 방식과 서보모터의 제어 방식에 작동기를 추가시켜 병행 제어하는 다입출력 방식으로 구별하여 수행하였다.

이상의 제어 방식에 따른 시뮬레이션 및 실험결

과 다입출력계는 보다 효과적으로 조작기의 진동을 제어하며 서보모터의 구동동력과 변동전류를 감소시킴으로써 조작기의 동작을 안정되게 고속화할 수 있음이 입증되었다.

## 2. 이론해석

### 2.1 유연한 로봇 조작기의 모델링

단일링크로 구성된 유연한 로봇 조작기 제어계를 Fig. 1에서 라 같이 반경이  $a$ 인 강체 조작기부 끝에 연결된 길이  $\ell$ 의 Euler-bernoulli보로 간주하고 1 자유도계 외팔보로 이상화시켜 해석한다. 외팔보의 굽힘 강성계수는  $EI$ , 단위 길이당 질량은  $m$ 이고, 부하하중을 포함한 로봇 첨단부와 작동기보빈의 질량은 각각  $M, M_a$ 로서 조작기 강체부에서의 거리  $\ell$  및  $X_a$ 에 고정되어 있다. 직류 서보모터는 감속기어를 통하여 강체 조작기를 각속도  $\Omega(t)$ 로 회전시킨다.  $X, Y, Z$ 는 강체 조작기의 회전중심을 원점으로 하는 절대 좌표축이고  $x, y, z$ 는 유연한 조작기가 강체 조작기에 연결된 점을 원점으로 한 상대 회전 좌표축이다. 원심력, 조작기의 축방향 및 폭방향 변위, 회전시 발생되는 Coriolis영향을 무시하고 로봇 조작기의 횡방향 진동에 대한 운동방정식과 경계조건을 확장된 Hamilton의 원리를 이용하여 유도하면 다음과 같이 표현된다.

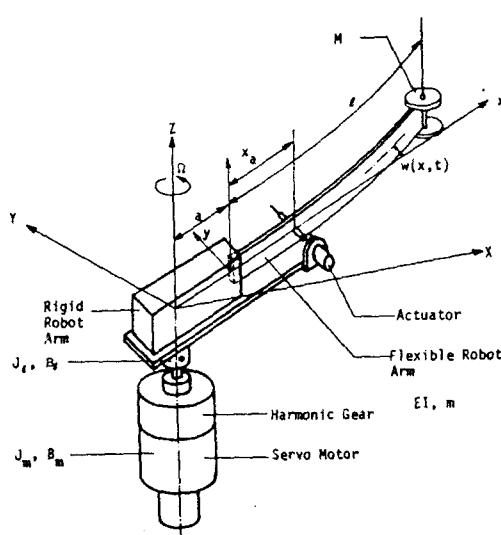


Fig. 1 Flexible robot arm system

$$EIw'''(x, t)$$

$$+ [m + M \delta(x - \ell) + M_a \delta(x - X_a)] \ddot{w}(x, t)$$

$$= -(x + a)[m + M \delta(x - \ell) + M_a \delta(x - X_a)]$$

$$\ddot{\theta}(t) + F(t) \delta(x - X_a) \quad (1)$$

$$w(x, t)|_{x=0} = 0, \quad w'(x, t)|_{x=0} = 0 \quad (2)$$

$$w''(x, t)|_{x=\ell} = 0, \quad w'''(x, t)|_{x=\ell} = 0 \quad (2)$$

여기에서  $w(x, t)$ 는 상대 회전좌표축에 대한 보의 횡방향 진동(lateral vibration)이고 prime(')은 좌표  $x$ 에 대한 도함수이며, dot(.)는 시간  $t$ 에 대한 도함수이다.

로봇 조작기 구동부의 운동방정식을 구하면 다음과 같다<sup>(11,12)</sup>.

$$\begin{aligned} J\ddot{\theta}(t) + B_r \dot{\theta}(t) \\ + EI\{aw''(0, t) - w''(0, t)\} \\ = rT(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기에서

$$\begin{aligned} J &= J_L + r^2 J_m \\ &+ \int_0^l \{m + M \delta(x - \ell) + M_a \delta(x - X_a)\} \\ &(x + a)^2 dx, \\ B_r &= B_L + r^2 B_m \end{aligned} \quad (4)$$

이고,  $r, J_m, J_L, B_m$  및  $B_L$ 은 각각 모터의 감속비, 구동부 및 파구동부의 회전관성 모멘트와 점성 마찰계수이다. 또한  $K_t, K_m, K_a$ 는 각각 모터토크 상수, 서보모터와 작동기 증폭기의 이득(gain)이며,  $V_m(t)$  및  $V_a(t)$ 는 서보모터와 작동기 증폭기의 입력전압을 나타낸다. 작동기에 의한 제어력  $F(t)$ 와 서보모터의 구동토크  $T(t)$ 는

$$F(t) = B \ell_c I_a \quad (5)$$

$$T(t) = K_t I_m \quad (6)$$

이다. 여기에서  $B$ 와  $\ell_c$ 는 작동기의 자속밀도 및 음성코일의 길이이며  $I_a, I_m$ 은 각각 작동기 및 서보모터 증폭기의 출력전류이다. 작동기 제어력 및 서보모터 구동토크는 전류모드 증폭기의 출력전류에 의하여 발생되며, 입력 제어 전압에 대한 출력전류는 다음과 같은 관계가 있다<sup>(13)</sup>.

$$I_a = K_a V_a \quad (7)$$

$$\underline{I}_m = K_m \quad V_m$$

(8)

의 좌표변환식 및 모단행렬의 직교성조건을 이용하여 정리하면 decoupling된 식을 얻을 수 있다.

## 2.2 모달해석

Galerkin의 모드합 방법을 사용하여 식(1)의 해를 다음과 같이 가정한다.

$$w(x, t) = \sum_{j=1}^n \phi_j(x) \xi_j(t) \quad (9)$$

여기에서  $n$ 은 가정된 모드 수이며  $\xi_j(t)$ 는 일반화된 좌표이고  $\phi_j(x)$ 는 경계조건 식(2)를 만족하는 계의 비교함수(comparison function)로 첨단질량이 없는 균일외팔보의 고유함수(eigen function)이다.

$$\begin{aligned} \phi_j(x) &= \frac{1}{(m\ell)^{1/2}} [\cosh \lambda_j(x/\ell) - \cos \lambda_j(x/\ell) \\ &\quad - \sigma_j \{\sinh \lambda_j(x/\ell) - \sin \lambda_j(x/\ell)\}] \quad (10) \\ &\quad (j=1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

여기서

$$\sigma_j = \frac{\sinh \lambda_j - \sin \lambda_j}{\cosh \lambda_j + \cos \lambda_j} \quad (11) \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

