

彈性支持를 갖는 사각형 평판의 自由振動解析

— 전달영향계수법에 의한 정식화 —

文 德 弘 · 呂 東 俊*

부산수산대학교, *여수수산대학

(1991년 11월 20일 접수)

Free Vibration Analysis of Rectangular Plate with Elastic Supports

— Formulation by the transfer influence coefficient method —

Deok-Hong MOON and Dong-Jun YEC**

National Fisheries University of Pusan, * Yosu National Fisheries College

(Received November 20, 1991)

This paper describes the formulation for the analysis of the flexural free vibration of rectangular plate structure by the transfer influence coefficient method, which was developed on the base of the concept of the successive transmission of dynamic influence coefficients.

For the analysis of rectangular plate which two opposite sides are simply-supported edge condition, the results of simple numerical examples demonstrate the validity of the present method, that is, the numerical high accuracy, the high speed and the flexibility for programming, compared with results of the transfer matrix method and exact solution or Leissa's method.

서 론

최근, 대형 전자계산기 및 퍼스널 컴퓨터의 급속한 보급으로 제품의 설계 및 제작에 CAD/CAM의 기법을 도입하려는 노력과 연구가 점증하고 있다. 그러나 이러한 CAD/CAM의 도입에는 우선 전산기(특히 퍼스널 컴퓨터) 이용에 적합한 구조해석 수법의 개발이 선행되어야 함에도 불구하고 아직 미약한 실정이다.

현재, 주로 사용되는 구조해석 및 진동해석 수법으로는 유한요소법과 전달매트릭스법 등이 있으며, 전자는 범용적인 해석 프로그램의 개발이 가능하나 대규모의 선형 연립방정식의 해법에 귀착되어, 기억용량이 비교적 큰 컴퓨터가 필요하게 된다. 반면, 후자는 기억용량이 적은 퍼스널 컴퓨터로도 계산수행이 가능하나, 중간에 단단한 탄성지지가 존재할 경우라든지, 고차의 固有振動數를 구하는 경우에 수치계산상

의 문제점이 지적되고 있다¹⁾.

이에 필자들은 퍼스널컴퓨터 이용에 적합한 高速·高精度의 구조해석 수법을 개발할 목적으로 傳達影響係數法을 제안하여, 회전축, 직렬형 다층구조물, 원판구조물 및 樹狀구조물(tree structure)등의 自由振動解析에 적용해 본 결과, 종래의 방법에 비해 계산정도 및 계산속도의 양면에서 매우 우수함을 보고한 바 있다^{2)~12)}.

사각형 평판 구조물은 기계 구조물의 기초 지지계로 주로 사용되는 공학상 중요한 구조물로서, 그 진동해석에 대해서는 많은 논문이 발표되어 있으며 Lin¹³⁾, Mercer¹⁴⁾, 齊藤¹⁵⁾ 등은 전달매트릭스법을 이용하여 固有振動數와 상응하는 固有모드를 구하고 있고, Leissa¹⁶⁾는 여러가지 경계조건에 따른 특성방정식을 만들어 固有振動數를 구하고 있다.

본 연구에서는 動的影響係數의 逐次전달에 그 개념을 두고 있는 傳達影響係數法을 이용하여 탄성지지를

갖는 사각형 평판의 자유진동解析에 대한 해석 알고리즘을 정식화하고, 탄성지지를 갖지않는 간단한 모델에 대한 수치 실험을 통해서 전달영향계수법으로 구한 해를 엄밀해¹⁷⁾ 또는 Leissa방법에 의한 해와 비교하여 본 수법의 유용성을 검증하고, 탄성지지를 갖는 모델에 대해서 본 방법의 해와 전달매트릭스법으로 구한 해를 비교 검토하여 본 수법의 유용성을 확인하였다.

지배방정식

Fig. 1과 같은 사각형 평판구조물의 자유진동을 해석함에 있어서 다음의 가정을 둔다.

(1) 평판의 두 경계 ($y=0, b$)는 단순지지되어 있고, x 축 방향에 있어서, 평판의 두께가 변하는 곳 또는 힘벡터가 불연속인 곳을 절선으로 하여 그림의 절선과 같이 n 개의 요소로 분할하고, 왼쪽에서부터 1에서 n 번째 요소라 부른다. 또한 j 번째 요소와 $j+1$ 번째 요소와의 경계선을 절선 j 라 부른다.

(2) 각 절선에는 평판에 수직하게 y 축 방향으로 분포된 전단(병진)스프링 및 y 축 주위의 회전에 저항하는 회전스프링으로 지지되어 있다.

