

공간상의 길이 주어진 두 대의 로봇트를 위한 최소시간 충돌회피 경로 계획

(Minimum-Time Trajectory Planning Ensuring Collision-Free Motions for Two Robots with Geometric Path Constraints)

李志弘*, 卞增男*

(Ji Hong Lee and Zeung Nam Bien)

要 約

공간상에 움직여야 할 길이 주어진 두 대의 로봇트의 충돌이 없고 이동 시간을 최소로 하는 시간경로 계획방법을 제안하였다. 제안된 방법은 각각의 길을 따라 이동한 거리로 로봇트의 동력학을 기술하고 동력원에 주어진 제약조건들을 거리와 속도의 위상공간에서의 제약조건으로 변환하여 충돌회피는 조정공간에서, 최소 이동시간은 위상공간에서 각각 다루어 원하는 해를 구하는 방법을 제안하였다. 조정공간에서의 충돌지역의 특징에 따라 최소이동시간을 보장하는 두 로봇트의 계획 순서를 결정하고 각 로봇트의 시간경로를 구하였다. 제안된 방법의 최적성에 대해 증명하였으며, 시뮬레이션에 의해 본 방법의 유용성을 보였다.

Abstract

Collision-free trajectory planning for two robots is considered. The two robot system handled in the paper is given specified geometric paths for two robots, and the task is repeating. Then, the robot dynamics is transformed as a function of the traveled lengths along the paths, and the bounds on acceleration and velocity are described in the phase plane by taking the constraints on torques and joint velocities into consideration. Collision avoidance and time optimality are considered simultaneously in the coordination space and the phase plane, respectively. The proof for the optimality of the proposed algorithm is given, and a simulation result is included to show the usefulness of the proposed method.

I. 서 론

1970년대 부터 산업현장에 직접적으로 이용되기 시작한 로봇트는 최근에 이르러 용접, 조립, 도장, 부품 운반, 검사등 거의 모든 분야의 자동화 생산공정에 필수 불가결한 요소로 자리를 굳히 이제 일반인

들에게도 친숙한 용어가 되었다. 이렇게 널리 이용되게 된 이유로는 로봇트 자체가 여러 종류의 작업에 효과적으로 대처할 수 있는 유연성 때문이라고 볼 수 있겠다. 그러나 이러한 유연성은 로봇트 자체에 기구학적, 동력학적으로 복잡한 설계를 요구하며 이러한 복잡성으로 인해 로봇트시스템 운용의 선제 조건인 "경로계획"문제가 많은 분야에서 연구대상이 되고있으며 고도의 지능이 요구되는 복잡한 작업으로 응용분야가 확장되면서 로봇트의 경로계획도 보

*正會員, 韓國科學技術院 電氣및 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., KAIST)
接受日字: 1990年 12月 20日

다 까다로운 제약조건을 만족시켜야만 하게 되었다.

로봇트를 이용하여 어떤 작업을 수행하려면 보통 “계획”과 “수행” 두 단계의 과정이 필요하다. 계획 단계에서는 로봇트가 수행하여야 할 작업의 종류 및 순서를 합리적으로 결정하고 작업공간에서의 경로 및 속도를 선정하게 되며 수행단계에서는 계획된 경로 및 속도를 제대로 추적하고 정해진 시각에 계획된 작업을 수행하도록 해야한다. 이후로 “경로(path)”는 공간상의 길이 “시간경로(trajjectory)”는 속도와 시간이 정해진 상태로 구별하여 언급하기로 한다. 로봇트의 운동계획에서는 로봇트시스템에 포함된 보조장치 또는 다른 로봇트와 충돌하지 않도록, 전체 작업 시간과 소모에너지등을 고려하여 효과적인 작업을 보장하는 운동이 되도록 해야 하는데 충돌을 유발하는 물체의 특성에 따라 다음과 같이 크게 3분야로 구분이 될 수 있다.

- (1) 정지장애물을 고려한 운동계획
- (2) 이동장애물을 고려한 운동계획
- (3) 다중로봇트시스템의 운동계획

이러한 어려움을 극복하기 위해 시도되고 있는 가장 일반적인 방법은 로봇트를 점으로 변환하고 대신 장애물을 등가적으로 크게 키운 자세공간(configuration space)을 정의하여 이 공간 내에서 운동계획을 다루는 것이다. 정지장애물에 대한 이러한 시도로서 Lozano-Perez^[1]는 다각형 또는 원형의 로봇트와 다각형 장애물에 대해 로봇트는 한 점으로 축소시키는 대신 장애물을 키워 충돌없는 최단거리 경로를 선정하고 관절형 로봇트에 대한 확장가능성을 제시하였다. 이러한 확장은 Red^[2] 등에 의해 로봇트의 자세와 일대일 대응되는 자세지도(configuration space)를 정의하고 각 장애물이 이 2차원 자세공간에서의 어떤 영역으로 변환시켜 2자유도 관절형 로봇트의 충돌회피 경로계획 문제를 2차원 자세지도에서 한 점의 곡선계획 문제로 단순화 시켰는데 이 개념은 Lozano-Perez^[3]에 의해 슬라이스(slice)구축방법으로 3자유도 이상의 경우에도 적용가능하도록 확장하였다. Chen^[4] 등은 자세공간으로 변형된 장애물을 모델링하여 최적경로를 수치해석적인 방법으로 구했으며 Suh^[6] 등은 간단한 경우에 안전과 최단거리를 동시에 고려한 최적해를 해석적인 방법으로 구하였다.

