

# 세장선 이론의 새로운 전개

김 인 철

부산수산대학교

(1991년 1월 31일 접수)

## A New Development in the Theory of Slender Ships

In Chul KIM

National Fisheries University of Pusan

(Received January 31, 1991)

The method, which is introduced here, is an approximation derived by an application of the slender body theory, which has achieved a great success in the field of aeronautical engineering. However numerical results for wave resistance by this theory have been very disappointing.

A slender body formulation for a ship in uniform forward motion is presented.

It is based on the asymptotic expansion of the Kelvin source and the result is quite different from the existing slender ship theory developed by Vossers, Tuck and Maruo. It is equivalent to an approximation for the kernel function of the Neumann-Kelvin problem which assumes the linearized free surface condition but deals with the body boundary condition in its exact form.

The velocity field and pressure distribution can be calculated simply by the differentiation of the two-dimensional velocity potential. A formula for the wave resistance of slender ships is also presented.

### 서 론

보다 안전하고 경제적인 배를 설계하기 위하여 선체의 운동이나 저항에 대한 자료들이 많이 필요하다.

선체저항의 이론해석은 Michell(1898)의 thin-ship theory 이후 많은 학자들이 thin-ship theory를 수정, 확장하여 왔다. 그러나 thin-ship theory의 여러가지 가정때문에 실험치와의 차이가 현저하므로 Cumins(1956), Maruo(1962) 등이 세장선 이론(slender ship theory)을 제안하였다. 이론 계산과 실험치 사이에는 여전히 차이가 있으나, 주기운동을 하는 선체운동에 대한 세장체 이론의 적용은 놀랄만큼 진전을 보였고, 실용에 이용하는 정도에 까지 이르렀다.

선체의 조파저항을 예견하는 방법을 증대시키려는 연구 노력은 다음 두가지의 중요한 분야로 분류된다.

첫째는 자유표면 조건의 비선형 효과를 고려하여 고차항 이론을 발전시키고, 둘째는 물체 경계조건의 수치적인 취급을 개선해 나가는 것이다. 둘째는 물체와 자유표면의 경계조건을 가능한 한 정확하게 풀려는 목적으로 직접 수치적인 방법을 발전시키는 것이다.

첫번째 방법에 대해서는 저 Froude 수 문제의 해석이 Baba & Takekuma(1975)와 Newman(1976)에 의하여 제안되었으며, 저속이론에서 고차항의 경계조건을 고려하는 방법들이 Adachi(1981)에 의하여 발전되어 왔다.

두번째 방법에 대해서는 Michell의 이론보다 더욱 현실에 입각한 것으로 Brard(1972)가 제안한 Neumann-Kelvin 문제이다. 이것은 자유표면의 경계조건은 미소 교란을 가정하여 선형으로 하고, 완전한 선체 표면조건을 사용하여 해를 구하는 것이다. 3차원 Neumann-Kelvin 문제는 적분방정식안의 복잡

한 kernel함수때문에 수치해의 과정에 이점이 없다.

본 연구에서는 섭동론적 관점에서 Neumann-Kelvin 문제를 단순화하는데 접근하는 새장선 이론의 새로운 전개방법을 나타내었다. 이것은 Kelvin 소오스의 점근 전개에 기초를 두었으며, Neumann-Kelvin문제의 kernel함수에 대한 근사와 동등한 것으로 되었다.

### 문제의 정식화

#### 1. 유한 수심에 대한 속도 포텐시얼

유체는 비점성, 비압축성의 이상유체로 하고, 비회전운동을 고려하여 속도 포텐시얼  $\phi$ 를 정의한다. 흐름은 균일속도  $U$ 로  $x$ 축의 방향에서 흘러 들어온다. 물의 깊이를  $d$ 로 하여 유한 수심으로 한다. 강도 1의 단일 소오스를 점  $(0, 0, -z_1)$ 에 둔다. 여기서 취하는 직교좌표계는 원점  $0$ 를 교란되지 않은 자유표면위에 두고,  $0z$ 를 연직 상방향으로,  $0x$ 를 운동 방향에 평행하게 둔 것으로 한다.

전체 속도 포텐시얼은 다음과 같다.

$$\phi(x, y, z) = -Ux + \phi \quad (1)$$

여기서  $Ux$ 는 균일류의 속도 포텐시얼이고,  $\phi$ 는 소오스의 존재로 인한 속도 포텐시얼이다.