(3) 임의의 절선 j 에서의 횡변위와 각변위는 연속이다.

x, y, z 축 방향의 변위를 u, v, w 라하면, z 방향의 운동방정식은 다음과 같다¹⁸⁾.

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right)$$

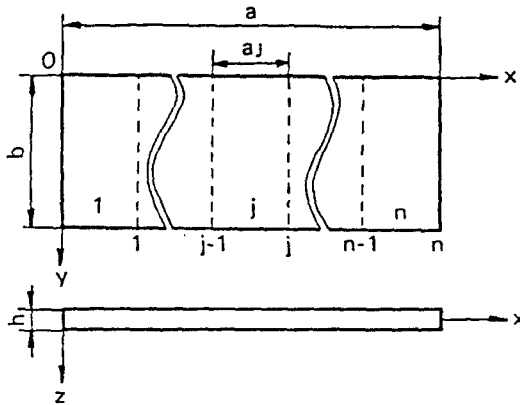


Fig. 1. Rectangular plate with co-ordinate convention.

$$+ \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

여기서,

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

이고, E 는 평판의 종탄성계수, ν 는 포아송비, ρ 는 밀도, t 는 시간이다. x 방향의 변위 u 를 0으로 간주하고, 面內方向의 관성을 무시하면 y 방향의 힘의 평형방정식은 다음과 같다¹⁹⁾.

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{2}(1-\nu) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

$y=0, b$ 에 있어서 평판은 단순지지되어 있고, 조화운동을 한다면, 변위 w, v 는,

$$w(x, y, t) = W(x) \cdot \sin \gamma y \cdot e^{i\omega t} \quad (3)$$

$$v(x, y, t) = V(x) \cdot \cos \gamma y \cdot e^{i\omega t} \quad (4)$$

여기서, ω 는 고유각진동수이고,

$$\gamma = \delta \pi / b \quad \delta = 1, 2, \dots \quad (5)$$

이며, δ 는 y 방향의 반 sine파의 수이다. 식(3)과 (4)를 각각 식(1)과 (2)에 대입하면,

$$W(x) = A_1 \cosh \alpha x + A_2 \sinh \alpha x + A_3 \cos \beta x + A_4 \sin \beta x \quad (6)$$

$$V(x) = A_5 \cosh \epsilon x + A_6 \sinh \epsilon x \quad (7)$$

여기서, $A_1 \sim A_6$ 는 경계조건에 의해 결정되는 미정계수이며 또,

$$\begin{aligned} \alpha &= \{ \omega (\rho h / D)^{1/2} + \gamma^2 \}^{1/2}, \\ \beta &= \{ \omega (\rho h / D)^{1/2} - \gamma^2 \}^{1/2}, \\ \omega &= \{ 2\gamma^2 / (1-\nu^2) \}^{1/2} \end{aligned} \quad (8)$$

y 축 둘레의 평판의 기울기 θ , x 축에 수직인 단면의 단위길이당의 z 방향의 등가전단력 q , 굽힘모우멘트 m , y 방향의 면내전단력 s 는,

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\partial W}{\partial x}, \quad q = \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 W}{\partial x \partial y^2}, \\ m &= -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right), \quad s = \frac{Eh}{2(1+\nu)} \frac{\partial V}{\partial x} \end{aligned} \quad (9)$$

이고, 식(9)에 식(3), (4)를 대입하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$[\theta, q, m] = [\Theta(x), Q(x), M(x)] \sin \gamma y \cdot e^{i\omega t}$$

$$s = S(x) \cdot \cos \gamma y \cdot e^{i\omega t} \quad (10)$$

식(3), (4), (6), (7), (9) 및 (10)에 無次元량,

$$\begin{aligned} \bar{W} &= \frac{W}{h}, \quad \bar{\Theta} = \frac{a}{h}\Theta, \quad \bar{V} = \frac{V}{h}, \quad \bar{Q} = \frac{a^3}{hD}Q, \\ \bar{M} &= \frac{a^2}{hD}M, \quad \bar{S} = \frac{a^3}{hD}S, \quad \bar{C}_j = \frac{1}{h}A_j \end{aligned} \quad (11)$$

를 도입하여, 임의의 요소 j 에 대해서 매트릭스로 표기하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \bar{W}(x) \\ \bar{\Theta}(x) \\ \bar{V}(x) \\ \bar{Q}(x) \\ \bar{M}(x) \\ \bar{S}(x) \end{pmatrix}_j = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 & b_{14} & b_{15} & 0 \\ b_{21} & b_{22} & 0 & b_{24} & b_{25} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} & 0 & 0 & b_{36} \\ b_{41} & b_{42} & 0 & b_{44} & b_{45} & 0 \\ b_{51} & b_{52} & 0 & b_{54} & b_{55} & 0 \\ 0 & 0 & b_{63} & 0 & 0 & b_{66} \end{pmatrix}_j \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{pmatrix}_j \quad (12)$$