이상 열거한 방법들은 자세공간의 좌표로서 주로 관절각도를 이용하여 자세공간의 각 점이 모든 관절의 회전각을 유일하게 결정하게 되는데 반해 Luh^[7] 등은 카테시안 공간(Cartesian space)에서 로봇트를 팔끝점으로 축소시키고 장애물을 확대시켜 로봇트의 움직임을 보다 실제적으로 가시화(visualization)시켰

으며 Shin^[8-9] 등은 몇몇 다른 구조의 로봇트에 대해서 적용가능하도록 확장시켰다.

로봇트와 장애물의 모양을 변화시키지 않고 작업공간에서 직접 경로를 구하는 방법으로 Khatib^[10]는 장애물과의 거리에 의한 포텐셜(potential)을 가상설치하여 로봇트가 장애물에 충돌하지 않고 목표지점에 도달할 수 있는 방법을 제안하였으며 Yamamoto^[12] 등과 Buchal^[11] 등은 구해진 경로의 최적성(global optimality)을 위해 반복계산에 의해 점차 경로를 개선하는 방법을 제시하였다.

정지장애물에 대해 구한 경로가 공간상의 길만 결정하는 반면 장애물의 위치가 시간에 따라 변하는 이동장애물의 경우는 경로에 시간이 인가되어야 충돌회피 운동을 보장할 수 있게 된다. Fujimura^[13] 등은 2차원 평면에서 등속으로 움직이는 장애물을 시간축이 부가된 3차원 공간에서의 정지장애물로 변환시켜 최단경로를 구하는 방법을 제안하였으며 Kant^[14] 등은 공간상의 경로를 먼저 구하고 이 길을 따라 보보트가 움직일때 이동장애물과 충돌하지 않도록 속도를 계획하는 경로-속도 분리방법(path-velocity decomposition)을 제안하였다.

로봇트가 이용되고 있는 많은 작업이 한 대의 로봇트로 성공적으로 수행가능한 경우도 많지만 다수의 로봇트를 이용하는 것이 더욱 효과적이거나 또는 필수 불가결한 경우가 발생한다. 이 경우 여러 대의 로봇트가 공통된 작업 영역에서 작업하다 보면 충돌이 발생할 가능성이 있고 앞 절에서 언급된 정지/이동 장애물과도 충돌 가능하다. 이 분야의 연구의 주안점은 로봇트끼리의 충돌을 해석하며 충돌이 없는 각 로봇트의 시간경로를 구해내는 일로 이동하는 여러대의 물체들의 운동을 계획하는 Schwartz^[19] 등의 연구를 로봇트의 경우에 확장시켜 연구하고 있다.

이 분야의 연구를 크게 분류하면 일단 각 로봇트의 시간경로를 독립적으로 구해낸 다음 충돌 가능한 지역에서 우선 순위에 따라 국부적으로 조금씩 속도/위치등을 보정하는 방법^[20-23]과 우선 순위가 높은 로봇트부터 한대씩 차례 차례 시간경로를 구하는 방법^[24-25]과 모든 로봇트의 시간경로를 동시에 구해내는 방법^[26-27] 등이 있다고 할 수 있다.

첫째 부류의 연구로는 Yuh^[20]가 로봇트를 제어하는 매 시간 마다 충돌 예상지역을 구하고 낮은 우선 순위의 로봇트가 이 지역을 움직이고 있으면 경로를 충돌 예상 지역의 경계 쪽으로 수정하는 방법을 제안하였으며 Lee^[21] 등은 각각 정해진 시간경로위를 움직이는 두대의 로봇트에 대해 낮은 우선 순위의 로봇트의 이동거리와 시간으로 구성된 공간(traveled

length versus servo time)에서 충돌 지도를 구해 그 지역을 피하도록 로봇의 속도 또는 지연시간(time delay)등을 조절하는 방법을 제시하였다. 또한 Freund²²⁾ 등은 회전관절과 미끄럼 관절을 갖는 로봇의 경우에 작은 시간 구간 동안의 동작을 예상하여 충돌이 예상되는 경우에 우선 순위가 낮은 로봇의 운동 보정량을 해석적인 방법에 의해 구하고 제어에 이용하는 방법을 제시하였다. Chang²³⁾ 등은 각각 정해진 두대의 로봇의 시간경로에 대해 우선 순위가 낮은 로봇의 시간경로를 충돌을 피하기 위한 최소 보정량과 그에 따른 급작스런 동작의 변화를 최소화시키는 양 만큼을 매 제어시각에 가감하는 방법을 제시하였다.

둘째 부류의 연구로는 Erdmann²⁴⁾ 등이 먼저 우선 순위가 높은 로봇의 시간경로를 다른 로봇과 관계없이 구하고 이 시간경로에 의해 구해지는 다른 로봇의 충돌영역을 매 시각마다 구하여 그 슬라이스(slice)를 시간 축으로 쌓아 만든 자세 시간 공간(configuration space time)에서 다음 로봇의 시간경로를 구하는 2단계의 방법을 제안하였으며 Warren²⁵⁾은 장애물을 포텐셜 필드(potential field)로 구성하여 만든 Erdmann²⁵⁾의 자세시간공간에서 최단 거리가 되도록 반복계산하는 방법을 제안하였다.

이상의 방법들은 각 로봇의 시간경로를 순서적으로 구하기 때문에 전체적인 최적성을 보장할 수가 없게 된다. 이러한 한계를 극복하기 위해 Shin⁸⁻⁹⁾ 등은 움직여야 할 길이 정해져 있는 두 대의 로봇에 대해 각 이동거리로 2차원 조정공간(coordination space)을 정의하고 이 공간 내에서 충돌 지역을 피하는 두 로봇의 코오디네이션(coordination)을 결정하고 이 코오디네이션을 따라 속도계획을 하여 로봇의 순서가 아닌 계획의 내용에 순서를 두는 2단계 계획 방법을 제안하였다.

