

〈論 文〉

균열열림변형을 고려한 모재균열이 있는 직교적층판의 2차원 해석

이재화* · 홍창선* · 한영명**

(1991년 7월 18일 접수)

Two-Dimensional Analysis of Cross-Ply Laminates with Transverse Cracks Based on the Assumed Crack Opening Deformation

Jae-Hwa Lee, Chang-Sun Hong and Young-Myong Han

Key Words : Transverse Crack (모재균열), Cross-Ply Laminate (직교적층판), Crack Opening Deformation (균열열림변형), Unit Cell (단위구조), Characteristic Damage State (특성손상상태), Interface Layer (계면층), Transverse Crack Density (모재균열밀도)

Abstract

A refined two-dimensional analysis method, taking into account the crack opening deformation, is proposed for the evaluation of stress distributions in transverse cracked cross-ply laminates. The interlaminar stresses which play an important role in laminate failure are evaluated using the concept of interface layer. A series expansion of the displacements is employed and the thermal residual stresses and Poisson's effects in the laminate are taken into consideration in the formulation. The stress distributions are compared with finite element results. The proposed method represents well the characteristics of the stress distributions. The through-the-thickness variation of the stress distribution is remarkable near the transverse crack due to the crack opening deformation. The interlaminar stresses have significant values at the transverse crack tip and the proposed analysis can be applied as a basis for the prediction of the induced delamination onset by using appropriate failure criteria.

1. 서 론

복합재료 적층구조물의 초기손상 형태인 모재균열(transverse crack)은 적층구조에 의해서 최종파단을 즉시 유발하지는 않으나, 적층구조물의 강성(stiffness)을 저하시키고 적층구조물 최종파단 손상중의 하나인 층간분리(delamination)를 유기한

다. 모재균열이 있는 적층구조물의 손상허용해석(damage tolerance analysis)을 위해서는 모재균열 주위의 응력해석이 선행되어야 한다. 모재균열이 있는 직교적층판(cross-ply laminate)을 해석하기 위하여 많은 연구가 진행되었으며, 기존의 연구들은 접근방법에 따라 균열모델(crack model)과 연속체손상모델(continuum damage model)로 구분할 수 있다.

균열모델^(1~9)은 한개 또는 두개의 모재균열이 있는 단위구조(unit cell)에 대해서 응력해석을 하는

*정회원, 한국과학기술원 항공공학과

**정회원, 국방과학연구소

방법이다. 다수의 모재균열이 발생한 적층구조를 단위구조로 모델화(modelling)하는 것은 모재균열 밀도(transverse crack density)가 포화된 특성손상 상태(characteristic damage state)일 때에 모재균열이 거의 균등간격(uniform spacing)으로 분포하는 사실에 근거하고 있다. 단위구조에서 모재균열 주위의 응력분포는 전단-지연방법(shear-lag method), 변분방법(variational method), 근사탄성해방법(approximate elasticity method) 등을 사용하여 결정하고 있다.

연속체손상모델⁽¹⁰⁻¹³⁾은 모재균열의 크기 및 모재균열 간의 거리가 구조물의 치수(dimension)에 비해서 작다고 가정하여, 등방성(isotropic) 재료의 크립(creep)을 해석하는데 사용되는 연속체손상역학(continuum damage mechanics)을 복합재료 적층구조의 손상해석에 적용한 것이다. 이 방법은 균열열림변위(crack opening displacement)와 균열면에서의 법선벡터(normal vector)를 사용하여 정의되는 손상텐서(damage tensor)로부터 파손층의 손상구성방정식(damaged constitutive equation)을 유도한다. 손상구성방정식과 고전적동판 이론을 사용하여 손상이 있는 구조물의 응력 상태를 해석한다. 즉 손상이 발생한 층을 손상의 영향이 고려된 균질퇴화층(homogeneous degenerated layer)으로 대체하는 방법이다. 이 방법은 적층구조에 모재균열뿐만 아니라 층간분리가 발생한 경우도 해석할 수 있고, 적층구조에 구애받지 않는 장점이 있으나, 수식화 과정이 복잡하고 손상텐서와 관련된 상수들을 실험에 의해서 결정해야 한다. 또한 결정된 상수들이 재료상수(material property)라는 가정에 문제점이 있으며 면내응력(in-plane stress) 성분만을 구할 수 있다. 특히 이 방법은 층간 분리를 유기하는 층간응력(interlaminar stress)을 결정할 수 없다.

균열모델을 사용한 해석은 많은 연구가 전단-지연방법⁽¹⁻⁶⁾을 사용하였다. 이 방법은 파손층으로부터 인접층으로 응력을 전달하는 층간전단응력이 양층의 변위차에 비례한다고 가정하여 간단한 평형방정식(equilibrium equation)으로부터 모재균열 주위의 응력분포를 구한다. 이 방법은 각 층의 모멘트(moment)평형이 만족되지 않으며, 모재균열의 열림변위(opening displacement)로 인한 모재균열 주위의 전단변형 및 두께방향 변형을 적절히 고려하지 못하여, 모재균열 주위에서 현저하게 나타나

는 응력의 두께방향 변화를 묘사하지 못한다. 또한 변형상태를 너무 단순하게 가정하여서 변형이 심하게 구속되므로, 기존의 전단-지연방법으로 구한 파손층 하중방향 응력분포는 균열 간의 중앙에서 발생하는 최대응력에 매우 빨리 도달하고 있다. 이 방법은 두께방향 변형을 고려하지 않으므로, 층간수직응력(interlaminar normal stress)의 분포를 구할 수 없다.

변분방법⁽⁷⁾ 및 근사탄성해방법^(8,9)은 평형방정식과 적절한 경계조건을 사용하여 모재균열 주위에서의 응력 또는 변위장을 결정하는 방법이다. 전단-지연방법에 비해서는 모재균열의 열림변위로 인한 변형을 어느정도 고려하고 있으므로, 모재균열 주위의 응력분포를 근사적으로나마 구할 수 있다. 이 방법은 모재균열 선단에서의 층간전단응력(interlaminar shear stress)을 결정할 수 없다.

이상의 고찰에서, 기존 방법들은 모재균열의 열림변위로 인한 변형을 적절히 고려하지 못하여 모재균열 주위의 응력분포를 잘 묘사하지 못하고 있다. 또한 응력의 두께방향 변화를 무시하고 하중방향 변화만을 고려한 1차원적인 해석을 하고 있다. 본 연구에서는 모재균열의 열림변위로 인한 변형을 고려하여, 모재균열 주위의 응력분포를 구하기 위한 2차원 해석방법을 제안한다. 제안된 방법은 두께방향 다항식 형태로 가정된 변위성분으로부터 모재균열 주위의 변위, 응력분포를 구한다. 본 방법은 적층판의 프아송비(Poisson's ratio) 효과와 열잔류응력(thermal residual stress)의 영향을 고려하였으며, 계면층(interface layer) 개념을 사용하여 특성손상상태 이후에 발생하는 층간분리를 평가하기 위한 기초자료인 층간수직응력과 층간전단응력을 결정하였다. 제안된 방법의 타당성을 검증하기 위하여, 유한요소해석(finite element analysis)을 수행하여 제안된 방법의 응력분포 결과를 유한요소해석 결과와 비교하여 보았다.