$\xi$ 를 수면이 상승한 높이라 하면, 베르누이 정리를 이용하여,

$$\xi = -\frac{U}{g} \phi_x \quad (2)$$

를 얻는다. 여기서  $g$ 는 중력가속도이다.

경계면의 방정식을  $F(x, y, z, t) = 0$ 라 하면 경계 조건은

$$F_t + uF_x + vF_y + wF_z = 0 \quad (3)$$

$$(U + \phi_x)\xi_x + \phi_y\xi_y - \phi_x = 0 \quad (4)$$

에서 비선형항을 무시하여

$$\phi_x = U\xi_x \quad (5)$$

가 된다. 식(2)과 식(5)으로부터 자유표면의 조건은

$$\phi_{xx} + K_0\phi_x = 0 \quad (6)$$

가 된다. 여기서  $K_0 = g/U^2$ 이고,  $z = -d$ 에서  $\phi_x = 0$ 이다.

소오스 그 자체의 속도 포텐시얼은 다음과 같이 표현된다.

$$\phi_1 = \frac{1}{r_1} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp[K(i\bar{w} - (z + z_1))] \times dK \quad (7)$$

여기서  $r_1^2 = x^2 + y^2 + (z + z_1)^2$  이고  $\bar{w} = x \cos \theta + y \times \sin \theta$ 이다.

해저의 조건을 만족하기 위하여

$$\phi_2 = \frac{1}{r_2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp[K(i\bar{w} - (z + 2d - z_1))] dK \quad (8)$$

을 둔다. 이것은 해저에서 소오스 그 자체의 경상을 나타낸다. 여기서  $r_2^2 = x^2 + y^2 + (z + 2d - z_1)^2$ 이다.

자유표면의 조건을 만족시키기 위하여  $\phi_1 + \phi_2$ 와 같은 형태의 다른 항을 더해야 한다.

자유표면 조건에 의하여 결정된  $\phi_3$ 는

$$\phi_3 = \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \cosh[K(z + d)] F(\theta, K) \times \exp(iK\bar{w}) dK \quad (9)$$

이다. 따라서 속도 포텐시얼은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp[K(i\bar{w} - z)] \\ &\quad \times \{ \exp(-Kz_1) + \exp(Kz_1 - 2Kd) \} dK \\ &\quad + \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \cosh[K(z + d)] F(\theta, K) \\ &\quad \times \exp(iK\bar{w}) dK \end{aligned} \quad (10)$$

식(10)을 자유표면 조건 (6)에 대입하여  $F(\theta, K)$ 를 결정하면 움직이는 소오스에 대한 속도 포텐시얼은 Kim(1987)에 의하여

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \\ &\quad \times \int_0^{\infty} \frac{\cosh[K(z + d)] \cosh[K(d - z_1)]}{\cosh(Kd) (K - K_0 \sec^2 \theta \tanh Kd)} \\ &\quad \times (K + K_0 \sec^2 \theta) \exp[K(i\bar{w} - d)] dK \end{aligned} \quad (11)$$

이 된다. 이것은 Laplace방정식을 만족하고 자유표면 조건 및 해저조건 모두를 만족한다. 적분을 일반화하기 위하여  $x, y$  대신에 각각  $(x - x_1), (y - y_1)$ 을 대입

하고, 점  $(x_1, y_1, -z_1)$ 에 밀도  $\sigma$ 의 소오스를 취하면

$$\phi = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \sigma ds - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sigma ds \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \times \int_0^{\infty} \frac{\cosh[K(z+d)] \cosh[K(d-z_1)]}{\cosh(Kd) (K - K_0 \sec^2 \theta \tanh Kd)} \times (K + K_0 \sec^2 \theta) \exp[K(i\bar{w}-d)] dK \quad (12)$$

가 된다. 이것은 유한 수심에 대하여 어떤 물체의 표면에 소오스와 싱크를 연속적으로 분포시켜 나타내는 속도 포텐셜이다.