여기서,

$$\begin{aligned} b_{11} &= \cosh \lambda_j, \quad b_{12} = \sinh \lambda_j, \quad b_{14} = \sin \mu_j, \\ b_{15} &= \cos \mu_j, \quad b_{21} = d_1 b_{12}, \quad b_{22} = d_1 b_{11}, \\ b_{24} &= -d_2 b_{15}, \quad b_{25} = d_2 b_{14}, \quad b_{33} = \cosh \eta_j, \\ b_{36} &= \sinh \eta_j, \quad b_{41} = d_3 b_{12}, \quad b_{42} = d_3 b_{11}, \\ b_{44} &= -d_4 b_{15}, \quad b_{45} = d_4 b_{14}, \quad b_{51} = d_5 b_{11}, \\ b_{52} &= d_5 b_{12}, \quad b_{54} = d_6 b_{14}, \quad b_{55} = d_6 b_{15}, \\ b_{63} &= d_7 b_{36}, \quad b_{66} = d_7 b_{33}, \quad \bar{a}_j = a_j/a, \\ \lambda_j &= \bar{a}_j \bar{\alpha}, \quad \mu_j = \bar{a}_j \bar{\beta}, \quad \eta_j = \bar{a}_j \bar{\varepsilon}, \quad \xi = a/b, \\ \bar{\alpha} &= [\bar{\omega} \pi^2 (1 + \xi^2) + \xi^2]^{1/2}, \\ \bar{\beta} &= [\bar{\omega} \pi^2 (1 + \xi^2) - \xi^2]^{1/2}, \\ \bar{\varepsilon} &= \xi [2/(1 - \nu)]^{1/2}, \\ \bar{\omega} &= \omega a^2 / [\pi^2 (1 + \xi^2) (D/\rho h)^{1/2}], \\ \xi &= \xi \delta \pi, \quad d_1 = \bar{\alpha}, \quad d_2 = -\bar{\beta}, \\ d_3 &= \xi^2 (2 - \nu) \bar{\alpha} - \bar{\alpha}^3, \\ d_4 &= -\xi^2 (2 - \nu) \bar{\beta} - \bar{\beta}^3, \\ d_5 &= \xi^2 \nu - \bar{\alpha}^2, \quad d_6 = \xi^2 \nu + \bar{\beta}^2, \\ d_7 &= 6(1 - \nu) \bar{\varepsilon} / \sigma^2, \quad \sigma = h/a \end{aligned} \quad (13)$$

요소 j 의 좌측, 우측의 절선 j 와 $j-1$ 에서의 상태벡터 $\mathbf{Z}_j = {}^t(\bar{\mathbf{d}}, \bar{\mathbf{f}})_j$ 와 \mathbf{Z}_{j-1} 사이의 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_j &= \mathbf{F}_j(x) \mathbf{Z}_{j-1} \\ \mathbf{F}_j(x) &= \mathbf{B}_{j-1}(x) \mathbf{B}_j(x)^{-1} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서, $\mathbf{F}_j(x)$ 는 요소 j 의 좌측과 우측 사이의 전달매트릭스 즉, 필드전달매트릭스이고 그 요소는 부

록에 나타내었다.

식(14)를 변위벡터 $\mathbf{d} = {}^t(\bar{W}, \bar{\Theta}, \bar{V})$ 와 힘벡터 $\mathbf{f} = {}^t(\bar{Q}, \bar{M}, \bar{S})$ 에 대한 부분매트릭스로 재정리하면,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \bar{\mathbf{f}} \end{pmatrix}_j = \begin{pmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{Q} \\ \mathbf{R} & \mathbf{S} \end{pmatrix}_j \begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \bar{\mathbf{f}} \end{pmatrix}_{j-1} \quad (15)$$

로 되고, $\mathbf{P}_j, \mathbf{Q}_j, \mathbf{R}_j$ 및 \mathbf{S}_j 는 3×3 의 매트릭스이다. 식(15)를 ${}^t(\mathbf{d}, \bar{\mathbf{f}})_{j-1}$ 에 대하여 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \bar{\mathbf{f}} \end{pmatrix}_{j-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{S} & -\mathbf{Q} \\ -\mathbf{R} & \mathbf{P} \end{pmatrix}_j \begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \bar{\mathbf{f}} \end{pmatrix}_j \quad (16)$$

식(15)와 식(16)의 우변의 계수매트릭스는 서로 역 매트릭스의 관계에 있다.

