

# 가변구조 제어기를 이용한 서보 모터의 위치제어

양 주 호 · 김 성 환\*

부산수산대학교, \*한국해양대학

(1991년 2월 1일 접수)

## The Position Control for Servo-Motor by the Application of Variable Structure Controller

Joo-Ho YANG and Seong-Whan KIM

National Fisheries University of Pusan, \*Korea Maritime University

(Received February 1, 1991)

The Variable Structure System(VSS) will be of much interest to educators and design engineers who wish to demonstrate and investigate sophisticated position control methods and their applications.

This paper describes DC motor position control by means of VSS concept. The control scheme is derived, implemented and tested in the laboratory where IBM AT computer has been used as a digital controller to control a representative servo system. The control system schematic is given and sample results are shown for illustration. This experiment may serve as a basis for further application of VSS.

### 서 론

서보 모터는 산업현장에서 위치제어계를 구성하는데 널리 이용되는 도구이며, 이 서보 모터를 이용한 위치제어계는 PID 제어기를 이용한 제어계, 또는 최적제어이론을 이용한 상태피드백 제어계 등으로 많이 구성해 왔다<sup>1)~4)</sup>.

또한 이러한 제어계의 구성은 종전에는 아날로그 제어기로써 실현시키는 것이 통상적인 방법이었으나, 반도체공학의 발달로 인해 정교한 제어를 수행할 수 있는 소형의 디지털 마이크로 컴퓨터가 등장함으로써 다양한 소프트웨어를 이용하여 제어계의 구성이 용이해졌다. 가변구조 시스템(Variable Structure System: VSS)<sup>5),6)</sup>의 기본 이론은 20여년동안 소련에서 착안, 발전되어온 것으로, 이 시스템은 순간순간 시스템의 제어구조를 변화시킴으로써 제어계가 유용한 특성을 갖도록 하는 것이다.

본 논문은 VSS를 이용하여 서보 모터를 제어하는 제어계를 IBM계 16bit마이크로 컴퓨터로써 구성하여

실시간 제어실험을 통하여 그 타당성을 검토하고자 한다.

### 서보 모터의 모델링

전기자 제어 직류전동기를 수식적으로 모델링 하면 다음식과 같다.

$$e_a(t) = e_g(t) + i_a(t) R_a + L_a \frac{di_a(t)}{dt} \quad (1)$$

$$e_g(t) = K_b \omega(t) \quad (2)$$

$$T_e(t) = T_L(A) + B\omega(t) + J \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (3)$$

$$T_e(t) = K_t i_a(t) \quad (4)$$

여기서,

$e_a(t)$  : 단자전압

$e_g(t)$  : 역기전력

$L_a$  : 전기자 인덕턴스

$R_a$  : 전기자 저항

$i_a(t)$  : 전기자 전류

$K_b$  : 역기전력 상수

- $T_e(t)$ : 발생 토크
- $T_L(t)$ : 부하 토크
- $B$  : 점성 마찰 계수
- $K_t$  : 토크 상수
- $J$  : 관성 모우먼트
- $\omega(t)$ : 각속도
- $\theta$  : 각변위

위식을 라플라스 변환하여 전달함수를 구해보면,

$$\frac{\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K_t/n}{[R_a B(1+\tau_a s)(1+\tau_m s) + K_t K_b] S} \quad (5)$$

여기서,

$$\tau_a = L_a/R_a, \quad \tau_m = J/B, \quad n : \text{speed ratio}$$

$B \neq 0$  및  $\tau_a \ll \tau_m$  이면 윗식은

$$\frac{\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K_f}{S(1+\tau S)} \quad (6)$$

으로 나타낼 수 있다. 여기서,  $K_f = 1/K_b n$ ,  $\tau = J R_a / K_t K_b$ 이다.

## VSS의 기본 이론 및 제어계의 구성

### 1. VSS의 기본 이론<sup>5)</sup>

VSS의 기본 개념을 알아보기 위해 아래 canonical form으로 표시되는 2차계를 생각해 보자.