### 2. 3차원 소오스의 점근식

유한 수심의 점  $(x_1, y_1, z_1 < 0)$ 에 소오스를 두면 Green함수를 사용하여 다음과 같이 표시한다.

$$G(x, y, z; x_1, y_1, z_1) = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - G' \quad (13)$$

여기서

$$r_1^2 = (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2 \quad (14)$$

$$r_2^2 = (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z+2d-z_1)^2 \quad (15)$$

$$\bar{w} = (x-x_1) \cos \theta + (y-y_1) \sin \theta \quad (16)$$

이다.

$$G' = -\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \times \int_0^{\infty} \frac{\cosh[K(z+d)] \cosh[K(d-z_1)]}{\cosh(Kd) (K - K_0 \sec^2 \theta \tanh Kd)} \times (K + K_0 \sec^2 \theta) \exp[K(i\bar{w}-d)] dK \quad (17)$$

이므로,  $K$ 에 대한 적분은 피적분 함수가 초월방정식

$$K - K_0 \sec^2 \theta \tanh Kd = 0 \quad (18)$$

에서 극을 갖는다. 그리고 적분 구간에서  $\theta$ 의 값에 대하여 하나의 실양근을 갖는다. 초월방정식의 도식해법은 Kim(1987)에 의하여

$$Z = \tanh Kd = Kd / K_0 d \sec^2 \theta \quad (19)$$

이므로 Fig. 1과 같이 기선을  $Kd$ 로 하는  $Z = \tanh Kd$  곡선군과 원점을 지나는 직선  $Z = Kd / K_0 d \sec^2 \theta$ 의 교차되는 점에 각  $\theta$ 의 값이 있다는 것을 의미한다.  $Kd$ 와  $\tanh Kd$ 가 만드는 최대 접선각은  $\pi/4$ 이다.

여기서 다음과 같이 변수 변환을 하면

$$\bar{x} = x_1 - x_1, \quad \bar{y} = y - y_1, \quad \bar{z}_1 = z + z_1, \quad \bar{z}_2 = z - z_1 \quad (20)$$

식(17)의  $G'$ 는

$$G' = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{(K + K_0 \sec^2 \theta)}{(K - K_0 \sec^2 \theta \tanh Kd)} \times \exp[K(i\bar{w}-d)] \times [\cosh(K\bar{z}_1) \operatorname{sech}(Kd) + \cosh(K\bar{z}_2) \{ \cosh(Kd) + \sinh(Kd) \tanh(Kd) \} + 2 \sinh(K\bar{z}_2) \sinh(Kd)] dK \quad (21)$$

이 된다.

이제  $\bar{x}$ 축 주위에서 위 적분의 점근거동을 논의한다. 길이의 척도를  $l$ , 폭의 척도를  $b$ 로 가정하고, 세장선에 대한 근사로  $\epsilon = b/l \ll 1$ 을 둔다.  $O(\epsilon^2)$ 의

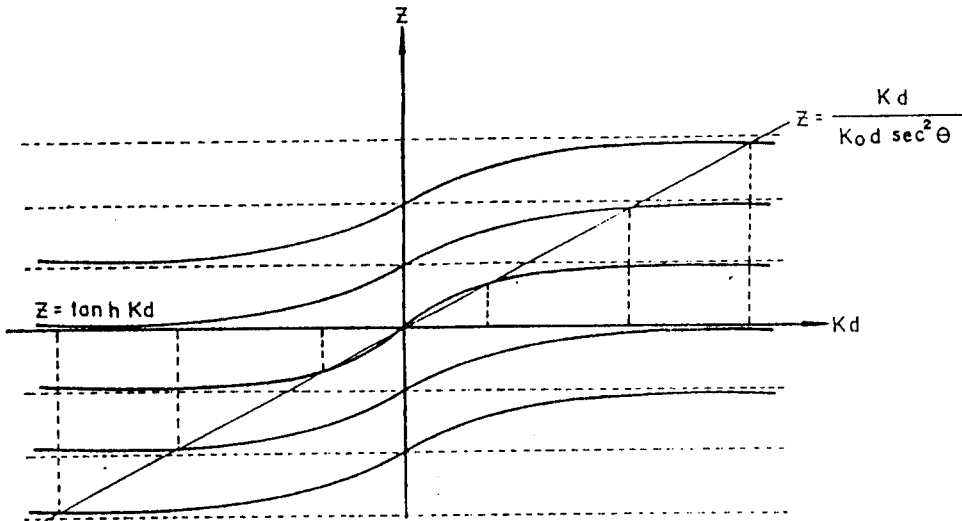


Fig. 1. Graphical solution of the transcendental equation.

항을 생략하면

$$G' = -\frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha^2 + K_0 \beta}{\alpha^2 - K_0 \beta \tanh \delta} \times \exp(i\alpha x + i\beta y - \delta) \times [\cosh(\beta \bar{z}_1) \operatorname{sech} \delta + \cosh(\beta \bar{z}_2) A_1 + 2 \sinh(\beta \bar{z}_2) \sinh \delta] d\alpha d\beta \quad (22)$$

가 된다. 여기서

$$\alpha = K \cos \theta, \quad \beta = K \sin \theta, \quad \delta = \beta d, \quad A_1 = \cos \delta + \sin \delta \tanh \delta$$

이다.