動的影響係數 매트릭스 傳達

임의의 절선 j 의 좌측과 우측에서 변위벡터 \mathbf{d}_j 와 힘벡터 $\bar{\mathbf{f}}_j, \mathbf{f}_j$ 사이의 관계를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_j &= \bar{\mathbf{T}}_j \bar{\mathbf{f}}_j, \quad \bar{\mathbf{T}}_j = {}^t\bar{\mathbf{T}}_j \\ \mathbf{d}_j &= \mathbf{T}_j \mathbf{f}_j, \quad \mathbf{T}_j = {}^t\mathbf{T}_j \end{aligned} \quad (17)$$

여기서, $\bar{\mathbf{T}}_j, \mathbf{T}_j$ 는 3×3 의 動的影響係數 매트릭스이고 대칭매트릭스이다.

1. 動的影響係數의 필드 및 포인트 傳達

식(16)과 (17)에서 j 번째 요소에 있어서 動的影響係數의 필드 傳達式은,

$$\mathbf{U}_j \bar{\mathbf{T}}_j = \mathbf{H}_j \quad (j=2, \dots, n) \quad (18)$$

여기서,

$$\mathbf{U}_j = \mathbf{T}_{j-1} {}^t\mathbf{R}_j + {}^t\mathbf{S}_j, \quad \mathbf{H}_j = \mathbf{T}_{j-1} {}^t\mathbf{P}_j + {}^t\mathbf{Q}_j \quad (19)$$

절선 j 의 左側과 右側에 있어서, 힘의 평형조건으로부터,

$$\bar{\mathbf{f}}_j = \mathbf{f}_j - \mathbf{K}_j \mathbf{d}_j \quad (20)$$

여기서,

$$\mathbf{K}_j = \begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & K & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_j \quad (21)$$

이다.

식(17)과 (20)에서 動的影響係數의 포인트 傳達式은,

$$\bar{U}_j T_j = \bar{T}_j \quad (22)$$

여기서,

$$\bar{U}_j = I + \bar{T}_j K_j \quad (23)$$

이고, I 는 단위매트릭스이다.

상기의 필드 및 포인트 傳達式을 결합시키면, 식 (17)~(20)으로부터 필드-포인트 傳達式은,

$$W_j T_j = H_j \quad (j=2, \dots, n) \quad (24)$$

여기서,

$$W_j = U_j + H_j K_j \quad (25)$$

이고, 식(25)를 이용하면 계산시간을 훨씬 단축시킬 수 있다.

2. 절선 0에서의 動的影響係數 매트릭스

본 해석수법에 있어서는, 계산시점의 경계조건(평판의 좌측의 경계선 즉, 절선 0를 스프링지지로 간주)을 처음부터 고려해서 계산을 시작하지 않으면 안 된다. 따라서 절선 0의 경계조건을 포함하는 절선 0 우측에서의 動的影響係數 매트릭스는 다음식에 의해 얻어진다.

$$T_0 = K_0^{-1} \quad (26)$$

여기서, K_0 는 절선 0에서의 포인트매트릭스이다. 그러나, K_0 가 특이매트릭스인 경우 K_0 의 逆매트릭스가 구해지지 않으므로, 절선 0와 절선 1사이의 動的影響係數의 전달과정은 K_0 를 그대로 사용한 다음식이 이용된다.

$$U_1 \bar{T}_1 = H_1 \quad (27)$$

여기서,

$$U_1 = R_1 + K_0 S_1, \quad H_1 = P_1 + K_0 Q_1 \quad (28)$$

식(28)의 K_0 의 요소인 전단 및 회전스프링정수 k_0 , K_0 의 값을 적절히 조절하므로써 모든 경계조건에 대응시킬 수 있다.

振動數方程式 및 거짓根의 解消法

振動數方程式은 평판의 우측단의 경계조건에 따라 두 종류로 대별 할 수 있다. 우선 $K_n=0$ 인 경우 ($f_n = \bar{f}_n = 0$)에는 식(17)과 (18)로부터,

$$U_n d_n = 0 \quad (29)$$

로 되고, $d_n \neq 0$ 이므로 振動數方程式은 다음과 같다.

$$U_n = \det(U_n) = 0 \quad (30)$$

다음으로, $K_n \neq 0$ 인 경우에 대해서는 식(17)과 (20)으로부터,

$$(I + K_n \bar{T}_n) f_n = 0 \quad (31)$$

로 되고, \bar{T}_n 의 對稱性和 식(18)을 이용하면,

$$\bar{T}_n = U_n^{-1} H_n = H_n' U_n^{-1} \quad (32)$$

식(32)를 식(31)에 대입하면,

$$W_n' U_n^{-1} \bar{f}_n = 0 \quad (33)$$

여기서, $\bar{f}_n \neq 0$ 이므로, 振動數方程式은,

$$\det(W_n' U_n^{-1}) = \det(W_n) / \det(U_n) = 0 \\ W_n \equiv \det(W_n) = 0 \quad (34)$$

로 되고, 결과적으로 식(34)는 $K_n=0$ 인 경우의 식(30)를 포함하고 있음을 알 수 있다.

