

[해 설]

## 전달영향계수법에 의한 자유진동해석

문 덕 홍

부산수산대학교  
(1991년 8월 5일 접수)

### Free Vibration Analysis by the Transfer Influence Coefficient Method

Deok-Hong MOON  
National Fisheries University of Pusan  
(Received August 5, 1991)

#### 제 1 장 서 론

컴퓨터분야의 급속한 발전과 더불어 날로 퍼스널컴퓨터의 보급이 증대하고 있어, 일반 산업용에는 물론 기계, 토목 및 건축 등의 구조물의 구조해석 및 진동해석분야에도 퍼스널컴퓨터의 이용이 점차 증가하고 있다. 그러나, 종래의 대형계산기용으로 개발된 구조해석이나 진동해석수법을 그대로 퍼스널컴퓨터에 적용하는 데에는 계산정도, 계산시간 및 기억용량의 면에서 문제점이 발생하고 있다. 따라서, 퍼스널컴퓨터의 특징을 충분히 살릴 수 있는 구조해석 및 진동해석 알고리즘의 개발이 절실히 요망되고 있는 실정이다.

디지털컴퓨터를 사용한 구조해석수법은 컴퓨터의 등장과 함께 각 분야에서 연구 및 개발이 활발히 진행되어 왔고, 현재 주로 사용되어지고 있는 매트릭스 구조해석수법으로는 유한요소법<sup>1)</sup> 및 전달매트릭스법<sup>2)</sup>을 들을 수가 있다.

유한요소법을 쓰면, 범용성이 있는 프로그램의 개발이 비교적 용이하지만, 일반적으로, 대규모의 선형연립방정식의 해법에 귀착되어 대용량의 계산기를 필요로 하게된다. 한편, 전달매트릭스법은 직렬형의 구조물의 해석에 적합하고 있고, 유한요소법에 비해 기억용량이 훨씬 적어도 되므로, 퍼스널컴퓨터의 이용에 적합한 구조해석 및 진동해석수법이라 할 수 있으

나 다음과 같은 문제점들이 지적되어 왔다<sup>2),3)</sup>.

(1) 가늘고 긴 구조물을 분포정수계로 취급해서 해석할 경우나 고차의 고유진동수를 구하는 경우, 동일한 인수를 갖는 지수함수와 쌍곡선함수의 덧셈 뺄셈에 기인하는 오차.

(2) 구조물의 중간 및 층상구조물의 중간에 반고정과 같은 경탄성지지가 존재할 경우 통상의 전달매트릭스법으로는 지지조건을 고려하기가 곤란함.

(3) 전달매트릭스법의 기본개념은 상태변수의 전달에 있고, 이를 위해서는 결과적으로 전달매트릭스의 곱셈연산으로 귀착된다. 이 경우 매트릭스 요소간의 값의 현저한 불균형이 발생할 수 있어 수치계산상 문제가 됨.

본 연구에서는 퍼스널컴퓨터 이용을 전제로 한 고속·고정도의 구조해석수법 개발의 일환으로, 동적영향계수의 축차전달에 그 개념을 둔 전달영향계수법<sup>4),5)</sup> 및 변형전달영향계수법을 새로이 제안해서, 회전축계, 직선형 층상구조물 및 원관계 등의 자유진동해석을 위한 알고리즘을 정식화하고, 적용대상 구조물 및 기본개념에 관해서 유사성을 갖고있는 전달매트릭스법과 비교·검토했다<sup>4)-13)</sup>.

여기서는 박사학위논문중의 전달영향계수법의 기본개념이 잘 나타나 있는 극히 일부분만을 발췌해서 소개하고자 한다.

## 제 2 장 회전축계의 자유진동해석

### 2.1 전달영향계수법의 제안

본 진동해석수법의 기본개념을 명확히 하기 위하여 직선상구조물의 전형적인 예인 회전축계를 집중파라메타계(이하 집중계)로 간주하고, 급힘자유진동해석 알고리즘을 정식화한다.

전단력 및 모멘트가 불연속으로 되는 점은 반드시 절점이 되도록 회전축을  $n$ 분할하고, 계의 좌단을 절점 0, 우단을 절점  $n$ 이라 한다. 또한, 각절점에서의 변위 및 각변위는 연속이다.