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -a_2 x_2 - a_1 x_1 + b u \\ u &= -k x_1 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

여기서  $x_1, x_2$ 는 상태변수이고  $l$ 는 피드백 계인이며 그 값은 아래와 같이 변환된다.

$$l = \begin{cases} \beta : x_1 \sigma > 0 \text{인 경우} \\ \alpha : x_1 \sigma < 0 \text{인 경우} \end{cases}$$

경계선  $\sigma=0$ 는 상태평면상에서 switching line을 나타낸다.

$$\sigma = p_1 x_1 + p_2 x_2 \quad (p_1, p_2 \text{는 상수}) \quad (8)$$

피드백 계인  $l$ 는 Fig. 1과 같이 상태평면상에 나타나는 상태에 따라 변화한다.

실제시 고려해야 할 사항은 상태가 상태평면상 어떤 초기위치로부터든지  $\sigma=0$ 인 switching line으로

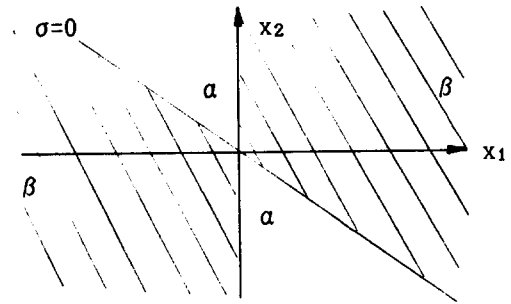


Fig. 1. Phase plane.

접근하도록  $\alpha, \beta, p_1, p_2$ 의 값을 지정하는 것이다. 각 상수 값을 위에서 언급한대로 결정하면 상태궤적은 switching line을 따라 활주하여 원점에 도달할 것이다. switching line을 따라 활주해가는 상태궤적을 제어기의 sliding mode라 한다. 시스템의 상태가 switching line으로부터 벗어날 때마다 제어기는 제어구조를 변화시켜 switching line으로 되돌아오게 한다.

이론적으로 이 제어기는 switching line 부근에서 매우 빠른 속도로 구조가 변하여 채터링이 일어나고 상태는  $\sigma=0$ 에 접근할 것이다.

그러나 실제로는 제어기의 지연요소에 의해 switching line을 상당히 벗어날 수도 있다.

상태평면의 원점에 접근하면서 switching line을 벗어나는 정도가 미소해져서 정상 상태에 달하게 되고 채터링이 일어난다.

이 문제를 해결하는 방법에는 몇가지 있는데 그중 하나는 제어계가 약간의 오차를 나타낸 후 완만하게 접근해 가도록 상태평면의 원점 근처에 도달했을 때 제어구조를 적분제어로 전환하는 방법이다.

여기서 각 상수값을 결정하는 알고리즘은 다음과 같다. 제어계가 가제어성이고 하나의 입력을 가지면, 아래와 같은 canonical form으로 변환시킬 수가 있다.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU \\ U &= -LX \end{aligned} \quad (9)$$

$$A = \begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} & -a_n \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix}$$

Switching surface를

$$\sigma(x) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n = P^T X = 0 \quad (10)$$

라 하면,

$$\frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} \sigma(x) = p_1 x_1^{n-1} + p_2 x_2^{n-1} \dots p_n x_n^{n-1} \quad (11)$$

식(9)에서

$$\begin{aligned} x_2^{n-1} &= x_1^{n-2} \\ x_3^{n-1} &= x_1^{n-3} \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ x_n^{n-1} &= x_1 \end{aligned}$$

이므로 sliding mode는 아래식으로 나타낼 수 있다.

$$p_1 \frac{d^{n-1} x_1}{dt^{n-1}} + p_2 \frac{d^{n-2} x_1}{dt^{n-2}} + \dots + p_{n-1} \frac{dx_1}{dt} + p_n x_1 = 0 \quad (12)$$

Sliding surface 상의 동특성은  $p_i$  값들에 의해 특징 지워질 수 있다. 즉  $n-1$ 차의 미분 방정식에 의해 결정되고 아래 방정식의 모든 근이 S평면 좌반부에 위치하면 안정하다.

$$I^*(s) = p_1 S^{n-1} + p_2 S^{n-2} + \dots + p_n = 0 \quad (13)$$

위에서 알 수 있는 바와 같이 sliding mode는 A, B값의 변화에 무관하다.

VSS를 이용한 제어계를 설계할 때는 먼저, 상태변수를 canonical form으로 변환하여 안정된 switching surface를 선택한 후 원래의 상태변수로 복귀 시킨다.