앞서 언급한 바와 같이 다중 로봇의 운동계획은 여러대의 로봇의 시간경로가 동시에 구해져야 하므로 고정된 기준이 없어 충돌여부의 판정이 계획전에 주어지지 않는다는 점이 한대의 로봇의 경우와 근본적으로 다른 점으로 한대의 로봇을 위해 개발된 여러 방법이 약간의 수정으로는 바로 다중 로봇의 경우에 적용될 수 없다. 이러한 문제에 대해 지금까지 연구되어 온 주된 방법은 첫째, 각 로봇의 시간경로를 충돌을 배제하고 일단 구한 뒤 미리 정해진 우선 순위에 따라 순서가 낮은 로봇의 시간경로를 서로 충돌이 없도록 부분적으로 조금씩 수정하거나, 둘째, 미리 정해진 순서에 의해 충돌을 고려하지 않은 채 첫번째 로봇의 시간경로를 구하

고, 이 고정된 시간경로와 충돌하지 않도록 둘째 로봇의 시간경로를 구하거나, 셋째, 운동계획이 내용을 구분하여 경로계획, 조정계획 및 속도계획을 따로하여 특정 단계에서 충돌회피를 고려하는 등의 방법들로서 임의로 가해진 로봇의 순서 때문에, 또는 계획 내용의 순서 때문에 전반적인 최적성을 보장할 수 없게 된다. 또한 로봇의 운용에 가장 중요하게 고려되고 있는 운동시간을 최소화하기 위해서는 각 로봇의 동력학적 특성을 고려한 계획이 되어야 하는데 로봇의 동력학적 특성을 배제한 연구 결과가 많은 것도 사실이다.

공동된 작업영역에서 두대의 로봇이 작업을 수행해야 하는 경우를 고려하여보면 선행조건이 거의 없는 일반적인 경우부터 아주 특수한 경우까지 그 종류가 다양함을 알 수 있다. 그 특수성의 정도에 따라 해를 구하는 방법의 복잡성이 좌우되므로 여기서 먼저 두대의 로봇이 사용되는 여러 경우를 분류해보면 다음과 같다.

유형 1 : 두 대의 로봇이 완전히 독립적으로 움직이는 경우³¹⁾

유형 2 : 두 대의 로봇이 각각 시점과 종점만 정해져 있는 경우

유형 3 : 두 대의 로봇이 각각 움직여야 할 공간상의 경로가 정해져 있는 경우

유형 4 : 두 대의 로봇이 각각 움직여야 할 공간상의 경로가 주어져 있고 두 대의 로봇이 어떤 정해진 상관 관계로 움직이는 경우³⁴⁾

또한 로봇을 이용하는 작업의 대부분은 작업시간과 생산량이 밀접하게 연관되어 있으므로 로봇의 이동시간이 시간경로계획의 가장 중요한 성능지수로서 고려되고 있는바²⁶⁻³²⁾ 이 최소이동시간을 맞추기 위해서는 각 로봇의 동특성을 고려해야 함이 필수적이다. 본 논문에서는 앞서 기술한 유형3의 경우에 대해 충돌이 없고 최소 이동시간을 보장하는 두 대의 로봇의 속도 계획을 구하는 방법을 제안한다. 이를 위해 충돌회피를 위해 조정공간이 도입되었으며, 각 로봇의 길을 따라 이동한 거리로 동력학을 기술하여 최소시간 경로계획 문제를 단순화시켰다. 또한 조정공간에서의 장애물의 특성에 따라 조정곡선을 두 개의 중복없는 집합으로 나누어 각 집합에서 최소의 이동시간을 갖는 두 로봇의 계획 순서를 정하는 방법을 제안하였으며 이 순서에 따라 첫째 로봇은 거리, 속도 위상공간에서, 둘째 로봇은 거리, 속도 위상공간과 시간, 거리공간을 동시에 고려하여 각각 최소 이동시간이 되도록 시간경로 계획을 하는 방법을 제안하였다.

앞으로 2 장에서는 조정공간에 대해 간단히 소개하고, 3장에서 두대의 로봇트를 위한 최소시간 경로 계획에 대해서, 4장에서는 시뮬레이션 예를 기술하며, 5장에서는 결론을 맺도록 했다.

II. 조정공간

로봇트끼리의 충돌은 서로가 충돌 유발요인이고 각각의 운동 자체가 미정인 상태이므로 정지 장애물이나 속도가 알려진 이동장애물과의 충돌과는 성질이 많이 다르다. 이 장에서 언급하게 될 조정공간은 특별히 두 대의 로봇트의 경로가 주어졌을 경우에 각각의 경로위를 따라 움직인 거리를 두 축으로 하는 2 차원 공간으로 로봇트끼리의 충돌여부를 가시화할 수 있는데 Shin^[8-9] 등에 의해 제안되었다. 이 조정공간에 대해 기본적인 사항을 설명하고 새로 발견된 몇가지 특성을 소개한다.

[정의 1] s^1 과 s^2 를 로봇트 1 및 로봇트 2가 각각의 경로를 따라 움직인 거리라 할때 조정공간은 $0 < s^1 < s^1_{max}, 0 < s^2 < s^2_{max}$ 를 만족하는 (s^1, s^2) 의 짝으로 이루어지는 집합이다.

이 조정공간에서 충돌영역을 구하기위해 선행되어야 하는 가정이 있다. 보통의 관절형 로봇트의 팔끝의 위치 및 자세가 정해진다 하더라도 각 관절각도가 유일하게 결정되지는 않는다^[35] 그러나 로봇트 주변의 장치등에 의해 어떤 팔끝의 위치를 결정하는 로봇트의 관절각들 중에서 하나를 선택하는 기준이 자연스럽게 결정되는 경우도 많고 그 이외의 경우에도 각 관절의 회전량을 작게하는 등의 기준에 의해 여러개의 해중 택일할 수 있다. 본 논문에서는 경로위의 한 점이 결정되면 각 관절각도, 즉 로봇트의 자세가 하나로 결정된다고 가정함으로써 조정공간상의 한점이 결정되면 로봇트의 자세가 유일하게 결정되는 경우만을 고려하기로 한다.