2. 모재균열 주위의 응력해석

다수의 모재균열이 발생한 [0n/90m]s 적층구조의 형상을 Fig. 1과 같이 모델화(modelling)하였다. 모재균열이 2L의 등간격으로 분포하고 있다고 가정하여 두개의 모재균열이 있는 단위구조에 대하여 응력해석을 수행하였다. 참고문헌⁽¹⁾의 실험결과에 근거하여 기존의 전단-지연방법^(3,4)에서 가정한

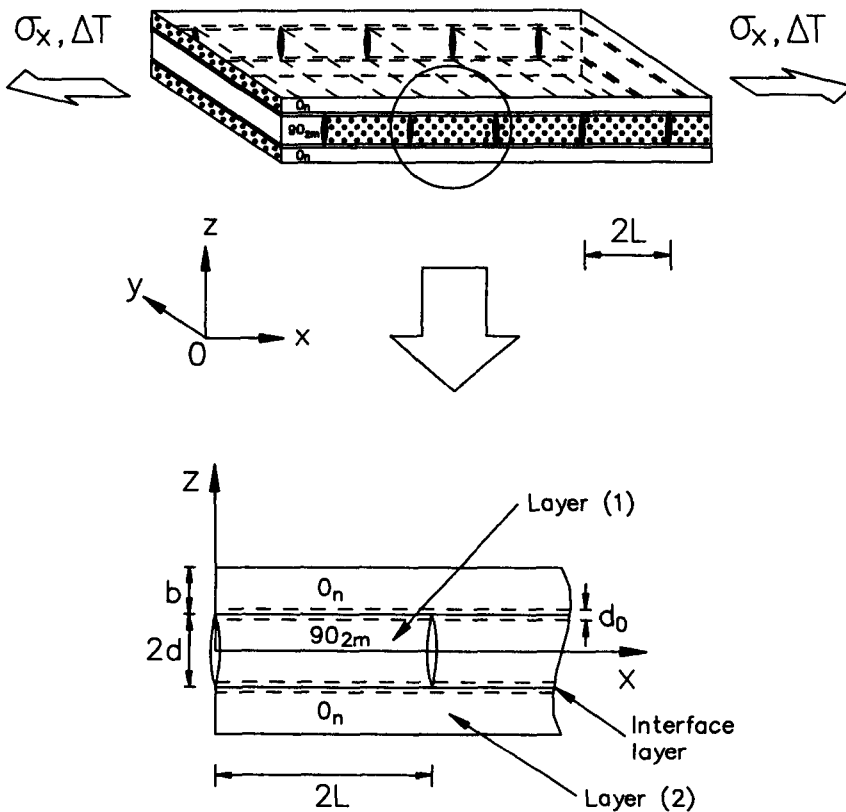


Fig. 1 Transverse cracked cross-ply laminate and analytical model

층간전단층(interlaminar shear layer) 개념을 확장하여 계면층 개념을 사용하였다. 즉, 전단변형만을 고려하여 층간 전단응력을 결정하는데 사용되는 층간전단층 개념을 전단변형과 수직변형(normal deformation)을 고려하는 계면층 개념으로 확장하여 층간전단응력과 층간수직응력을 결정하였다. 하중조건은 외부하중(mechanical loading)과 적층구조 성형온도(curing temperature)와 실제 사용온도 간의 차이로 인한 열하중(thermal loading)을 고려하였다. 수식화 과정에서 변위, 응력 등에 사용된 첨자 1, 2는 각각 파손층(90° 층)과 인접층(0° 층)의 성분임을 나타내며, 각 층의 기하학적인 상수 및 좌표축을 Fig. 1에 보였다.

일반적으로 일방향(unidirectional) 고등 복합재료(advanced composite materials)는 횡등방성(transversely isotropic) 재료로 가정할 수 있으므로, 섬유방향을 1축, 횡방향을 2축, 두께방향을 3축으로 하는 재료주축(material principal axis)에

대해서 단층의 구성 방정식(constitutive equation)은 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 C_{ij} 는 강성행렬(stiffness matrix)의 성분이다.

파손층 및 인접층의 변위성분을 선형성분(linear component)과 모재균열로 인한 교란성분(perturbed component)의 합으로 가정하였다. 선형성분은 모재균열이 없는 적층판에서 외부하중과 열하중에 의해서 나타나는 성분이다. 파손층에서의 교란성분은 중립면(mid-plane)에 대한 대칭(symme-

try) 또는 역대칭(anti-symmetry)을 고려하여 z 의 다항식 형태로 가정하였으며, 인접층에서의 교란성분은 $z \geq 0$ 인 부분만 고려하여 z 의 이차 다항식 형태로 가정하였다. 폭방향 변위는 적층판의 프아송비(Poisson's ratio) 효과를 고려하였으며, 모재균열에 의해서 교란되지 않는다고 가정하였다. 각 변위성분은 식 (2)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} u_1(x, z) &= \epsilon_{x_0}x + \sum_{i=0}^1 \phi_{1i}(x) \left(\frac{z}{d}\right)^{2i} \\ v_1(y) &= \epsilon_{y_0}y \\ w_1(x, z) &= \epsilon_{z_0}^{(1)}z + \sum_{i=0}^1 \psi_{1i}(x) \left(\frac{z}{d}\right)^{2i+1} \\ u_2(x, z) &= \epsilon_{x_0}x + \sum_{i=0}^2 \phi_{2i}(x) \left(\frac{z}{d}\right)^i \\ v_2(y) &= \epsilon_{y_0}y \\ w_2(x, z) &= \epsilon_{z_0}^{(2)}z + d(\epsilon_{z_0}^{(1)} - \epsilon_{z_0}^{(2)}) \\ &\quad + \sum_{i=0}^2 \psi_{2i}(x) \left(\frac{z}{d}\right)^i \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 u, v, w 는 각각 x, y, z 방향의 변위성분이며, d 는 90° 층 두께의 절반이다. 식 (2)에서, 하첨자(subscript) o 가 있는 변형률 성분은 고전적층판이론⁽¹⁷⁾에 의한 결과임을 나타내며 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{x_0} &= \epsilon_{x_0}^M + \epsilon_{x_0}^T, \quad \epsilon_{y_0} = \left(-\frac{A_{12}}{A_{22}} \epsilon_{x_0}^M + \epsilon_{y_0}^T\right) \\ \epsilon_{z_0}^{(1)} &= -\frac{1}{C_{22}}(C_{22}\epsilon_{x_0} + C_{12}\epsilon_{y_0}), \\ \epsilon_{z_0}^{(2)} &= -\frac{1}{C_{22}}(C_{12}\epsilon_{x_0} + C_{23}\epsilon_{y_0}) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 상첨자 M 과 T 는 각각 외부하중과 열하중에 의해서 발생한 성분임을 나타내며, A_{ij} 는 적층판강성행렬(laminate extensional stiffness matrix)의 성분이다.

가정된 변위성분으로부터, 각 층의 변형률 성분은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x^{(j)}(x, z) &= \frac{\partial u_j(x, z)}{\partial x}, \quad \epsilon_y^{(j)} = \frac{dv_j(y)}{dy}, \\ \epsilon_z^{(j)}(x, z) &= \frac{\partial w_j(x, z)}{\partial z} \\ \gamma_{xz}^{(j)}(x, z) &= \frac{\partial u_j(x, z)}{\partial z} + \frac{\partial w_j(x, z)}{\partial x} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $j=1, 2$ 이며, $j=1$ 인 경우 90° 층을 나타내며 $j=2$ 인 경우 0° 층을 나타낸다.