상태가  $P^T X = 0$  평면 위에서 활주하도록 제어구조를 변환시키기 위해 Lyapunov 안정조건을 적용하면,

Lyapunov function

$$V(x) = 1/2 \cdot \sigma^2(x) = 1/2 \cdot (P^T X)^2 \quad (14)$$

$$\dot{V}(x) = \sigma(x) \dot{\sigma}(x) = X^T P P^T (A - BL) X < 0 \quad (15)$$

식(15)의 우변을 다시 정리하면

$$\begin{aligned} X^T P (P^T A - P^T BL) X \\ = X^T P (P^T B) \left( \frac{P^T A}{P^T B} - L \right) X \\ = \sigma(x) (P^T B) (M - L) X < 0 \end{aligned} \quad (16)$$

가 된다. 단,  $M = P^T A / P^T B$

따라서, sliding mode가 존재하기 위해서는 아래 조건을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} l_i > m_i : \sigma(x) (P^T B) x_i > 0 \text{인 경우} \\ l_i < m_i : \sigma(x) (P^T B) x_i < 0 \text{인 경우} \end{aligned}$$

즉, switching surface  $\sigma(x) = 0$  상에서 피드백 계인 L이 위와 같이 변화되어야 한다.

## 2. 제어계의 구성

식(6)에 의해 인가전압에 대한 각변위 전달함수는 아래와 같다.

$$\frac{\theta}{u} = \frac{1}{S(1 + \tau S)} \quad (17)$$

(단,  $u$  : 단자전압)

위식을 상태방정식으로 나타내면

$$\dot{x}_1 = \frac{a}{b} x_2 \quad (18)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{\tau} (bK u - x_2)$$

여기서,  $x_1 = a\theta$ ,  $x_2 = b\omega$ ,  $a$ 는 각 트랜스듀서 계인이고  $b$ 는 속도 트랜스듀서 계인이다.

$$\sigma(x) = c x_1 + x_2$$

라고 하면

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a/b \\ 0 & -1/\tau \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ bk/\tau \end{pmatrix}$$

$$P^T = [C \ 1]$$

이므로,

$$M = \frac{P^T A}{P^T B} = \begin{pmatrix} 0 & \varphi \end{pmatrix} \text{이다.}$$

$$\text{(단, } \varphi = \frac{\tau}{bk} \left( \frac{ac}{b} - \frac{1}{\tau} \right))$$

그러므로 안정된 sliding mode 제어기는

$$u = -l_1 x_1(t) - l_2 x_2(t)$$

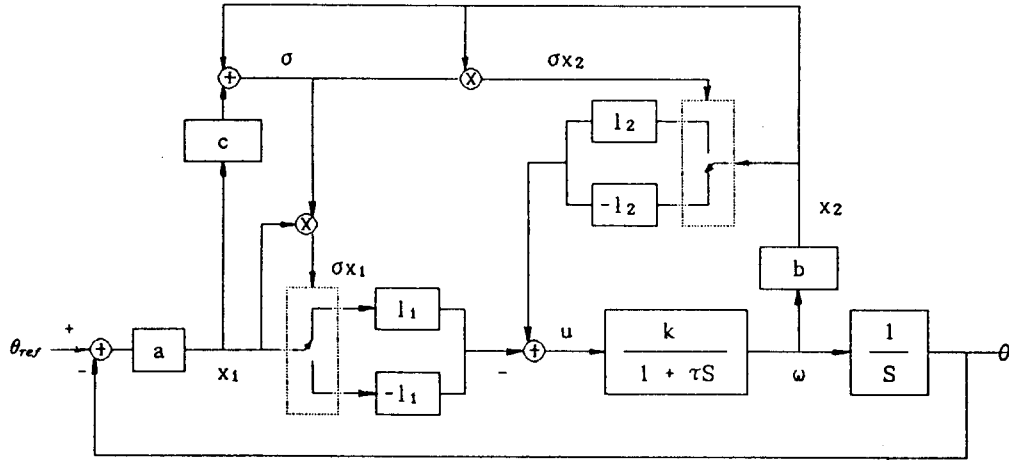


Fig. 2. Block Diagram of Control System.