[정의 2] 조정공간상에서 다음 2조건을 만족하는 연속하는 곡선을 조정곡선(coordination curve) 이라 한다.

- i) (0, 0)을 시점으로 하고 (s^1_{max}, s^2_{max}) 를 종점으로 한다.
- ii) $0 < s^1 < s^1_{max}, 0 < s^2 < s^2_{max}$ 에 대해 $ds^2/ds^1 \geq 0$ 을 만족한다.

또 CC를 조정곡선들의 집합이라한다.

여기서 ii)의 조건은 두 로봇트가 주어진 길 위를 거꾸로 이동하지는 않는 경우를 의미한다.

[정의 3] 충돌이 발생한 두 로봇트의 자세쌍에 해당하는 조정공간상의 점들의 집합을 충돌가능지역

(PCR:potential collision region)이라 하고 PCR을 지나지 않는 곡선들을 충돌회피 조정곡선(coordination-free coordination curve)이라하며 어떤 충돌회피조정곡선도 지나지 않는 영역을 충돌지역(CR:collision region)이라한다.

예로써 그림 1 과 같이 간략화된 로봇트 시스템의 경우의 충돌지역을 조정공간에서 구해보면 그림 2 와 같다.^[8] 여기서 주목할점은 조정공간 내의 조정곡선은 시간정보를 전혀 포함하고있지 않다는 것이다. 즉 조정곡선의 선택으로는 충돌회피만을 보장하는 것으로 속도가 병행하여 구해져야만 한다.

[정의 4] $s^1=0, s^1_{max}, s^2=0, s^2=s^2_{max}$ 의 4 직선 어느 것파도 만나지 않는 충돌 영역을 섬형충돌 영역(ITCR:island type collision region)이라 하며 ITCR 이 아닌 충돌 영역을 반도형 충돌영역(PTCR:peninsular type collision region)이라 한다.

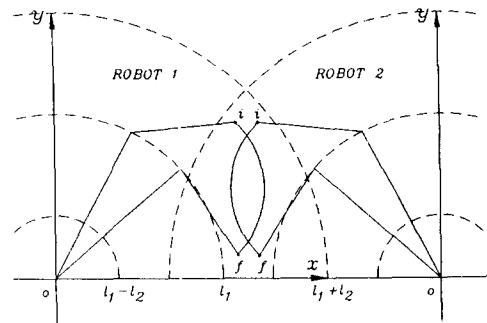


그림 1. 간단화된 두 대의 로봇트 시스템
Fig. 1. A simplified two robot system.

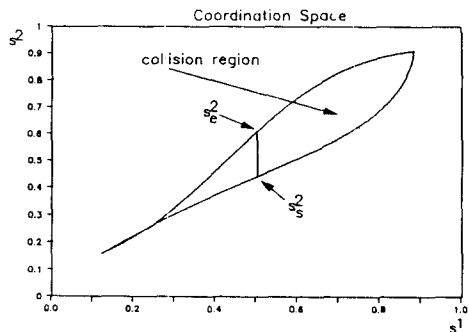


그림 2. 조정공간의 예
Fig. 2. A coordination curve and collision region.

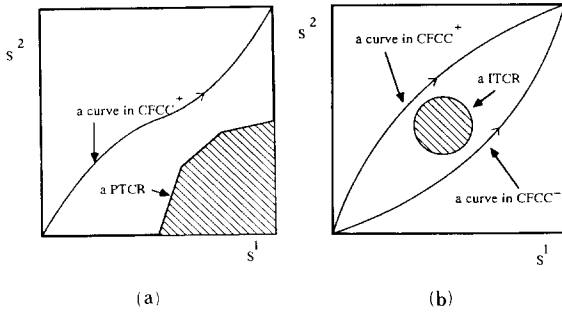


그림 3. ITCR, PTCCR의 예와 CFCC⁺ 및 CFCC⁻의 곡선의 예

Fig. 3. Examples of ITCR, PTCCR, a curve of CFCC⁺, and CFCC⁻.

[정의 5] 충돌지역을 위로 통과하는 조정곡선들의 집합을 CFCC⁺라 하고 밑으로 통과하는 조정곡선들의 집합을 CFCC⁻라 한다. (그림 3)

여기서 조정곡선이 단조증가 함수임을 고려하면 다음의 두 성질이 쉽게 유도된다.

$$CFCC = CFCC^+ \cup CFCC^-$$

$$CFCC^+ \cap CFCC^- = \emptyset \tag{1}$$

3장에서 기술하겠지만 위의 두 식에 의해 조정공간의 집합을 두 개의 부분 집합으로 나누어 각각에 대해 해를 구하는 접근 방법이 가능하게 된다.

III. 공간상의 경로가 주어져 있는 경우의 두 로봇의 최소시간 속도계획

여기서 다음 문제를 달리하면 다음과 같다.