계면층에서의 층간전단응력 및 층간수직응력의 크기가 인접층 간의 변위차이에 비례한다고 가정하

면 각 성분은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \tau(x) &= \frac{G_0}{d_0} [u_2(x, z) - u_1(x, z)]_{z=d} \\ &= \frac{G_0}{d_0} \left[\sum_{i=0}^2 \phi_{2i}(x) - \sum_{i=0}^1 \phi_{1i}(x) \right] \\ \sigma(x) &= \frac{E_0}{d_0} [w_2(x, z) - w_1(x, z)]_{z=d} \\ &= \frac{E_0}{d_0} \left[\sum_{i=0}^2 \psi_{2i}(x) - \sum_{i=0}^1 \psi_{1i}(x) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 G_0, E_0, d_0 는 각각 계면층의 전단강성, 인장강성(elastic modulus) 및 두께이다.

$x-z$ 평면에서의 평형방정식(equilibrium equation)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x^{(j)}(x, z)}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}^{(j)}(x, z)}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}^{(j)}(x, z)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z^{(j)}(x, z)}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

파손층과 인접층의 인접면에서의 응력연속조건(stress continuity condition)과 적층판 표면에서의 응력자유조건(stress free condition)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} z=d \text{에서 } \tau_{xz}^{(1)}(x, z) &= \tau_{xz}^{(2)}(x, z) = \tau(x) \\ \sigma_z^{(1)}(x, z) &= \sigma_z^{(2)}(x, z) = \sigma(x) \\ z=d+b \text{에서 } \tau_{xz}^{(2)}(x, z) &= \sigma_z^{(2)}(x, z) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 b 는 0° 층의 두께이다.

식 (6)의 평형방정식에 각 층의 변위성분 가정과 동일한 차수의 $\left(\frac{z}{d}\right)^k$ 를 곱하여, 식 (7)의 조건을 만족시키면서 각 층의 두께방향으로 부분적분(integration by parts) 하여 식을 정리하면 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{dN_k^{(j)}(x)}{dx} - \frac{k}{d} V_k^{(j)}(x) - (-1)^j \tau(x) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{dV_k^{(j)}(x)}{dx} - \frac{k}{d} Q_k^{(j)}(x) - (-1)^j \sigma(x) = 0 \quad (9)$$

여기서 $j=1(90^\circ$ 층)인 경우, 식 (8)에서는 $k=0, 2$ 이고, 식 (9)에서는 $k=1, 3$ 이다. $j=2(0^\circ$ 층)인 경우, 식 (8), (9)에서 $k=0, 1, 2$ 이다. 식 (8), (9)에서 합력(resultant force) N, V, Q 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} N_k^{(j)}(x) \\ Q_k^{(j)}(x) \\ V_k^{(j)}(x) \end{bmatrix} = \int_{a_j}^{b_j} \begin{bmatrix} \sigma_x^{(j)}(x, z) \\ \sigma_z^{(j)}(x, z) \\ \tau_{xz}^{(j)}(x, z) \end{bmatrix} \left(\frac{z}{d}\right)^k dz \quad (10)$$

여기서 $j=1$ 인 경우, $\alpha_j=0$, $\beta_j=d$ 이고, $j=2$ 인 경우, $\alpha_j=d$, $\beta_j=d+b$ 이다. 식 (10)에 식 (1), (2), (4)를 대입하고 고전적층판이론을 사용하여 정리하면, 합력은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
 N_k^{(1)}(x) &= \frac{d}{k+1} \sigma_{x0}^{(1)} + \sum_{i=0}^1 \left[C_{22} \frac{d}{2i+k+1} \phi_{i_i}(x) \right. \\
 &\quad \left. + C_{23} \frac{2i+1}{2i+k+1} \psi_{1i}(x) \right] \\
 Q_k^{(1)}(x) &= \sum_{i=0}^1 \left[C_{23} \frac{d}{2i+k+1} \phi_{i_i}(x) \right. \\
 &\quad \left. + C_{22} \frac{2i+1}{2i+k+1} \psi_{1i}(x) \right] \\
 V_k^{(1)}(x) &= C_{44} \sum_{i=0}^1 \left[\frac{2i}{2i+k} \phi_{i_i}(x) + \frac{d}{2i+k+2} \right. \\
 &\quad \left. \psi_{i'}^{(1)}(x) \right] \quad (11) \\
 N_k^{(2)}(x) &= \frac{d\delta_{k+1}}{k+1} \sigma_{x0}^{(2)} \\
 &\quad + \sum_{i=0}^2 \left[C_{11} \frac{d\delta_{i+k+1}}{i+k+1} \phi_{2i}'(x) + C_{12} \frac{i\delta_{i+k}}{i+k} \right. \\
 &\quad \left. \psi_{i'}^{(2)}(x) \right] \\
 Q_k^{(2)}(x) &= \sum_{i=0}^2 \left[C_{12} \frac{d\delta_{i+k+1}}{i+k+1} \phi_{2i}'(x) \right. \\
 &\quad \left. + C_{22} \frac{i\delta_{i+k}}{i+k} \psi_{2i}(x) \right] \\
 V_k^{(2)}(x) &= C_{66} \sum_{i=0}^2 \left[\frac{i\delta_{i+k}}{i+k} \phi_{2i}(x) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{d\delta_{i+k+1}}{i+k+1} \psi_{2i}'(x) \right]
 \end{aligned}$$

여기서 $\delta_m = \left(1 + \frac{b}{d}\right)^m - 1$ 이며, 하첨자 0가 있는 응력 성분은 고전적층판이론⁽¹⁷⁾에 의한 결과임을 나타낸다.

식 (5), (11)을 식 (8), (9)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 지배방정식 (governing equation)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 [A] \frac{d^2}{dx^2} \{\Phi\} + [B] \frac{d}{dx} \{\Phi\} + [C] \{\Phi\} &= 0 \quad (12) \\
 \{\Phi\} &= \{\phi_{10} \phi_{11} \phi_{20} \phi_{21} \phi_{22} \psi_{10} \psi_{11} \psi_{20} \psi_{21} \psi_{22}\}^T
 \end{aligned}$$

식 (12)에서 행렬 $[A][B][C]$ 의 성분은 부록에 수록하였다. 지배방정식의 일반해를 구한 후에 다음의 경계조건을 부과하여 모재균열 주위의 변위 및 응력장을 결정할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 x=0, 2L \text{에서 } \sigma_x^{(1)}(x, z) &= 0, \quad \tau_{xz}^{(1)}(x, z) = 0 \\
 \tau_{xz}^{(2)}(x, z) &= 0 \\
 u_2(x, z) &= \varepsilon_{x0}^M x \quad (13)
 \end{aligned}$$

3. 모재균열 주위의 응력해석 결과 및 고찰

제안된 응력해석방법의 타당성을 검토하기 위하여 응력해석 결과를 유한요소해석 결과와 비교하였다. 해석예제로서 모재균열밀도가 $1/(16d)$ 인 P3051-F12 탄소섬유/에폭시 $[0_2/90]_s$ 적층구조를 선택하였으며, 하중상태는 1% 변형률의 외부하중만이 가해진 경우를 고려하였다. 해석에 필요한 재료상수들은 참고문헌⁽¹⁴⁾에서 인용하였으며, Table 1에 보였다. Table 1에서 계면층의 재료상수들은 실험에서 구하기가 어려우므로, 참고문헌^(3,4)에서 사용한 값과 유사하게 가정하였다. 유한요소해석에는 범용 프로그램인 ANSYS를 사용하였으며, 평면변형률(plane strain) 상태에서 해석하였다. 사용된 유한요소는 8-절점 등계수 사변형(isoparametric quadrilateral) 요소이며, Fig. 2에 보인 바와 같이 총 절점수가 3927인 1260개의 유한요소 모델을 사용하였다.

