

시일 동특성에 미치는 열응력의 영향에 관한 연구

양 보 석*

*부산수산대학교 공과대학 기계공학과

The Effects of Thermal Stress on Seal Dynamics

Bo Suk Yang*

*Dept. of Mechanical Engineering, National Fisheries University of Pusan

Abstract—The dynamic characteristics of the annular pressure seal employed in pump have been theoretically deduced with consideration of the effects of elastic deformation due to the thermal stress. The thermal deformation is developed for the two-dimensional steady thermal stress distribution in a infinite circular cylinder subject to heating of the seal and shaft surface into the surrounding fluid. To demonstrate this analysis, the effects of thermal stress on rotordynamic coefficients and logarithmic decrement for annular plain seals was shown.

1. 서 론

펌프의 고압, 고속화에 따라 평형드럼(balance drum) 및 웨어링링(wearing ring) 등의 비접촉시일 부분의 액막의 역학적 작용이 펌프 회전체(rotor)의 진동특성을 해석하는데 무시할 수 없는 요소로 되고 있다. 이에 관해서는 Black[1]의 연구 이래 여러 연구자들에 의해 연구가 이루어지고 있다.

이들 연구의 대부분은 작동유체의 온도 분포에 의한 열적인 문제를 무시한 결과들로, 화력 및 원자력 발전 플랜트에 사용되는 보일러 급수펌프의 경우 작동유체의 온도가 180°C를 넘는 고온의 환경에서 사용되고 있으며, 미소틈새에 대한 열응력에 의한 탄성 열변형의 영향을 무시할 수 없는 경우가 많다[2]. 저자는 시일의 고압차에 의한 축과 시일의 탄성변형[3], 원심응력[4,5]에 의한 탄성변형의 시일 동특성에 미치는 영향을 검토하였다.

본 연구에서는 고온의 작동환경하에서 사용되는 환상 비접촉시일에서 열응력에 의한 탄성변형을 이론적으로 구하고, 시일 동특성과 계의 대수감쇠율에 미치는 영향을 조사하고자 한다.

2. 운동방정식과 해석

2-1. 온도분포

Fig.1은 환상시일(annular seal)의 형상을 나타낸다.

우선 시일의 열응력에 의한 탄성변위를 고려한다. 해석을 단순화하기 위해 시일과 회전축이 동심상태에서 운전되는 동심시일의 경우를 고려하고, 원주방향의 온도분포가 일정하다고 하면, 시일내의 온도가 축방향으로 변하고, 축 및 시일 표면의 온도가 임의로 주어지고 이것이 Fourier 급수로 전개될 때, 경계온도를 아래와 같이 표현하면

$$T(a, z) = \sum_n p_n \sin mz$$

$$T(b, z) = \sum_n q_n \sin mz \quad (1)$$

여기서 a와 b는 시일의 내면과 외면까지의 반경 또는 축의 내부 및 외부반경을 나타내고,

$$p_n = \frac{2T_m(a)}{nL_s}, \quad q_n = \frac{2T_m(b)}{nL_s}, \quad m = \frac{n\pi}{L} \text{이다.}$$

정상열전도식은

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

이 식을 풀기 위해 $T=R(r)Z(z)$ 를 이용하여 변수분리를 하면, 식 (2)는

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - m^2 R = 0 \quad (3)$$

$$\frac{d^2Z}{dz^2} + m^2Z = 0$$

식 (3)의 일반해는 각각

$$R = A_{1n} I_0(mr) + A_{2n} K_0(mr)$$

$$Z = A \cos mz + B \sin mz$$

로 얻어진다. 여기서 $I_0(mr)$, $K_0(mr)$ 은 0차 Bessel 함수이다. 이들을 결합하면 식 (3)의 해는 다음과 같이 얻어진다.

$$T(r, z) = \sum_n \{A_{1n} I_0(mr) + A_{2n} K_0(mr)\} \sin mz \quad (4)$$

여기서 적분상수 A_{1n} , A_{2n} 은 식 (1)의 내외표면에서의 경계온도로부터 아래와 같이 얻어진다.

