

총밀리기 간섭계를 이용한 렌즈 굴절률의 비파괴적 측정

이윤우 · 조현모 · 이인원

한국표준연구소 광학연구소

(1991년 1월 9일 받음)

광학렌즈의 굴절률을 비파괴적인 방법으로 측정하였다. 세 종류의 단일 매질속에 각각 넣은 동일 렌즈를 Murty 총밀리기 간섭계의 시준장치를 사용하여 초점길이를 측정하였으며 이로부터 굴절률을 계산하였다. 초점 종이동 오차와 간섭무늬 간격의 관계를 수식적으로 유도하고 실험적으로 증명하였으며, 초점길이에 따른 렌즈의 곡면수차를 조사하였다.

I. 서 론

광학렌즈의 중요한 특성인 굴절률을 측정하는 종래의 방법은 초점길이, 두께, 그리고 곡률반경 등의 측정치를 렌즈 방정식에 대입하여 계산하거나 프리즘 형태로 변형하여 굴절계로써 직접 측정하는 것이었다. 하지만 이러한 방법들은 측정오차가 큰 다른 파라미터들에 의하여 굴절률이 구해지므로 정확도가 낮고 렌즈의 형태가 파괴되는 등의 결점이 있었다. 이러한 문제들을 개선한 비파괴적이며 비교적 정확도가 높은 측정방법은 렌즈를 매질의 굴절률이 시험렌즈의 굴절률보다 높고 낮은 두 가지 이상의 액체를 혼합한 용기속에 넣은 다음 이들 혼합물의 굴절률을 계속 변화시켜 시험렌즈의 굴절률과 일치시켜 주는 liquid immersion method^[1]와 시험렌즈의 굴절률이 시준장치의 등가굴절능(equivalent power)과 표적물의 이동 거리 등에 의존하는 관계를 이용한 collimation method^[2] 등이 있으나 이들 역시 서로 섞을 수 있는 특정한 액체를 준비해야 하고 여러번의 시행착오에 의하여 측정시간이 오래 걸린다는 것과 측정정확도가 낮은 다른 파라미터 값들에 의존해야 하는 등의 결점을 여전히 가지고 있다. 하지만 R. S. Kasana가 제안한 방법은 단일 매질속에 렌즈를 담그는 것과 유일한 측정 파라미터인 초점길이를 Murty 총밀리기 간섭계(shearing interferometer)에 의하여 정확하게 구할 수 있는 매우 개선된 것이다^[3]. 즉 매질속에 담긴 렌즈의 정확한 초평면을 찾았을 경우 총밀리기 간섭무늬가 없어지는 관계를 이용한 것으로 시험렌즈의 구면수차 영향도 고려한 측정방법이다.

본 연구에서는 하나의 평행평판과 굴절률을 알고 있는 매질속에 담긴 렌즈계를 시준장치로 이용한 Murty 총밀리기 간섭계를 구성하였으며 정확한 초평면을 결정하기 위하여 간섭무늬 간격과 초점이동오차 관계를 수식적으로 유도하고 실험적으로 증명하였다. 그리고 세가지 매질을 시행하여 측정한 결과를 서로 비교하였다.

II. 이론적 배경 및 실험장치

기하광학에 의하여 굴절률이 n_1, n_2 인 매질내에 세워져 있는 굴절률이 n 인 동일한 렌즈의 초점길이는 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{1}{f_1} = (n - n_1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + (n - n_1)^2 \cdot \frac{d}{r_1 r_2 n} \quad (1)$$

$$\frac{1}{f_2} = (n - n_2) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + (n - n_2)^2 \cdot \frac{d}{r_1 r_2 n} \quad (2)$$

여기서 f 는 렌즈의 초점길이, r 는 곡률반경, 그리고 d 는 두께를 나타낸다. 식 (1)과 (2)로부터 구한 n 의 양의 해는 다음과 같다.

$$n = \frac{n_2 f_2 - n_1 f_1}{f_2 - f_1} (1 - \beta_{21}), \quad (3)$$

여기서

$$\beta_{21} = \frac{0.5(r_2 - r_1)}{(r_2 - r_1 + d)} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{d(r_2 - r_1 + d) \cdot f_1 f_2 \cdot 4(n_2 - n_1)^2}{(r_2 - r_1)^2 \cdot (n_2 f_2 - n_1 f_1)^2}} \right] \quad (4a)$$