이다<sup>(14)</sup>. 식(9)를 식(1)에 대입한 후  $\phi_i(x)$ 를 내적(inner product)하고 고유함수의 직교성 조건(orthogonality condition)을 이용하여 정리하면 다음과의

$$\underline{M} \dot{\underline{\psi}} + \underline{K} \underline{\psi} = \underline{G} \ddot{\theta} + \underline{E} F(t) \quad (12)$$

행렬식을 얻을 수 있으며, 여기에서

$$\begin{aligned} \{\psi\} &= (\xi_1, \dots, \xi_n)^T, \\ [M] &= [\delta_{ij} + M, \phi_i(\ell) \phi_j(\ell) \\ &\quad + M_a \phi_i(x_a) \phi_j(x_a)] [L], \\ [K] &= \text{diag}[\omega_1^2, \dots, \omega_n^2], \\ [G] &= \left\{ - \int_0^\ell \{m + M \delta(x-\ell) \right. \\ &\quad \left. + M_a \phi_i(x-x_a)\} (x+a) \phi_i(x) dx \right\}, \\ [E] &= \{\phi_i(x_a)\}, \quad (i, j=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (13)$$

이다. 식(12)의 모달행렬[P]를 구하여

$$\{\psi\} = [P] \{H\} \quad (14)$$

$$\underline{H} + \underline{K}^* \underline{H} = \underline{F}^* \ddot{\theta}(t) + \underline{E}^* V_a(t) \quad (15)$$

여기서

$$\begin{aligned} \underline{K}^* &= \underline{P}^T \underline{K} \underline{P} = \text{diag}[\omega_1^2, \dots, \omega_n^2], \\ \underline{F}^* &= \underline{P}^T \underline{G}, \\ \underline{E}^* &= B \ell_c K_a \underline{P}^T \underline{E} \end{aligned} \quad (16)$$

이다.

## 2.3 디지털 최적제어

계의 진동을 나타내는 일반화된 변환좌표 벡터  $\underline{H}$ , 회전 각속도  $\Omega$ , 회전각 오차  $\bar{\theta}$ 를 요소로 하는 상태변수 벡터(state variable vector)

$$\underline{X} = \{\underline{H}^T, \underline{H}^T, \theta, \Omega\}^T \quad (17)$$

를 도입한다.  $\bar{\theta}(t)$ 는 강체 로봇 조작기의 실제 회전각 오차를 나타내며, 기준회전각  $\theta_r(t)$ 와는 다음과 같은 관계가 있다<sup>(15)</sup>.

$$\begin{aligned} \bar{\theta}(t) &= \theta(t) - \theta_r(t) \\ \theta_r(t) &= \begin{cases} \theta_f [t/T_f]^2 \{3 - 2(t/T_f)\} : t/T_f \leq 1 \\ \theta_f : t/T_f > 1 \end{cases} \quad (18) \end{aligned}$$

여기서  $\theta_f$ 는 목표 회전각,  $T_f$ 는 목표 회전 완료 시간을 나타낸다. 이 상태 변수 벡터들을 이용하여 대상의 상태방정식을 구하면,

$$\underline{A}_1 \dot{\underline{X}} = \underline{A}_2 \underline{X} + \underline{B}_1 u - \underline{D}_1 \quad (19)$$

이 되고, 여기서 각 행렬과 벡터의 요소들은

$$\underline{A}_1 = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & F^* \\ 0^T & 0^T & 1 & 0 \\ 0^T & 0^T & 0 & J \end{bmatrix},$$

$$\underline{A}_2 = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ -K^* & I & 0 & F^* \\ 0^T & 0^T & 1 & 0 \\ -S^T & 0^T & 0 & -B \end{bmatrix},$$

$$\underline{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{E}^* & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\underline{u} = \{V_m(t), V_a(t)\}^T, \quad \underline{D}_1 = \{\underline{Q}^T, \underline{Q}_r^T, \theta(t)\}^T$$

이다.

계의 출력을 스트레인  $\epsilon_s$ , 회전각 오차  $\bar{\theta}$ , 회전 각속도  $\dot{\theta}$ 로 하면 출력식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\underline{y} = \underline{C} \underline{X} \quad (21)$$

여기서

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} \epsilon_s \\ \bar{\theta} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}, \quad \underline{C} = \begin{bmatrix} \phi^T P & \phi^T & 0 & 0 \\ 0^T & 0^T & 1 & 0 \\ 0^T & 0^T & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$$\phi^T = -\frac{h}{2} \{\phi''_1(X_s), \dots, \phi''_n(X_s)\}$$

이다.

디지털 제어를 위하여 식(19)를 샘플링 시간  $T$ 로 하여 다음의 이산시간계 (discrete time system)

$$\underline{X}(k+1) = \underline{A} \underline{X}(k) + \underline{B} \underline{u}(k) + \underline{d}, \quad \underline{y}(k) = \underline{C} \underline{X}(k) \quad (23)$$

으로 변환시키고 유한개의 모드를 제어한다. 여기서

$$\begin{aligned} \underline{A} &= \text{EXP}[\underline{A}_1^{-1} \underline{A}_2]^T, \\ \underline{B} &= \int_0^T \text{EXP}[\underline{A}_1^{-1} \underline{A}_2]^p dp, \\ \underline{d} &= \{0^T, 0^T, \theta_r(k) - \theta_r(k-1), 0\}^T \end{aligned} \quad (24)$$

이다. 제어 대상이 되는 식(23)의 계는 가제어 (controllable), 가관측 (observable)하다. 최적제어 이론의 성능지수로 다음을 설정한다.

$$PI = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^T \{ \underline{X}^T(k) \underline{Q} \underline{X}(k) + \underline{u}(k) \underline{R} \underline{u}(k) \} \quad (25)$$

여기서  $\underline{Q}$ 는 상태변수와 관련된 positive semi-definite 한 가중행렬이며,  $\underline{R}$ 은 입력과 관련된 positive definite 한 가중행렬로서 이 행렬들은 상태변수 오차 및 입력에너지자를 최소화시키는 정도를 결정한다.