$$A_{1n} I_0(ma) + A_{2n} K_0(ma) = p_n$$

$$A_{1n} I_0(mb) + A_{2n} K_0(mb) = q_n \quad (5)$$

2-2. 열응력

변위 탄성포텐셜 ϕ 를 이용하여 poisson형 미분방정식을 표시하면[6]

$$\Delta\phi = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha T \quad (6)$$

이 된다. 여기서 $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

α 는 선팽창계수, ν 는 poisson비이다. 식 (4)의 온도분포를 식 (6)에 대입하고 식 (6)의 특해를 구하면, 반경방향의 변위와 strain 성분은 다음과 같이 구해진다.

$$u_r' = \frac{\partial\phi}{\partial r}$$

$$\varepsilon_{rr}' = \frac{\partial^2\phi}{\partial r^2}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}' = \frac{1}{r} \frac{\partial\phi}{\partial r}, \quad \varepsilon_{zz}' = \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}, \quad \varepsilon_{rz}' = -\frac{\partial^2\phi}{\partial r\partial z} \quad (7)$$

식 (7)을 응력과 변형률 관계식에 대입하면, ϕ 에 의한 응력성분은

$$\sigma_{rr}' = 2G \left(\frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} - \Delta\phi \right)$$

$$\sigma_{\theta\theta}' = 2G \left(\frac{1}{r} \frac{\partial\phi}{\partial r} - \Delta\phi \right) \quad (8)$$

$$\sigma_{zz}' = 2G \left(\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} - \Delta\phi \right)$$

$$\sigma_{rz}' = 2G \frac{\partial^2\phi}{\partial r\partial z}$$

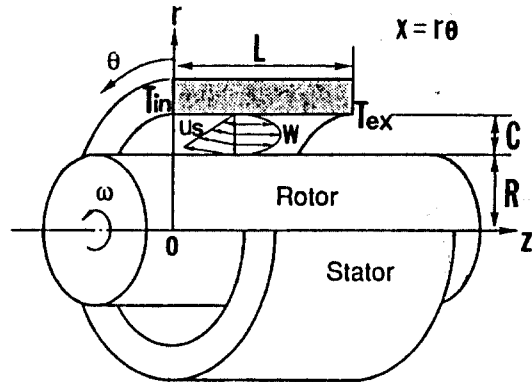


Fig. 1. Geometry of annular plain seal

로 얻어진다. 여기서 G 는 재료의 횡탄성계수이다. 그러나 식 (8)은 일반적으로 자유경계조건을 만족하지 않으므로 이를 만족하도록 등온탄성의 해를 중첩시켜야만 한다 [7]. 이를 위해 Love의 변위함수의 표현식을 이용하여 변위와 응력성분을 표현한다.

$$u_r'' = -\frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial^2 L}{\partial r \partial z}$$

$$\sigma_{rr}'' = \frac{2G}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \Delta L - \frac{\partial^2 L}{\partial r^2} \right)$$

$$\sigma_{\theta\theta}'' = \frac{2G}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \Delta L - \frac{1}{r} \frac{\partial L}{\partial r} \right)$$

$$\sigma_{zz}'' = \frac{2G}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (2-\nu) \Delta L - \frac{\partial^2 L}{\partial z^2} \right\}$$

$$\sigma_{rz}'' = \frac{2G}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ (1-\nu) \Delta L - \frac{\partial^2 L}{\partial z^2} \right\} \quad (9)$$

식 (8)과 (9)로부터 얻어지는 해를 중첩하여 σ_{rr} 과 σ_{zz} 를 표면상에서 0으로 할 수 있다. 그러므로 변위 및 응력성분의 식은

$$u_r = u_r' + u_r''$$

$$\sigma_{rr} = \sigma_{rr}' + \sigma_{rr}''$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta}' + \sigma_{\theta\theta}''$$

$$\sigma_{zz} = \sigma_{zz}' + \sigma_{zz}''$$

$$\sigma_{rz} = \sigma_{rz}' + \sigma_{rz}'' \quad (10)$$

로 표현된다. 열탄성의 변위포텐셜 ϕ 와 Boussinesq의 함수 L 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi = \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\alpha}{2m^2} mr A_n'(mr) \sin mz$$

