

〈論 文〉

## 연직 원통형에서의 혼합대류-전도 복합열전달에 미치는 복사효과

최상경\* · 여문수\*\* · 손병진\*\*\*

(1991년 3월 2일 접수)

### Radiative Effect on the Conjugate Mixed Convection-Conduction Heat Transfer along a Vertical Circular Cylindrical Fin

Sang Kyung Choi, Moon Soo Yeo and Byung Jin Son

**Key Words :** Conjugated Heat Transfer(복합 열전달), Circular Cylindrical Fin(원통형), Rosseland Approximation(Rosseland 근사), Radiation-Conduction Parameter(복사-전도 매개변수), Convection-Conduction Parameter(대류-전도 매개변수), Buoyancy Force Parameter(부력 매개변수), Transverse Curvature Parameter(횡곡률 매개변수)

#### Abstract

In this study, the problem of conjugated mixed convection-conduction heat transfer along the vertical circular pin-fin around which gases flow in the direction of fin axes is analysed by taking the radiative effect into account and the general algorithm that can be applied to both circular fin and flat-plate fin is suggested. The governing equations of cylindrical coordinates are nondimensionalized by introducing the radiation-conduction parameter  $M$ , convection-conduction parameter  $N_c$ , buoyancy force parameter  $Ri$  and transverse curvature parameter  $\lambda$  and solved numerically by varying these parameters properly. The radiative heat flux in the energy equation is presented by using the Rosseland approximation and is calculated by the modified Keller's Box method together with the momentum equation and the finite control volume method is used to solve the heat conduction equation of the fin. The calculated results for the cases of neglecting radiative effect ( $M=0$ ), forced convection alone ( $R_i=0$ ) and flat-plate fin ( $\lambda=0$ ) were compared fairly well with those of previous papers. When radiation effect was not considered, the local heat transfer coefficient was almost constant from the fin root to the fin tip. But when the radiative effect was considered, in the all over the fin surface the local modified heat transfer coefficient became higher and increased as it goes from the the fin tip to the fin root.

#### 기 호 설 명

$a_p$  : 감쇠계수

$C_r$  : 무차원 온도차 [=  $T_w / (T_0 - T_\infty)$ ]

$f$  : 무차원 유량함수

$Gr$  : Grashof 수 [=  $g\beta(T_0 - T_\infty)L^3/\nu^2$ ]

$h$  : 등가 열전달계수(식 7b)

$h^*$  : 무차원 등가 열전달계수(식 14)

\* 정회원, 국방과학연구소

\*\* 한양대학교 대학원

\*\*\* 정회원, 한양대학교 공과대학 기계공학과

- $L$  : 원의 길이
- $M$  : 복사-전도 매개변수  $[=4\sigma(T_0-\infty)^3/(ka_p)]$
- $N_c$  : 대류-전도 매개변수  $[=2kLRe^{1/2}(k_f r_0)]$
- $q^r$  : 복사 열플럭스
- $R_b$  : 부력 매개변수  $[=GrRe^{-2}]$
- $r_0$  : 원의 반경
- $T$  : 유체 온도
- $T_f$  : 원의 온도
- $T_0$  : 원의 바탕온도
- $\zeta$  : 무차원 원의 길이  $[=x/L]$
- $\eta$  : 도의 상사변수  $[=\frac{r^2-r_0^2}{4r_0L}(Re/\zeta)^{1/2}]$
- $\theta, \theta_f$  : 유체 및 원의 무차원 온도
- $\lambda$  : 횡곡률 변수  $[=4L/(r_0Re^{1/2})]$

### 1. 서 론

열파이프의 열전달을 증진시키는 한 방법으로서 열파이프의 끝에 핀-원을 연결시켜 전열면적을 증가시키고자 시도하였다. 이와같은 열파이프의 열적 성능을 정확히 예측하기 위하여는 원통형원의 열전달 특성을 올바르게 해석할 수 있어야 하고, 또한 원의 열전달기구는 복사를 수반하는 혼합대류-전도 열전달이라고 생각된다. 따라서 본 연구는 이에 관한 기초연구로서 연직원통 핀-원에서 혼합대류-전도 복합열전달이 일어날 때 복사 열전달이 전체 열전달에 미치는 효과를 해석하였다.

중래의 원에 대한 열전달 문제에서는 원 표면에 서의 대류열전달계수가 원 전표면에 걸쳐서 균일하다고 가정하는 단순모형<sup>(1)</sup>(simple model)으로, 원 성능을 해석하였다. 그러나 원의 온도분포는 열전달계수에 크게 영향을 받고, 또한 열전달계수는 원에 인접한 유체의 유동장에 종속되므로, 원 주위의 유체속도분포와 온도분포가 균일하지 않기 때문에 대류열전달계수가 원 표면에 따라 변하고, 따라서 원 온도분포와 국소열유속과 같은 원의 열특성도 변한다는 사실이 여러 문헌에서 입증되고 있다<sup>(2-7)</sup>. 따라서 유용한 수치계산의 급속한 발전으로 원의 열전도 방정식과 주위 유체의 유동장에 관련된 방정식들을 동시에 연립하여 해석(complete solution)하는 방법들이 연구되었다.

가스복사를 고려한 에너지방정식을 일반적으로 해석하기에는 수학적으로 대단히 복잡한 비선형 미적분 방정식이 되므로, Rosseland근사해법<sup>(8)</sup>을 도

입하면 적분형복사열플럭스가 열전도방정식과 유사한 미분형으로 바뀌어져서 에너지방정식의 풀이가 용이해지고, 또한 이 근사기법은 광학적으로(optically) 두꺼운 매질에서는 대체로 정확하다.<sup>(9,10)</sup> 이에 본 연구에서도 에너지방정식에 포함되는 복사항을 Rosseland근사해법으로 처리하였다. 경계층 방정식은 Keller의 Box방법<sup>(11)</sup>을 수정하여 계산하였고, 원의 열전도 방정식은 유한검사체적방법(finite control volume method)으로 차분화하여 수치계산하였다.

본 연구는 혼합대류하는 연직원통형 열전달에 미치는 복사효과에 Rosseland 근사해법을 도입한 층류 경계층방정식과 원 전도방정식을 동시에 해석하여 복사-전도매개변수(radiation-conduction parameter)  $M$ , 대류-전도 매개변수(convection-conduction parameter)  $N_c$ , 부력매개변수(buoyancy force parameter)  $R_b$ , 그리고 횡곡률 매개변수(transverse curvature parameter)  $\lambda$ 를 계산 파라미터로 하여 원 최적설계의 기본이 되는 총열전달률, 무차원 국소등가열전달계수, 무차원 국소열플럭스 및 원온도분포를 계산할 수 있는 일반성있는 algorithm을 개발하고 원 성능에 관한 결과들을 제공함으로써, 좀 더 완전한 복사 열플럭스를 도입한, 다음 연구를 위한 범용의 기초자료를 얻는데 본 연구의 목적이 있다.