[문제 2] 식 2과 식(3)으로 표현되는 두 로봇트가 식(6)의 경로를 각각 시점에서 종점으로 움직이고자 할때 식(4)과 식(5)의 입력 토오르크 및 최대 허용 관절 속도의 제약조건 하에서 충돌이 없으며 식(7)으로 정의된 운동시간을 최소화하는 속도계획을 구하여야.

$$\mathbf{X}^r = \mathbf{K}^r(\mathbf{q}^r) \tag{2}$$

$$\mathbf{D}^r(\mathbf{q}^r) \mathbf{q}^{\dot{r}} + \mathbf{C}^r(\mathbf{q}^r, \mathbf{q}^{\dot{r}}) + \mathbf{g}^r(\mathbf{q}^r) = \mathbf{u}^r \tag{3}$$

$$\mathbf{u}_{\min}^r(\mathbf{q}^r, \mathbf{q}^{\dot{r}}) \leq \mathbf{u}^r < \mathbf{u}_{\max}^r(\mathbf{q}^r, \mathbf{q}^{\dot{r}}) \tag{4}$$

$$\mathbf{q}_{\min}^r(\mathbf{q}^r, \mathbf{q}^{\dot{r}}) \leq \mathbf{q}^r < \mathbf{q}_{\max}^r(\mathbf{q}^r, \mathbf{q}^{\dot{r}}) \quad r=1, 2 \tag{5}$$

$$\mathbf{X}^r = \mathcal{P}^r(s^r) \quad 0 \leq s^r \leq s_{\max}^r, \quad r=1, 2 \tag{6}$$

$$T_r = \max(T_r^1, T_r^2) \tag{7}$$

단 (2)~(3)에서 \mathbf{X}^r 로봇트 r의 카르티시안(Cartesian) 공간에서의 팔끝의 좌표, $\mathbf{q}^r, \mathbf{q}^{\dot{r}}$ 및 $\mathbf{q}^{\ddot{r}}$ 은 관절각

(joint displacement), 관절속도(joint velocity) 및 관절가속도(joint acceleration)이며, \mathbf{D}^r 은 관성행렬(inertia matrix), \mathbf{C}^r 은 전향력/원심력, 그리고 \mathbf{g}^r 은 중력에 의해 받는 힘을 나타내며 \mathbf{u}^r 은 입력 토오르크를 나타낸다. (7)의 T_r^1, T_r^2 는 각각 로봇트 1 및 2의 운동시간이며 (6)의 s^r 은 로봇트 r이 자신의 경로를 따라 이동한 거리이다.

본 논문에서 이 문제를 풀기위해 제시하는 방법이 다른 연구들과 다른 점은 임의로 정한 특정 로봇트에 우선권을 주어 부분적인 경로수정을 하는 대신 충돌문제와 속도문제를 동시에 해결하여 진정한 의미의 최소시간 경로계획을 구하는데 있다. 또한 이는 Shin⁸⁻⁹ 등의 방법처럼 조정계획 및 속도계획의 두 단계로 나누어 각각에 대해서도 두 단계의 계획을 동시에 수행하여 최적해를 구한다는 점에서 이 방법과도 구별된다.

여기서 (1)로 나누어진 두 개의 집합의 특징을 살펴보자. 문제를 간단히 해석하기 위해 본 논문에서는 조정공간내에 하나의 충돌영역만이 있는 경우를 고려하기로 한다. 일단 속도계획을 하여 그 결과가 CFCC⁻에 속하는 어떤 결과가 나왔다고 치자. 그리고 이 조정곡선에 어떤 변화를 가하는 경우를 생각해 보자. (그림 4)

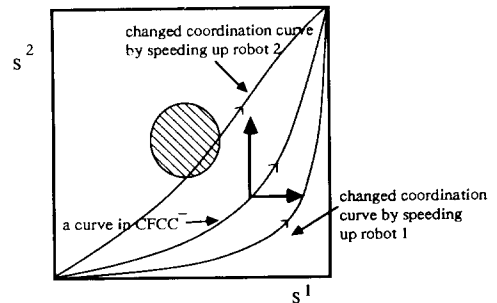


그림 4. 조정곡선의 변화
Fig. 4. Changes of a coordination curve.

P1) 로봇트 1의 속도를 그대로 두고 로봇트 2의 속도를 전반적으로 빠르게하는 경우 조정곡선이 위쪽으로 이동하게 된다.

P2) 로봇트 2의 속도를 그대로 두고 로봇트 1의 속도를 전반적으로 빠르게하는 경우 조정곡선이 오른쪽으로 이동하게 된다.

P3) 처음의 조정곡선이 충돌지역의 아래를 지나 는 경우 P1)의 변경에 의해 충돌이 새로 유발될 수

있으나 P2)의 변경에 의해서는 충돌이 유발되지 않는다.

이 성질은 CFCC⁻에 속하는 조정곡선에 대해서는 로봇트 1의 최고 속도가 로봇트 2의 속도에 의해 제한받지 않는다는 것을 의미하게 되어 CFCC⁻, CFCC⁺ 각각에 대해 다음의 접근방법을 가능하게 한다.

A 1) CFCC⁻에서 최소시간을 주는 운동계획은 먼저 로봇트 1의 속도계획을 완성한후 이 로봇트 1의 속도계획이 정해진 상태에서 로봇트 2의 속도계획을 한다.

A 2) CFCC⁺에서 최소시간을 주는 운동계획은 먼저 로봇트 2의 속도계획을 완성한 후 이 로봇트 2의 속도계획이 정해진 상태에서 로봇트 1의 속도계획을 한다.

(1)에서 보듯이 CFCC⁻, CFCC⁺가 중복없이 CFCC를 구성하므로 원래 문제의 해는 A1)과 A2)에 의해 구해진 해 중 더 작은 T_r를 주는 쪽이 된다.