振動數方程式 (34)에 二分法을 적용해서 固有振動數를 구하면 되나, 이 경우 動的影響係數의 전달과정에서 발생할 수 있는 反對稱極(거짓根)도 참根(固有振動數)으로 구해버리게 된다. 따라서 이러한 거짓根이 해소되고, 모든 경계조건 및 중간조건을 스프링정수의 값만을 변화시켜 제어할 수 있는 다음식을 사용해서 固有振動數를 구한다^{2),3)}.

$$\text{sgn}(G_n) = \text{sgn}(U_1) \cdot \text{sgn}(\bar{U}_1) \prod_{j=2}^n \text{sgn}(W_j) \quad (35)$$

數値계산 結果 및 考察

엄밀해를 구할 수 있는 사각형 평판의 간단한 계산 모델에 대해서 수치실험을 행하고, 그 계산결과들을 전달영향계수법(TICM), 전달매트릭스법(TMM) 및 Leissa방법에 의한 결과들과 비교, 검토하였다.

수치계산에 사용된 사각형 평판은 두께를 5mm, 폭을 300mm로 하고, 길이를 300mm, 450mm, 750mm 즉, ξ 를 1.0, 1.5, 2.5로 변화시켰다. 판재의 횡탄성계수는 $2.06 \times 10^{11} N/m^2$, 밀도는 $7860 kg/m^3$, 포이송 비는 모든 경우에 있어 0.3으로 하였다.

사용된 계산기는 32bit 퍼스널컴퓨터(수치연산 co-

processor 사용)이고, 사용언어는 Ms-Fortran 5.0 이며, 변수는 배정도 변수로 계산하였다. 또한, 固有振動數는 상대오차 10^{-6} 이하에서 수렴하는 것으로 하였다.

Table 1은 $\delta=1$ 일때 전 둘레가 단순지지된 탄성지지를 갖지않는 사각형 평판일 경우, TICM 및 TMM의 無次元 固有振動數를 엄밀해와 비교하여 나타낸 것이다. 표에서 보면, TICM의 값들은 엄밀해와 완전히 일치하고 있으나, TMM의 값은 저차에서는 엄밀해와 일치하지만, $\zeta=1.0$ 에서는 8차, $\zeta=2.5$ 에서는 7차 이상이 되면 정해가 구해지지 않으며, 「-」표시된 12차 이상에서는 오버플로우되어 전혀 해가 구해지지 않고 있다.

TICM의 경우, 시작단과 최종단의 단순지지 경계 조건은 無次元 전단 스프링정수 $k=\infty$ 로 하고, 회전

스프링정수 $K=0$ 로 대체함으로써 대응시켰다. 실제의 계산에 있어서, ∞ 의 값은 固有振動數가 포화할 정도의 큰 값인 10^{20} 을 수치상의 무한대로 간주하였다.

Table 2는 절선 0와 절선 n 의 두 경계선이 고정인 경우 ($k_0=K_0=k_n=K_n=\infty$)에 대한 無次元 固有振動數를 나타낸 것이다. 표에서 진동수 위의 2자리 값 중, 첫번째 수는 δ 의 값이며, 두번째 수는 각 δ 의 값에 있어서의 차수를 나타낸다. Table 2는 비교적 저차의 固有振動數 값만을 나타내고 있으므로, TICM, TMM 및 Leissa방법의 결과들은 서로 잘 일치하고 있다. 다른 경계조건에 대해서도 TICM은 알고리즘을 변화시킬 필요없이 스프링정수의 값을 $0\sim\infty$ 까지 조절하므로써 쉽게 固有振動數를 구할 수 있으나, TMM은 경계조건에 따라 振動數方程式을 바꾸어야

Table 1. Nondimensional frequency for plates with all simply-supported edge condition