이 연구의 중요한 매개변수는 복사-전도매개변수  $M$ , 부력매개변수  $R_b$ , 횡곡률 변수  $\lambda$  그리고 대류-전도매개변수  $N_c$ 이다. 무차원온도차(nondimensional temperature difference parameter)  $C_f$ 는 0.5, Pr수는 0.7로 일정하게 두고,  $M$ 은 0.1, 3,  $R_b$ 는 0, 1, 3,  $\lambda$ 도 0, 1, 3 그리고  $N_c$ 는 1, 2, 5에 대해서, 총열전달률, 원 표면에 따른 국소등가열전달계수, 국소열플럭스, 그리고 원 온도분포 및 원 효율과 같은 원 열특성에 관련하는 파라미터들을 계산하였다.

### 2. 해 석

해석하고자 하는 문제의 모델은 Fig.1과 같이 반경이  $r_0$ 이고 길이가  $L$ 인 연직원통형이 유체의 유동방향에 평행하게 놓여 있다. 원통형 위를 자유 유동하는 유체의 속도와 온도는 각각  $U_\infty, T_\infty$ 이고, 원의 바탕온도는  $T_0$ 로 일정하게 유지된다.

좌표축은 유체의 유동방향인 원통형의 끝(tip)에

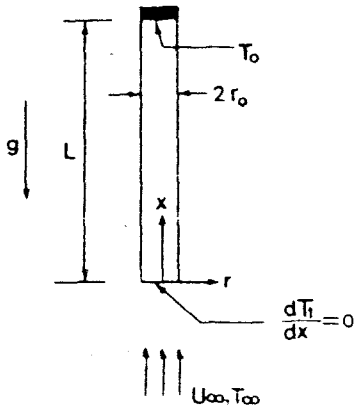


Fig. 1 Model used for vertical circular fin analysis

서 뿌리 root 방향으로 원통의 중심선을 따라  $x$  축,  $x$  축에 수직인 방향을  $r$ 로 택하였다.

## 2.1 지배방정식과 경계조건

문제의 수학적 모형을 위하여 다음과 같은 가정을 두었다.

- (1) 핀의 길이에 비하여 반경은 매우 작아 핀은 1차원 전도이고 핀끝은 단열되어 있다.
- (2) 유체는 물성치가 일정한 회색가스(gray gas)이고, 비압축성 2차원 유동장이다.
- (3) 복사열유속은 Rosseland approximation을 도입하고,  $r$ 방향의 복사열 유속에 비하여  $x$ 방향의 복사열유속은 무시한다.
- (4) 핀의 표면복사는 무시한다.

경계층방정식 :

$$\frac{\partial(r\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(r\bar{v})}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \\ = \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right] + g\beta(T - T_\infty) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \bar{u} \frac{\partial T}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{a_t}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial T}{\partial r} \right] \\ - \frac{1}{\rho c_p} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rq\tau) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

$$\left( q\tau = -\frac{4\sigma}{3a_p} \frac{\partial T^4}{\partial r} \right)$$

경계조건(경계층) :

$$r = r_0 \text{에서 : } \quad \bar{u} = \bar{v} = 0 \quad T = T_w(x) \quad (4a)$$

$$r \Rightarrow \infty \text{에서 : } \quad \bar{u} \Rightarrow \bar{u}_\infty \quad T \Rightarrow T_\infty \quad (4b)$$

$$x = 0, r \geq r_0 \text{에서 : } \quad \bar{u} = \bar{u}_\infty \quad T = T_\infty \quad (4c)$$

핀전도방정식 :

$$\frac{d^2 T_f(x)}{dx^2} = \frac{2h(x)}{k_f r_0} (T_f(x) - T_\infty) \quad (5)$$

경계조건(핀) :

$$x = 0 \text{에서 : } \quad \frac{dT_f}{dx} = 0 \quad (6a)$$

$$x = L \text{에서 : } \quad T_f = T_0 \quad (6b)$$

적합조건 :

모든 경계면에서 핀과 유동유체의 온도 및 열유속은 연속이다. 즉

$r = r_0$ 에서

$$T_f(x) = T_w(x) \quad 0 \leq x \leq L \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} \left[ -k \frac{\partial T}{\partial r} + q\tau \right]_{r=r_0} \\ = h(x) (T_f(x) - T_\infty) \end{aligned} \quad 0 \leq x \leq L \quad (7b)$$

여기서  $h$ 는 복사열유속을 포함한 국소등가열전달계수이다.

## 2.2 방정식의 무차원화

상기 지배방정식과 경계조건을 무차원화하기 위하여 다음과 같은 무차원 수와 무차원변수들을 정의한다.

$$\zeta = \frac{x}{L}, \quad \eta = \frac{r^2 - r_0^2}{4r_0 L} (Re/\zeta)^{1/2}$$

$$f(\zeta, \eta) = \Psi(x, r) / [r_0 (\nu \bar{u}_\infty x)^{1/2}]$$

$$\theta(\zeta, \eta) = [T(x, r) - T_\infty] / (T_0 - T_\infty)$$

$$r\bar{u} = \frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad r\bar{v} = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad Re = \frac{\bar{u}_\infty L}{\nu}$$

$$\lambda = \frac{4L}{r_0 Re^{1/2}}, \quad M = \frac{4\sigma(T_0 - T_\infty)^3}{ka_p}$$

$$C_t = \frac{T_\infty}{T_0 - T_\infty}$$

$$R_t = Gr Re^{-2}, \quad N_c = \frac{2LkRe^{1/2}}{k_f r_0}, \quad h^* = \frac{h(x)L}{kRe^{1/2}}$$

위에서 정의한 무차원수 및 무차원변수들을 사용하여 지배방정식과 그에 대한 경계조건을 무차원화하면 다음과 같다.