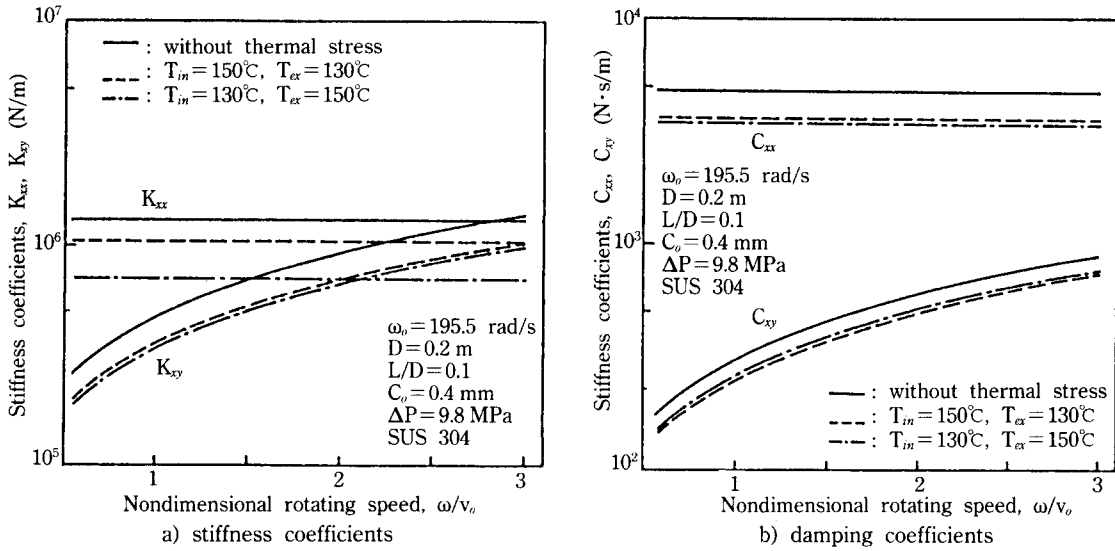


Fig. 2. Rotordynamic coefficients of annular plain seal

$$L = \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\alpha}{2m^2} \{B_n(mr) + mr C_n'(mr)\} \frac{\cos mz}{m} \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} A_n'(mr) &= A_{1n}I_1(mr) - A_{2n}K_1(mr) \\ B_n(mr) &= B_{1n}I_0(mr) + B_{2n}K_0(mr) \\ C_n'(mr) &= C_{1n}I_1(mr) - C_{2n}K_1(mr) \end{aligned}$$

따라서 변위 및 응력성분은 각 계수를 n에 대해 합한 것으로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} u_r &= \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\alpha}{2m} \sum_n \left\{ A_n mr - \frac{1}{1-2\nu} (B_n' + C_n mr) \right\} \cos mz \\ \sigma_{rr} &= G\alpha \frac{1+\nu}{1-\nu} \sum_n \left\{ -A_n + B_n + (1-2\nu)C_n + mr(A_n' + C_n') - \frac{B_n'}{mr} \right\} \sin mz \\ \sigma_{rz} &= -G\alpha \frac{1+\nu}{1-\nu} \sum_n \left\{ mr(A_n + C_n) + B_n' + 2(1-\nu)C_n' \right\} \cos mz \\ \sigma_{\theta\theta} &= -G\alpha \frac{1+\nu}{1-\nu} \sum_n \left\{ -A_n + (1-2\nu)C_n + \frac{B_n'}{mr} \right\} \sin mz \\ \sigma_{zz} &= -G\alpha \frac{1+\nu}{1-\nu} \sum_n \left\{ 2A_n + B_n + 2(2-\nu)C_n + mr(A_n' + C_n') \right\} \sin mz \end{aligned} \quad (12)$$

이 식들은 축의 양단면으로 부터 충분히 떨어진 곳에서 올바른 해를 갖는다.