Mode seq.	TICM		TMM		Exact solution	
	$\zeta=1.0$	$\zeta=2.5$	$\zeta=1.0$	$\zeta=2.5$	$\zeta=1.0$	$\zeta=2.5$
1	19.739209	11.448741	19.739209	11.448741	19.739209	11.448741
2	49.348022	16.186151	49.348022	16.186151	49.348022	16.186151
3	98.696044	24.081835	98.696044	24.081835	98.696044	24.081835
4	167.78327	35.135792	167.78327	35.135792	167.78327	35.135792
5	256.60971	49.348022	256.60971	49.348022	256.60971	49.348022
6	365.17536	66.718526	365.17536	66.718526	365.17536	66.718526
7	493.48022	87.247030	493.48022	87.247030	493.48022	87.247030
8	641.52429	110.93435	641.52436	110.93422	641.52429	110.93435
9	809.30756	137.77968	809.30919	137.77945	809.30756	137.77968
10	996.83005	167.78327	996.83536	167.78846	996.83004	167.78327
11	1204.0917	200.94515	1202.2829	201.18481	1204.0917	200.94515
12	1431.0926	237.26529	-	-	1431.0926	237.26529
13	1677.8327	276.74371	-	-	1677.8327	276.74371
14	1944.3121	319.38040	-	-	1944.3121	319.38040

Table 2. Nondimensional frequency for plates with clamped-clamped edge condition

Mode seq.	TICM		TMM		Leissa method	
	$\zeta=1.5$	$\zeta=2.5$	$\zeta=1.5$	$\zeta=2.5$	$\zeta=1.5$	$\zeta=2.5$
1	11	11	11	11	11	11
	17.372998	12.134664	17.372998	12.134664	17.3730	12.1347
2	12	12	12	12	12	12
	35.344498	18.364736	35.344498	18.364736	35.3445	18.3647
3	21	13	21	13	21	13
	45.429418	27.965736	45.429418	27.965736	45.4294	27.9657
4	13	14	13	14	13	14
	62.054376	40.750011	62.054376	40.750011	62.0544	40.7500
5	22	21	22	21	22	21
	62.313113	41.378171	62.313113	41.378171	62.3131	41.3782

Table 3. Nondimensional frequency for plates with clamped-free edge condition

Mode seq.	TICM		TMM		Leissa method	
	$\zeta=1.0$	$\zeta=2.5$	$\zeta=1.0$	$\zeta=2.5$	$\zeta=1.0$	$\zeta=2.5$
1	11	11	11	11	11	11
	12, 687360	10, 188788	12, 687360	10, 188788	12, 6874	10, 1888
2	12	12	12	12	12	12
	33, 065090	13, 603611	33, 065090	13, 603611	33, 0651	13, 6036
3	21	13	21	13	21	13
	41, 701929	20, 097137	41, 701929	20, 097137	41, 7019	20, 0971
4	22	14	22	14	22	14
	63, 014831	29, 621898	63, 014831	29, 621898	63, 0148	29, 6219
5	13	21	13	21	13	21
	72, 397563	39, 638222	72, 397563	39, 638222	72, 3976	39, 6382

Table 4. Nondimensional frequency for plates with elastic supports

Mode seq.	$k=10^2$		$k=1.5 \times 10^5$	
	TICM	TMM	TICM	TMM
1	10, 568682	10, 568682	49, 130469	49, 130469
2	11, 947867	11, 947867	52, 035834	52, 035813
3	15, 814040	15, 814040	60, 032747	60, 032727
4	22, 301013	22, 301013	69, 947804	69, 947802
5	31, 647612	31, 647612	78, 369703	78, 369694
6	44, 110175	44, 110175	163, 19065	163, 19066
7	59, 489972	59, 489972	163, 27778	163, 27775
8	78, 256142	78, 256135	168, 78244	168, 78244
9	100, 18712	100, 18717	170, 20470	170, 20470
10	125, 30480	125, 30491	171, 04491	171, 04491
11	153, 61956	153, 63709	272, 42798	-
12	185, 04660	184, 66234	284, 89816	-
13	219, 71157	-	-	-
14	257, 53669	-	-	-

하는 불편함이 있었다.

Table 3은 일단 고정과 타단 자유인 경우의 無次元固有振動數를 나타낸 것이며, Table 2의 경우와 같은 경향을 보이고 있다.