경계층방정식 :

$$(1 + \lambda \zeta^{\frac{1}{2}} \eta) f''' + (f + \lambda \zeta^{\frac{1}{2}}) f'' + 8R_i \zeta \theta = 2\zeta \left( f' \frac{\partial f'}{\partial \zeta} - f'' \frac{\partial f}{\partial \zeta} \right) \quad (8)$$

$$Pr^{-1} (1 + \lambda \zeta^{\frac{1}{2}} \eta) \theta'' + (f + Pr^{-1} \lambda \zeta^{1/2}) \theta' + \frac{4}{3} Pr^{-1} M [(1 + \lambda \zeta^{\frac{1}{2}} \eta) (C_i + \theta)^3 \theta'] = 2\zeta \left( f' \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} - \theta' \frac{\partial f}{\partial \zeta} \right) \quad (9)$$

경계조건 :

$$f(\zeta, 0) = f'(\zeta, 0) = 0 \quad \theta(\zeta, 0) = \theta_w(\zeta) \quad (10a)$$

$$f(\zeta, \infty) = 2 \quad \theta(\zeta, \infty) = 0 \quad (10b)$$

여기서 프라임 (')은  $\eta$ 에 대한 편미분을 나타낸다.

전도방정식 :

$$\frac{d^2 \theta_r(\zeta)}{d\zeta^2} = N_c h^*(\zeta) \theta_r(\zeta) \quad (11)$$

경계조건 :

$$\zeta=0 \text{에서} : \frac{d\theta_r}{d\zeta} = 0 \quad (12a)$$

$$\zeta=1 \text{에서} : \theta_r = 1 \quad (12b)$$

적합조건 :

$$\eta=0 \text{에서} : \theta_r(\zeta) = \theta_w(\zeta) \quad 0 \leq \zeta \leq 1 \quad (13a)$$

$$h^*(\zeta) \theta_r(\zeta) = \frac{[\theta' \{1 + (4/3) M (C_i + \theta)^3\}]_{\eta=0}}{2\zeta^{1/2}} \quad 0 \leq \zeta \leq 1 \quad (13b)$$

여기서  $h^*$ 는 복사열유속을 포함한 무차원국소등가 열전달계수이다.

따라서 무차원국소등가 열전달계수는

$$h^*(\zeta) = \frac{\left[ \left( 1 + \frac{4}{3} M (\theta + C_i)^3 \right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right]_{\eta=0}}{[2\zeta^{1/2} \theta_r(\zeta)]} \quad (14)$$

이다.

### 2.3 수치계산

경계층 방정식은 Keller의 Box방법을 수정하여 계산하였고, 흰의 열전도방정식은 유한검사체적방법으로 차분화하여 수치계산하였다.

Keller의 Box방법은 먼저  $\eta$ 에 대한 1차미분식의 새로운 종속변수  $u(\zeta, \eta)$ ,  $v(\zeta, \eta)$ 와  $p(\zeta, \eta)$ 를

도입하여, 운동량 방정식 식(8)과 에너지방정식 식(9)를 다음과 같은 5개의 1계 편미분방정식으로 변환한다.

$$f' = u \quad (15)$$

$$u' = v \quad (16)$$

$$\theta' = p \quad (17)$$

$$[(1 + \lambda \zeta^{1/2} \eta) v]' + f v + 8R_i \zeta \theta = 2\zeta \left( u \frac{\partial u}{\partial \zeta} - v \frac{\partial f}{\partial \zeta} \right) \quad (18)$$

$$[Pr^{-1} (1 + \lambda \zeta \eta) p]' + f p + (4/3) Pr^{-1} M [(1 + \lambda \zeta^{1/2} \eta) (C_i + \theta)^3 p]' = 2\zeta \left( u \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} - p \frac{\partial f}{\partial \zeta} \right) \quad (19)$$

선형화된 차분방정식은 블록소거법(block-elimination method)을 사용하여 아주 효율적으로 풀 수 있다. 무차원유량함수  $f$ 의 3차미분, 즉 벽전단 매개변수(wall shear parameter)  $v_0$ 의 변화량이 수렴 지표보다 작을 때까지 반복 계산한다.

Keller의 Box 방법은 비선형포물형(nonlinear parabolic) 형태의 미분방정식을 수치계산하는 데, 수치적으로 아주 안정하며 수렴이 빨라서 대략 10회 이내의 반복계산이면  $\delta v_0$ 가  $10^{-5}$ 정도의 수렴지표까지 수렴을 한다.

초기속도분포  $u$ 는  $\eta$ 의 3차 다항식으로 두고, 경계조건 식 (10)을 만족하도록 가정하였다. 이 속도분포  $u$ 를 적분하고  $f(\zeta, 0) = 0$ 을 고려하면  $f$ 를 가정할 수 있고 또한,  $u$ 를 미분하면  $v$ 를 가정할 수 있다. 온도분포  $\theta$ 는  $\eta$ 의 2차 다항식으로 두고 경계조건 식 (10)을 만족하는  $\theta$ 를 구하고,  $\theta$ 를 미분 하여  $p$ 를 가정하였다.

흰의 초기 온도분포는 반복회수를 줄이기 위해 단순해에 의한 온도 분포를 사용하였다.

상호 종속적인 경계층 방정식과 흰 전도 방정식의 완전해를 구하기 위한 계산절차는 다음과 같다.

(1) 가정된 흰 온도 분포를 경계조건으로 하여 경계층방정식 식(8)~(10)의 해를 구한다.

(2) (1)에서 얻은 해를 이용하여 식 (14)에서 무차원국소등가열전달 계수  $h^*$ 를 결정한다.

(3) (2)에서 구한  $h^*$ 를 이용하여 흰의 전도방정식 식 (11)과 (12)에서 새로운 흰의 온도 분포를 계산한다.

(4) (3)에서 구한 흰의 온도분포를 새로운 경계조건으로 경계층 방정식을 풀어서 (2)-(3)을 다시

수행한다.

(5) 원의 온도 변화량이 모든  $\zeta$ 의 계산절점에서 허용된 수렴조건을 만족할 때 까지 (4)를 반복계산한다.

본 연구에서의 수렴조건은 원의 온도분포가 모든 원 표면의 계산절점에서 연속된 반복계산사이의 최대오차가  $10^{-4}$ 보다 작을 때까지 반복 계산한다.