성능지수를 최소화시키는 최적 계수 행렬  $\underline{K}$ 와 최적제어력  $\underline{u}(k)$ 는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\underline{u}(k) = -\underline{K}^T \underline{X}(k) \quad (26)$$

## 2.4 관측기

식(23)의 최적제어는 계의 모든 상태변수를 알아야만 적용 가능하나 본 연구에서 측정되는 것은  $\epsilon_s(k)$  및  $\theta(k)$ 와  $\dot{\theta}(k)$ 이므로 관측기를 사용하여 측정된 출력으로부터 계의 추정 상태변수 (estimated state variable)  $\hat{X}(k)$ 를 구한다. 측정할 수 없는 상태변수  $w(k)$ 의 추정치를  $\hat{w}(k)$ 로 설정하고 추정 상태변수를 좌표변환하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{X}(k) &= \begin{bmatrix} \underline{C} \\ \dots \\ \underline{D} \end{bmatrix} \begin{cases} \underline{y}(k) \\ \dots \\ \hat{w}(k) \end{cases} \\ &= [\underline{L}_1 : \underline{L}_2] \begin{cases} \underline{y}(k) \\ \dots \\ \hat{w}(k) \end{cases} \end{aligned} \quad (27)$$

여기서  $\underline{D}$ 는 변환행렬이 특이 행렬 (singular matrix)이 되지 않도록 설정한다. 식(27)을 식(23)에 대입하고 정리하여 reduced order observer식을 구하면,

$$\begin{aligned} \hat{w}(k+1) &= [\underline{A}_{22} - \underline{L}_1 \underline{A}_{12}] \hat{w}(k) \\ &\quad + [\underline{A}_{21} - \underline{L}_1 \underline{A}_{11}] \underline{y}(k) \\ &\quad + [\underline{b}_2 - \underline{L}_1 \underline{b}_1] \underline{u}(k) \end{aligned} \quad (28)$$

이 되고, 여기서

$$\begin{aligned} \underline{A}_{11} &= \underline{C} \underline{A} \underline{L}_1, \quad \underline{A}_{12} = \underline{C} \underline{A} \underline{L}_2, \\ \underline{A}_{21} &= \underline{D} \underline{A} \underline{L}_1, \quad \underline{A}_{22} = \underline{D} \underline{A} \underline{L}_2, \\ \underline{b}_1 &= \underline{C} \underline{B}, \quad \underline{b}_2 = \underline{D} \underline{B} \end{aligned} \quad (29)$$

이다.

관측기의 개인행렬  $L$ 은 관측기의 추정속도를 고

려하여 일의로 설정한다. 상태변수 추정치  $\hat{X}(k)$  이다.  
온 외란과 계의 출력  $y(k)$ 에서의 측정 오차에 의해 크게 영향을 받으므로 상태방정식을 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} \underline{y}(k+1) &= \underline{A}_{11} \underline{y}(k) + \underline{A}_{12} \underline{w}(k) \\ &\quad + \underline{b}_1 \underline{u}(k) + \underline{w}_1(k) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \underline{y}(k+1) &= \underline{A}_{21} \underline{y}(k) + \underline{A}_{22} \underline{w}(k) \\ &\quad + \underline{b}_2 \underline{u}(k) + \underline{w}_2(k) \end{aligned}$$

여기에서  $w_1(k)$ 은 state excitation noise이며,  $w_2(k)$ 는 observation noise로서 uncorrelated mean zero stationary white noise로 가정한다. 추정오차  $e(k)$  및 추정성능계수  $E_r$ 를 각각 정의한다.

$$\begin{aligned} e(k) &= \underline{w}(k) - \hat{w}(k) \end{aligned} \quad (31)$$

$$E_r = E[e^T(k) \underline{w}^* e(k)]$$

여기서  $\underline{w}^*$ 은 positive definite인 가중행렬이다.

$E_r$ 를 최소로하는 관측기 계인행렬은

$$\underline{L} = \underline{A}_{22} \underline{Q}^* \underline{A}_{12}^T [V_1 + \underline{A}_{12} \underline{Q}^* \underline{A}_{12}^T]^{-1} \quad (32)$$

으로 부터 구할 수 있다. 여기서  $\underline{Q}^*$ 은 대수 Riccati식의 해로서 다음과 같은 관계가 있다.

$$\underline{Q}^* = [\underline{A}_{22} - \underline{A}_{12}] \underline{Q}^* \underline{A}_{22}^T + V_2 \quad (33)$$

$V_1$ 과  $V_2$ 는  $w_1(k)$ 와  $w_2(k)$ 의 variance 행렬로  $V_2$ 를 일의로 설정하고

$$V_1 = \mu \underline{S} \quad (34)$$

로 놓는다. 여기서  $\mu$ 는 영보다 큰 수이며 행렬  $\underline{S}$ 는 positive definite symmetric matrix이다. 따라서 상태변수 추정치  $\hat{X}(k)$ 는

$$\hat{X}(k) = \underline{L}_2 Z(k) + \underline{L}_3 \underline{y}(k) \quad (35)$$

로 표시되며, 여기서

$$\begin{aligned} \underline{L}_3 &= \underline{L}_1 + \underline{L}_2 \underline{L} \\ Z(k) &= \hat{w}(k) - \underline{L} \underline{y}(k) \end{aligned} \quad (36)$$

### 3. 실험 장치 및 방법

#### 3.1 제어계의 구성

분포 정수계로 이루어진 제어계의 제어 모드 수는 이론적으로 무한해야 하나 실제어계에서는 제어용 컴퓨터의 계산속도에 따른 제약으로 고차 모드 제어가 불가능하다. 따라서 충분히 큰 모드 수  $N$ 으로 모델링하고 그 중  $M$ 개의 모드만 제어하게 된다<sup>(16)</sup>.

본 연구에서는  $N=4$ ,  $M=2$ 로 설정하여 서보모터 제어계를 구성하였으며, 작동기 병행 제어계는  $N=4$ 에 대하여  $M=1$  및 2로 구성하여 능동제어하였다. 측정되는 계의 출력은 제어 모드부만이 아닌 잔류 모드(residual mode)의 신호가 포함되어 있으므로 observation spillover의 효과가 있고, 계에 가해지는 제어력은 제어 모드만이 아닌 잔류 모드에도 영향을 주어 spillover가 존재하게 되므로 이에 대한 영향을 고려하여 측정된 후 observation spillover 영향을 줄이기 위하여 저주파 대역 필터를 이용하여 고차 모드 신호를 제거한다. 그러나 근본적으로 탄성 구조계의 제어를 분포 정수계 제어 문제로 고려하여 해석할 때에는 집중 제어계에서 발생되지 않던 것이 문제로 대두되게 된다. 이는 무한 자유도로 구성된 실제의 계를 유한 자유도계로 취급함에 따라 일어나는 현상이므로 설계시 안정성을 고려하여 계를 설계해야 하며, 제어 모드 수를 증대시키기 위하여 전용계산기를 사용해야 한다. 또한 보조적으로 계의 제어가 중요되는 시점을 감지하여 일정 문턱치에서 제어 입력을 차단시키면 계가 불안정해지는 영향을 최소화 할 수 있다.

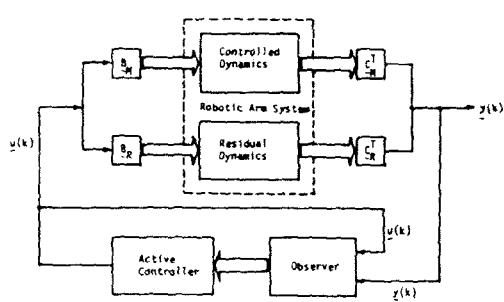


Fig. 2 Block diagram of closed loop system for a flexible robot arm

Fig. 2는 잔류 모드와 제어 모드(controlled mode)로 구성된 제어계의 개괄도이다.