그림 1은 전달영향계수법을 적용하는 경우의 기본개념도이다. 우선, 각절점에 질량과 관성모멘트가 집중되어 있는 것으로 간주하고, 그림1(a)의 ①은 이미 설정된 절점0으로부터 절점 $j-1$ 까지의 부분구간을 나타낸다. 그 우단에 질량이 없고 강성만을 갖는 보요소와 전단스프링정수 $k_j$ , 회전스프링정수 $K_j$ 로 지정된 질량 $m_j$  및 관성모멘트 $J_j$ 의 집중원판으로 구성된 외팔보형의 기본요소②를 그림1(c)와 같이 단단하게 결합시킨다는 개념을 갖고 있다.

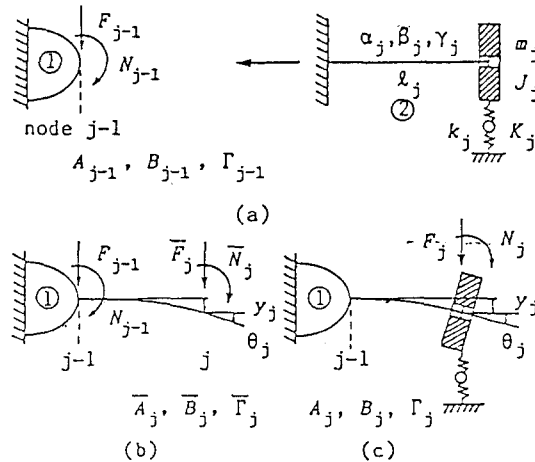


그림 1 기본요소  $j$ 의 적렬결합

#### 2.1.1 동적영향계수

그림1(b), (c)의 절점 $j$ 에 있어 변위벡터  $d_j$ 와 힘벡터  $f_j, \bar{f}_j$ 의 관계는 다음식으로 주어진다. 단,  $y_j$ 는

회변위,  $\theta_j$ 는 각변위,  $F_j(\bar{F}_j)$ 는 전단력 및  $N_j(\bar{N}_j)$ 는 모멘트를 나타낸다.

$$d_j = \bar{T}_j \bar{f}_j$$

$$d_j = T_j f_j$$

여기서,

$$\bar{T}_j = \begin{pmatrix} \bar{A} & \bar{\Gamma} \\ \bar{\Gamma} & \bar{B} \end{pmatrix}_j, \quad T_j = \begin{pmatrix} A & \Gamma \\ \Gamma & B \end{pmatrix}_j,$$

$$d_j = (y, \theta)_j, \quad \bar{f}_j = (\bar{F}, \bar{N})_j, \quad f_j = (F, N)_j$$

$(\bar{A}, \bar{B}, \bar{\Gamma})_j$  및  $(A, B, \Gamma)_j$ 을 각각 절점 $j$ 의 좌측과 우측의 동적영향계수라 한다. 동일한 기호로 「-」가 붙어있는 것은  $j$ 원판의 좌측의 물리량을, 붙어 있지않는 것은 우측의 물리량을 나타낸다. 각 절점의 변위와 힘의 관계를 식(1)과 같이 정의하면, 동적영향계수 매트릭스  $\bar{T}_j, T_j$ 는  $2 \times 2$ 대칭이 되어, 계산량이 적어지는 이점이 있다. 이것은 층상구조물의 경우에도 마찬가지이다.

#### 2.2.2 동적영향계수의 필드전달치

절점 $j-1$ 의 우측과 절점  $j$ 의 좌측의 전단력, 모멘트의 평형 및 횡·각변위의 관계로부터

$$f_{j-1} = L_j \bar{f}_j$$

$$d_j = L_j d_{j-1} + A_j \bar{f}_j \quad (2)$$

여기서,

$$L_j = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ l & 1 \end{pmatrix}_j, \quad A_j = \begin{pmatrix} \alpha & \gamma \\ \gamma & \beta \end{pmatrix}_j$$

$$\alpha_j = \frac{l_j^3}{3(EI)_j} + \frac{l_j}{(kGA)_j},$$

$$\beta_j = \frac{l_j}{(EI)_j}, \quad \gamma_j = \frac{l_j^2}{2(EI)_j} \quad (3)$$

$(\alpha, \beta, \gamma)_j$ 는 길이  $L_j$ 의 탄성만을 갖는 외팔보의 자유단에 전단력, 모멘트가 작용할 경우, 작용점에 있어서의 변위와 힘과의 관계를 나타내는 계수 즉, 정적영향계수이다.