이다. 식 (3)을 보다 일반적인 형태로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$n = \frac{n_i f_i - n_j f_j}{f_i - f_j} (1 - \beta_{ij}), \quad (5)$$

여기서 i 와 j 는 서로 다른 매질을 나타낸다. 식 (5)는 모든 형태의 렌즈에 대하여 적용할 수 있다. 만약 렌즈가 양면볼록형, 즉 $r = r_1 = -r_2$ 이면

$$\beta_{ij} = \frac{r}{(2r-d)} \left[-1 + \sqrt{1 - \frac{d(2r-d) \cdot f_i f_j \cdot (n_i - n_j)^2}{r^2 \cdot (n_i f_i - n_j f_j)^2}} \right] \quad (4b)$$

이다. 특히 얇은 렌즈나 평면 볼록형 렌즈에 대해서는 파라미터 d , r_1 혹은 r_2 에 의하여 β_{ij} 는 영이 되므로 식 (5)는 다음과 같이 간단하게 표현된다.

$$n = \frac{n_i f_i - n_j f_j}{f_i - f_j} \quad (6)$$

윗식으로 부터 우리는 얇은 렌즈나 평면 볼록형 렌즈의 굴절률을 측정하기 위해서는 두 종류의 매질내에서 초점길이만 각각 측정하면 된다는 것을 알 수 있다. 식 (6)에서 이론적인 굴절률 측정오차 Δn 은 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta n = n \left[\left\{ \frac{n_i}{n_i f_i - n_j f_j} - \frac{1}{f_i - f_j} \right\} \Delta f_i + \left\{ \frac{n_j}{n_j f_j - n_i f_i} - \frac{1}{f_j - f_i} \right\} \Delta f_j \right] \quad (7)$$

그러므로 식 (6)에 의한 굴절률 측정 정확도는 굴절률을 알고 있는 두 종류의 매질내에서의 초점길이 측정정확도에 관계함을 알 수 있다.

본 연구에서 초점길이를 정확하게 측정하기 위하여 구성된 Murty 총밀리기 간섭계형 측정장치가 그림 1에 기술되어 있다^[4]. 공간필터 장치를 통과한 헬륨네온 레이저 광은 시준되어 경사지게 위치한 평행도가 좋은 평면 유리판과 두개의 투명한 창을 가진 용기를 지나게 된다. 만약 용기속에 그림 1에서와 같이 렌즈 유리보다 굴절률이 낮으며 굴절률을 알고 있는 임의의 매질로 채운 다음 볼록 렌즈를 담으면 통과한 평행광은 수렴하게 되며 초평면 부근에 설치된 평면거울에 의하여 반사되어 지나온 광로를 다시 통과한다. 되돌아온 광은 그림에서와 같이 유리판의 앞면과 뒷면에서 각각 반사되어 총밀리기 일어나므로 서로 겹치는 부분에서는 간섭무늬가 생긴다.

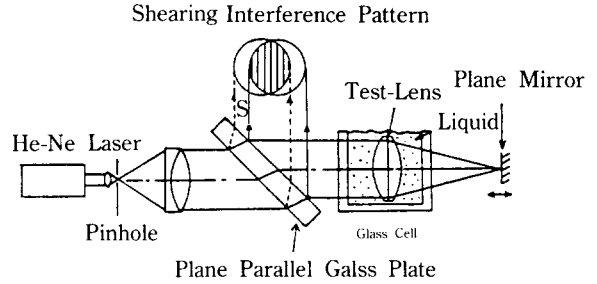


Fig. 1. Optical arrangement for observing defocusing and for measuring the exact focal length of the test lens.

즉 평면 반사경의 위치에 따라 되돌아 오는 광선이 발산하거나 수렴하게 되므로 직선형태의 간섭무늬가 형성되며 만약 렌즈에 수차가 있으면 파면 수차에 의하여 휘어진 간섭무늬를 형성한다. 그러나 반사경이 정확한 초평면에 위치할 경우 되돌아 오는 광은 완전한 평행광이 되므로 파면수차가 없을 경우 간섭무늬가 사라져서 전체가 밝게 보인다. 그러므로 우리는 간섭무늬로부터 매우 정확한 초평면의 위치를 알 수 있다.