설정한 계의 고유주파수는 제1모드 및 제2모드가 각각  $1.70\text{Hz}$ ,  $12.94\text{Hz}$ 이므로 샘플링 시간은 작동기 병행제어를 이용한 2 모드 제어시에는  $0.035\text{sec}$ 로 설정하며, 서보모터 제어의 경우는  $0.020\text{sec}$ 로 고려한다.

### 3.2 작동기 병행제어계 실험장치

디지털 최적제어계는 intel 8088을 사용하여 구성하였으며 로봇 조작기의 진동은  $X_s$  지점에서 스트레인 게이지를 포함하는 브리지회로(bridge circuit)를 사용하여 전압으로 측정된다. 스트레인 게이지는 온도변화 및 축방향 변형과 비틀림 변형에 의한 영향을 보상하기 위하여 두 개를 조작기 양면의 대칭위치에 부착한다. 서보모터의 회전 각속도는 회전속도계에서 측정되어 저주파 대역 필터를

통해 리플이 제거된 후 A/D 변환기를 통해 디지털신호로 변환하여 컴퓨터에 입력시킨다. 회전각은 강체 조작기에 고정된 엔코더에서 측정되어 계수기(counter)를 통해 입력되고 컴퓨터에 의해 계산된 모터 및 작동기 제어 입력전압은 D/A 변환기를 통하여 모터와 작동기를 구동시킬 수 있도록 증폭된다. 증폭기의 충분한 용량을 확보하기 위하여 전력증폭용 트랜지스터 출력단에  $\pm 36\text{V}$ 의 전압을 공급하였다.

제어 실험에 사용된 상세한 입력 매개변수와 기기의 제원은 Table 1에 수록되어 있으며, Table 2에는 제어시 가장 중요한 조작기의 매개변수인 고유진동수에 대한 수치해석 및 실측정값이 비교되어 있다. 병행 제어계에 대한 실험장치의 개략도는 Fig. 3에 나타나 있다.

제어계의 샘플링 시간은 컴퓨터에서 계산된 최적제어 입력 계산 시간과 같다. 모든 계산은 재처리

Table 1 Parameters of a flexible robot manipulator system

Components	Input parameters	Value [unit]
Robot manipulator	Flexible part ; length( $\ell$ )	$7.0 \times 10^{-1}(\text{m})$
	mass per unit length(m)	$3.999 \times 10^{-2}(\text{kg}/\text{m})$
	thickness(h)	$1 \times 10^{-3}(\text{m})$
	bending stiffness(EI)	$2.0739 \times 10^{-1}(\text{N} \cdot \text{m}^2)$
	Rigid part ; length(a)	$5 \times 10^{-2}(\text{m})$
	pay load(M/m)	$1.942 \times 10^{-2}$
	ratio(r)	128 : 1
	motor torque constant( $K_t$ )	$3.945 \times 10^{-2}(\text{N} \cdot \text{m}/\text{A})$
Servo Motor	moment of inertia with driving system( $J_m + J_L/r$ )	$6.665 \times 10^{-5}(\text{kg} \cdot \text{m})$
	damping coefficient with driving system( $B_m + B_L/r$ )	$5.250 \times 10^{-4}$
	rated power output	$8.0 \times 10(\text{W})$
	servo motor( $K_m$ )	1.5
	linear actuator( $K_a$ )	$4.34 \times 10^{-1}$
Amplifier Gain	actuating point( $X_t/\ell$ )	$2.73 \times 10^{-1}$
	magnetic flux density X	
	coil length( $B \cdot \ell_c$ )	$4.3926(\text{Tesla} \cdot \text{m})$
	total mass	$4.19 \times 10^{-1}(\text{kg})$
Actuator	voice coil mass	$1 \times 10^{-3}(\text{kg})$
	strain gage position ( $X_s/\ell$ )	$5 \times 10^{-1}$
Sensor		

Table 2 Comparison of the natural frequencies computed by simulation with those measured by experiment

Modes	Simulation (Hz)	Experiment (Hz)	Difference
1st Mode	1.70618	1.7	1.362%
2nd Mode	12.9353	12.80	1.046%

과정에서 처리하게 되어 있어 입력과 출력과정 사이의 시간지연은 샘플링시간에 비해 매우 작아 그 영향을 무시한다.

본 연구의 제어계에서는 서보모터의 마찰영향을 고려하지 않았으나 마찰은 실제계에 있어서 중요한 영향을 미치므로 coulomb 마찰에 대해서는 상태 변수들의 정상오차가 영이 되도록 보상하고 정마찰은 제어입력에 바이어스(Bias)를 걸어 보상한다. coulomb 마찰부분에 대해서는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$F_c(t) = \frac{F_c}{|\dot{\theta}(t)|} \dot{\theta}(t) \quad (37)$$

여기서  $F_c$ 는 coulomb 마찰계수이다. 따라서 마

찰을 보상한 제어입력은 다음과 같다.

$$u_c(k) = u(k) - \frac{F_c}{K} \frac{\Omega(k)}{|\Omega(k)|} \quad (38)$$

### 3.3 선형작동기 설계

외팔보의 고정단으로부터 거리  $X_a$ 에 작동기 제어력  $F$ 가 작용될 때 작용점에서의 변위  $W_a$ 는

$$W_a = \frac{F}{3EI} X_a^3 \quad (39)$$

으로 주어진다. 따라서 작동기 제어기의 입력전압과 조작기의 변위는 다음과 같은 관계가 있다.

$$W_a = K_c V_a \quad (40)$$

여기서

$$K_c = \frac{B \ell_c X_a^3 K_a}{3EI} \quad (41)$$

이다.

제어력을 계에 가하기 위하여 유압모터, 전기모터, 전자석 작동기, 음성코일 작동기 등이 이용된다. 음성코일 작동기는 회전운동을 직선운동으로 변환하는 별도의 장치가 요구되지 않으므로 제어성이 우수하고 구조상으로도 브러시(brush)가 필요 없어 노이즈에 대한 고려를 하지 않아도 되는 장점이 있으며 장착이 용이하다.