CFCC⁻와 CFCC⁺는 로봇트 1과 2를 바꿈으로서 서로 대칭인 관계를 가지므로 CFCC⁻에 대해서 해를 구하는 방법에 대해서 좀 더 자세히 기술한다. 먼저 s^r을 로봇트 r이 자기의 길에 따라 이동한 거리라 하고

$$v^r = \frac{ds^r}{dt}, \quad \dot{v}^r = \frac{dv^r}{dt} \quad (8)$$

이라하면²⁹⁻³⁰⁾의 방법에 (5)의 제약조건을 첨가한³⁶⁾의 방법에 의해 다음의 모양으로 제약조건이 유도된다.

$$0 < v^r(s^r) \leq \phi^r(s^r) \quad (9)$$

$$lb^r(s^r, v^r) < \dot{v}^r(s^r) \leq ub^r(s^r, v^r) \quad (10)$$

이렇게 변형된 제약조건에 대해 한 대의 로봇트에 대해 최소시간 경로계획을 구하는 방법은 근본적으로¹³⁶⁾과 같으므로 여기서는 이 방법을 알고리즘 1이라 부르기도 한다. 이 방법은 허용 가속도의 범위를 이동거리의 함수로 나타낸뒤 가속도의 최대치와 최소치를 적절히 스위칭하여 최소시간 속도계획을 하는 일종의 Bang-Bang 제어 방법이나 여기서는 자세한 내용은 생략하기로 한다. 그리고 예를 들어 로봇트 1의 시간경로가 구해지면 조정공간을 구성하는 하나의 축인 s¹위의 모든 점이 단조증가함수에 의해 시간축으로 대응된다. 그러므로 조정공간내의 충돌영역이 (시간) × (로봇트 2의 이동거리), 즉 t × s² 공간에서의 어떤 영역으로 변형된다. 이러한 관찰을 근거로 CFCC⁻의 경우 문제2에 대해 다음의 방법을 제안한다.

알고리즘 2 :

- s1) 알고리즘1에 의해 로봇트1의 시간경로 계획을 한다.
- s2) 계획된 로봇트 1의 시간경로에 의해 조정공간에서의 충돌영역을 t × s²공간에서의 충돌영역으로 변환시킨다.
- s3) 변환된 충돌영역과 충돌하지 않도록 로봇트 2의 시간경로 계획을 한다.

여기서 조정공간에서의 충돌영역의 경계선을

$$s^2 = \Gamma(s^1) \quad (11)$$

로 표시하고 변환된 영역의 경계선을

$$s^2 = r(t) \quad (12)$$

로 표시하기로 한다. 단 두 대의 로봇트가 각각의 길이를 거꾸로 이동하지는 않는다는 가정을 하면 조정곡선은 단조 증가함수가 되고 충돌영역은 단조증가하는 함수를 경계선으로 하는 충돌 영역으로 등가화되며 원래의 충돌 영역과 등가화된 충돌 영역사이의 영역은 각 로봇트가 각각의 길이를 거꾸로 이동하지 않는한 이룰 수 없는 영역이 된다. 그러므로 (11)의 $\Gamma(\cdot)$ 은 단조 증가함수로 가정한다. 이 경우 ITCR은 고려 대상이 CFCC⁻ 이거나 CFCC⁺ 이면 모두 PTCR꼴로 등가화됨을 주목할 필요가 있다. 이러한 변화의 예를 그림 5으로 나타내었다. 여기서 CFCC⁻의 경우 로봇트 2의 최소시간 시간경로 문제 (알고리즘 2의 s3)를 정리하면 다음과 같다.

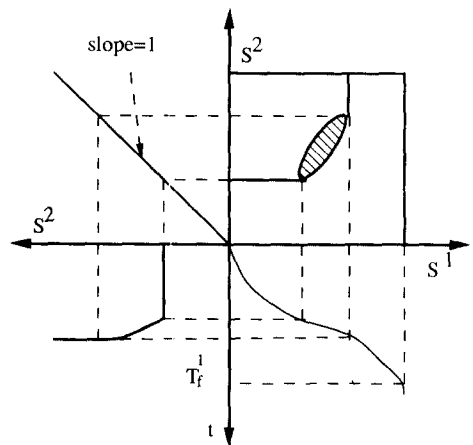


그림 5. 충돌영역의 변환의 예
Fig. 5. An example of transforming collision region

문제 3 : 로보트 2 가 자기 경로를 따라 이동한 거리를 s , 이동속도를 v 라 할 때 속도 및 가속도가 (9), (10)으로 제 각각 제한되고 (12)로 주어진 금지 영역을 통과하지 않으면서 최소이동시간을 보장하는 속도계획을 하여라.

이제 문제 3의 해를 구하는 알고리즘을 설명한다.

알고리즘 3 :

s1) 알고리즘 1로 궤적을 구해 이 곡선을 $s^2=c_0(t)$ 라 하자. 이 곡선과 $s=r(t)$ 에서 $\Delta t = \max(r^{-1}(s^2) - c_0^{-1}(s^2))$, $0 < s^2 < s_{\max}^2$ 로 지연 시간을 구한다. 여기서 $r^{-1}(s^2)$ 가 정의되지 않는 점에서는 $r^{-1}(s^2)$ 의 값을 0으로 한다.

s2) 구해진 지연시간에 의해

$$s^2 = c^*(t) = \begin{cases} 0 & t < \Delta t \\ c_0(t - \Delta t) & t \geq \Delta t \end{cases} \quad (13)$$

가 최소시간 시간경로 계획이 된다.

[증명] 구해진 속도를 $v=v_0(s^2)$ 라 하고 지연시간이 가해진 최적곡선이 충돌 영역과 만나는 점 중에서 가장 큰 시각의 값을 $t=t_2$ 라 하고 이에 해당하는 s 값을 s_2 라 하자. 그러면 이 곡선에 의한 이동시간은

$$T_2^2 = t_2 + \int_{s_2}^{s_{\max}^2} \frac{dr}{v_0(r)} \quad (14)$$

로 주어지는데^[30] 이 값이 작아지기 위해서는 첫째 항이 작아지든지 또는 둘째 항이 작아지든지 해야한다. 그러나 첫째 항이 작아지면 충돌 영역을 통과하게 되고, 둘째 항에서의 속도 $v_0(r)$ 은 알고리즘 1의 최적성에 의해 모든 r 값에 대해서 더이상 크게할 수 없으므로 둘째 항도 역시 작게할 수 없게 된다. 그러므로 이 $s^2=c^*(t)$ 보다 더 작은 도착시간을 가지는 어떤 곡선도 존재할 수 없다.