식(1), (2)로부터 절점 $j-1$ 의 우측과 절점  $j$ 의 좌측의 동적영향계수 매트릭스  $T_{j-1}$ 와  $\bar{T}_j$ 의 관계 즉, 필드전달치는,

$$\bar{T}_j = L_j T_{j-1} L_j \pm A_j \quad (j=1, \dots, n) \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{A} \\ \bar{B} \\ \bar{\Gamma} \end{pmatrix}_j = \begin{pmatrix} 1 & l^2 & 2l \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & l & 1 \end{pmatrix}_j \begin{pmatrix} A \\ B \\ \Gamma \end{pmatrix}_{j-1} + \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}_j$$

(5)

### 2.2.3 동적영향계수의 포인트전달치

그림1(c)에 있어서 절점에서의 전단력, 모멘트의 평형으로부터,

$$\vec{f}_j = f_j - P_j d_j \quad (6)$$

여기서,

$$P_j = \text{diag}(S, M)_j, \\ S_j = k_j - m_j \omega_j^2, \\ M_j = K_j - J_j \omega_j^2$$

식(1)에 식(6)을 대입해서 정리하면 포인트전달치는,

$$(I_2 \pm \bar{T}P)_j T_j = \bar{T}_j \quad (7)$$

$$A_j = \frac{(\bar{A} + \bar{C}M)_j}{G_j}, \quad \bar{\Gamma}_j = \frac{\bar{\Gamma}_j}{G_j} \\ B_j = \frac{(\bar{B} + \bar{C}S)_j}{G_j}, \quad C_j = \frac{\bar{C}_j}{G_j} \\ \bar{G}_j = 1 + M_j \bar{C}_j S_j + \bar{A}_j S_j + \bar{B}_j M_j \quad (8)$$

### 2.2.4 계의 좌단의 동적영향계수 및 경계조건의 취급

좌단이 스프링지지단일 경우, 절점0에서의 동적영향계수는, 절점0에서의 힘벡터의 평형관계로부터,

$$(A, B, \Gamma)_0 = \left(-\frac{1}{S}, \frac{1}{M}, 0\right) \quad (9)$$

스프링지지단 이외에도, 식(9)의  $S_0, M_0$ 속에 포함 되어 있는 전단스프링정수  $k_0$  및 회전스프링정수  $K_0$ 를 0에서  $\infty$ 까지 변화시키므로서, 모든 경계조건을 간단하게 취급할 수 있다.

## 2.3 진동수방정식

진동수방정식은 계의 우단의 동적영향계수와 각각의 경계조건의 작용으로 서로 다른 진동수방정식들이 생기나, 좌단에서와 마찬가지로 스프링정수값을 조절하므로서 진동수방정식의 단일화가 가능함을, 그리고 진동수방정식에 존재하는 극의 발생기구와 그 해소법을 이하에 서술한다.

### 2.3.1 진동수방정식의 단일화

우단의 각 경계조건에 대한 진동수방정식은, [ ] 내와 같이 절점  $n$ 의 좌측의 상태변수로 표시한 경계조건을, 각각 식(1)에서  $j=n$ 으로 놓은 식에 적용하므로서 얻어지고, 다음과 같이 정리된다.

$$(1) \text{ 자유단} \cdot \text{스프링지지단} [\bar{F}_n = -S_n y_n, \bar{N}_n = -M_n \theta_n; y_n, \theta_n \neq 0]: \bar{C}_n = 0 \quad (10a)$$

$$(2) \text{ 고정단} [y_n = 0, \theta_n = 0; \bar{F}_n, \bar{N}_n \neq 0]: \bar{C}_n = 0 \quad (10b)$$

$$(3) \text{ 핀지지단} [y_n = 0, \bar{N}_n = -M_n \theta_n; \theta_n, \bar{F}_n \neq 0]: \bar{A}_n + \bar{C}_n M_n = 0 \quad (10c)$$

여기서 다음식으로 정의되는 함수  $\bar{H}_n$ 을 도입한다.

$$\bar{H}_n \equiv \frac{\bar{G}_n}{(M_n S_n)} = \bar{C}_n + \frac{\bar{A}_n}{M_n} + \frac{\bar{B}_n}{S_n} + \frac{1}{M_n S_n} \quad (11)$$

자유단 ( $k_n=0, K_n=0$ ) 및 스프링지지단 ( $k_n, K_n$ 은 유한값)의 경우  $S_n, M_n$ 은 유한값, 고정단 ( $k_n, K_n \rightarrow \infty$ )의 경우  $S_n, M_n \rightarrow \infty$ , 핀지지단 ( $k_n \rightarrow \infty, K_n \rightarrow 0$ )의 경우  $S_n \rightarrow \infty, M_n$ 은 유한값을 갖기 때문에  $\bar{H}_n=0$ 로 놓으면, 극한에 있어서는 식(10)의 각식과 등가로 된다. 즉, 절점  $n$ 에 있어서의 전단 및 회전스프링정수의 값을 적절히 조절하므로서 진동수방정식을  $\bar{H}_n=0$ 로 단일화 할 수 있다.