로봇 조작기의 진동제어를 억제하는 음성코일 작동기는 제어력이 전류에 선형적으로 비례하는 선형성이 보장되어야 효과적인 제어를 할 수 있으므로 작동기 코일의 움직임에 따른 비선형 특성이 발생되지 않게 하기 위해 코일의 보빈 길이가 작동거리 보다 크도록 여유를 주어 설계하였으며 자력선은 음성코일의 원주방향 일정지점에 집중되도록 고려하여 Fig. 4와 같은 원통 형태로 설계, 제작하였

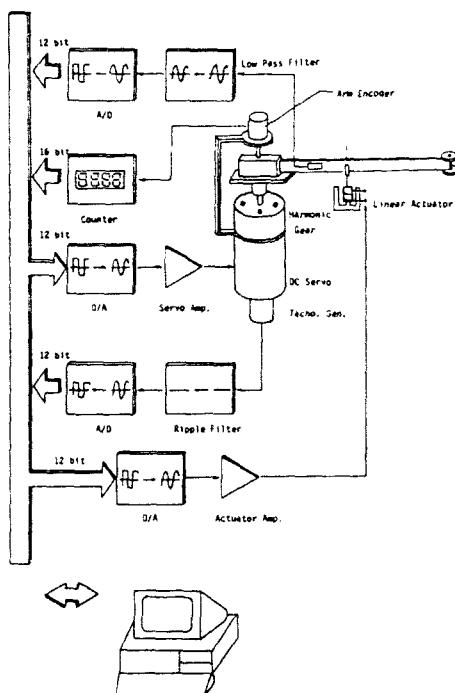


Fig. 3 Schematic diagram of experimental set-up

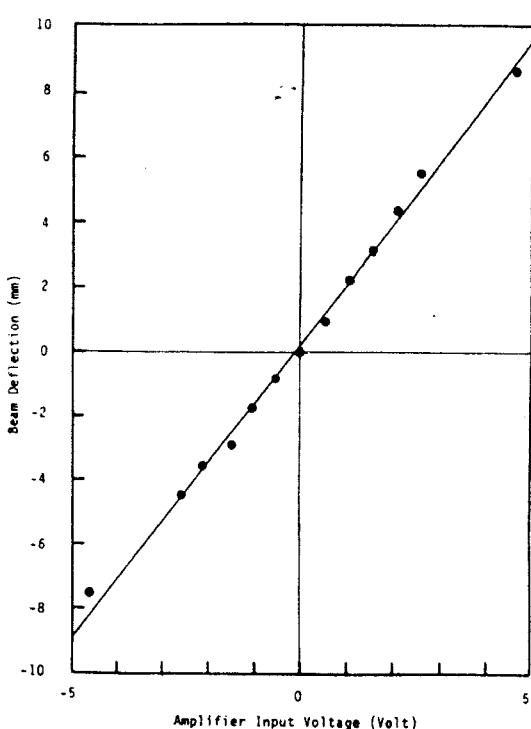
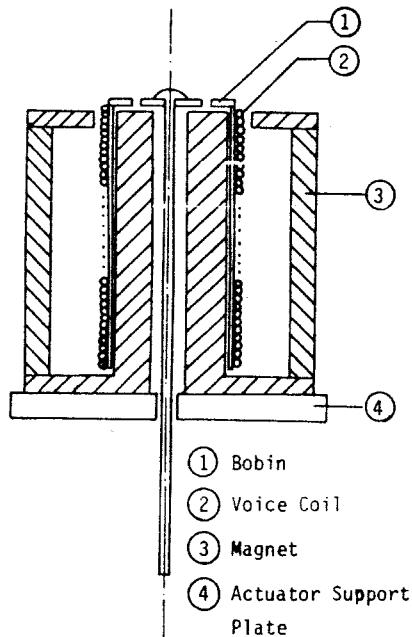


Fig. 5 Relationship between the amplifier Input voltage and beam deflection

다. 음성코일에 높은 자속 밀도를 형성하여 제어력을 증대시키기 위하여 자석 간극(pole gap)을 최소화하였다. 음성코일은 직경 0.1mm의 에나멜 구리선으로 길이가 5cm인 플라스틱 보빈에 솔레노이드감이로 감겨있다.

외팔보를 이용한 변위와 증폭기 입력 전압의 선형성 실험결과가 Fig. 5에 나타나있다. 선형성 수험 방법은 제어용 컴퓨터에서 출력한 값을  $D/A$  변환기를 통해 증폭기 입력전압으로 가해지며, 작동기의 제어력으로 인한 외팔보의 변위는 간극 검출기(gap sensor)를 통해 측정되고,  $X_s$  지점에서의 스트레인은  $A/D$  변환기를 통해 컴퓨터에 입력된다. 실험결과  $D/A$  변환기 최대 출력 전압범위  $\pm 5V$ 에서 입력전압과 변위는 선형적으로 비례하였다.

#### 4. 결과 및 고찰

##### 4.1 서보모터 제어

서보모터 제어계의 2 모드 제어에 대하여 샘플링 시간 0.02sec, 목표회전 완료시간 0.35sec, 목표회전각  $90^\circ$ 로 하여 시뮬레이션 및 실험을 수행한 결과가 Fig. 6에 나타나있다. 종축은 위로부터 유연한 조작기의 스트레인  $\epsilon_s$ , 조작기 강체부의 회전각오차  $\bar{\theta}$ , 회전각속도  $\Omega$ , 서보모터 증폭기 입력전압  $V_m(t)$ 를 나타낸다. 2차 성능지수내의 제어입력 관련된 가중치  $R$ 을 0.01로 고정시키고, 유연한 조작기의 진동과 관련한 가중치  $Q_{11}$ 을 변화시키면서 제어계의 변화 및 영향을 검토하였다.

Fig. 6(a)는  $Q_{11}=0$ 으로 제1차 모드의 진동제어를 하지 않은 경우이다. Fig. 6(b)의  $Q_{11}=240$ 의 진동제어 상태와 비교하여 보면  $Q_{11}$ 을 크게 하면 진동이 급격하게 감소하나 이에 따라 서보모터의 입력제어 전압 변동이 증가한다. 또한  $R$ 의 값 0.1 이하에서는 입력의 비중을 크게 하여도 진동제어 효과에는 큰 영향을 미치지 못하였다. 따라서 제어입력 및 상태변수를 적절히 선택하는 것이 중요함을 알 수 있다. Fig. 6(b)와 Fig. 6(c)는 시뮬레이션과 실험의 결과로써 이들의 결과를 비교하여 보면 가중치 변화에 따른 상태변수 및 제어입력의 경향이 잘 일치함을 나타내고 있다. 따라서 능동제어를 이용하면 진동이 적절히 억제되므로, 유연한 조작기에 대한 능동제어의 필요성을 잘 알 수 있다.