완전한 전개를 위하여 다음과 같은 적분을 행한다.

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\alpha^2 + K_0 \beta) \exp(i\alpha x)}{\alpha^2 - K_0 \beta \tanh \delta} d\alpha = i\sqrt{K_0} A_2 \sin(\sqrt{K_0 \beta \tanh \delta}) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\alpha x}}{\alpha} d\alpha \quad (23)$$

여기서  $A_2 = \beta(\tanh \delta + 1) / \sqrt{\beta \tanh \delta}$  이다. 따라서

$$G' \approx -\frac{i}{2\pi} K_0 \int_{-\infty}^{\infty} A_2 \exp(i\beta y - \delta) \times \sin(\sqrt{K_0 \beta \tanh \delta} x) \times [\cosh(\beta \bar{z}_1) \operatorname{sech} \delta + \cosh(\beta \bar{z}_2) A_1 + 2 \sinh(\beta \bar{z}_2) \sinh \delta] d\beta \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\alpha x}}{\alpha} d\alpha \quad (24)$$

가 된다. 이것은 원점에서 소오스의 특이 거동을 나타낸다.

### 3. 세장선에 대한 속도 포텐셜

균속도  $U$ 의 흐름중에 선체를 고정시킨다. 좌표계는 Fig. 2와 같이 취한다. 비압축유체의 비회전운동을 고려하여 속도 포텐셜은  $Ux + \phi$  이다. 유동장의 방정식은 Laplace 방정식이다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (25)$$

선체 표면의 경계조건은

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -U \frac{\partial x}{\partial n} = -Un_x \quad (26)$$

이다. 여기서  $n$ 은 선체 표면에서 외향법선이다.  $z=0$ 에서 자유표면에 대한 경계조건은

$$(U + \phi_x) \zeta_x + \phi_y \zeta_y - \phi_z = 0 \quad (27)$$

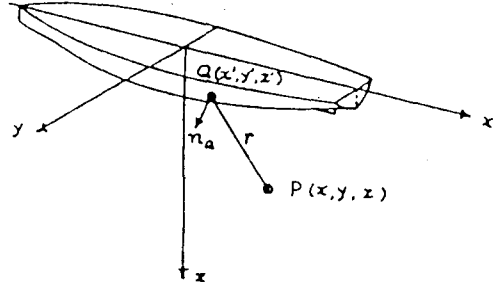


Fig. 2. Coordinate system.

$$U\phi_x + \frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) - g\zeta = 0 \quad (28)$$

이므로, 식 (27)과 식 (28)에서  $\zeta$ 를 소거하여

$$(U + \phi_x) A_x + \phi_y A_y + \phi_z A_z = 0 \quad (29)$$

가 된다. 여기서

$$A = U\phi_x + \frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) - gz \quad (30)$$

이다.

선체 주변의 유체 운동의 속도 포텐셜을 표시하기 위하여 Green함수  $G(P, Q)$ ,  $P = (x, y, z)$ ,  $Q = (x_1, y_1, z_1)$ 를 가정하고  $(x_1, y_1, z_1)$ 에 Green정리를 적용한다. 공간을 Fig. 3에 보인 바와 같이 정수면 아래의 선체 표면  $S$ 와  $S$ 를 둘러싼 큰 표면  $S_\infty$ , 그리고  $S$ 와  $S_\infty$ 사이의 수평면  $\Sigma_0$ 로 경계지워진다.

$$4\pi\phi(P) = \iint_S \left[ \frac{\partial \phi}{\partial n_Q} G(P, Q) - \phi \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n_Q} \right] dS(Q) + \iint_{S_\infty} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial n_Q} G(P, Q) - \phi \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n_Q} \right] dS(Q) + \iint_{\Sigma_0} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial z_1} G(P, Q) - \phi \frac{\partial G(P, Q)}{\partial z_1} \right] dx_1 dy_1 \quad (31)$$

Green함수로 Kelvin소오스를 취하면 다음 방정식을 만족한다.

$$U^2 G_{xx} - gG_z = 0 \quad (32)$$

수평면  $\Sigma_0$ 에서 자유표면 조건은 식 (29)으로부터

$$\phi_z = \frac{U^2}{g} \phi_{xx} + \frac{1}{g} \Phi(x, y) \quad (33)$$

이다.