### 2.3.2 거짓근의 발생기구 및 해소법

우선, 식(11)의  $\bar{H}_n$ 의 주요부를 구성하고 있는  $\bar{G}_n$ , 즉, 함수  $\bar{G}_j$ 의 성질에 대해서 고찰한다. 식(5), (8)로부터,

$$\bar{G}_j = f_j + \frac{g_j}{G_{j-1}} \quad (j=2, \dots, n) \quad (12)$$

여기서,

$$f_j = (\alpha_j S_j + 1)(\beta_j M_j + 1) - \gamma_j^2 S_j M_j \\ g_j = M_j \bar{C}_{j-1} S_j \\ + (\beta_j M_j + 1)(\bar{A}_j + \bar{C}_{j-1} M_{j-1}) S_j + (\alpha_j S_j M_j \\ + l_j^2 S_j + M_j)(\bar{B}_{j-1} + S_{j-1} \bar{C}_{j-1}) + 2(\gamma_j M_j \\ + l_j) \times S_j \Gamma_{j-1}$$

식(12)에서 알 수 있는 바와 같이,  $\bar{G}_{j-1}$ 의 영점에서  $\bar{G}_j$ 는 극을 갖게됨을 알 수 있고, 이 극은,  $\bar{G}_{j-1}$ 의 영점이 통상 진후에서 부호가 변하므로, 반대칭극임을 알 수 있다. 이러한 관계는 그림2에 잘 나타내 보여주고 있다. 그림2는 2·5절의 수치계산예의 양단자유 경우를 도시한 것이다.

그림2의 반대칭극은, 진동수방정식에 이분법을 적용해서 고유진동수를 구할 때 참근으로 구해버릴 위험이 있으므로, 제거하지 않으면 안된다. 이를 위해서는 그림2의 II부분의 부호를 반대로 해서, 반대칭극을 대칭극으로 전환시키므로서 가능하게되나, 점화식의 형태를 취하고있는  $\bar{G}_j$ 의 성질상  $\bar{G}_n, \dots, \bar{G}_1$ 의 모

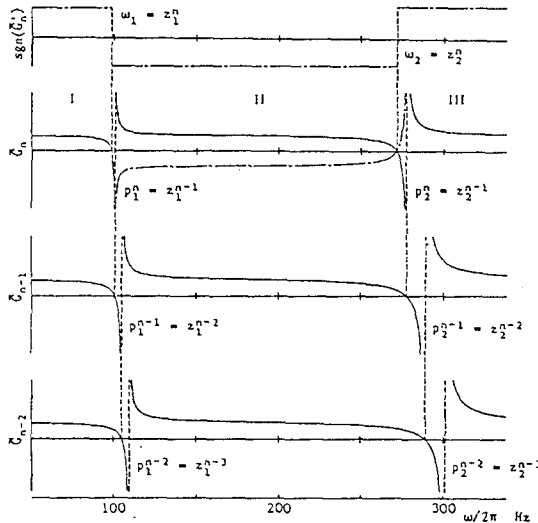


그림 2 함수  $\bar{G}_j$ 의 영점과 극의 관계

든 부호함수를  $\bar{H}_n$ 에 곱해주고,  $\bar{G}_1$  및  $\bar{H}_n$ 의 반대칭 극의 원인인  $S_0$ ,  $M_0$  및  $S_n$ ,  $M_n$ 의 부호함수를 곱한 다음식을 사용하므로써 반대칭극(거짓근)을 제거할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{sgn}(\bar{H}_n) &= \text{sgn}(M_0) \text{sgn}(S_0) \text{sgn}(M_n) \text{sgn}(\bar{H}_n) \\ &\times \prod_{j=1}^{n-1} \text{sgn}(\bar{G}_j) = \text{sgn}(M_0) \text{sgn}(S_0) \\ &\times \prod_{j=1}^n \text{sgn}(\bar{G}_j) \end{aligned} \quad (13)$$

진동수방정식의 단일화와 거짓근의 해소법의 동시에 고려된 식(13)에 이분법을 적용하면, 참근(고유진동수)만을 얻게된다.