### 3. 결과 및 고찰

무차원 등가 국소열전달계수  $h^*$ 는 식 (14)로부터 계산할 수 있고, 원통 원에서의 국소 열유속은

$$q = h(x) [T_f(x) - T_\infty] \\ = \left[ -k \frac{\partial T}{\partial r} \right]_{r=r_0}$$

이고, 무차원화하면 다음과 같다.

$$\frac{qL}{k(T_0 - T_\infty) Re^{1/2}} = h^* \theta_f \\ = - \left[ \frac{\theta' (1 + (4/3) M (C_f + \theta)^3)}{2 \zeta^{1/2}} \right]_{\zeta=0}$$

여기서,  $-\left[ \frac{\theta'}{2 \zeta^{1/2}} \right]_{\zeta=0}$ 은 대류에 의한 국소열유속이고

$$-\left[ \frac{\theta' (4/3) M (C_f + \theta)^3}{2 \zeta^{1/2}} \right]_{\zeta=0}$$

복사에 의한 국소열유속이다.

국소열유속을 원의 전 길이에 대해서 적분하면 총열전달률을 구할 수 있으므로

$$Q = 2\pi r_0 \int_0^L h(x) [T_f(x) - T_\infty] dx$$

이다. 또는 벽에서  $x=L$ 인 원 뿌리로 전도되는 열전달률로 구할 수도 있다.

즉

$$Q = k_f (\pi r_0^2) \left[ \frac{dT_f}{dx} \right]_{x=L}$$

이고, 이를 무차원화 하면 다음과 같다.

$$\frac{Q}{r_0 k (T_0 - T_\infty) Re^{1/2}}$$

$$= 2\pi \int_0^1 \frac{[-\theta' [1 + (4/3) M (C_f + \theta)^3]]_{\zeta=0}}{2 \zeta^{1/2}} d\zeta$$

혹은

$$\frac{Q}{r_0 k (T_0 - T_\infty) Re^{1/2}} = \frac{2\pi}{N_c} \left[ \frac{d\theta_f}{d\zeta} \right]_{\zeta=1}$$

에서 무차원 총열전달률을 계산할 수 있다.

본 연구에서도 이 두가지 방법으로 계산한 결과 유효5자리 이내에서 일치함을 확인할 수 있었다.

본 연구에서 복사-전도매개변수  $M=0$ 은 복사효과를 고려하지않은 해석이며,  $M$ 이 증가할수록 복사효과는 증대된다는 의미이고, 대류-전도매개변수  $N_c=0$ 은 원의 열전도계수  $k_f$ 가 무한대이므로 원의 전표면이 원의 바탕온도  $T_0$ 인 등온원을 의미하며,  $N_c$ 가 클수록 원의 비등온성이 강해진다. 그리고 부력매개변수  $R_i=0$ 은 강제대류를 의미하고,  $R_i$ 가 클수록 자연대류의 영향이 증대되는 혼합대류이고, 황곡률변수  $\lambda=0$ 은 곡률반경  $r_0$ 가 무한대인 평판 원이 된다.

#### 3.1 총열전달률

Fig. 2는 강제대류인 경우( $R_i=0$ ), 복사효과를 고려하지 않았을 때( $M=0$ ), 황곡률변수  $\lambda$ 가 1과 3에 대하여 대류-전도매개변수  $N_c$ 의 함수로서 총열전달률을 도시한 그림이고 C.K. Chen<sup>(5)</sup>등의 수치해와 비교하였고 C.K. Chen의 연구결과와 본 연구에서 얻은 계산결과가 대체적으로 잘 일치하고 있

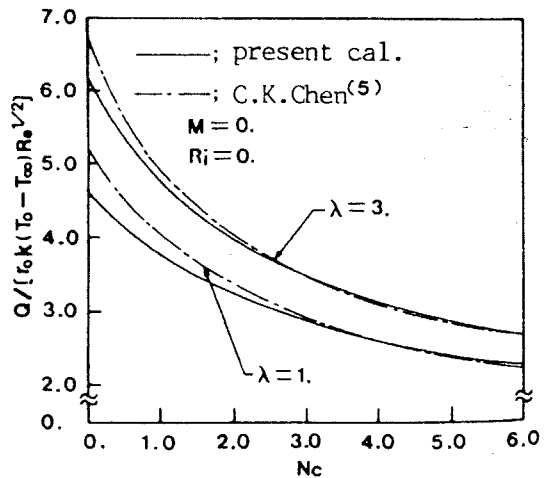


Fig. 2 The comparisons of total heat transfer rate according to  $N_c$  for  $M=0, Ri=0$

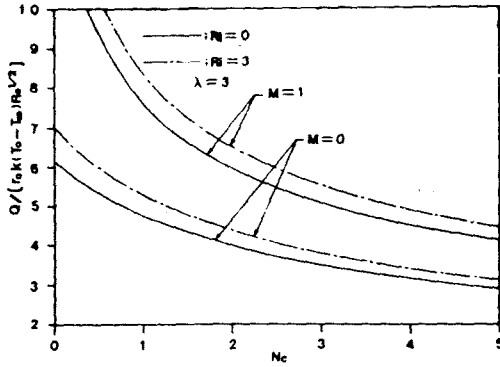


Fig. 3 Total heat transfer rate according to  $N_c$  for  $\lambda = 3$ ,  $Ri = 0$  and  $Ri = 3$  in case with radiation ( $M = 1$ ) and without radiation ( $M = 0$ )

음을 확인할 수 있었다.

예측한대로 원의 열전도계수  $k_f$ 가 증가할수록 열전달률은 증가한다. 즉  $N_c$ 가 증가할수록 총열전달률은 작아진다.

$\lambda = 3$ 인 경우  $Ri = 0$ ,  $Ri = 3$ 에 대하여, 복사효과의 유무에 따른 총열전달률의 변화를 Fig. 3에 도시하였다. 어느 경우나 총열전달률은 복사효과를 고려했을 때가 항상 크고,  $N_c$ 가 증가할수록 감소한다.

또한  $R_i$ 가 클수록 총열전달률은 증가한다. 이것은 부력이 강제유동을 증진시킴으로서 대류열전달이 증가하기 때문이라 사료된다.

### 3.2 계산이론의 타당성 검토

본 연구에서 채택한 이론의 타당성을 검토하기 위하여 다음과 같은 여러가지 경우에 대해서 무차

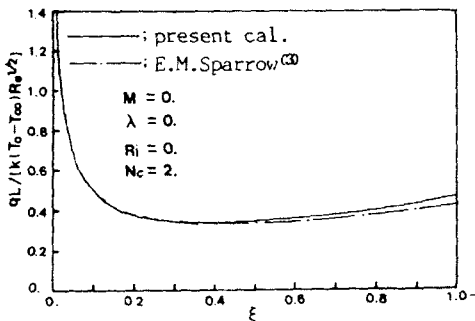


Fig. 4 The comparison of local heat fluxes neglecting transverse curvature for  $M = 0$ ,  $Ri = 0$ ,  $N_c = 2$

원국소열플럭스나 무차원국소열전달계수를 비교 도시하였다.