본 연구에서 제안한 해석방법에서는 응력성분들의 두계방향 분포가 두계방향좌표(z)의 다항식 형태로 나타나게 된다. 이런 근사형태의 타당성을 검토하기 위하여 파손층 응력성분들의 두계방향 분포를 유한요소해석 결과와 비교하여 Fig. 3~5에 보였다. Fig. 3에서는 파손층 하중방향응력의 분포를 보였는데, 모재균열 주위에서 두계방향 변화가 심함을 알 수 있다. 기존의 방법에서는 하중방향응력을 두계방향으로 일정하다고 가정된 사실과 비교하

Table 1 Material and interface layer properties of P3051-F12 graphite/epoxy composites

E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	ν_{12}	G_{12} (GPa)	G_{23} (GPa)	h^* (mm)	G_0 (GPa)	E_0 (GPa)	d_0 (mm)
127.8	9.4	0.28	4.2	3.1	0.12	1.28	3.45	0.012

* : 1 ply thickness

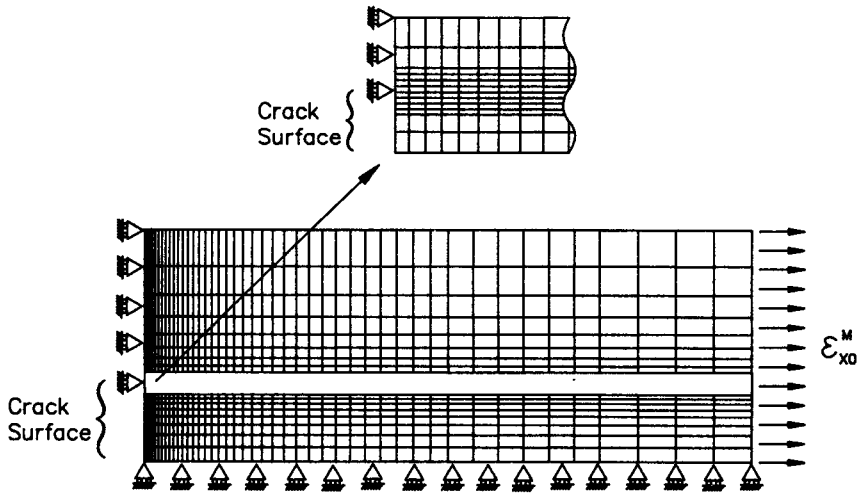


Fig. 2 Finite element model and boundary conditions

P3051-F12

$[0_2/90]_s$ $L=8d$

$\epsilon_{x0}^M=0.01$ $\Delta T=0.0$

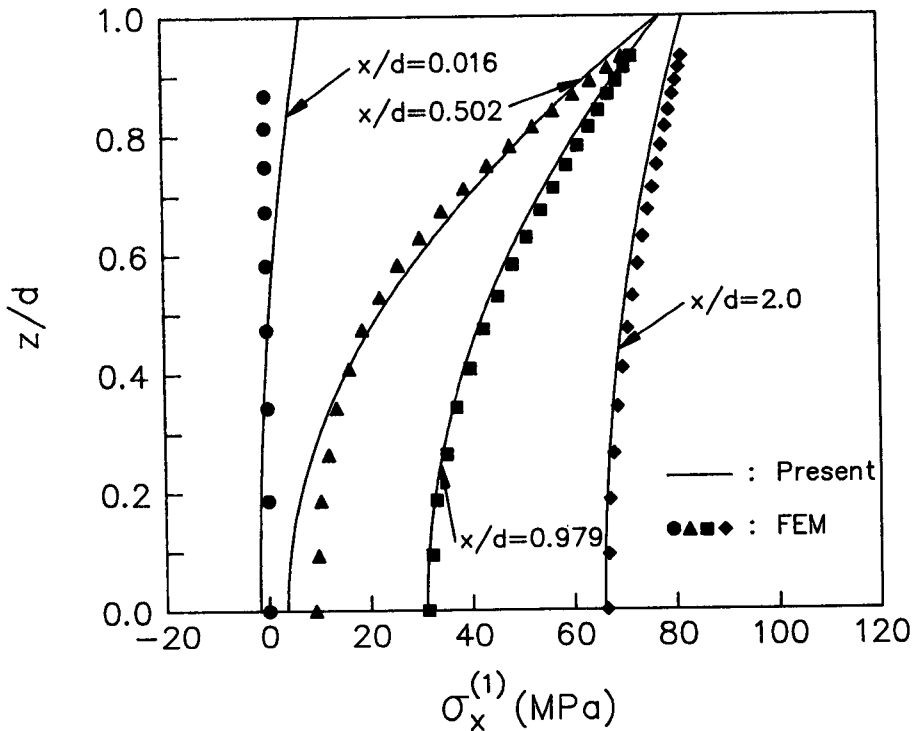
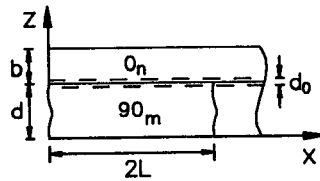


Fig. 3 Through-the-thickness distribution of axial stress in the 90° layer for P3051-F12 $[0_2/90]_s$ graphite/epoxy laminate

여 보면 모재균열 면에서 상당히 멀어져야 기존 방법에서 사용한 가정이 타당함을 알 수 있다. 모재 균열면에 가까워질 때 미소한 압축응력이 발생하는 현상은 변위장 가정으로부터 응력성분을 구하였기 때문에 발생한 오차이다. 중립면에 대한 대칭을 고려하여 이차다항식형태로 나타나는 본 방법에 의한 결과가 유한요소해석 결과와 대부분의 영역에서 잘 일치하고 있다. 파손층 전단응력의 두께방향분포를 Fig. 4에 보였다. 파손층(90° 층)에서 인접층(0° 층)으로 응력을 전달하는 전단응력은 균열면에서 멀어질수록 두께방향 변화 및 크기가 작아지고 있다. 기존방법에서는 전단응력의 두께방향분포를 선형으로 가정하였고, 본 연구에서는 중립면에 대한 역대칭을 고려한 삼차다항식형태로 가정하였다. 그