### 2.3.3 중간 경탄성지지(반고정)

중간절점  $j$ 가 반고정인 경우,  $y_j=0$ 이기 때문에 식(1)로부터,

$$\theta_j = \frac{\bar{C}_j N_j}{A_j} \quad (14)$$

또한, 식(6)으로부터,

$$\bar{N}_j = N_j - M_j \theta_j \quad (15)$$

식(15)을 식(14)에 대입해서 정리하면,

$$\theta_j = \left( \frac{\bar{C}_j}{A + \bar{C}_j M_j} \right) N_j \quad (17)$$

식(1)과 (17)을 비교하는 것에 의해, 반고정의 경우 다음식을 얻는다.

$$\{A, B, \Gamma\}_j = \left( 0, \frac{\bar{C}_j}{(A + \bar{C}_j M_j)}, 0 \right) \quad (18)$$

식(18)의 결과는 식(8)의 극한계산으로도 다음과 같이 동일한 결과를 나타낼 수 있다. ( $k_j \rightarrow \infty : S_j \rightarrow \infty, G_j \rightarrow \infty$ )

$$\begin{aligned} \lim_{S_j \rightarrow \infty} A_j &= 0, \\ \lim_{S_j \rightarrow \infty} B_j &= \frac{\bar{C}_j}{(A + \bar{C}_j M_j)}, \\ \lim_{S_j \rightarrow \infty} \Gamma_j &= 0 \end{aligned} \quad (19)$$

따라서, 전달영향계수법에서는 중간의 단단한 탄성 지지가 다수 있어도 수치계산상 문제가 없으나, 전달 매트릭스법에서는  $k_j \rightarrow \infty$ 로 놓는 것은 불가능할 뿐 아니라  $k_j$ 의 큰 값에 의하여 요소  $j$ 의 전달매트릭스 요소간의 값에 불균형이 생기고, 오차의 원인으로 된다. 또한, 고차의 진동수를 구하는 경우에는  $\omega^2$ 가 크게 되어  $k_j, k_j$ 가 큰 경우와 동일한 경향을 나타내게 된다.

## 2.4 고유모드

고유모드의 계산은 고유진동수가 구해진 다음 계의 우단으로부터 좌단으로 축차로 계산이 수행된다.

식(10)의 모든 경계조건에 대해서 절점  $n$ 의 좌단의 전단력  $\bar{F}_n$ 은 0으로 되는 수는 없으므로,  $\bar{F}_n = -1$ 로 놓고, 식(1), (6)의 관계로부터 우단의 상태변수를 다음 식에 의해 계산한다.

$$\begin{aligned} y_n &= \frac{1}{S_n}, \quad \theta_n = \frac{-\bar{\Gamma}_n}{(1 + \bar{B}_n M_n)} \\ \bar{F}_n &= -1 (F_n = 0), \quad \bar{N}_n = -M_n \theta_n (N_n = 0) \end{aligned} \quad (20)$$

절점  $n$ 의 스프링정수의 값을 0에서  $\infty$ 까지 변화시키므로 인해 모든 경계조건에 대응시킬 수 있다. 또한, 절점  $n$ 의 상태량이 구해지면 절점  $n-1$ 부터 0까지는 식(2), (1), (6)에 의해 각 절점의 우측 및 좌측의 상태량을 구할 수 있고, 고유모드가 구해진다.

## 2.5 수치계산결과 및 고찰

집중파라메타계에 대한 전달영향계수법(TICM)과 전달매트릭스법(TMM)의 계산정도, 계산시간 등의 비교를 위해, 간단한 예제로써, 균질의 균일단면축

(강재, 길이 960mm, 직경 20mm, 중실축)의 회전 관성, 자이로효과 및 전단변형효과( $k=0.866$ )를 고려한 전향위험속도를 여러가지 조건으로 계산한다. 축은 등분할 되고 관성특성치(질량, 관성모멘트)는 분할요소의 좌우단에 집중시킨다. 수치계산에 사용한 계산기는 16Bit퍼스널컴퓨터, 사용언어는 Basic이고, 단정도 및 배정도변수를 사용해서 계산했고, 진동수방정식의 해법으로서는 이분법을 사용했다.