복사효과를 무시한 강제대류 평판원은 Fig. 4에서 E.M. Sparrow(3)와 복사효과를 무시한 혼합대류 평판원은 Fig. 5에서 B.Sunden(4)과 복사를 무시한

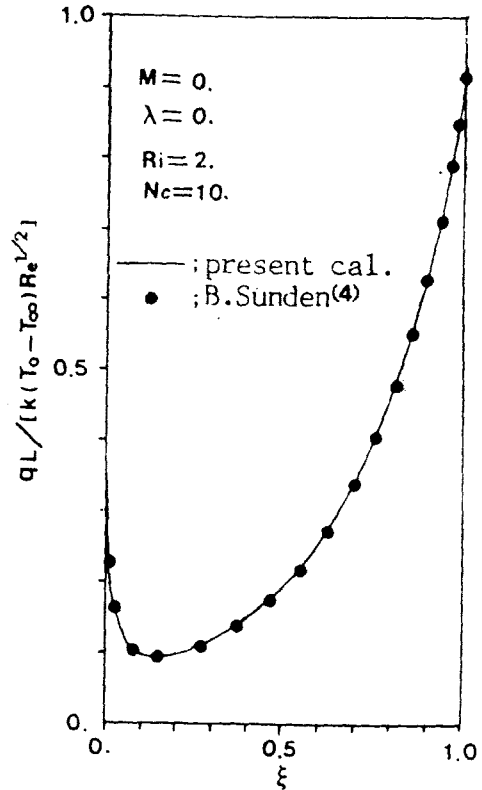


Fig. 5 The comparison of local heat fluxes neglecting transverse curvature for  $M = 0$ ,  $Ri = 2$ ,  $N_c = 10$

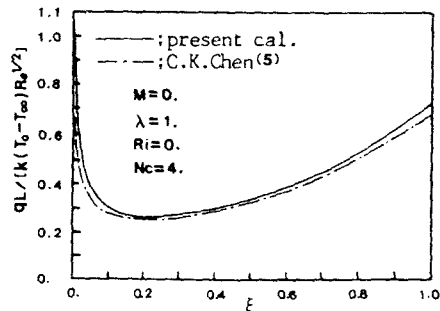


Fig. 6 The comparison of local heat fluxes neglecting buoyancy parameter for  $M = 0$ ,  $\lambda = 1$ ,  $N_c = 4$

강제대류 원통관은 Fig. 6에서 C.K.Chen<sup>(6)</sup>과 복사 효과를 무시한 혼합대류 원통관은 Fig. 7에서 M.J. Huang<sup>(7)</sup>과 그리고 복사효과를 고려한 강제대류 평판관은 Fig. 8에서 F.S.Lien<sup>(10)</sup>의 계산결과들과 본 연구의 수치해 결과를 동시에 각각 도시하였다.

본 연구에서 제시한 algorithm으로 각각의 연구

에 대응하는  $M$ ,  $R_i$  및  $\lambda$  값을 대입하고 계산한 다음, 이들 문헌들의 연구결과와 비교·검토하여, 대체로 잘 일치하고 있음을 확인함으로써 본 연구의 타당성을 입증하였다. 따라서 본 연구의 algorithm에서 복사효과를 무시한 경우는  $M=0$ , 강제대류의 원통관은  $R_i=0$ , 혼합대류연직평판관은  $\lambda=0$ , 강제대류평판관은  $R_i=0$ ,  $\lambda=0$ 으로 놓고 계산하면 각각의 계산이 가능하다.

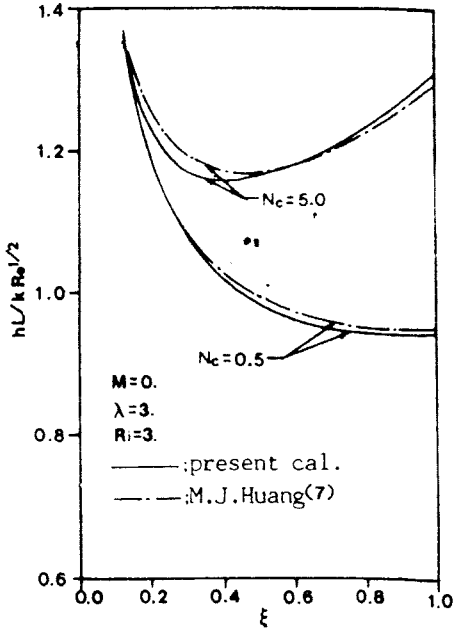


Fig. 7 The comparisons of local heat transfer coefficients neglecting radiation for  $\lambda=3$ ,  $Ri=3$  in case with  $Nc=0.5$ ,  $Nc=5.0$

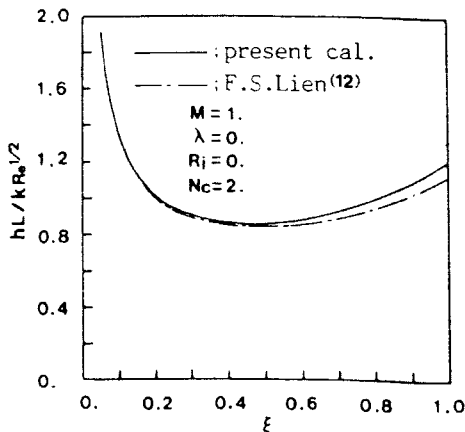


Fig. 8 The comparison of local modified heat transfer coefficients including radiative effect for  $M=1$ ,  $\lambda=0$ ,  $Ri=0$ ,  $Nc=2$

### 3.3 무차원 국소등가 열전달계수

Fig. 9에서 Fig. 12는 복사효과를 무시했을 경우와 고려한 경우에 대해 무차원국소등가열전달계수의 변화를 도시한 그림이다.

복사효과를 무시했을 때는  $h^*$ 의 끝을 제외한 전 표면에서  $h^*$ 는 거의 일정한 값을 가진다는 것을 Fig. 9~Fig. 12에서 알 수 있다.