이다. 여기서,

$$l_1 = \begin{cases} > 0 : \sigma(x) \ x_1 < 0 \text{인 경우} \\ < 0 : \sigma(x) \ x_1 < 0 \text{인 경우} \end{cases}$$

$$l_2 = \begin{cases} > \varphi : \sigma(x) \ x_2 < 0 \text{인 경우} \\ < \varphi : \sigma(x) \ x_2 < 0 \text{인 경우} \end{cases}$$

Fig. 2는 이 제어계통의 블록선도이다. 본 실험에 있어서의 시스템 상수는  $K=8.2[\text{rad/s} \cdot \text{V}]$ ,  $\tau=0.25[\text{s}]$ ,  $a=5.7[\text{V/rad}]$ ,  $b=0.78[\text{V} \cdot \text{s/rad}]$ 이다.

### 실험결과 및 고찰

이 실험에 사용된 서보시스템은 속도감지를 위한 DC회전계가 부착되어 있고 OP Amp, Attenuator,

Pre-Amp, Servo-Amp 등의 부속 장치가 있다.

제어기로는 A/D, D/A 컨버터가 내장된 16bit 퍼스널 컴퓨터를 사용하였고, Fig. 3은 실험장치의 블록선도이다.

Fig. 4의 (a)는  $c=0.2$ ,  $|l_1|=0.3$ ,  $|l_2|=0.5$ 인 경우 60스텝 입력에 대한 시간응답이고 Fig. 4의 (b) 및 (c)는 이때의 제어신호 및 상태평면상의 궤적이다.

Fig. 5의 (a), (b) 및 (c)는  $c=0.2$ ,  $|l_1|=0.1$ ,  $|l_2|=0.2$ 인 경우의 응답, 제어신호 및 궤적이다.

Fig. 4와 Fig. 5의 (a)를 비교해 보면 계인의 절대값이 커짐에 따라 응답은 감소하나 반면 채터링 현상이 일어남을 알 수 있다. 이것은 입력의 크기가 크기 때문에 일어나는 현상이라고 할 수 있다. 이 현상

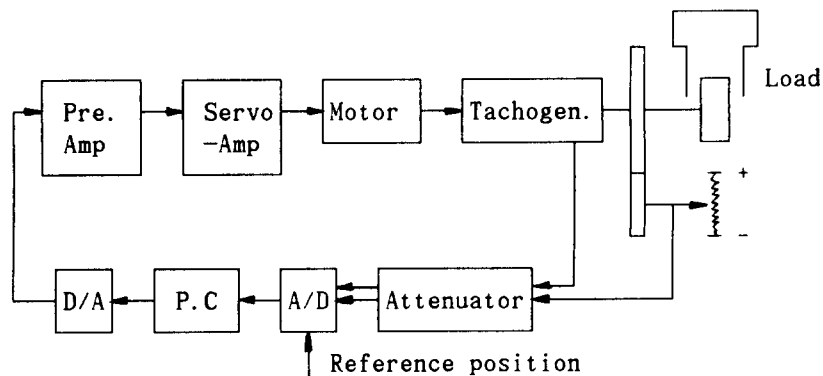
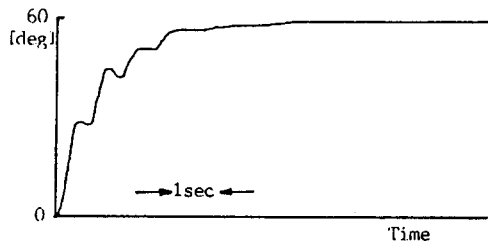


Fig. 3. System block diagram.

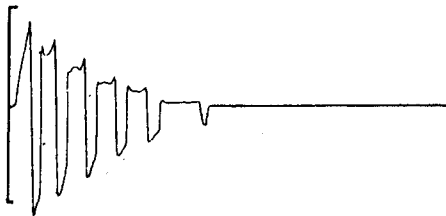
은 상태평면상의 궤적으로도 쉽게 알 수 있다.

Fig. 6의 (b)는 (a)의 두배의 부하를 가했을 경우의 응답으로서 이 두그림을 비교해 보면 시스템의 파라미터가 변화할 지라도 응답특성에는 큰 변화를 주지 않는다는 것을 알 수 있다.