2.5.1 스프링정수에 의한 경계조건의 제어

상기의 균일단면의 회전축(분할수  $n=50$ )의 양단의 경계조건을 여러가지로 변화시켜 수치계산을 한다(예제 1). 전달매트릭스법에 대해서는 배정도변수(위험속도의 상대오차  $\epsilon=10^{-9}$ ), 전달영향계수법에 대해서는 배정도변수와 단정도변수( $\epsilon=10^{-5}$ )를 사용했고, 이분법을 적용함에 있어 진동수의 초기증가폭 10 Hz로, 초기치 10Hz에서 5차까지의 근을 구했다. 전달영향계수법에서는 진동수방정식에 거짓근의 해소법을 고려한 식(13)을 사용해서, 스프링정수에 의한 경계조건의 제어를 행했다. 스프링정수 무한대에 대한 값은 사용하는 계산기나 취급하는 문제에 따라서 다르지만, 여기서는 자유단에 대해서,  $k_j[N/m]=0$ ,  $K_j[N \cdot m/rad]=0$ , 고정단에 대해서,  $k_j=10^{20}$ ,  $k_j=10^{20}$ , 핀지지단에 대해서,  $k_j=10^{20}$ ,  $k_j=0$ 으로 간주했다. 단,  $j=0$  또는  $n$ 이다. 전달매트릭스법에서는 양단의 경계조건별로 진동수방정식을 만들어 계

산을 수행했다. 각 경계조건에 대해서 각각 5차까지의 위험속도[Hz]의 계산결과를 표1에 나타냈다. 여기서 (S)와 (D)는 각각 단정도 및 배정도를 의미하고, Spring-Spring의 조건은 양단 모두  $k_j=10^8[N/m]$ ,  $K_j=0[N \cdot m/rad]$ 으로 탄성적으로 지지되어 있는 경우를 나타낸다. 양수법에 의한 계산결과와 잘 일치하고 있어, 스프링정수값의 조절에 의한 진동수방정식의 단일화 및 구하고자 하는 진동수범위내의 거짓근의 해소도 문제없이 행해지고 있음을 확인할 수 있다.

2.5.2 중간 경탄성지지(반고정)의 계산에

다스판 로터의 위험속도의 계산예로서 상기의 균일 단면 회전축(분할수  $n=50$ )의 좌단, 절점30, 절점35 및 우단이 동일값의 전단스프링정수  $k$ 로 지지되어 있는 경우(예제2), 전달영향계수법( $\epsilon=10^{-5}$ )에 의한 수치계산을 행해서 전단스프링정수  $k[N/m]$ 와 전향 위험속도 [kHz]의 관계를 그림 3의 실선으로 나타냈다.

그림 3중의 ○, ●, ×는 전달매트릭스법에 의한 결과이다. ○는 단정도에서 정해가 얻어진 것을, ●는 배정도라야만 정해가 얻어지는 것을, ×는 배정도 변수로 계산해도 정해가 얻어지지 않았다는 것을 나타낸다. 여기서, 전달 영향계수법 및 전달매트릭스법 공히 4배정도변수를 써서 대형계산기로 계산한 결과와 전달영향계수법의 배정도의 결과가 유효자리수내

표 1 스프링정수에 의한 경계조건의 제어

No	Free-Free		Hinged-Hinged		Fixed-Hinged	
	TMM(D) TICM(D)	TICM(S)	TMM(D) TICM(D)	TICM(S)	TMM(D) TICM(D)	TICM(S)
1	98.715049	98.7152	43.609972	43.6099	68.079730	68.0792
2	271.46641	271.467	174.21851	174.218	220.21587	220.216
3	530.50411	530.503	391.16386	391.165	458.23201	458.235
4	873.45729	873.452	693.35099	693.354	780.85386	780.855
5	1298.5356	1298.53	1079.2631	1079.27	1186.3830	1186.38

No	Free-Free		Hinged-Hinged		Fixed-Hinged	
	TMM(D) TICM(D)	TICM(S)	TMM(D) TICM(D)	TICM(S)	TMM(D) TICM(D)	TICM(S)
1	15.536546	15.5367	98.702684	98.7018	43.594260	43.5941
2	97.206047	97.2064	271.40916	271.409	173.96859	173.969
3	271.54773	271.545	530.34856	530.347	389.90832	389.91
4	530.41942	530.415	873.13057	873.13	689.42372	689.409
5	873.29430	873.296	1297.9477	1297.94	1069.7110	1069.72

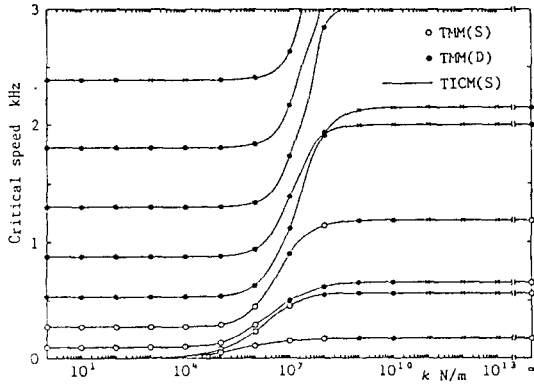


그림 3 위험속도와 스프링정수와와의 관계

에서 완전히 일치했기때문에 이것을 정해로 간주했다.