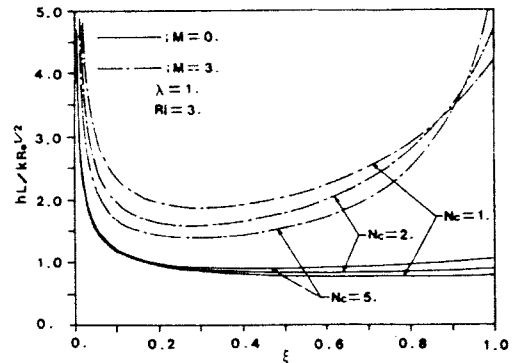


Fig. 9 The local modified heat transfer coefficients along the fin for  $\lambda=1$ ,  $Ri=3$  and various values of  $Nc$  in case with  $M=0$ ,  $M=3$

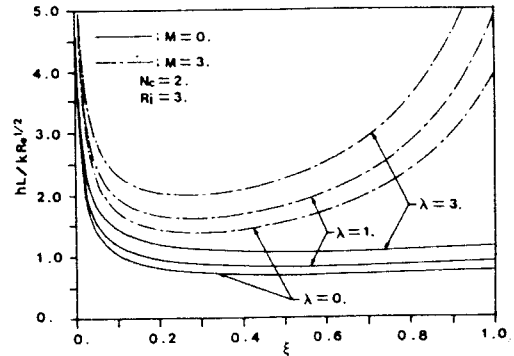


Fig. 10 The local modified heat transfer coefficients along the fin for  $Nc=2$ ,  $Ri=3$  and various values of  $\lambda$  in case with  $M=0$ ,  $M=3$

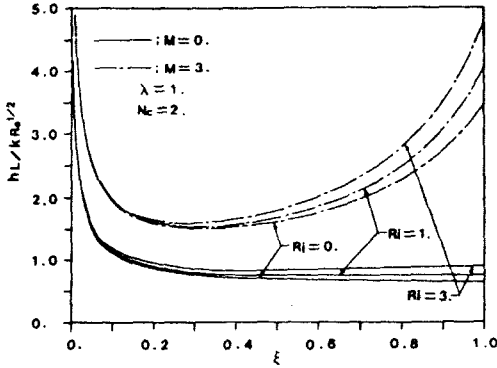


Fig. 11 The local modified heat transfer coefficients along the fin for  $\lambda=1$ ,  $N_c=2$  and various values of  $Ri$  in case with  $M=0$ ,  $M=3$

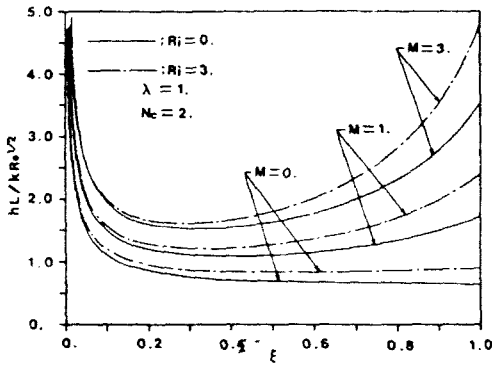


Fig. 12 The local modified heat transfer coefficients along the fin for  $\lambda=1$ ,  $N_c=2$  and various values of  $M$  in case with  $Ri=0$ ,  $Ri=3$

복사효과를 고려한 경우는  $N_c$ 가 클수록 핀의 뿌리근방을 제외하고는 오히려 감소한다. 유체유동방향으로 처음에는 감소하다가 극소점에 도달하고, 다시 증가해가는 경향을 나타내고 더우기  $N_c$ 가 증가할수록 극소점의 위치가 핀의 끝으로 이동한다는 것을 Fig. 9에서 볼 수 있다. 이와같은 거동은 이미 E.M. Sparrow<sup>(2)</sup>와 M.J.Huang<sup>(6)</sup>등이 보고한 자연대류에 대한 열전달해석과 유사하다. 이것은  $N_c$ 가 클수록 유동방향으로 핀과 유체사이의 온도차가 증가함으로서, 이로 인한 부력과 복사에 의한 열전달이 증가하기 때문이라고 사료된다.

C.K.Chen<sup>(5)</sup>등은 강제대류( $R_i=0$ )할 때는,  $h^*$ 는 핀의 끝에서 핀의 뿌리까지 단조감소한다고 하였다. 그러나 이 결과는 단지 복사효과를 무시한 경우이고, 복사효과를 고려한 경우는 강제대류일지라

도 단조감소 하지않고, 오목한 모양의 분포를 나타낸다는 것을 Fig. 11에서 알 수 있다.

이와같은 현상은 평판핀에 관하여 연구를 한 F. S.Lien<sup>(12)</sup>과 E.M. Sparrow<sup>(3)</sup>의 문헌을 비교함으로써, 평판핀에서도 유사한 결과를 나타내고 있음을 알 수 있고 본 연구의 Fig. 8에서도 볼 수 있다.

Fig. 10은  $h^*$ 는  $\lambda$ 가 클 때 핀의 전표면에서 항상 높게 나타내고, 복사효과를 고려한 경우 핀의 뿌리로 가면서  $\lambda$ 의 영향이 증대된다는 것을 보여주고 있다. 또한  $R_i$ 가 증가할수록 핀의 대부분 표면에서  $h^*$ 는 증가하나, 핀의 끝 부분에서는  $R_i$ 의 영향은 미미하고, 유체유동방향으로  $R_i$ 의 영향이 커지고 있다는 것을 Fig. 11에서 볼 수 있다.

한편  $h^*$ 는 복사효과를 무시한 강제대류인 경우는 단조감소한다고 언급하였는데 M.J.Huang<sup>(7)</sup>은 가스복사가 없는 혼합대류하는 원통핀의 연구에서 자연대류의 영향이 클수록 즉  $R_i$ 가 증가할수록 극소점을 가지는 오목한 모양의 분포를 가진다고 하였다. 이와같은 결론은 본 연구의 Fig. 12에서도 볼 수 있으나, 단지 그림의 종축(y축)의 크기 때문에 확연하게 인식할 수 없지만, Fig. 7처럼 종축의 크기를 작게 정하면 좀 더 명확하게 볼 수 있다. 따라서  $h^*$ 가 이런 극소점을 가지는 오목한 모양의 분포를 나타내는 경향은  $R_i$ 보다는  $M$ 의 영향이 월등히 크다는 사실을 Fig. 12에서 고찰할 수 있다.  $M$ 이 증가할수록 핀의 전 표면에  $h^*$ 는 증가하고 핀 뿌리로 가면서  $M$ 의 영향은 증대된다는 것을 알 수 있다.