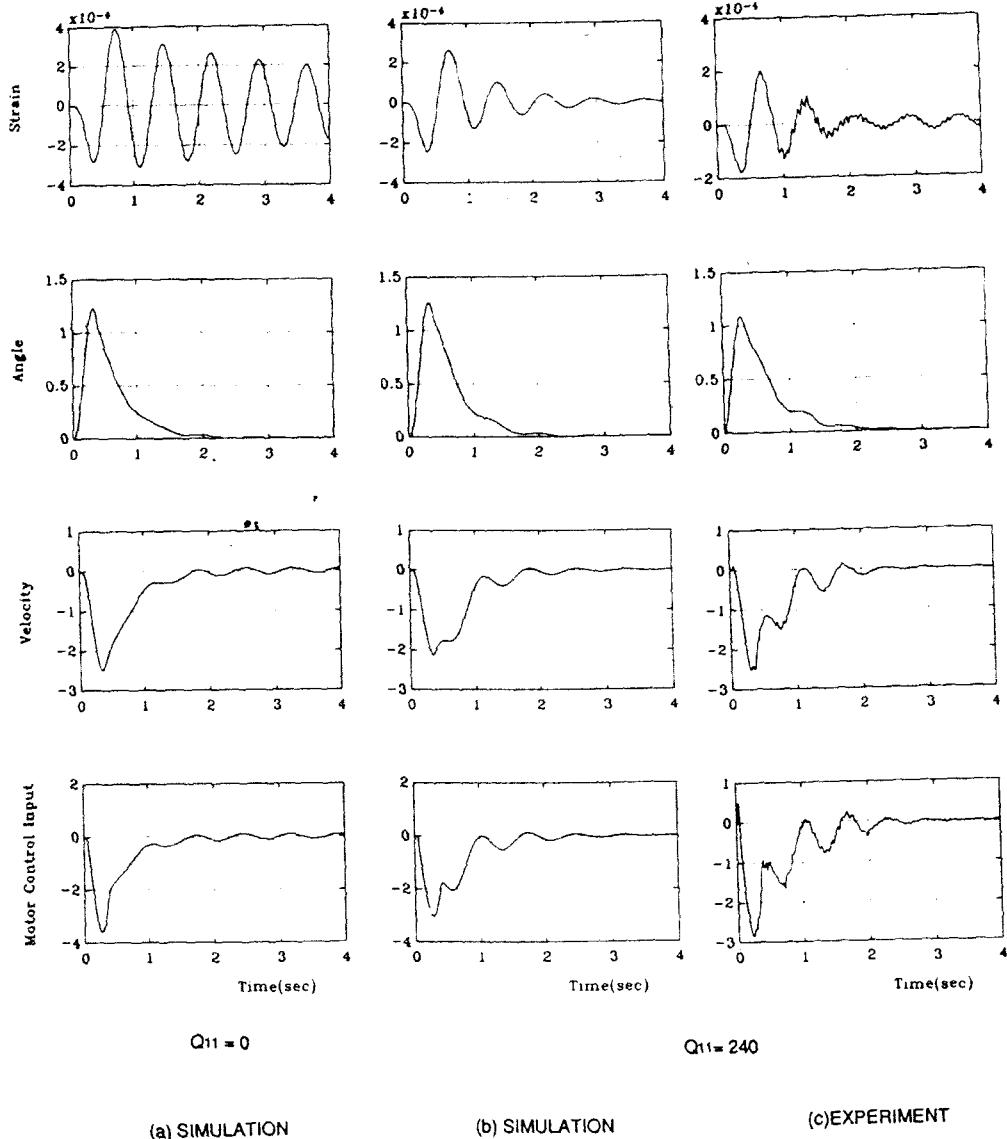


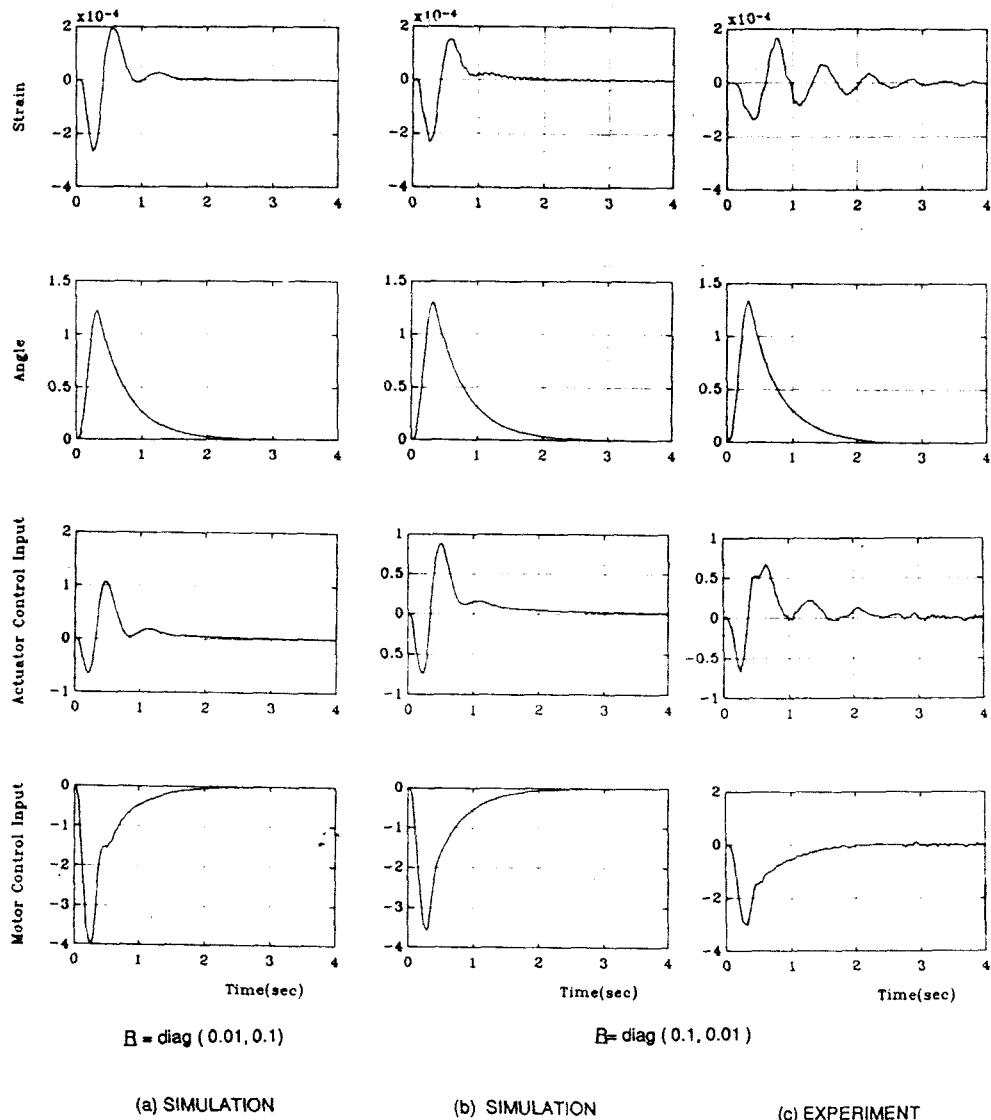
Fig. 6 Dependence of control performance on the state weighting matrix  $Q$  for single actuator controller. [ $Q = \text{diag}(Q_{11}, 910, 0.1, 0.1, 4, 0.7)$ ,  $R = 0.01$ ,  $T_f = 0.35\text{sec}$ ,  $T = 0.02\text{sec}$ ,  $\theta_0 = \pi/2 \text{ rad}$ .]