Table 4는 Fig. 2와 같은 모델에 대하여 $\delta=1$ 이고, 전단 스프링정수 k 는 계산의 간편함을 위해 모두 동일한 값인 $k=10^2$ 과 $k=1.5 \times 10^5$ 으로 탄성지지된 경우의 계산결과를 나타낸 것이다. 비교적 스프링정수의 값이 적은 $k=10^2$ 의 경우, TMM은 6차까지는 정해가 구해지지만 7차 이상에서는 정해가 구해지지 않고 있고, 스프링정수의 값이 큰 $k=1.5 \times 10^5$ 의 경우는, 1차에서는 정해가 구해지고 그 이상에서는 구해지지 않다가 8, 9, 10차에서 정해가 구해지는 등, 해의 신뢰성에 문제가 생기고 있다. 이것은, TMM

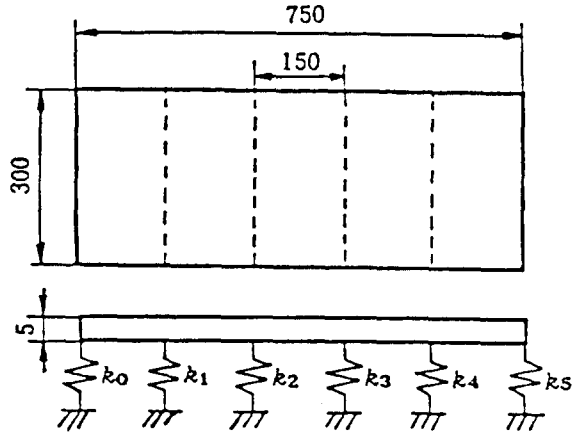


Fig. 2. Model of numerical calculation for plate with elastic supports.

에 있어서의 전달매트릭스 요소내에는 중간지지 전단 스프링정수 k 값이 커짐에 따라 요소간의 값들의 차가 극단적으로 커질 수 있고, 이로 인해 계산기상의 사칙 연산과정에서 생기는 오차라 생각된다.

TICM과 TMM의 계산속도의 비교를 위해, Table 1에 있어서 TICM, TMM 모두 정해가 구하여질 때까지의 계산시간을 Table 5에 나타내었다. 이 결과로부터 TICM은 TMM보다 $\zeta=1.0$ 일 경우는 약 2.29배, $\zeta=2.5$ 일 경우는 약 2.27배 정도 계산속도가 빠른 것을 확인할 수 있다.

Table 5. Comparison of CPU time [sec]

	TICM	TMM	No. of roots
$\zeta=1.0$	375	860	7
$\zeta=2.5$	45	102	6

결 론

본 연구에서는 전달영향계수법의 개념을 사각형 평판의 自由振動解析에 적용하여, 그 계산결과들을 전달매트릭스법 및 엄밀해 또는 Leissa 방법의 결과와 비교하여 그 유용성을 확인하였다.

傳達影響係數法은 전달매트릭스법으로는 구하기 곤란한 고차의 固有振動數에 대해서도 精度 좋게 구할 수 있으며, 계산속도의 면에서도 전달매트릭스법보다 우수함을 알 수 있었다. 또한, 傳達影響係數法은 모든 경계조건 및 중간 경탕성 지지조건도 전단 및 회전 스프링정수 값의 조절만으로 간편하게 대응시킬 수 있었다.

부 록

$$\begin{aligned} f_{11} &= (d_6 b_{11} - d_6 b_{15}) / \Lambda^2, \\ f_{12} &= (d_4 b_{12} + d_3 b_{14}) / (d_1 d_2 \Lambda^2), \\ f_{14} &= -(b_{12} / d_1 + b_{14} / d_2) / \Lambda^2, \\ f_{15} &= (b_{11} - b_{15}) / \Lambda^2, \\ f_{21} &= (d_1 d_6 b_{12} - d_2 d_6 b_{14}) / \Lambda^2, \\ f_{22} &= (d_4 b_{11} / d_2 - d_3 b_{15} / d_1) / \Lambda^2, \\ f_{24} &= (-b_{11} + b_{15}) / \Lambda^2, \\ f_{25} &= (d_1 b_{12} - d_2 b_{14}) / \Lambda^2, \\ f_{33} &= b_{33}, \quad f_{36} = b_{36} / d_7, \\ f_{41} &= (d_3 d_6 b_{12} - d_4 d_6 b_{14}) / \Lambda^2, \\ f_{42} &= d_3 d_4 (b_{11} - b_{15}) / (d_1 d_2 \Lambda^2), \\ f_{44} &= (-d_3 b_{11} / d_1 + d_4 b_{15} / d_2) / \Lambda^2, \\ f_{45} &= (d_3 b_{12} - d_4 b_{14}) / \Lambda^2, \\ f_{51} &= d_3 d_4 (b_{15} - b_{11}) / \Lambda^2, \\ f_{52} &= -(d_4 d_6 b_{12} + d_3 d_6 b_{14}) / (d_1 d_2 \Lambda^2), \\ f_{54} &= (d_3 b_{12} / d_1 - d_4 b_{14} / d_2) / \Lambda^2, \\ f_{55} &= (-d_3 b_{11} + d_4 b_{15}) / \Lambda^2, \\ f_{63} &= d_7 b_{36}, \quad f_{66} = b_{33} \end{aligned}$$

여기서, $\Lambda^2 = d^2_1 + d^2_2$ 이고 上記 이외의 요소는 모두 0이다.