### 3.4 무차원 국소열유속과 무차원 핀 온도분포

무차원 국소열유속은  $N_c$ 가 클 수록 국소등가 열전달계수와 유사하게 극소점의 위치가 핀의 끝으로 이동하면서, 처음에는 더욱 감소하고 핀의 뿌리로 가면서 다시 증가한다. 더우기 복사효과를 고려했을 때가 복사효과를 무시했을 때 보다 이와같은 거동은 더욱 뚜렷해짐을 Fig. 13에서 볼 수 있다. 따라서 대부분의 국소열유속은  $N_c$ 가 증가할 수록 핀의 끝보다는 핀의 뿌리 근방에서 유체로 전달되고, 이것은  $N_c$ 가 크다는 것은 핀의 열전도계수가 작기 때문에 핀의 뿌리부근에서의 핀온도보다 핀 끝부근에서의 핀온도가 상대적으로 더 낮아지기 때문이라고 사료된다. 또한 곡선아래부분의 면적은 핀 표면에서 유체로, 대류·복사되는 총열전달률을 나타내



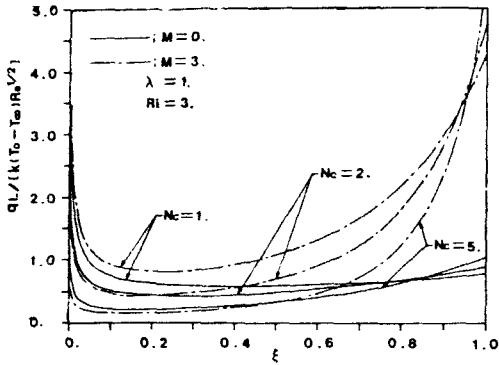


Fig. 13 The local heat fluxes along the fin for  $\lambda=1$ ,  $Ri=3$  and various values of  $Nc$  in case with  $M=0$ ,  $M=3$

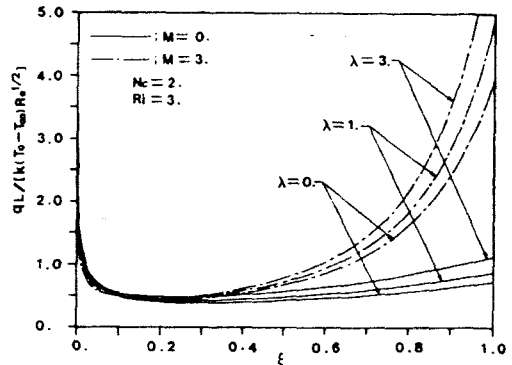


Fig. 14 The local heat fluxes along the fin for  $Nc=2$ ,  $Ri=3$  and various values of  $\lambda$  in case with  $M=0$ ,  $M=3$

기 때문에  $Nc$ 가 증가할수록 총열전달률은 감소한다는 것을 알 수 있고 이것은 (3.1)절에서 언급한 결과를 다시 한번 입증해 준다.

국소등가열전달계수와 유사하게 국소열유속도 원의 끝에서 뿌리로 가면서 그 변화량이 커지기 때문에  $Nc$ 의 영향은 증대되고, 더우기 복사효과를 고려한 경우가 무시한 경우보다 훨씬  $Nc$ 의 영향은 증폭된다. 한편 국소열 전달계수나 국소열유속이 원의 끝에서 무한대로 접근하는 것은  $\xi=0$ 에서 특이점(singular point)을 가지기 때문이다.

$\lambda$ 와  $Ri$ , 그리고  $M$ 이 클수록 원의 끝에 근접한 영역에서만 아주 근소하게 감소하고 나머지 원의 표면에서는, 원의 뿌리로 가면서 증가하고 그 증가율은 커지고 있다. 따라서 국소열유속은 원의 끝 근방에서는  $\lambda$ 와  $Ri$ , 그리고  $M$ 의 영향이 거의 없으나 유체유동방향으로  $\lambda$ 와  $Ri$ , 그리고  $M$ 의 영향은 증대되고 있는 것을 Fig. 14~Fig. 16에서 알 수 있다. 이것은  $\lambda$ 와  $Ri$ , 그리고  $M$ 이 증가할 수록 복합열전달은 증대되고, 그 결과 원의 끝으로 갈수록 원의 온도는 더욱 낮아져서  $\lambda$ 와  $Ri$ , 그리고  $M$ 의 영향은 줄어들기 때문이라고 사료된다.

또한 복사효과를 무시한 경우는 원 전표면에서 큰 변화가 없고,  $\lambda$ 와  $Ri$ 가 증가하면 원 뿌리로 가면서 약간 증가할 뿐이다. 그러나 복사효과를 고려한 경우는 무시한 경우보다  $\lambda$ 와  $Ri$ , 그리고  $M$ 의 영향은 훨씬 증대된다.

(3.1)에서  $Ri$ 와  $M$ 이 클수록 총열전달률은 증가한다고 언급하였는데 곡선 아래 부분의 면적증가가 원의 뿌리에서 나타내기 때문에 이 증가되는 총열

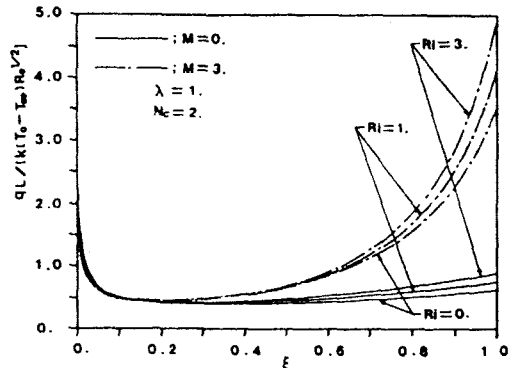


Fig. 15 The local heat fluxes along the fin for  $\lambda=1$ ,  $Nc=2$  and various values of  $Ri$  in case with  $M=0$ ,  $M=3$

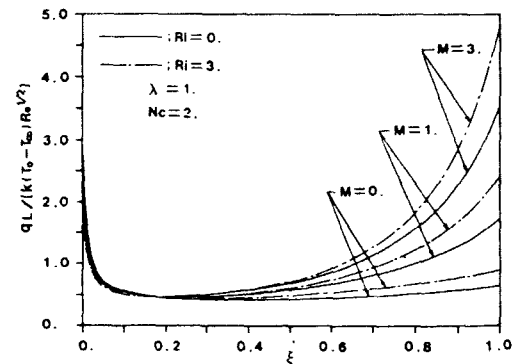


Fig. 16 The local heat fluxes along the fin for  $\lambda=1$ ,  $Nc=2$  and various values of  $M$  in case with  $R=0$ ,  $Ri=3$