유연한 로봇 조작기는 관절로 연결되어 구동되므로 관절의 유연성과 백래쉬 등이 문제로 대두된다. 이는 하모닉 기어의 플렉스스프라인(flexspline)에서 발생하는 진동과 워엄 기어에서의 백래쉬가 실제 적용에 있어 심각한 문제를 제기하기 때문이다. 단일 외팔보의 실험 결과 하모닉 기어를 사용한 관절에서는 큰 문제가 발생하지 않았으나 워엄 기어에서는 백래쉬로 인하여 계가 불안정해지는 현상이

발생되었다.

#### 4.2 작동기 병행 제어

Fig. 7은 다입출력제 2 모드 제어의 경우로 샘플링 시간 및 목표회전 완료시간을 각각  $0.035\text{sec}$ ,  $0.35\text{sec}$ 로 설정하고 가중 행렬  $Q$ 를 서보 모터제어 제어와 동일하게  $\text{diag}[240, 920, 0.1, 0.1, 4, 0.7]$ 로 고정한 후 제어 입력 가중 행렬  $R$ 은  $\text{diag}$



**Fig. 7** Dependence of control performance on the input weighting factor R for dual actuator controller of two mode control. [ $Q = \text{diag}(240, 2, 0.1, 0.1, 4, 0.7)$ ,  $T_s = 0.35\text{sec}$ ,  $T = 0.035\text{sec}$ ,  $\theta_f = \pi/2\text{rad}$ .]

1, 0.1], diag[0.1, 0.01]으로 변화시켰다. Fig. 7(a)와 Fig. 7(b)를 비교해 보면 작동기에 입증치를 작게한 경우가 계의 진동을 효과적으로 줄여 나타내고, 모터의 전류변동을 완화시키며 제어 입력전압도 동시에 감소시킴을 보여 준다. Fig. 7(c)는 모터 및 작동기에 입력가증치를 한 경우의 시뮬레이션 및 실험결과를 나타낸다. 입력 가증치를 적게한 경우와 비교하면 계의

진동이 더 크게 나타낼을 보이다

1 모드 제어는 가중 행렬을 증가시킴에 따라 2 모드 제어에 비해 고차 모드 spillover 영향 및 제어 입력이 커져 계에 불안정성이 나타난다. 따라서 1 모드만 제어할 때에는 계의 안정성을 유지하도록 제어입력을 적절히 제한해야 하므로 1 모드만 제어 할 때 샘플링 시간이 짧아짐에도 불구하고 같은 가중치 하에서 계의 불안정으로 인한 제어이력 제한이

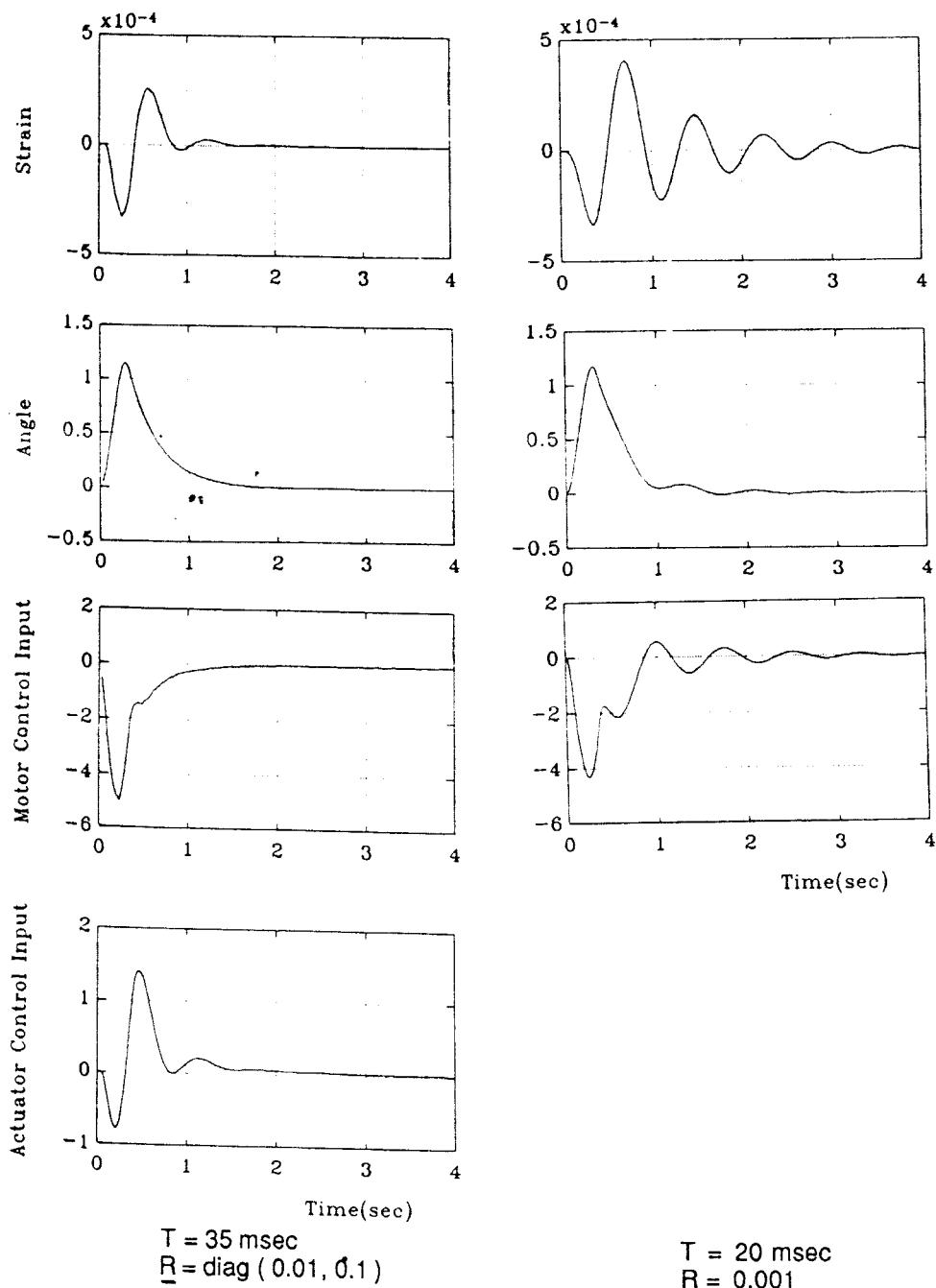


Fig. 8 Comparison of the control performance between MIMO and SIMO system in case of two mode control. [ $Q = \text{diag}(240, 910, 0.1, 0.1, 10, 0.7)$ ,  $T_r = 0.32 \text{ sec}$ ,  $\theta_r = \pi/2 \text{ rad}$ .]

로 계를 충분히 제어할 수 없는 단점이 있다. 반면 2 모드 제어 시에는 샘플링 시간이 0.035sec로 걸어져도 spillover 영향이 감소되어 계가 안정된다.