Murty형 총밀리기 간섭계에서 파면수차 이론에 의한 초점이동 오차는 다음과 같이 주어진다^[5,6]

$$\Delta f = \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda f^2}{S} \cdot \frac{1}{\Delta x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda f^2}{S} \cdot \left(\frac{N}{L} \right) \quad (8)$$

여기서 λ 는 광원의 파장, S 는 총밀린 크기, Δx 는 두 파면이 겹치는 부분에서 형성된 인접한 간섭무늬 사이의 간격, N/L 은 단위길이당 간섭무늬 수 f 는 시험렌즈의 초점길이, 그리고 $1/2$ 은 중복되는 광로정에 의한 값이다. 굴절률이 n' 이고 두께가 t 인 평면유리판에 의한 총밀린 크기 S 는

$$S = t \sin 2\theta / (n'^2 - \sin^2\theta)^{1/2} \quad (9)$$

이다. 여기서 θ 는 유리판 면의 수직선에 대한 평행광선의 입사각을 나타낸다. 식 (8)에서 간섭무늬의 간격이 매우 넓을 경우, 즉 간섭무늬가 거의 사라지고 전체가 밝게 보이면 초점길이 오차는 영이 된다. 그러나 실제로는 간섭무늬의 $1/10$ 혹은 그 이하로 나타날 경우도 전체적으로는 밝게 보이므로 사람눈으로는 구별하기가 어렵다. 따라서 매우 정확하게 굴절률을 측정하기 위해서는 초평면의 미세이동 오차에 의한 아주 작은 간섭무늬 부분까지도 측정할 수 있어야 한다. 이러한 문제를 해결하는 방법은 식 (8)에서 초점 종이동에 의한 간섭무늬 간격은 정확한 초점에 대하여 대칭적인 관계가 있으므로

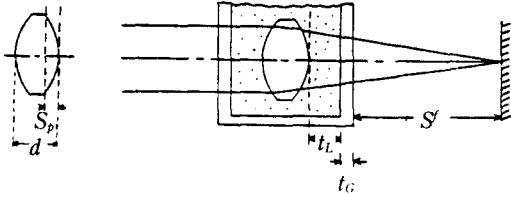


Fig. 2. Parameters involved in determining the exact focal length.

간섭무늬 간격이 똑같은 두 초평면의 이동분점을 구하는 것이다.

그림 1의 장치에서 실제 측정하는 것은 정확한 초점 길이가 아니라 초평면과 용기의 후면창 사이 거리이다. 실제의 초점길이는 그림 2에 나타난 것과 같으며 다음과 같이 주어진다.

$$f = S_p + t_c/n_c + t_L/n_L + S_p \quad (10)$$

여기서 S_p 는 용기의 후면창과 초평면 사이의 거리, t_c 는 후면창의 두께, S_p 는 렌즈의 주요점과 후면 사이의 거리, t_c 와 n_L 은 상자 후면창과 액체 매질의 굴절률을 각각 나타낸다. 파라미터 S_p 는 다음과 같이 근사되며

$$S_p = \left(\frac{d}{n}\right)\left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right)^{-1} \quad (10)$$

볼록 평면형 렌즈의 경우 $S_p = d/n$, 양볼록형 대칭렌즈의 경우 $S_p = d/2n$ 으로 주어진다. 주요점과 후면 사이의 거리는 실제로 nodal slide 방법에 의하여 측정할 수 있으나 측정시간이 많이 걸리는 매우 지루한 작업이다. 그러나 본 실험에서 상자속에 넣는 매질의 굴절률이 공기의 굴절률보다 매우 크다. 따라서 이 경우 초점길이도 길어지게 되므로 S_p 값은 상대적으로 작아지게 된다. 보통 얇은 렌즈의 경우 S_p 값은 수밀리 이하이므로 공기와 같은 굴절률이 작은 매질외에서는 중요한 역할을 하지 않는다. 실험에 사용되는 매질의 수가 m 이면 식 (6)에 의한 가능한 렌즈굴절률 계산방법은 $m(m-1)/2$ 이다. 그리고 매질의 굴절률이 클수록 초점길이가 길어지므로 긴 광학대가 필요하다.

III. 실험결과 및 논의

본 실험에서 가장 중요한 파라미터인 초점길이를 정확히 측정하기 위하여 초점길이가 100.87 mm인 양면볼록 대칭형 렌즈를 사용하여 초점 종이동 오차에 대한 수학적인 유도식인 식 (8)을 실험적으로 증명하였다.