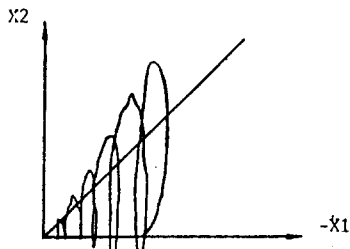
이것이 VSS의 주목할 만한 특징이다. 그리고 '채터링을 방지하기 위해 피드백 계인을 줄이고 옴셀이 발생하는 것을 방지하기 위하여서는 적분동작을 삽입하면 될것으로 생각된다.



(a)

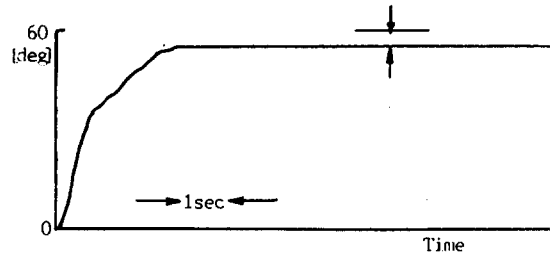


(b)

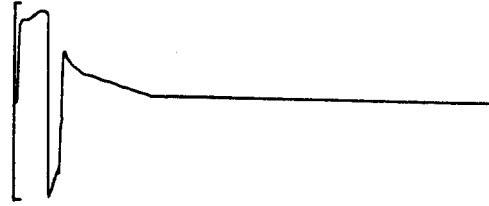


(c)

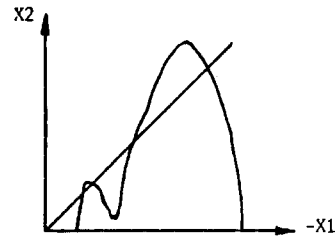
Fig. 4. (a) Step response, (b) Control signal, (c) Phase plane. ( $c=0.2$ ,  $|k_1|=0.3$ ,  $|k_2|=0.5$ ).



(a)

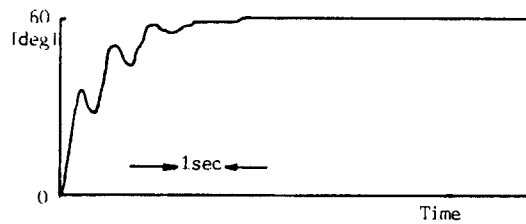


(b)

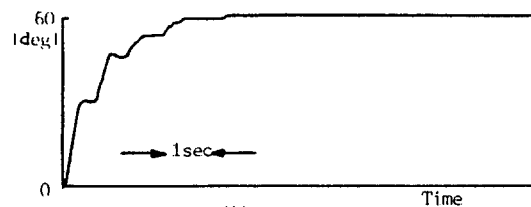


(c)

Fig. 5. (a) Step response, (b) Control signal, (c) Phase plane. ( $c=0.2$ ,  $|k_1|=0.1$ ,  $|k_2|=0.2$ ).



(a)



(b)

Fig. 6. Step responses at different friction parameters.

## 결 론

VSS 이론을 토대로 위치제어계를 구성하여 응답실험을 한 결과 양호한 응답특성을 보였으며, 외란이 응답특성에 큰 영향을 미치지 않는 유용한 제어계가 됨을 알 수 있다.

VSS의 개념의 매우 간단하고 컴퓨터를 이용하면 그 실현이 용이하므로 앞으로 제어 기술자들이 많은 흥미를 느낄 것으로 생각된다.

## 참고문헌

- 1) 하태광(1983) : 마이크로 프로세서를 이용한 직류 모터의 위치제어. 전남대학교 대학원
- 2) 김용국(1984) : 마이크로 프로세서에 의한 직류전동기의 PID제어 방식에 관한 연구. 고려대학교 대학원.
- 3) 노영오(1986) : 마이크로 프로세서를 이용한 직류전동기의 속도제어에 관한 연구. 한국해양대학교 대학원.
- 4) 양주호, 하주식(1986) : 마이크로 프로세서를 이용한 최적위치제어에 관한 연구. 한국박용기관학회지, 51~64.
- 5) Karl Johan Åström, Björn Wittenmark(1989) : Adaptive Control, Addison-Wesley, 391~395.
- 6) N.N. Bengiamin, B. Kauffmann(1984) : Variable Structure Position Control Systems Magazine, 3~8.