서보모터만의 제어에 있어서는 계의 진동과 위치 제어를 모터에서 전달하기 때문에 모터 전류 변동이 큰 값을 나타냄을 보인다. 따라서 실제 제어계

에서는 서보모터를 적절히 구동하기 위해서 큰 토크를 요구하므로 급격한 대전류 변동으로 인해 제어가 불가능하거나 심한 경우에는 모터가 손상될 가능성이 있다. 그러므로 작동기를 이용한 병행제어 단일 입출력에 비해 적은 모터의 입력 전압으로 조작기의 진동을 빠른 시간내에 억제하여, 효과적인 제어를 하며 부가적으로 입력전류 변동을 감지할 수 있으므로 이상의 문제를 해결할 수 있다.

#### 4.3 제어형태별 진동감쇠 효과

2 모드제어에 대해 단일입출력계와 다입출력계의 우에 대하여 제어 형태에 따른 진동 및 위치제어 과정을 검토하였다.

상태 변수중 회전각도 오차에 대해 비중을 크게 여 회전을 고속으로 하였다. 상태변수 가중치, 표회전시간, 목표회전각을 각각 [240, 910, 0.1, 1, 10, 0.7], 0.32sec,  $\pi/2$ 로 동일하게 설정하였으며, 입력가중치는 0.001, [0.01, 0.1]로 하고 샘플 시간은 0.02sec, 0.35sec로 다르게 하여 능동제어를 수행한 결과에 대한 비교가 Fig. 8에 나타

있다. 진동의 최대 진폭이 다입출력의 경우 % 감소하였으나 감쇠효과도 43% 향상됨을 보인다.

또한 회전 각도 오차도 14% 감소하여 다입출력계가 위치 및 진동제어에 적절히 적용될 수 있음을 입증되었다. 서보모터 제어 입력 전압에 있어서 속회전에 따라 14% 정도의 상승이 나타났으며, 반하여 입력전압의 변화는 감소되어 입력전압이 완만해져 유연한 로봇 조작기의 안정된 고동작이 가능함을 알 수 있다.

#### 5. 결 론

본 연구에서는 생산성 향상을 위해 로봇 조작기 경량화하거나 극한 환경에서 사용할 목적으로 제작함으로써 발생되는 진동을 효과적으로 억제하기 위한 새로운 능동제어 기법을 제시하였다. 본의 서보모터를 이용한 능동제어와 서보모터에 제어 기법을 적용하여 각 경우에 대해 시뮬레이션하였으며, 시뮬레이션의 정당성을 입증하기 위해 능동제어계를 구성하고 실험을 실시하였다. 형태별로 성능지수의 가중치를 변화시키면서 해석하고 실험한 결과 다음과 같은 결론을 얻

었다.

(1) 시뮬레이션 및 실험의 결과가 비교적 잘 일치한다. 따라서 본 연구의 유연한 로봇 조작기제어 모델링은 타당하고, 최적 귀환제어 및 관측기도 적절하게 설계 된 것으로 입증되었다.

(2) 성능지수내의 진동과 관련된 가중치를 크게 하면 서보모터의 입력전압이 낮아지고 작동기의 입력전압이 상승하여 조작기의 진동이 효과적으로 억제된다. 회전각과 관련된 가중치를 크게 하면 서보모터의 입력전압이 증가하지만 고속으로 회전하여 회전 원료시간이 단축된다.

(3) 회전각도 오차에 대해 비중을 크게 한 고속회전시 최대 진폭이 다입출력의 경우 64% 감소하였으며, 감쇠효과도 43% 향상됨을 보였다. 또한 회전각도 오차도 14% 감소하여 다입출력계가 위치 및 진동제어에 적절히 적용될 수 있음이 입증되었다. 서보 모터 제어 입력 전압에 있어서 고속회전에 따라 14% 정도의 상승이 나타났으며, 이에 반하여 입력전압의 변화는 감소되어 입력전압 변동이 완만해져 유연한 로봇 조작기의 안정된 고속 동작의 가능성을 보여 주었다.

#### 후 기

본 연구는 과학기술처 특정연구 개발사업의 지원으로 이루어 졌으며 이에 깊은 감사를 드립니다.

#### 참 고 문 헌

- (1) Maizza-neto,O., 1974, "Modal Analysis and Control of Flexible Manipulator Arms," Ph. D. Thesis, Dept. of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology.
- (2) Book,W. J., Maizza-neto, O. and Whitney, D. E., 1975, "Feedback Control of Two Beam, Two Joint Systems with Distributed Flexibility," Trans. of ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, pp.424~434.
- (3) Book.W.J., 1979, "Analysis of Massless Elastic Chain with Servo Controlled Joints," Trans. of ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, pp.187~192.
- (4) Hastings, G.G. and Book, W.J., 1987, "A Linear Dynamic Model for Flexible Robotic Manipulators," Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.61~63

- (5) Balas, M.J., 1978, "Modal Control of Certain Flexible Dynamic System," SIAM J. of Control and Optimization, Vol. 16, No. 3, pp.450~462.
- (6) Balas, M.J., 1978, "Modal Control of Certain Flexible Dynamic System," SIAM J. of Control and Optimization, Vol. 16, No. 3, pp. 450~462.
- (7) Fukuda, T., 1985, "Control of Flexible Robotic Arm," J. of JSME, Vol.51, No. 468, pp.2140~2144.
- (8) Sakawa, Y. and Matsuno, F., 1986, "Modelling and Control of a Flexible Arm," J. of Measurement and Control, Vol.25, No.1, pp.64~70.
- (9) Yoshida,K. and et al., 1986, "Digital Optimal Control of Elastic Structure Systems," J. of JSME, Vol. 52, No.484, pp.3073~3081.
- (10) Pee, M.H., 1987, "Control of a Flexible Manipulator Using a Linear Hydraulic Actuator," Conference on Applied Motion Control, pp.151~156.
- (11) Park, Y.P. and et al., 1988, "Analysis and Test Digital Optimal Control of a Flexible Arm Vibration," Proc. of the 7th IMAC, pp.1489~1495.
- (12) Kim,S.H., 1988, "Digital Optimal control of the Vibration of a Flexible Robot Arm," PH.D. Thesis, Dept. of the Mech. Eng., Yonsei University, Seoul, Korea.
- (13) Kuo, B.C. and Tal, J., 1979, "DC Motors and Control Systems," SRL Publishing Company, Champaign Illinois, New York.
- (14) Blevins, R.D., 1979, "Formulas for Natural Frequency and Mode Shape," Van Nostrand Reinhold Company, New York.
- (15) Craig, J.J., 1986, "Introduction to Robotics Mechanics Control," Addison-Wesley Publishing Company, pp.194~196.
- (16) 하영균, 김승호, 이상조, 박영필, 1987, "유연한 로봇 조작기의 최적 구현제어", 대한 기계학회 논문집, 제11권, 제6호, pp.923~934.