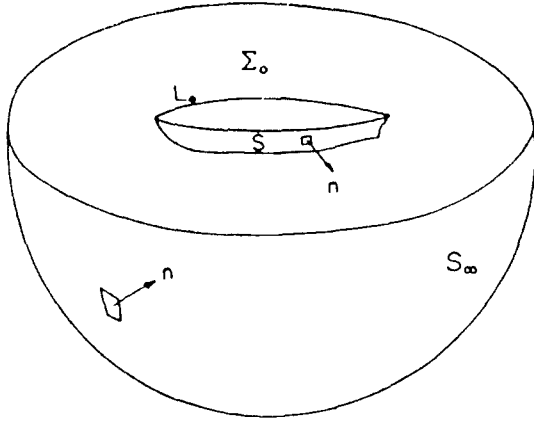


Fig. 3. Schematic diagram for a surface ship.

식 (31)의 마지막 적분안에 식 (32)과 식 (33)의 관계를 이용하고  $x_1$ 에 대하여 부분적분하면

$$4\pi\phi(P) = \iint_S \left[ \frac{\partial\phi}{\partial n_Q} G(P, Q) - \phi \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n_Q} \right] dS(Q) - \frac{U^2}{g} \int_{L_0} [G(P, Q) \frac{\partial\phi}{\partial x_1} - \phi \frac{\partial G(P, Q)}{\partial x_1}]_{z_1=0} dy_1 + \frac{1}{g} \iint_{\Sigma_0} \Phi(x_1, y_1) G(P, Q) dx_1 dy_1 \quad (34)$$

가 된다.

이제 배는 매우 세장체이어서 길이에 대한 폭의 비가 대단히 작다고 한다. 그러면 종축에 대한 선체표면의 기울기는  $\epsilon$ 의 차수로 작고, 그래서 선체의 경계 조건때문에 법선속도는  $O(\epsilon)$ 이다. 선체의 표면적은  $O(\epsilon)$ 에 관계되므로 식 (34)의 첫항은 교단속도 포텐시얼이  $O(\epsilon^2)$ 임을 가리킨다. 더욱이 2차항의 선적분과 3차항의 수평분포 모두  $O(\epsilon^3)$ 이라 가정한다. 고차항들을 생략하면 속도 포텐시얼은 다음과 같다.

$$4\pi\phi(P) = \iint_S \left[ \frac{\partial\phi}{\partial n_Q} G(P, Q) - \phi \times \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n_Q} \right] dS(Q) \quad (35)$$

Kelvin소오스로서 Green함수를 선택하면

$$G(P, Q) = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + G'(x-x_1, y-y_1, z-z_1) \quad (36)$$

이제 속도포텐시얼의 한 부분을 고려하면 다음과

같이 된다.

$$4\pi\phi_1 = \iint_S \left( \frac{\partial\phi}{\partial n_Q} - \phi \frac{\partial}{\partial n_Q} \right) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) dS(Q) \quad (37)$$

수평면  $z=0$ 에 대하여 S와 그의 경상 S'로 구성되는 폐곡면의 바깥 부분은 조화함수이다. 그리고 z에 대하여 기함수이므로 무한대에서는 사라진다.

이제 S+S'의 바깥 부분에 Green정리를 적용하여 다음을 얻는다.

$$4\pi\phi_1 = \iint_S \left( \frac{\partial\phi_1}{\partial n_Q} - \phi_1 \frac{\partial}{\partial n_Q} \right) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) dS(Q) \quad (38)$$

이것을 S+S'의 바깥에서는 식 (37)에 정의된 포텐시얼과 동일하고 그것의 안쪽에서는 사라진다. 만약  $\phi = \phi_1 + \phi_2$ 라 두면  $\phi_2$ 는 낮은 반평면에서 조화함수이다. Green정리를 S와  $z=0$  면에 의하여 경계지워진 선각의 안쪽에 적용하면, S의 바깥 P점에 대하여 다음을 얻는다.

$$- \iint_S \left( \frac{\partial\phi_2}{\partial n_Q} - \phi_2 \frac{\partial}{\partial n_Q} \right) G(P, Q) dS(Q) + \iint_{L_0} \left( \frac{\partial\phi_2}{\partial x_1} - \phi_2 \frac{\partial}{\partial x_1} \right) G(P, Q) dy_1 = 0 \quad (39)$$

세장선의 가정때문에 제2항은 생략할 수 있으므로 식 (35) 대신에

$$4\pi\phi(P) = \iint_S \left[ \frac{\partial\phi}{\partial n_Q} G(P, Q) - \phi \times \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n_Q} \right] dS(Q) \quad (40)$$

이다.