Table 1. Calculated and measured defocusing error (lens in air, $f = 100.78$ mm)

No.	Fringe width x (mm)	Defocusing(Δf)		Error (%)
		Calculated (mm)	Measured (mm)	
1	0.91	+1.11	+1.07	3.74
2	1.19	+0.85	+0.85	0.00
3	1.46	+0.69	+0.68	1.47
4	2.93	+0.34	+0.36	5.88
5	8.51	+0.12	+0.13	8.33
6	∞	-	0.00	0.00
7	3.81	-0.26	-0.25	4.00
8	2.24	-0.45	-0.44	2.27
9	1.71	-0.59	-0.57	3.51
10	1.25	-0.81	-0.80	1.25
11	1.04	-0.97	-0.99	2.06

Table 2 Calculated and measured defocusing error (lens in air, $f = 276.74$ mm)

No.	Fringe width x (mm)	Defocusing(Δf)		Error (%)
		Calculated (mm)	Measured (mm)	
1	1.81	+4.19	+4.19	0.00
2	2.08	+3.65	+3.66	0.27
3	2.70	+2.81	+2.82	0.36
4	3.17	+2.39	+2.38	0.42
5	7.98	+0.95	+0.96	1.05
6	∞	-	0.00	0.00
7	7.02	-1.08	-1.09	0.93
8	3.68	-2.06	-2.08	0.97
9	2.61	-2.91	-2.90	0.35
10	2.17	-3.50	-3.52	0.57
11	1.65	-4.60	-4.63	0.65

표 1과 2는 실험장치에서 증밀리 크기가 3.188 mm, 광선의 직경이 13 mm 일때 렌즈가 공기중과 물속에 각각 있을 경우 간섭무늬 간격으로부터 계산한 초점 종이동 오차와 간섭무늬 간격이 똑같은 두 초평면의 이동분점으로 정한 정확한 초평면에 대한 초점 종이동 오차를 나타낸 것이다. 그림 3과 4는 표 1과 2의 초점 종이동 오차 크기에 대한 각각의 간섭무늬 사진이다. 본 실험에서 간섭무늬 간격은 최소 피치가 25 μ m인 linear array detector (Reticon, RL 1024 SAF-011)를 사용하여 측정하였다. 표 1과 표 2에서 계산값과 측정값이 각각 9%, 1% 이내에서 일치하였다. 표 1의 오차가 표 2에 비하여 큰 이유는 그림 3의 간섭무늬가 직선 형태가 아니고 안쪽