그림 3의 ●영역에서는 단정도변수 (전달매트릭스법의 경우)를 사용할 때, 진동수방정식  $f(\omega)=0$ 를 만족하는 진동수의 근방에서, 끝처리 오차때문에 함수  $f(\omega)$ 의 값이 소방향으로 매우 불규칙적으로 변동하게 되고, 이분법에 있어서 진동수의 초기증분폭  $\Delta\omega$  값의 크기 및 초기시행값에 따라서는 해가 다수 존재하는 특이한 거동을 나타내는 영역이다. 또, 전달스프링정수  $k=\infty$ 상의 ○, ●는 전달매트릭스법에서 반고정이론(소거법)<sup>3)</sup>을 쓴 다른 프로그램의 결과이다. 소거법에서도 5차이상이 되면 상술의 특이한 거동을 나타냈다. 그림 3으로부터 알 수 있듯이, 단정도에서 특이한 거동이 나타나는 ●의 영역은  $k$ 가 증가하는 쪽으로 그리고 고진동수 쪽으로 넓어지고 있어, 전달매트릭스법의 수치계산상의 난점을 읽을 수가 있다.

### 2.5.3 고유모드의 계산에

그림 4은 예제 2의 경우에 있어서, 전달스프링정수  $k=10^9 N/m$ 일 때, 전달영향계수법(단정도변수 사용)으로 구한 1차에서 5차까지의 고유모드를 나타낸다. 그림중의 화살표는 스프링지지 위치이다. 이와 같이 고유모드도 아무런 문제없이 구할 수 있었다.

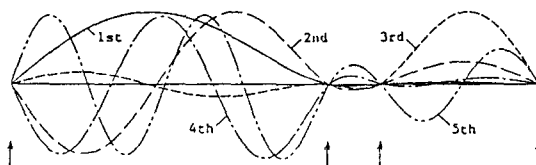


그림 4 고유모드(화살표는 스프링지지 위치)

표 2 예제 2의 계산시간(himin : s)의 비교

$k$ (N/m)	TICM	TMM	Note
$10^8$	0 : 05 : 47	1, 18 : 42	8 Roots
$\infty$	0, 06 : 54	1 : 54 : 48	10 Roots

### 2.5.4 계산시간

예제 2의 경우에 대해서 전달영향계수법과 전달매트릭스법에 의한 계산시간의 비교를 행했다. 전달매트릭스법(단정도)로는 어느 이상이 되면, 위험속도가 구해지지 않으므로, 여기서는 양 수법 모두 배정도 ( $\epsilon=10^{-9}$ )로 계산했다. 전달스프링정수  $k=10^8 N/m$ 의 경우는, 8차까지의 위험속도와 그것에 대응한 고유모드를 모두 구하는 데 요하는 계산시간( $h : min : s$ )과, 중간 반고정지지조건  $k=\infty$ 의 경우는, 동일조건에서 10차까지 구하는 데 요하는 계산시간을 표2에 나타냈다. 이분법에 의한 계산조건은 진동수의 초기치 10Hz, 초기증분폭 10Hz로 했다. 표2로부터 계산시간은 전달영향계수법쪽이 훨씬 짧고, 전달매트릭스법의 약 1/14에 불과함을 알수 있다. 그리고, 분할수  $n$ 의 증가, 상대오차  $\epsilon$ 의 감소와 더불어, 계산시간의 상대적 감소는 더욱 크게된다.

또한, 대형계산기(Fortran 77)를 이용한 계산시간의 비도 1/8임을 감안하면, 전달영향계수법은 퍼스널 컴퓨터에는 물론 대형계산기용의 해석수법으로도 유효함을 알 수 있다.

## 제 3 장 결 론

이장에서는 회전축의 자유진동해석의 결과는 물론, 여기에 소개하지 못한 다층구조물의 자유진동 해석알고리즘<sup>11)</sup> 및 변형전달영향계수법의 해석알고리즘<sup>12)~13)</sup>에 관한 결과도 총합해서 소개하고자 한다.

전달영향계수법 및 변형전달영향계수법은, 구조물의 형상이 달라도 항상 전달매트릭스법보다 계산정도, 계산속도의 양면에서 우수함이 입증되고 있어, 일반적인 진동해석수법으로서의 유효성과 실효성이 판명되었다. 그 외의 공통적인 특징을 들면 다음과 같다.