세장체의 가정으로 부터 횡좌표  $y, z, y_1, z_1$ 의 크기의 차수는  $O(\epsilon)$ 이다. 만약  $x$ 와  $x_1$ 의 차수가 1이면 식 (38)을  $x_1$ 에 대하여 부분적분하고 고차항들을 무시하여  $\phi_1$ 에 대한 선체 근처의 표현을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$4\pi\phi_1 = \int_{c(x)} \left( \frac{\partial\phi_1}{\partial n} - \phi_1 \frac{\partial}{\partial n} \right) \times \ln \frac{(y-y_1)^2 + (z-z_1+2d)^2}{(y-y_1)^2 + (z+z_1)^2} dS(y_1, z_1) \quad (41)$$

여기서  $c(x)$ 는 각 횡단면  $x$ 에서 선각 표면의 contour이며  $dS(y_1, z_1)$ 은  $c(x)$ 의 길이 요소이다.

$\phi_2$ 는 식(40)에서 식(38)을 빼어 얻는다.

$$4\pi\phi_2 = \iint_S \left[ \frac{\partial\phi_1}{\partial n_Q} G'(P, Q) - \phi_1 \frac{\partial G'(P, Q)}{\partial n_Q} \right] \times dS(Q) \quad (42)$$

세장체에 대한 표현을 얻기 위하여  $G'(P, Q)$ 에 대한 점근전개를 다음과 같이 표시한다.

$$G' \approx \frac{\sqrt{K_0}}{2} \int_0^\infty A_2 e^{-\delta} \cos(\beta y) \times \sin(\sqrt{K_0\beta} \tanh\delta x) \times [\cosh(\beta z_1) \operatorname{sech}\delta + \cosh(\beta z_2) A_1 + 2 \sinh(\beta z_2) \sinh\delta] (1 + \operatorname{sgn}x) d\beta \quad (43)$$

이 결과로 얻은 내부 영역에 대한 특이점은 원점에서 무한한 진동을 일으키는 필수 특이점이다.

#### 4. 경계치 문제

속도 포텐셜을  $\phi_1$ 과  $\phi_2$ 로 나누었다. 그러면 (26)식의 선체 표면의 경계조건은 다음과 같은 형태로 된다.

$$\frac{\partial\phi_1}{\partial n} = -U n_x - \frac{\partial\phi_2}{\partial n} \quad (44)$$

여기서  $n$ 은 선체 표면의 contour에 대한 외향법선이다. 다음 조건을 만족하는  $\phi_1$ 에 대한 경계치 문제를 고려한다.

$$\frac{\partial\phi_1}{\partial n} = Vn \quad (45)$$

함수  $\phi_1$ 은 Fig. 4에 보이는 바와 같이  $c(x)$ 와 그의 경상  $\bar{c}(x)$ 로 구성된 폐곡선  $c$ 의 바깥  $yz$ 평면에서 평면 조화함수이다. 이것은  $z$ 에 대하여 비대칭이며 dipole과 같은 형태로 무한대에서 사라진다.

$c(x)$ 에서 경계조건은 식(45)이고 반면에  $\bar{c}(x)$ 에 대한 비대칭 조건은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial\phi_1}{\partial n} = -\bar{V}n \quad (46)$$

여기서  $\bar{V}n$ 는  $Vn$ 에서  $z$ 대신에  $-z$ 를 넣은 것을 정의한다.

$z = y + iz$ 의 복소수를 정의하고 복소  $Z$ -평면에서 폐곡선  $c$ 를 고려한다.

그러면 사상함수  $Z = f(\xi)$ 를 취하여  $c$ 의 바깥 영역을 다른 보소평면  $\xi = \xi + i\eta$ 에서 단위원의 바깥 영역에 사상한다.

만약  $\xi$ 평면에서 단위 원  $e^{i\psi}$  위에 밀도  $q(\psi)$ 의 소

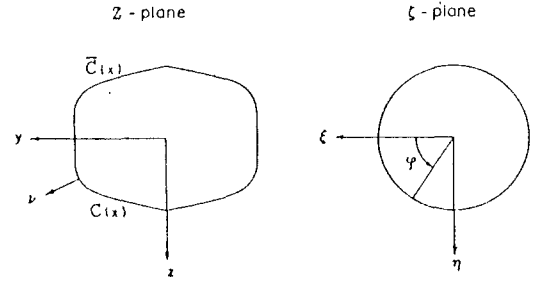


Fig. 4. Mapping by  $Z=f(\xi)$ .