참고문헌

- 1) Pestel, E.C. and Leckie, F.A. (1963): Matrix Method in Elastomechanics. McGraw-Hill.
- 2) Sueoka, A., Kondou, T., Moon, D.H. and Yamashita, K. (1988): A Method of

Vibrational Analysis Using a Personal Computer (A Suggested Transfer Influence Coefficient Method). Kyushu Uni. 48(1), 31-46.

- 3) Kondou, T., Sueoka, A., Moon, D.H., Tamura, H. and Kawamura, T. (1989): Free Vibration Analysis of a Distributed Flexural Vibrational System by the Transfer Influence Coefficient Method. Theoretical and Applied Mechanics 37, 289-304.
- 4) 末岡淳男・近藤孝廣・文 徳弘・山下勝也・田村英之(1988): 傳達影響係數法による多層構造物の自由振動解析(第1報, 集中系に對する正式化). 日本機械學會論文集(C編) 54(504), 1724-1731.
- 5) 末岡淳男・近藤孝廣・文 徳弘・山下勝也・田村英之(1988): 傳達影響係數法による多層構造物の自由振動解析(第2報, 集中系二層構造物の數値計算結果). 日本機械學會論文集(C編) 54(504), 1732-1739.
- 6) 近藤孝廣・末岡淳男・山下勝也・文 徳弘・河村壽三(1989): 傳達影響係數法による多層構造物の自由振動解析(第3報, 分布系に對する正式化). 日本機械學會論文集(C編) 55(516), 1948-1956.
- 7) 末岡淳男・近藤孝廣・山下勝也・文 徳弘(1989): 傳達影響係數法による多層構造物の自由地動解析(第4報, 分布系二層構造物の數値計算結果). 日本機械學會論文集(C編) 55(516), 1957-1964.
- 8) 末岡淳男・近藤孝廣・文 徳弘・山下勝也・安田勇治(1990): 傳達影響係數法による多層構造物の自由振動解析(第5報, 二層構造物の考察二, 三). 日本機械學會論文集(C編) 56(523), 555-560.
- 9) 近藤孝廣・末岡淳男・文 徳弘・山下勝也・綾部 隆(1990): 變形傳達影響係數法による可變パラメータ系の自由振動解析(變斷面ばりに對する正式化). 日本機械學會論文集(C編) 56(522), 284-291.
- 10) 近藤孝廣・末岡淳男・安田勇治・文 徳弘(1991): 傳達影響係數法による樹狀構造物の自由振動解析(第1報, 二次元樹狀構造物に對する正式化). 日本機械學會論文集(C編) 57(536), 1091-1098.
- 11) 近藤孝廣・末岡淳男・安田勇治・文 徳弘(1991): 傳達影響係數法による樹狀構造物の自由振動解析(第2報, 三次元樹狀構造物の取扱いと數値計算結果). 日本機械學會論文集(C編) 57(536), 1099-1106.

- 12) 文 德弘 · 末岡淳男 · 近藤孝廣 · 呂 東俊(1991) :
傳達影響係數法에 의한 원판구조물의 自由振動解
析. 大韓機械學會 論文集 16(5), 1439-1446.
- 13) Lin, Y.K. and Donaldson, B.K. (1969): A Brief
Survey of Transfer Matrix Techniques with
Special Reference to the Analysis of Aircraft
Panels. *J. Sound and Vibration* 10(1), 103-143.
- 14) Mercer, C.A. and Seavey, C. (1967):
Prediction of Natural Frequencies and
Normal Modes of Skin-Stringer Panel Rows.
J. Sound and Vibration 6 (1), 149-162.
- 15) 齊藤秀雄 · 山口秀谷 (1981) : 粘彈性ばりを有する
長方形彈性平板の振動. 日本機械學會論文集(C
編) 46(403), 237-244.
- 16) Leissa, A. W. (1973): The Free Vibration of
Rectangular Plates. *J. Sound and Vibration*
31(3), 257-293.
- 17) Timoshenko, S., Young, D.H. and Weaver, W.
Jr. (1974): *Vibration Problems in
Engineering*. John Wiley & Sons. 493-496.
- 18) Szilard, R. (1974): *Theory and Analysis of
Plates*. Prentice-Hall, 415.
- 19) Long, B.R. (1971): A Stiffness-Type Analysis
of Vibration of A Class of Stiffened Plates. *J.
Sound & Vibration* 16(3), 323-335.