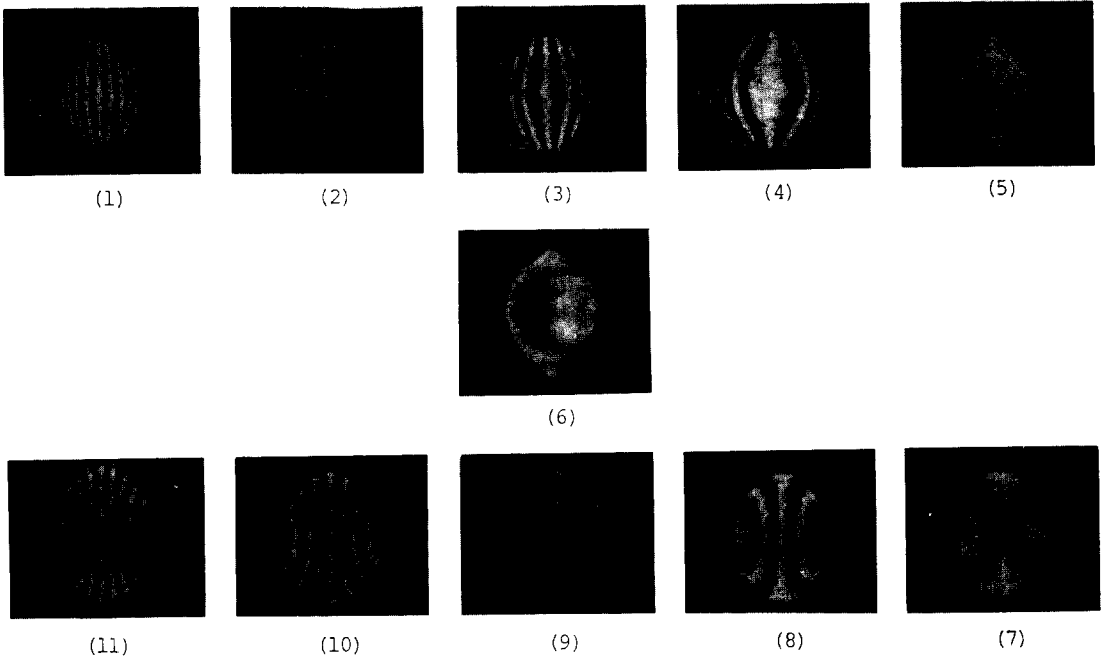


Fig. 3. Shearing interferograms for different magnitudes of defocusing of a lens in air. (1)~(5) outside the focus, (6) at focus, (7)~(11) inside the focus.

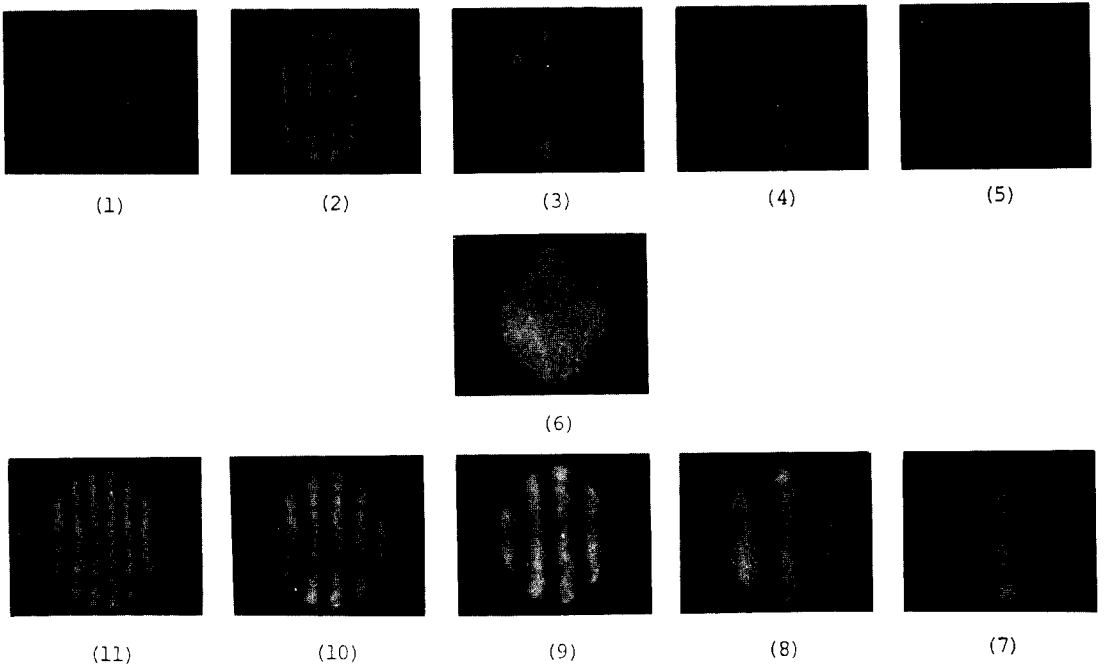


Fig. 4. Shearing interferograms for different magnitudes of defocusing of a lens in water. (1)~(5) outside the focus, (6) at focus, (7)~(11) inside the focus.

Table 3. Measured focal length($\lambda = 632.8 \text{ nm}$, $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$)

Sample No.	Mediums	Refractive indices of mediums	Focal length of test lens
1	Air	1.0000	200.03
2	Water	1.3330	565.40
3	Nonane	1.4051	935.72

혹은 바깥쪽으로 많이 휘어져 있기 때문에 정확한 간격을 측정하기가 곤란하기 때문이다. 그리고 그림 3의 휘어진 간섭무늬는 사용된 렌즈가 구면수차를 지니고 있음을 보여주며 그림 4의 직선형태의 간섭무늬는 렌즈를 물속에 넣었을 경우 구면수차가 많이 감소되는 것을 보여준다. 두 그림으로부터 우리는 렌즈의 초점 종이동 오차의 크기 뿐만 아니라 파면수차의 정도를 간섭무늬의 형상에 의하여 예측할 수 있음을 알 수 있다.