알고리즘 2의 최적성에 대해서 증명하기 전에 다음 사항을 관찰한다. (7)으로 두 로보트의 이동시간 중 그 값이 큰 쪽으로 최소화시키고 싶은 성능지수를 정하였으므로 알고리즘 1, 2, 3에 의해 구해진 로보트 1 및 2의 이동시간 사이에 다음의 두 경우가 발생할 수 있다.

경우 1) $T_1^2 \geq T_2^2$

경우 2) $T_1^2 < T_2^2$

[증명] 경우 1)에서는 T_1^2 가 로보트 2의 운동과 관계없이 구해진 값이므로 알고리즘 1의 최적성에 의해 더 이상 작아질 수 없다. 경우 2)에 대해서는 T_2^2 가 로보트 1의 운동계획이 정해진 후에 최소가 되게

정해진 값이고 로보트 1의 이동시간은 더 이상 줄일 수 없으므로 T_2^2 를 줄일 수 있는 경우는 T_1^2 를 늘림으로서만 가능하게 된다. 그러므로 여기서는 T_1^2 를 늘려도 로보트 2의 이동시간을 줄일 수 없다는 것을 보이기로 한다. 먼저 로보트 1의 속도를 늦추어 그때의 속도 및 이동시간을 $\bar{v}(s^1)$, T_1^2 으로 원래의 T_1^2 에 해당하는 속도를 $v(s^1)$ 이라하면 알고리즘 1에 의 해^[30]

$$v(s^1) \geq \bar{v}(s^1), \quad 0 \leq s^1 \leq s_{\max}^1 \quad (15)$$

$$t(s^1) = \int_0^{s^1} \frac{1}{v(r)} dr \geq \int_0^{s^1} \frac{1}{\bar{v}(r)} dr = t(s^1) \quad (16)$$

가 유도되고 등가화되어 단조 증가 함수임이 보장된 협조공간에서의 금지영역의 경계선 방정식

$$s^1 = \Gamma^{-1}(s^2) \equiv G(s^2) \quad (17)$$

에 의해

$$t(G(s^2)) \geq t(s^2) \quad (18)$$

가 유도되어 같은 s^2 에 해당하는 금지영역의 경계선의 t 값이 T_1^2 의 시간 경로에 의해 변환된 쪽이 항상 크다. 또 (17)을 시간 미분하면

$$\frac{ds^2}{ds} = \frac{d\Gamma(s)}{ds} \frac{ds^1}{dt} \quad (19)$$

가 되고 $d\Gamma(s)/ds$ 은 로보트 1의 속도와 관계가 없으므로 같은 s^2 값에 대해 금지 영역의 경계선의 기울기가 T_1^2 쪽에 해당하는 변환의 쪽이 항상 적게 된다. 그러므로 (17)의 충돌영역이 T_1^2 에 해당하는 로보트 1의 속도에 의해 변환된 금지영역의 경계선의 방정식을

$$s = r(t) \quad (20)$$

T_1^2 에 해당하는 것을

$$s = \bar{r}(t) \quad (21)$$

라 하면 (18)로부터

$$\bar{r}^{-1}(s^2) \geq r^{-1}(s^2) \quad (22)$$

(19)로부터

$$\frac{d\bar{r}(t)}{dt} \leq \frac{dr(t)}{dt}, \quad 0 \leq s^2 \leq s_{\max}^2 \quad (23)$$

가 유도되며 그림으로 표현하면 그림 8과 같다. (22)~(23)에 의해 $0 \leq s^2 \leq s_{\max}^2$ 인 모든 s^2 에 대해 T_1^2 를 갖는 로보트 1의 시간 경로에 의해 변환된 충돌 영역의 경계선 $s = \bar{r}(t)$ 은 T_1^2 에 의한 $s = t(t)$ 보다 항상 큰 t 값과 작은 기울기를 갖게 된다. 그러므로 $r(\cdot)$ 와 $\bar{r}(\cdot)$

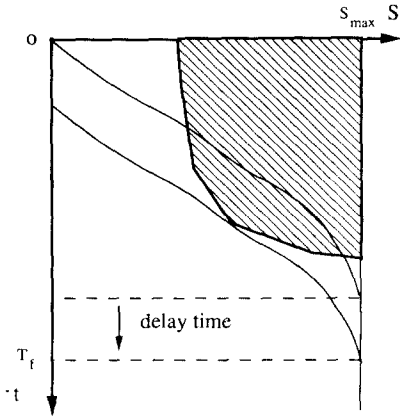


그림 6. 지연시간의 계산
Fig. 6. Calculation of delay time.

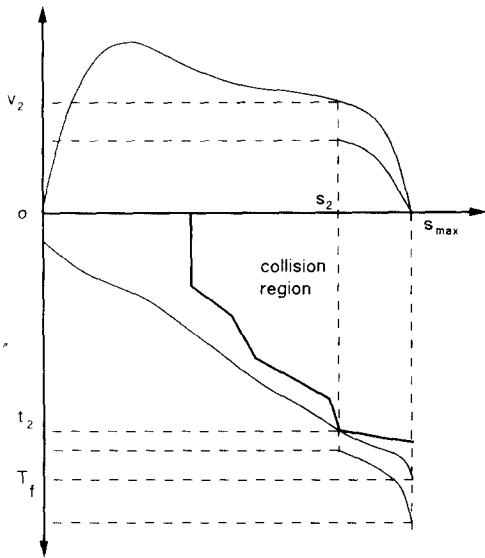


그림 7. 알고리즘 3의 최적성의 증명
Fig. 7. Proof of the optimality of algorithm.