림에서 보듯이 전단응력의 두께방향분포를 선형으로 가정하는 것은 합당하지 않음을 알 수 있다. 인접면($z=d$)으로 가까워질 때 본 방법에 의한 결과가 유한요소해석 결과와 차이가 커지는 현상은 본 방법에서는 계면층을 층간응력을 구하기 위한 가상적인 층으로 가정하였기 때문이다. 즉, 본 방법에서는 계면층에 대한 변위장 가정 및 평형방정식을 지배방정식 유도과정에서 전혀 사용하지 않았으나, 유한요소해석에서는 계면층을 파손층 또는 인접층과 동일하게 실제로 존재하는 층으로 취급하여 해석하였기 때문이다. Fig. 5에는 두께방향 수직응력의 결과를 보였다. 두께방향 수직응력은 전단응력과 모멘트평형(moment equilibrium)을 이루기 위해서 발생한다. 두께방향 수직응력의 두께방향분포

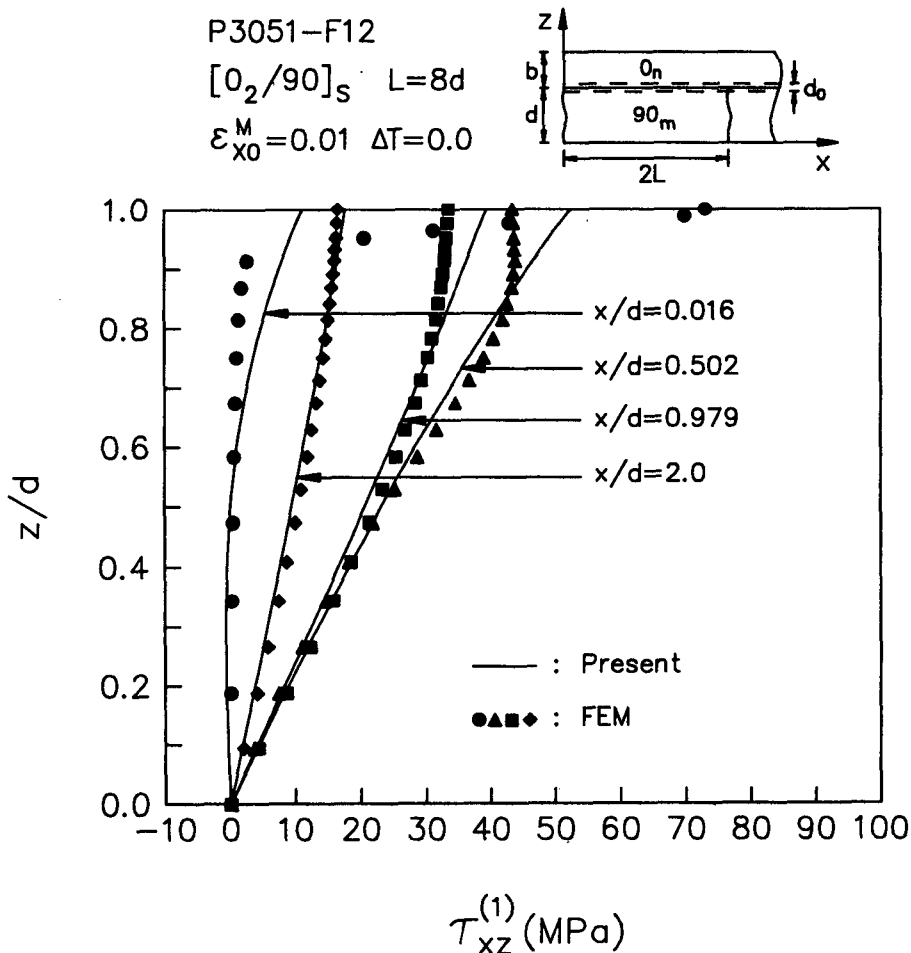


Fig. 4 Through-the-thickness distribution of shear stress in the 90° layer for P3051-F12[0₂/90]_s graphite/epoxy laminate

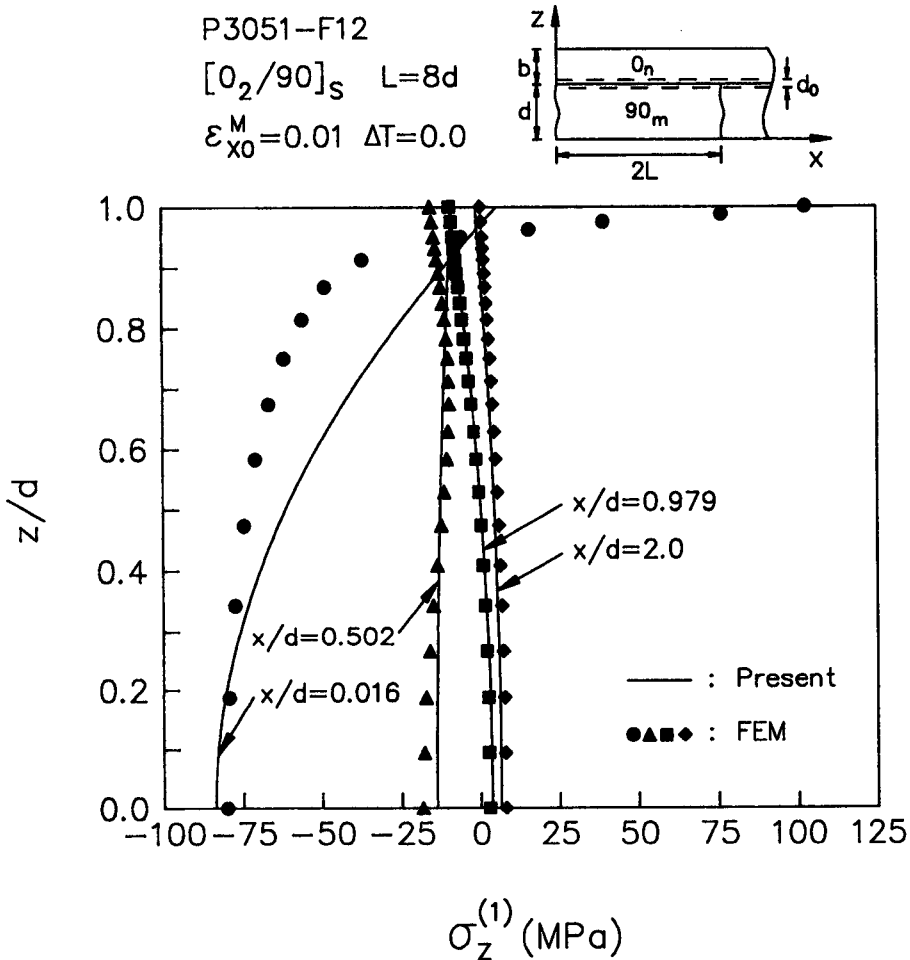


Fig. 5 Through-the-thickness distribution of lateral normal stress in the 90° layer for P3051-F12 $[0_2/90]_s$ graphite/epoxy laminate

를 중립면에 대한 대칭을 고려하여 이차다항식형태로 가정한 본 방법의 결과가 분포특성을 잘 묘사하고 있다. 이상의 고찰에서 두께방향 분포를 다항식형태로 가정한 것이 모재균열 주위에서의 응력특이성(stress singularity)을 고려하지는 못하지만 적절한 근사형태임을 알 수 있다.