$$\begin{aligned} \text{단 } A_n(mr) &= A_{1n}I_0(mr) + A_{2n}K_0(mr) \\ B_n'(mr) &= B_{1n}I_1(mr) - B_{2n}K_1(mr) \\ C_n(mr) &= C_{1n}I_0(mr) + C_{2n}K_0(mr) \end{aligned} \quad (13)$$

식 (13) 중에서 A_{1n} 과 A_{2n} 은 식 (5)로부터 결정되며, 또 B_{1n} , B_{2n} , C_{1n} , C_{2n} 은 축 및 시일 표면의 응력을 0으로 하도록 하는 조건식

$$\begin{aligned} (\sigma_{rr})_{r=a} &= (\sigma_{rr})_{r=b} = 0 \\ (\sigma_{rz})_{r=a} &= (\sigma_{rz})_{r=b} = 0 \end{aligned}$$

으로부터 구해진다. 반경방향의 변위 u_r 은 축 표면과 시일의 내외표면에서 식 (12)의 첫째 식으로부터 구할 수 있다.

2-3. 동적계수

미소틈새를 갖는 환상시일내에 비압축성 유체가 흐르

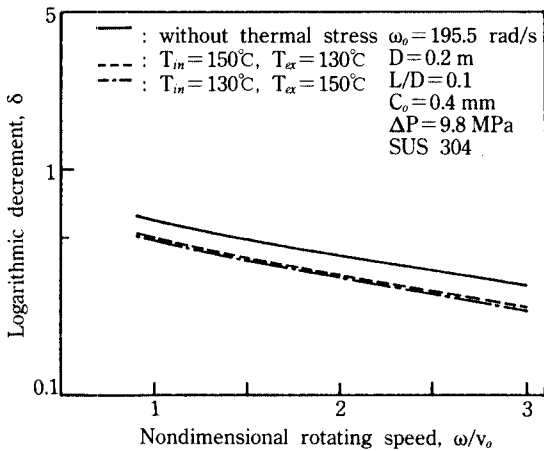


Fig. 3. Logarithmic decrement

는 경우, 흐름에 대한 축방향의 운동량 및 연속의 식은 [3]

$$-H \frac{\partial p}{\partial z} = \rho \lambda w^2 + \rho H \left[\frac{\partial w}{\partial t} + u_s \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right] \quad (14)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(Hw)}{\partial z} + \frac{\partial(Hu_s)}{\partial x} = 0 \quad (15)$$

여기서 H는 액막특새, p는 유체압력, w 및 u_s는 축방향 및 접선방향의 평균유속, ρ는 액체밀도이며 λ는 마찰계수이다.

축과 시일이 축방향으로 평행이며 동심상태에 있다고 가정한다. 소폭시일이론[1]에 따라 접선방향의 속도변동성분을 무시하여 동심위치에서 축편심에 대한 섭동변수를 이용하여 전개하면 시일에 작용하는 동적인 힘을 계산하고 행렬형식의 동특성계수를 구할 수 있다[4].

시일입구와 출구 사이의 온도분포는 시일특새가 매우 적은 경우 선형적으로 근사화하여 표현할 수 있고, 따라서 식 (12)로부터 구한 반경방향 변위는 축방향으로 직선적인 형으로 나타낼 수 있다. 이는 테이퍼 형상의 시일특새와 유사하므로, 본 보에서는 저자에 의해 이미 발표된 연구결과식[8]을 이용하여 동적계수(rotordynamic coefficients)를 계산하도록 한다.

3. 수치계산 예

환상시일에 작용하는 열응력에 의한 탄성변형이 시일 동특성과 안정성에 미치는 영향을 조사하기 위한 계산 모델로서 펌프의 웨어링링에 대해 D=200 mm, L/D=0.1, C_o/D=0.002의 값을 이용한다.