(1) 본 논문에 제안된 수법은 구조물의 절점 및 절원주에서의 동적영향계수(매트릭스)의 축차전달에 그 개념을 두고 있기 때문에 계의 시점의 경계조건을 계

산의 시작부터 고려한다. 따라서, 페루프가 없는 구조물의 진동해석에 적용이 가능하다.

(2) 본 수법의 주된 수치계산과정은 동적영향계수 매트릭스의 전달제산에 있고 그 계산과정에 있어, 연립대수방정식의 해를 구할 때, 동적영향계수 매트릭스의 대칭성을 이용할 수 있어, 계산량(계산시간)을 현저하게 감소시킬 수 있는 이점을 갖는다.

(3) 동적강성계수의 역인 동적영향계수를 사용하고 있기때문에, 모든 경계조건이나 중간지지조건을 전단(병진)스프링 및 회전스프링 등의 스프링정수를 적절히 조정하는 것만으로 적용할 수 있고, 기본적인 일고리즘을 변경할 필요가 없으므로, 프로그래밍이 용이하다.

(4) 시점부터 종단까지 전달된 동적영향계수(매트릭스)로부터 얻어진 진동수 방정식에는 반대칭극(거짓근)이 존재하지만, 고유진동수의 해법으로서 이분법을 사용할 때, 그 간편한 해소법을 체계화 할 수 있었다.

(5) 고유모드는 고유진동수를 구할 때와는 역으로, 계의 종단부터 순차로 계산된다.

또한, 구조물의 일부분이 가변파라메타제인 경우나, 역으로 일부분이 가변파라메타제가 아닌 경우에는 전달영향계수법의 알고리즘과 변형전달영향계수법의 알고리즘을 조합함으로써, 보다 효율적으로 실제의 계에 적합한 진동해석을 행할 수 있다.

### 참고문헌

- 1) Zienkiewicz, O.C. and Cheng, Y.K.(1970): Matrix有限要素法(吉識監訳). 培風館.
- 2) Pestel, E.C. and Leckie, F.A.(1963): Matrix Methods in Elastomechanics. McGraw-Hill, 192, 323.
- 3) 柴田(1967): Marix 構造解析講座. 鋼構造協會誌, 3-22, 71.
- 4) Sueoka, A., Kondou, T., Moon, D.H. and K., Yamashita(1988): A Method of Vibrational Analysis Using a Personal Computer-A Suggested Transfer Influence Coefficient Method-. Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu Uni., Vol.48(1), 31~46.

- 5) Kondou, T. Sueoka, A., Moon, D.H., Tamura, H. and T., Kawamura(1989): Free Vibration Analysis of a Distributed Flexural Vibrational System by the Transfer Influence Coefficient Method. Theoretical and Applied Mechanics Vol.37, Uni. of Tokyo press, 289~304.
- 6) 末岡・近藤・文・山下・田村(1988): 傳達影響係數法による多層構造物の自由振動解析(第1報, 集中系に村する定式化). 日本機械學會論文集, 54-504(C), 1724~1731.
- 7) \_\_\_\_\_(1988): 傳達影響係數法による多層構造物の自由振動解析(第2報, 集中系二層構造物に數値計算結果). 日本機械學會論集, 54-504(C), 1732~1739.
- 8) 近藤・末岡・山下・文・河村(1989): 傳達影響係數法による多層構造物の自由振動解析(第3報, 分布系に對する定式化). 日本機械學會論文集, 55-516(C) 1948~1956.
- 9) 末岡・近藤・山下・文(1989): 傳達影響係數法による多層構造物の自由振動解析(第4報, 分布系二層構造物の數値計算結果). 日本機械學會論文集, 55-516(C), 1957~1964.
- 10) 末岡・近藤・文・山下・安田(1990): 傳達影響係數法による多層構造物の自由振動解析(第5報, 二層構造物の考察二, 三). 日本機械學會論文集, 56-523(C), 555-560.
- 11) Moon, D.H., Sueoka, A. and T., Kondou(1989): Free Vibration Analysis of a Double-Disc System by the Transfer Influence Coefficient Method. The 1989 ASME PVP Conference, Vol.178, 105-110.
- 12) 近藤・末岡・文・綾部(1990): 變形傳達影響係數法による可變パラメータ系の自由振動解析(變斷面ばり對する定式化). 日本機械學會論文集, 56-522(C), 184-291.
- 13) 末岡・文・近藤・綾部(1991): 變形傳達影響係數法による可變パラメータ系の自由振動解析(變厚円板に對する定式化). 日本機械學會論文集, 57-535(C), 686-693.