Fig. 6~8에는 파손층 응력들의 하중방향 분포특성을 유한요소해석 결과와 비교하여 보였다. Fig. 6에서 파손층 하중방향응력의 접근값이 차이를 보이는 것은 유한 요소해석에서는 평면변형을 상태에서 해석하고, 본 방법에서는 고전적층판이론에 의한 폭방향 변형률을 고려하였기 때문이다. Fig. 7에서 보듯이 전단응력은 모재균열 면에서는 응력자

유조건에 의해서 0이다. 균열면에서 멀어짐에 따라 급격히 증가한 후에 서서히 감소하여 균열간의 중앙($x/d=8$)에서는 역대칭성에 의해서 0이되고 있다. 두께방향 수직응력은 Fig. 8에서 보듯이 균열면에서는 큰 압축을 보이다가 자기평형(self-equilibrium)을 이루기 위해서 인장으로 변하여 원거리응력(far field stress)에 접근하고 있다. 또한 인접면에 가까워질수록 균열면에서의 값이 인장으로 천이되고 있다. 이상의 비교에서 본 방법에 의한 결과가 응력의 분포특성을 잘 묘사하고 있음을 알 수 있다. 그러므로 본 방법은 모재균열에 의한 적층판 강성저하(stiffness reduction)를 예측하는 등의 손상허용해석에 효과적으로 이용될 수 있다.

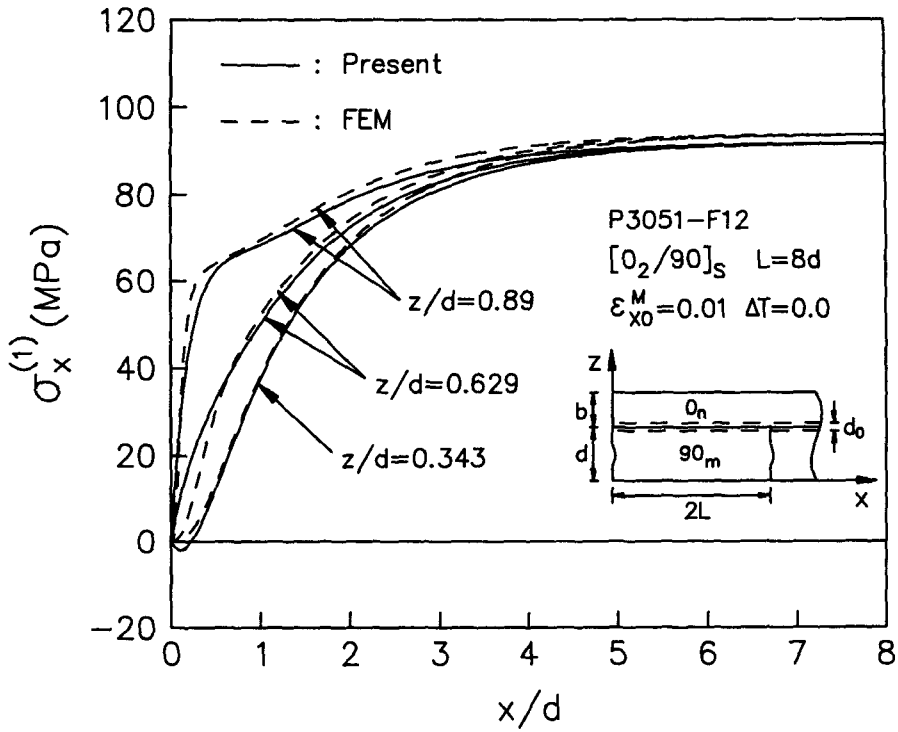


Fig. 6 Distribution of axial stress along x-axis in the 90° layer for P3051-F12[0₂/90]_s graphite/epoxy laminate

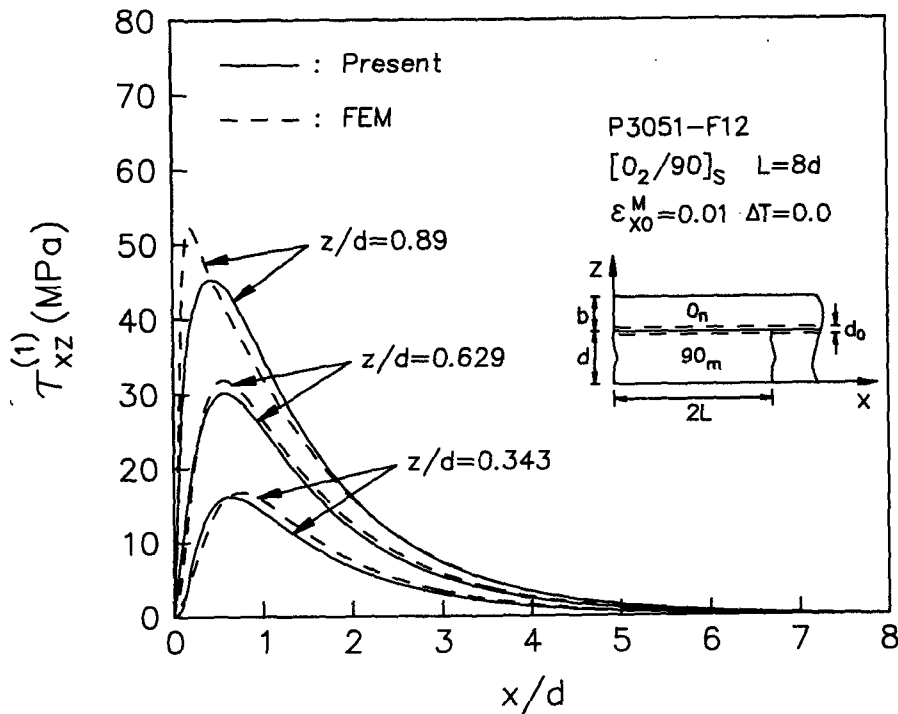


Fig. 7 Distribution of shear stress along x-axis in the 90° layer for P3051-F12[0₂/90]_s graphite/epoxy laminate

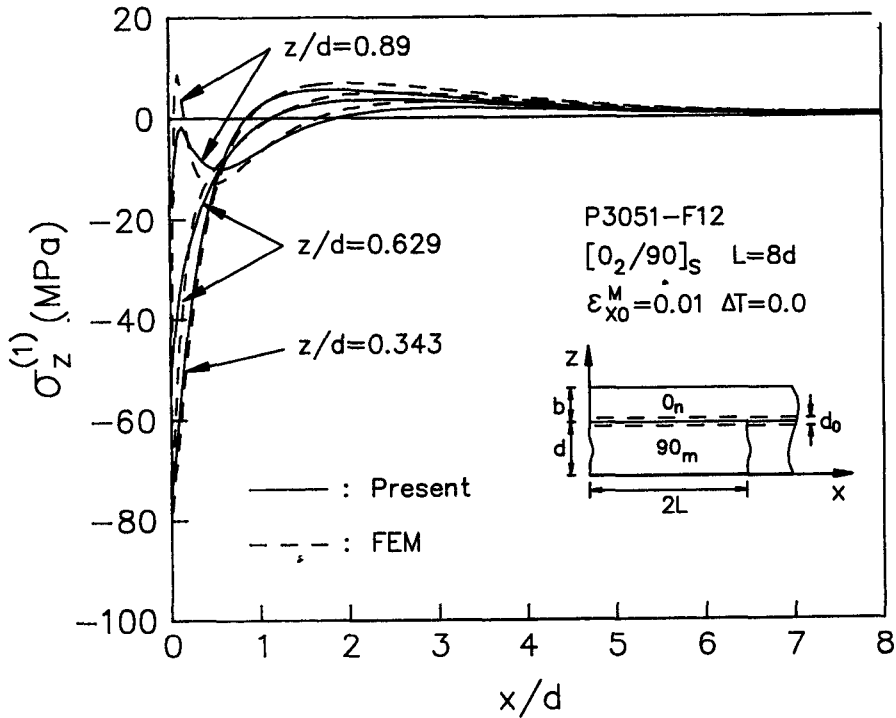


Fig. 8 Distribution of lateral normal stress along x-axis in the 90° layer for P3051-F12 $[0_2/90]_s$ graphite/epoxy laminate