오스를 분포시키면 원에서 반지름 방향의 속도는

$$Vn(\psi) = \frac{1}{2}q(\psi) + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} q(\psi') \left[ \frac{\partial}{\partial r} \times \ln \sqrt{r^2 + 1 - 2r \cos(\xi - \xi')} \right]_{r=1} d\psi' \\ = \frac{1}{2}q(\psi) + \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} q(\psi') d\psi' \quad (47)$$

으로 주어지고 만약  $q(\psi)$ 가  $\psi$ 의 기함수이면

$$\int_0^{2\pi} q(\psi') d\psi' = 0$$

그래서

$$Vn(\psi) = \frac{1}{2}q(\psi) \quad (48)$$

이 된다.

이제  $\xi$ 평면에서 소오스 분포의 유체운동을  $z$ 평면의 운동으로 변환한다. 그러면  $z$ 평면에서 곡선  $C$ 위의 법선속도와  $\xi$ 평면의  $Vn$ 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$Vn(\psi) = Vn \left| \frac{dZ}{d\xi} \right|_{\xi=e^{i\psi}} = Vn \left| f'(e^{i\psi}) \right| \quad (49)$$

만약 법선속도  $Vn$ 이 주어지면,  $\xi$ 평면에서 소오스 분포의 밀도는

$$q(\psi) = 2Vn(\psi) \quad (50)$$

으로 표현된다. 식(45)에서 진술한  $\phi_1$ 에 대한 경계치 문제는 이제 다음 형태로 주어진다.

$$\phi_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi Vn(\psi') \ln \left| \frac{\xi - e^{i\psi'}}{\xi - e^{-i\psi'}} \right| d\psi' \quad (51)$$

여기에는 역변환  $\xi = f^*(Z)$ 가 적용되었다.

배의 저항은 선체 표면위에 작용하는 압력의 적분으로 부터 결정된다.

$$R = - \int dx \int_{c(x)} P n_x dS \quad (52)$$

이것은 압력저항인데 주로 조파저항을 구성한다. 그러나 이것은 물보라 저항과 트랜섬 선미뒤의 공동에 기인하는 저항을 여전히 포함한다.

조파저항은 선체 뒤에서 발산하는 파의 에너지나 운동량 해석으로 부터 결정할 수 있다. Kochin에 의하여 수정된 Havelock의 공식으로부터 조파저항은

$$Rw = 16\pi\rho K_0 \int_1^\infty |H(u)|^2 \frac{u^2}{\sqrt{u^2-1}} du \quad (53)$$

이다. 여기서  $H(u)$ 는 Kochin 함수이다.

$$H(u) = \frac{1}{4\pi} \iint_s \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial n} - \phi_1 \frac{\partial}{\partial n} \right) \exp(-K_0 z u^2 + iK_0 x u + iK_0 y u \sqrt{u^2-1}) ds \quad (54)$$

식(54)을 식(53)에 대입하여, 적분을 우선 표시하면

$$\begin{aligned} & \int_1^\infty \exp[-K_0(z+z_1)u^2 + iK_0(x-x_1)u + iK_0(y-y_1)u\sqrt{u^2-1}] \frac{u^2}{\sqrt{u^2-1}} du \\ &= \frac{1}{iK_0} \frac{d}{dx} \int_1^\infty \exp[-K_0(z+z_1)u^2 + iK_0(x-x_1)u + iK_0(y-y_1)u\sqrt{u^2-1}] \frac{u^2}{\sqrt{u^2-1}} du \end{aligned} \quad (55)$$

만약 세장체의 가정을 도입하면 Kelvin소오스에 대한 적분과 같은 점근전개를 할 수 있고

$$\begin{aligned} & \int_1^\infty e^{-K_0(z+z_1)u^2} \sin[K_0(x-x_1)u] \cos[K_0(y-y_1)u\sqrt{u^2-1}] \frac{u}{\sqrt{u^2-1}} du \\ & \approx \int_0^\infty e^{-K_0(z+z_1)u^2} \sin[K_0(x-x_1)u] \cos[K_0(y-y_1)u^2] du - \frac{1}{K_0(x-x_1)} - \frac{\pi}{2} Y_1\{K_0(x-x_1)\} \end{aligned} \quad (56)$$

따라서 조파저항은 다음과 같이 표현된다.