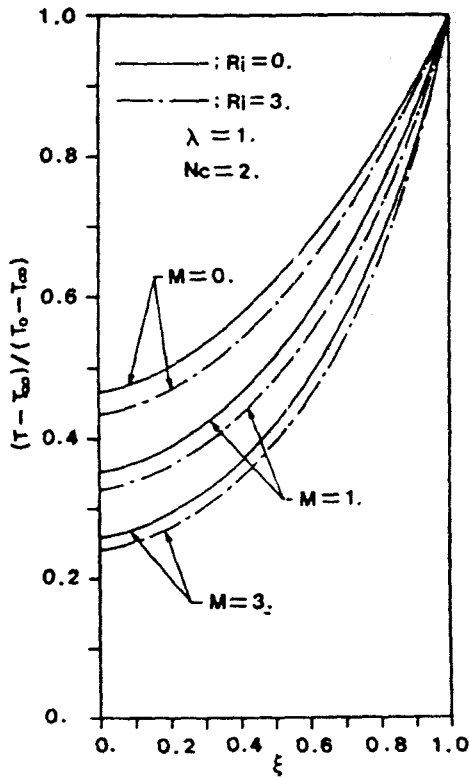


Fig. 17 The temperature distributions along the fin for  $\lambda=1$ ,  $Nc=2$  and various values of  $M$  in case with  $Ri=0$ ,  $Ri=3$

전달률은 거의 원의 뿌리 근방에서 유체로 전달되고 있다는 것을 알 수 있다. 이것은  $M$ 이 증가할수록 복사열전달이 증대되고, 또한 부력의 증가가 강제유동을 증진시킴으로서 복합열전달이 증가하기 때문이라고 사료된다.

$R_i$ 와  $M$ 이 클수록 원의 무차원온도분포는 원의 끝에서 뿌리 방향으로 단조증가하고 있고, 원의 온도 변화율도 커진다는 것을 Fig. 17에서 볼 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구는 혼합대류하는 연직 원통형 열전달에 미치는 복사효과에 Rosseland 근사해법을 도입한 층류 경계층방정식과 원 전도방정식을 동시에 해석하여 복사-전도매개변수  $M$ , 대류-전도매개변수  $N_c$ , 부력매개변수  $R_i$  그리고 횡곡률매개변수  $\lambda$ 를 계

산 파라미터로 하여 총열전달률, 무차원국소 등가 열전달계수, 무차원국소 열유속 및 원 온도분포를 계산할 수 있는 일반성있는 algorithm을 개발하였다. 본 algorithm에서 복사효과를 무시한 경우는  $M=0$ , 등온원은  $N_c=0$ , 강제대류의 원통형은  $R_i=0$ , 혼합대류 연직평판형은  $\lambda=0$ , 강제대류 평판형은  $R_i=0$ ,  $\lambda=0$ 으로 놓고 계산하면 각각의 계산이 가능하다.

연직원통형에서 복사가 있는 혼합대류-전도복합 열전달을 본 algorithm으로 계산하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 총열전달률은  $M$ 과  $R_i$ 가 클수록 증가하고,  $N_c$ 가 증가할수록 감소한다.

(2) 복사효과를 고려하지 않을 경우 무차원 국소 등가열전달계수는 원의 뿌리로부터 원의 끝까지 거의 일정한 값을 가지나 복사효과를 고려하는 경우  $\lambda$ 와  $R_i$  그리고  $M$ 이 증가할수록 원의 끝 부분을 제외한 전 표면에서 증가하고 원의 끝으로부터 원의 뿌리에 따라 높게 나타났다.

(3) 무차원 국소 열유속은 복사효과를 고려하지 않을 경우  $\lambda$ 와  $R_i$  그리고  $M$ 의 값에 상관없이 원의 전표면에서 큰 변화가 없으나 복사효과를 고려하는 경우 원의 끝으로부터 원의 뿌리에 따라 높게 나타나고  $\lambda$ 와  $R_i$  그리고  $M$ 의 증가와 더불어 그 변화는 더욱 증대되었다.

(4) 무차원 원 온도분포는  $\lambda$ 와  $R_i$  그리고  $M$ 이 증가할수록 유체유동 방향으로 단조증가하고, 원의 온도변화율도 커진다.

#### 참고문헌

- (1) Kern, D.Q. and Krou, A.D., 1972, Extended Surface Heat-Transfer, McGraw-Hill, New York.
- (2) Sparrow, E.M. and Acharya, S., 1981, "A Natural Convection Fin with a Solution-Determined Nonmonotonically Varying Heat Transfer Coefficient." ASME Journal of Heat-Transfer Vol.103, pp.218~225.
- (3) Sparrow, E.M. and Chyu, M.K., 1982, "Conjugated Forced Convection-Conduction Analysis of Heat-Transfer in a Plate Fin," ASME Journal of Heat-Transfer, Vol.104, pp.204~206.
- (4) Sunden, B., 1983, "Conjugate Mixed Convec-

- tion Heat Transfer from a Vertical Rectangular Fin," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol.10, pp.267~276.
- (5) Chen, C.K. and Huang, M.J., 1984. "Vertical Circular Pin With Conjugated Forced Convection-Conduction Flow," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol.106, pp.658~661.
- (6) Huang, M.J., Chen, C.K. and Cleaver, J.W., 1985, "Vertical Circular Pin With Conjugated Natural Convection-Conduction Flow," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol.107, pp.242~245.
- (7) Huang, M.J. and Chen, C.K., 1985, "Conjugated Mixed Convection and Conduction Heat Transfer along a Vertical Circular Pin," *Int.J.Heat Mass Transfer*, Vol.28, pp.523~529.
- (8) Özisik, M. N., 1973, *Radiative Transfer and Interactions with Conduction and Convection*, John Wiley & Sons, New York, pp.316~319.
- (9) Venkateshan, S.P. and Krishnaprasad, K., 1979, "Radiative Interactions in Boundary Layers," *J.Fluid Mech.*, Vol.90, Part1, pp.33~66.
- (10) Ali, M.M., Chen, T.S. and Armaly, B.F., 1984, "Natural Convection-Radiation Interaction in Boundary Layer Flow over Horizontal Surfaces," *AIAA*, Vol.22, pp.1797~1803.
- (11) Cebeci, T. and Bradshaw, P., 1977, *Momentum Transfer in Boundary Layers*, Hemisphere Publishing, Washington D.C.
- (12) Lien, F.S. and Chen, C.K., 1985. "Radiative Effect on the Conjugated Forced Convection-Conduction Analysis of Heat Transfer in a Plate Fin," *AIAA*, Vol.23, pp.1645~1647.