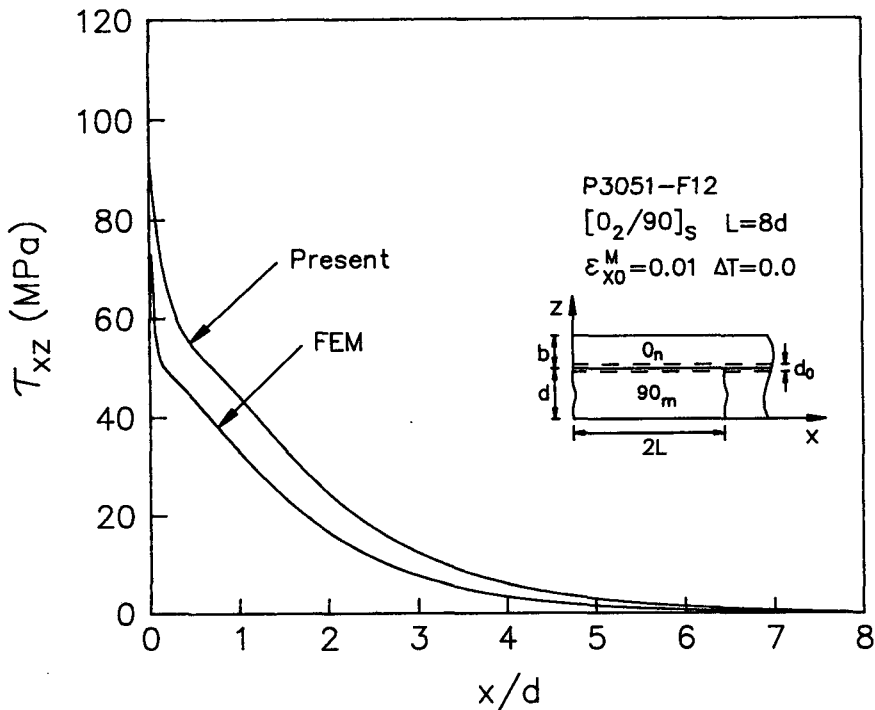


Fig. 9 Distribution of interlaminar shear stress along interface for P3051-F12 $[0_2/90]_s$ graphite/epoxy laminate

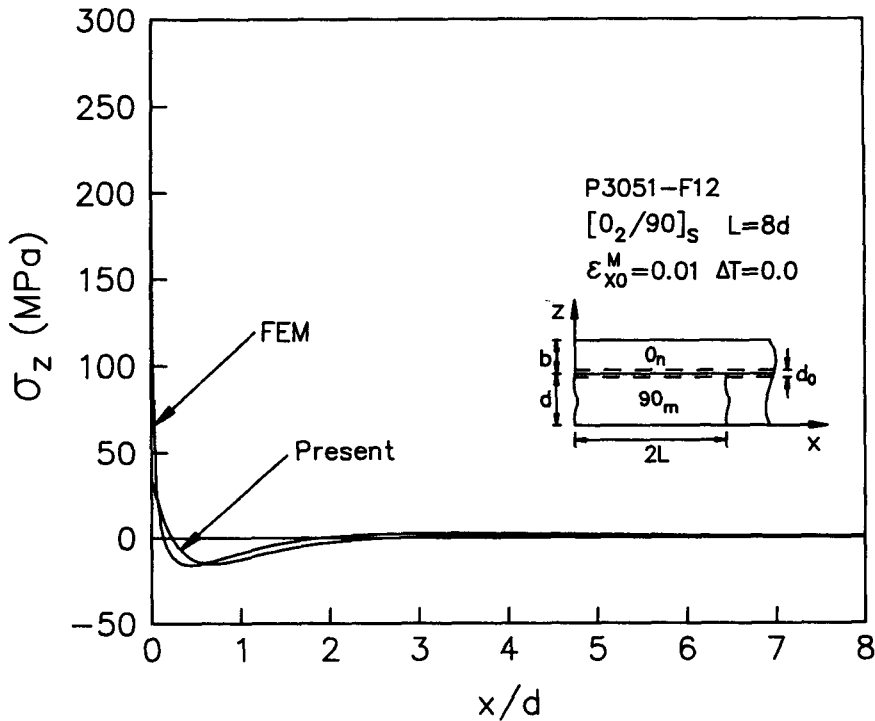


Fig. 10 distribution of interlaminar normal stress along interface for P3051-F12[0₂/90]_s graphite/epoxy laminate

층간응력의 분포를 Fig. 9, 10에 보였다. 유한요소해석에 의한 층간전단응력이 층간수직응력에 비해서 균열선단에서의 특이성이 약화되고 있는 것은 부분관통균열이 있는 접착구조물에서와 마찬가지로⁽¹⁵⁾ 층간전단응력이 파손층에서 인접층으로 하중을 전달하는 역할을 담당하고 있기 때문이다. 본 방법에 의한 층간응력 결과가 균열선단에서의 값에서 유한요소해석 결과와 큰 차이를 보이고 있다. 그러나 층간분리발생은 평균응력(average stress)의 개념⁽¹⁶⁾을 사용하여 예측하고 있으므로 균열선단에서의 값은 그다지 중요하지 않다. 그러므로 본 방법에 의한 층간응력분포가 모재균열에 의해서 유기되는 층간분리를 예측하기 위한 기초자료로 이용될 수 있다.

4. 결 론

모재균열의 열림변위로 인한 변형을 고려하여, 모재균열 주위의 응력분포를 구하기 위한 2차원 해석방법을 제안하였다. 해석결과를 유한요소해석 결

과와 비교하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 변위의 두께방향 분포를 중립면에 대한 대칭성 또는 역대칭성을 고려하여 다항식 형태로 가정 한 것이 타당한 근사형태임을 알 수 있었으며, 제안된 방법에 의한 결과가 각 응력들의 분포 특성을 잘 묘사하였다.

(2) 응력분포는 모재균열 주위에서 두께방향으로 현저하게 변하며, 균열면에서 멀어질수록 두께방향 변화가 작아져서 균열간의 중앙에서는 두께방향으로 일정하게 되었다.

(3) 층간수직응력은 모재균열면에서 층간분리를 유기할 수 있는 인장값을 가지며 층간면을 따라 찌힘의 형태로 분포하였고, 층간전단응력은 모재균열면에서 큰 값을 가지며 균열면에서 멀어짐에 따라 급격히 감소하였다.

후 기

본 연구는 1990년도 국방과학연구소의 장기기초

연구비의 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다 (과제번호 ADD-90-5-2).