$$Rw = \frac{1}{2\pi} \rho K_0^2 \int_0^\infty \left| \iint_s \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial n} - \phi_1 \frac{\partial}{\partial n} \right) \exp(-K_0 z v + iK_0 x v + iK_0 y v) dS \right|^2 dv$$

$$\begin{aligned} & + \frac{\rho}{\pi} \iint_s \frac{\partial \phi_1}{\partial n} dS(x, y, z) \iint_s \frac{\partial \phi_1}{\partial n} dS \\ & \times (x_1, y_1, z_1) \left[ \frac{1}{K_0^2(x-x_1)^2} - \frac{\pi}{2} \frac{d}{d(K_0 x)} \right] \\ & \times Y_1\{K_0(x-x_1)\} \end{aligned} \quad (57)$$

$\phi_1$ 은 무한대에서 dipole처럼 쇠퇴하여 없어지기 때문에 적분에 Green정리를 적용하여 첫번째 항은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} & \iint_s \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial n} - \phi_1 \frac{\partial}{\partial n} \right) \exp(-K_0 z v + iK_0 x \sqrt{v} + iK_0 y \sqrt{v}) \\ & \times x v dS \\ & = -2 \int_{b(x)} dx \int_{b(x)} V_z(x, y) \exp(iK_0 x \sqrt{v} + iK_0 y v) dy \end{aligned} \quad (58)$$

여기서  $V_z = \partial \phi_1 / \partial z$  ( $z=0$ )로 정의한다.  $\partial \phi_1 / \partial n = V_n$ 으로 두면 구하는 조파저항은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} R_w &= \frac{2}{\pi} \rho K_0^2 \int_0^\infty \left| \int dx \int_{b(x)} V_z(x, y) \exp(iK_0 x \sqrt{v} + iK_0 y v) dy \right|^2 dv \\ & + \frac{\rho}{\pi} dx \int_{c(x)} V_n dS dx_1 \int_{c(x)} V_n dS \\ & \times \left[ \frac{1}{(x-x_1)^2} - \frac{\pi}{2} K_0^2 Y_0\{K_0(x-x_1)\} + \frac{\pi K_0}{2(x-x_1)} \right] \\ & \times Y_1\{K_0(x-x_1)\} \end{aligned} \quad (59)$$

오른쪽의 첫항은 발산파에 기인한 저항이고 둘째항은 가로파에 기인한 저항이다.

## 요 약

현존하는 세장선 이론과는 아주 다르게 Kelvin 소오스와 그의 궤적 주위에 대한 점근전개를 행하여 전진 운동을 하는 세장체에 대한 공식을 유도하였다.

여기서 발전된 공식은 기본적으로 Neumann-Kelvin 문제의 Kernel함수에 대한 근사와 동등하게 되었다.

경계치 문제는 현저하게 단순화되었으며 해는 선수 끝에서 시작하는 축차적분의 진행 절차에 따라 얻어졌다. 속도장과 압력분포는 2차원 속도 포텐셜의 미분에 의해 간단히 계산될 수 있었다. 이 방법은 비록 컴퓨터의 사용에는 Neumann-Kelvin문제처럼 많은 시간이 필요하게 되더라도 선체 주위의 유동장의

수치해석에 더욱 정확하리라는 가능성을 준다. 전진하는 진동 세장체의 문제에도 같은 방법이 유용하리라는 것을 또한 기대한다.

### 참고문헌

- 1) Michell, J.H.(1898): The Wave Resistance of Ship. Phil. Mag. 45, 106~123.
- 2) Cumins, W.E.(1956): The Wave Resistance of a Floating Slender Body. Ph.D Thesis, American Univ.
- 3) Maruo, H.(1962): Calculation of the Wave Resistance of Ships, the Draught of which is as small as the Beam. J. Zosen Kiokai 112, 21-37.
- 4) Baba, E. & Takekuma, K.(1975): Study on Free-Surface Flow around Bow of Slowly Moving Full Forms. Japanes Soc. Nav. Arch. 137.
- 5) Newman, J.N.(1976): Linearized Wave Resistance Theory. Int. Ship Wave Resis. Tokyo.
- 6) Adachi, H.(1981): Low Speed Wave Making by Slender Body Theory. SRI Paper 64.
- 7) Brad, R.(1972): The Representation of a Given Ship Form by Singularity Distributions when the Boundary Condition on the Free Surface is Linearized. J. of Ship Res. 16, 79-92.
- 8) Kim, I.C.(1987): A Study on the New Slender Ship Theory in a Fluid of Finite Depth. Ph.D Thesis, Pusan Nat. Univ.