Fig. 2는 실제 펌프축계에 사용되고 있는 스테인레스강

(SUS304)의 경우, 축 회전속도의 변화에 따른 시일의 동적계수의 변화를 나타낸 것이다. 열응력을 무시한 경우와 입구온도 150°C, 출구온도 130°C 및 그 역인 경우의 결과를 비교하면, 열응력을 고려한 경우가 강성계수(K_{xx}, K_{yy})와 감쇠계수(C_{xx}, C_{yy}) 모두 낮아지고 있다. 이는 축과 시일부분이 모두 열변형으로 팽창되어 시일 특새의 크기가 변화하며 특히 축의 열팽창보다 시일의 열팽창량이 크게 되어 출구온도보다 높은 경우는 특새형상이 출구보다 입구가 크게 되고(convergent tapered type), 출구온도가 높은 경우는 그 역의 형상이 되어, 테이퍼시일과 유사한 특성을 나타낸다[8].

Fig. 3은 단단 양흡입 원심펌프의 간단한 계산 모델을 이용하여, 양단 단순 지지에 대한 고유진동수 ω₀와 회전수 ω의 비를 변화시킨 경우의 대수감쇠율을 구한 것이다. 계산모델로서는 축 중앙에 1개의 원판을 갖으며 양단에 특성이 동일한 볼 베어링으로 지지된 계를 고려한다. 열응력을 고려한 경우 대수감쇠율이 감쇠하며, 이 경향은 입구보다 출구온도가 높은 경우가 더욱 감소한다.

4. 결 론

본 연구에서는 열응력이 시일의 동특성에 미치는 영향을 구하기 위한 기초적인 시도로서, 환상시일의 동특성과 대수감쇠율을 열응력에 의한 탄성변형을 고려하여 이론해석을 하였다. 고온의 작동유체에 의한 열응력의 해석은 무한 원통의 2차원 정상 열응력 분포를 시일과 축에 적용하였다. 정상 열응력의 효과를 고려한 경우, 시일의 강성 및 감쇠계수와 계의 대수감쇠율이 열응력을 무시한 종래의 결과에 비해 낮아지게 되고, 따라서 계의 안정성을 떨어뜨리게 됨을 알 수 있다.

사 사

열응력에 관한 귀중한 자료를 보내주고, 조언을 하여 주신 Noda 교수에게 감사를 드립니다.

기호설명

- C : 반경방향 특새
- C_{xx}, C_{yy} : 시일의 감쇠계수
- D : 시일 직경
- G : 재료의 횡탄성계수
- L : 시일길이
- L_s : 축의 길이
- K_{xx}, K_{yy} : 시일의 강성계수

r, z	: 반경 및 축방향 좌표
u_r	: 반경방향의 변위
T	: 온도분포
$T_{in}(a), T_{in}(b)$: 축 및 시일표면의 입구온도
T_{ex}	: 시일의 출구온도
α	: 선폭창계수
δ	: 계의 대수감쇠율
ν	: poisson비
ϕ	: 변위탄성포텐셜
σ	: 응력
ω_0	: 단순지지시의 고유진동수
ω	: 회전각속도
ΔP	: 시일의 압력차

참 고 문 헌

1. Black, H. F. and D. N. Jenssen, "Dynamic Hybrid Bearing Characteristics of Annular Controlled Leakage Seals", Proc. Inst. Mech. Engr. Vol. 184, 3n pp. 92-100, 1969.
2. 三菱重工業(株), 보일러급수펌프 설계자료, 1990.
3. Iwatsubo, T. and B. S. Yang, "The Effects of Elastic Deformation on Seal Dynamics", Trans. ASME. J. of Vibration, etc., Vol. 110, pp. 59-64, 1988.
4. 양보석, 시일 동특성에 미치는 원심응력의 영향에 관한 연구, 한국윤활학회지, Vol. 5, No. 1, pp. 64-68, 1989.
5. Yang, B. S., "The Effects of Centrifugal Stress on Seal Dynamics", Int. J. of Machine Vibration, Vol. 1, Nol. 1, pp. 80-84, 1991.
6. Noda, N. and Y. Takeuti, "Unsteady Thermal Stresses in a Finite Circular Cylinder under Non-Symmetric Heating in Axial Direction", Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 25, pp. 637-644, 1977.
7. 竹内, 熱應力, 日新出版, 1971.
8. Iwatsubo, T. and B. S. Yang, "Dynamic Characteristics of Annular Tapered Pump Seal", 11th Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise, ASME Boston pp. 405-410, Sep. 1987.