참고문헌

(1) Highsmith, A. L. and Reifsnider, K. L., 1982, "Stiffness-Reduction Mechanisms in Composite Laminates," *Damage in Composite Materials*, ASTM STP 775, PP. 103~117.

(2) Laws, N. and Dvorak, G. J., 1988, "Progressive Transverse Cracking in Composite Laminates," *Journal of Composite Materials*, Vol. 22, pp. 900~916.

(3) Lim, S.G. and Hong, C. S., 1989, "Effect of Transverse Cracks on the Thermomechanical Properties of Cross-Ply Laminated Composites," *Composites Science and Technology*, Vol. 34, pp. 145~162.

(4) Lim, S.G. and Hong, C.S., 1989, "Prediction of Transverse Cracking and Stiffness Reduction in Cross-Ply Laminated Composites," *Journal of Composite Materials*, Vol. 23, pp. 695~713.

(5) Han, Y. M. and Hahn, H.T., 1989, "Ply Cracking and Property Degradations of Symmetric Balanced Laminates Under General In-Plane Loading," *Composites Science and Technology*, Vol.35, pp.377~397.

(6) Lee, J.W. and Daniel, I.M., 1990, "Progressive Transverse Cracking of Crossply Composite Laminates," *Journal of Composite Materials*, Vol. 24, pp. 1225~1243.

(7) Hashin, Z., 1986, "Analysis of Stiffness Reduction of Cracked Cross-Ply Laminates," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 25, pp. 771~778.

(8) Ohira, H., 1985, "Analysis of the Stress Distribution in the Cross-Ply Composite," *Proceeding of ICCM V*, San Diego, pp. 1115~1124.

(9) Aboudi, J., 1987, "Stiffness Reduction of Cracked Solids," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 26, pp. 637~650.

(10) Dvorak, G. J., Laws, N. and Hejazi, M., 1985, "Analysis of Progressive Matrix Cracking in Composite Laminates I. Thermoelastic Prop-

erties of a Ply with Cracks," *Journal of Composite Materials*, Vol. 19, pp. 216~234.

(11) Talreja, R., 1985, "Transverse Cracking and Stiffness Reduction in Composite Laminates," *Journal of Composite Materials*, Vol. 19, pp. 355~375.

(12) Allen, D.H., Harris, C. E. and Groves, S.E., 1987, "A Thermomechanical Constitutive Theory for Elastic Composites with Distributed Damage-I. Theoretical Development," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 23, pp. 1301~1318.

(13) Allen, D.H., Harris, C.E. and Groves, S. E., 1987, "A Thermomechanical Constitutive Theory for Elastic Composites with Distributed Damage- II. Application to Matrix Cracking in Laminated Composites," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 23, pp. 1319~1338.

(14) 홍창선, 이재화 외, 1989, "두꺼운 고등 복합재료 적층판 제작 및 설계기법 개발", 과학기술처 연구보고서.

(15) 정성균, 홍창선, 1984, "부분판통크랙이 있는 접착된 이방성 복합구조물의 해석", 한국항공우주학회지, 제12권, pp. 43~51.

(16) Kim, R.Y. and Soni, S.R., 1984, "Experimental and Analytical Studies On the Onset of Delamination in Laminated Composites," *Journal of Composite Materials*, Vol. 18, pp. 70~80.

(17) Jones, R. M., 1975, "Mechanics of Composite Materials," McGraw-Hill, New York.

부 록

[A]는 대칭행렬 (symmetric matrix)이며, 0이 아닌 성분은 다음과 같다.

$$a_{11} = dC_{22} \quad a_{12} = \frac{dC_{22}}{3}$$

$$a_{22} = \frac{dC_{22}}{5}$$

$$a_{33} = bC_{11} \quad a_{34} = \frac{dC_{11}}{2} \delta_2 \quad a_{35} = \frac{dC_{11}}{3} \delta_3$$

$$a_{44} = a_{35} \quad a_{45} = \frac{dC_{11}}{4} \delta_4$$

$$a_{55} = \frac{dC_{11}}{5} \delta_5$$

$$\begin{aligned} a_{66} &= \frac{dC_{44}}{3} & a_{67} &= \frac{dC_{44}}{5} \\ a_{77} &= \frac{dC_{44}}{7} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

$$a_{88} = bC_{66} \quad a_{89} = \frac{dC_{66}}{2} \delta_2 \quad a_{810} = \frac{dC_{66}}{3} \delta_3$$

$$a_{99} = a_{810} \quad a_{910} = \frac{dC_{66}}{4} \delta_4$$

$$a_{1010} = \frac{dC_{66}}{5} \delta_5$$

$$\text{여기서 } \delta_m = \left(1 + \frac{b}{d}\right)^m - 1$$

[B]는 역대칭 행렬(anti-symmetric matrix)이며, 0이 아닌 성분은 다음과 같다.

$$b_{16} = b_{17} = C_{23}$$

$$b_{26} = \frac{C_{23} - 2C_{44}}{3} \quad b_{27} = \frac{3C_{23} - 2C_{44}}{5}$$

$$b_{39} = \frac{bC_{12}}{d} \quad b_{310} = C_{12} \delta_2 \quad (\text{A.2})$$

$$b_{48} = -\frac{bC_{66}}{d} \quad b_{49} = \frac{C_{12} - C_{66}}{2} \delta_2 \quad b_{410} = \frac{2C_{12} - C_{66}}{3} \delta_3$$

$$b_{58} = -C_{66} \delta_2 \quad b_{59} = \frac{C_{12} - 2C_{66}}{3} \delta_3 \quad b_{510} = \frac{C_{12} - C_{66}}{2} \delta_4$$

[C]는 대칭 행렬이며, 0이 아닌 성분은 다음과 같다.

$$c_{11} = c_{12} = -\frac{G_0}{d_0} \quad c_{13} = c_{14} = c_{15} = \frac{G_0}{d_0}$$

$$c_{22} = -\frac{4C_{44}}{3d} - \frac{G_0}{d_0} \quad c_{23} = c_{24} = c_{25} = \frac{G_0}{d_0}$$

$$c_{33} = c_{34} = c_{35} = -\frac{G_0}{d_0}$$

$$c_{44} = -\frac{bC_{66}}{d^2} - \frac{G_0}{d_0} \quad c_{45} = -\frac{C_{66}\delta_2}{d} - \frac{G_0}{d_0}$$

$$c_{55} = -\frac{4C_{66}\delta_3}{3d} - \frac{G_0}{d_0} \quad (\text{A.3})$$

$$c_{66} = c_{67} = -\frac{C_{22}}{d} - \frac{E_0}{d_0} \quad c_{68} = c_{69} = c_{610} = \frac{E_0}{d_0}$$

$$c_{77} = -\frac{9C_{22}}{5d} - \frac{E_0}{d_0} \quad c_{78} = c_{79} = c_{710} = \frac{E_0}{d_0}$$

$$c_{88} = c_{89} = c_{810} = \frac{E_0}{d_0}$$

$$c_{99} = -\frac{bC_{22}}{d^2} - \frac{E_0}{d_0} \quad c_{910} = -\frac{C_{22}\delta_2}{d} - \frac{E_0}{d_0}$$

$$c_{1010} = -\frac{4C_{22}\delta_3}{3d} - \frac{E_0}{d_0}$$