표 3은 굴절률이 1.51509인 BK7으로 제작한 볼록 평면형 렌즈를 사용하여 세종류의 매질에 대하여 측정된 초점길이 값이다. 표 4는 식 (6)을 사용하여 매질 서로 간의 조합에 의하여 계산한 굴절률 값이며 렌즈 제조 회사의 측정값과 거의 일치한다. 그리고 렌즈의 초점길이를 길게 하는 매질들을 선택할 수록 측정 정확도가 높았으며 이것은 초점길이가 길어질수록 측정오차가 상대적으로 작아지기 때문이다. 그러므로 측정 정확도를 높이기 위해서는 되도록 굴절률이 큰 매질들을 선택하여야 한다.

광학렌즈의 굴절률은 사용하는 광원의 파장과 온도에 따라 변한다. 본 실험에서는 모든 측정에서 단일 파장을 사용하였다. 그리고 온도변화에 의한 굴절률 변화는 $2.6 \times 10^{-4}/^\circ\text{C}$ 이므로 보다 정확한 측정값을 얻기 위해서는 $\pm 0.1^\circ\text{C}$ 이내의 온도 조절이 필요하다.

본 실험의 결과에 영향을 주는 또다른 요소로써 용기에 부착된 두개의 창에 의한 파면수차, 그리고 매질에 들어 있는 불순물에 의한 산란 등을 고려할 수 있으므로 실험하기전 렌즈를 용기에 넣지 않은 상태에서 평면거울에 반사되어 되돌아온 광에 의한 충밀리기 간섭무늬를 관찰하면서 이러한 영향들을 최소화 시켰다.

본 실험에서 두가지 매질을 사용하여 굴절률을 측정할 경우 측정정확도는 소수점 네째자리 정도이지만 측정시

Table 4. Calculated lens index

Sample No.	Set of (i, j) mediums	Obtained refractive index	
		index	Average value
1	Air-water	1.51531	
2	Air-nonane	1.51524	1.51524
3	Water-nonane	1.51518	

$\Delta n = 1.5 \times 10^{-4}$

간은 앞에서 언급한 다른 방법들에 비하여 매우 짧기 때문에 렌즈 재료를 구별하는 것이 목적일 경우 매우 적합한 측정방법으로 여겨진다.

IV. 결론

충밀리기 간섭기술을 이용한 액체 담금식 비파괴적 렌즈 굴절률 측정방법에 대하여 논하였다. 간섭무늬 간격과 초점 종이동 오차관계를 실험적으로 증명하였으며 이를 이용하여 초평면의 위치를 정확히 결정할 수 있었다. 세가지 매질을 사용하여 초점길이를 측정 하였으며 이로 부터 계산한 굴절률은 실제값과 거의 일치하였다. 그리고 간섭무늬의 형태로부터 초점길이 변화에 의한 렌즈의 파면수차를 관찰할 수 있었다.

V. 감사의 글

본 연구를 수행함에 있어 실험장치 제작에 도움을 준 표준연구소의 이희운씨에게 감사드립니다.

VI. 참고 문헌

- [1] L. Bergmann and C. Schaefer, Lehrbuch der Experimental Physik Band III Optik(Walter de Gruyter, Berlin, 1978) p. 416.
- [2] G. Smith, Appl. Opt. **21**, 755 (1982).
- [3] R. S. Kasana and K. J. Rosenbruch, Appl. Opt. **22**, 3526 (1983).
- [4] M. V. R. K. Murty, Appl. Opt. **3**, 531 (1964).
- [5] 이상수, 기하광학(교학연구사, 서울, 1985) p. 10.
- [6] Malacara, Optical Shop Testing('ohn Wiley and Sons, New York, 1978) p. 108.

Liquid Immersion Method for Determining the Refractive Index of a Lens by using the Murty Shearing Interferometer

Yun-Woo Lee, Hyun-Mo Cho and In Won Lee
Optics Laboratory, Korea Standards Research Institute

(Received: January 9, 1991)

A nondestructive technique for measuring the refractive index of a simple lens is described. The shearing interferometric technique is used for determining the focal length of a lens by immersing it in various liquids. The lens itself acts as autocollimator and decollimator. An equation for the defocusing error has been theoretically deduced and experimentally verified. The wave aberration has also been investigated for the different values of the focal length.