에 대한 알고리즘 3을 적용하면 $F(\cdot)$ 쪽이 항상 큰 지연시간을 주게 되므로 $T_2^* < \bar{T}_2^*$ 가 되어 증명이 완성된다.

이상의 증명의 물리적 의미를 고찰해보면 지금 CFCC에 속하는 조정곡선을 다루고 있으므로 그림 1, 2에 의해 로봇 2의 속도는 로봇 1의 속도에 의해 최대속도가 제한되게 된다. 그러므로 로봇 2가 더 빨리 움직이기 위해서는 로봇 1이 더욱 빨

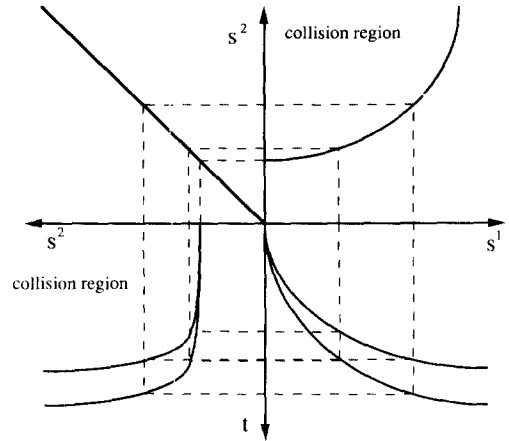


그림 8. 로봇 1의 서로 다른 속도에 의한 충돌영역의 변환
Fig. 8. Transformation of collision region with different velocity of robot 1.

리 움직여야 하는데 알고리즘 1의 최적성에 의해 로봇 1은 더이상 빨리 움직일 수 없으므로 알고리즘 3에 주어진 로봇 2의 속도를 더 빨리 할 수 없게 되어 T_2^* 를 줄일 수 없게 된다.

DFCC*내에서 해를 구하는 방법은 지금까지 설명된 알고리즘에서 로봇 1과 2를 바꾸어 생각하면 완전히 대칭이므로 생략하기로 한다.

이상 제안된 알고리즘은 주어진 조건하에서 보장될 수 있는 최소이동시간과 그에 해당하는 두 로봇의 시간경로 중의 한쌍을 구하는 방법이다. 주어진 상황에서 이렇게 구해진 이동시간 보다 작은 이동시간의 시간경로 쌍은 존재하지 않으나 해가 유일하지는 않을 수 있다. 예를 들면 로봇 2가 얼마간 기다렸다가 출발하는 대신 로봇 1과 동시에 출발하되 초기에 천천히 움직여도 구해진 최소시간에 목표 지점에 도달하는 시간경로가 가능할 수도 있다.

IV. 시물레이션 예

이상 제안된 방법을 [9]에서 다룬 그림 1의 두 대의 SCARA형 로봇 시스템에 적용하여 보았다. 이들 로봇의 동력학은 다음 식으로 표시되고

$$\begin{aligned}
 u_1^r &= (0.9808 + 0.3404 \cos q_2^r) \ddot{q}_1^r + (0.07905 + 0.1702 \cos q_2^r) \ddot{q}_2^r \\
 &\quad - 0.3405 \sin q_2^r \dot{q}_1^r \dot{q}_2^r - 0.1702 \sin q_2^r \dot{q}_1^r \dot{q}_2^r \\
 u_2^r &= (0.07905 + 0.1702 \cos q_2^r) \ddot{q}_1^r + 0.07905 \ddot{q}_2^r + 0.172 \sin q_2^r \dot{q}_1^r \dot{q}_2^r \\
 r &= 1, 2
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

계약 조건은 다음식으로 주어진 경우를 고려하였다.

$$\begin{aligned}
 & -25\text{Nm} \leq u_1^r \leq 25\text{Nm} \\
 & -7\text{Nm} \leq u_2^r \leq 7\text{Nm}, \quad r=1, 2 \quad (25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -2\text{rad/sec} \leq \dot{q}_1^r \leq 2\text{rad/sec} \\
 & -2.5\text{rad/sec} \leq \dot{q}_2^r \leq 2.5\text{rad/sec}, \quad r=1, 2 \quad (26)
 \end{aligned}$$

또한 두 로봇트의 기반 사이의 거리는 0.85m, 링크 1,2의 거리는 각각 0.37m 및 0.23m이다. 그런데 이 로봇트 시스템의 경우, 로봇트 1,2가 서로 대칭이므로 CFCC⁺의 경우나 CFDC⁻의 경우나 최소이동시간은 같은 값으로 구해지므로 여기서는 CFCC⁻에 대해서만 시물레이션 하였다. 그 결과 알고리즘1을 로봇트 1에 적용하여 이동시간 0.317초로 그림 9의 결과를 얻었으며 이 로봇트 1의 시간경로에 의해 그림 2의 충돌 영역은 그림 10의 빗금친 영역으로 변환되었다. 여기에 알고리즘 3를 적용하여 로봇트 2의 지연시간은 0.054초로 계산되었고 로봇트 1,2가 서로 대칭인 관계로 로봇트 2의 시간 경로는 구해진 로봇트 1의 시간 경로를 구해진 지연시간 0.054초 만큼을 가한 것과 같다.

그 결과 전체 이동시간은 0.471초로 구해져 임의로 조정곡선을 선정한 [8]의 경우보다 8%정도의 시간을 단축하였다. 그런데 로봇트 2의 시간경로는 지연시간을 계산한 점(알고리즘 3에서의 t_2 와 s_2)을 구해진 최대 속도로 지나기만 하면 최소 이동시간을 보장할 수 있다. 즉 $t \leq t_2$ 인 시간 영역에서는 로봇트 2의 시간 경로는 유일하게 결정되지는 않으므로 이 시간대에서의 선택하는 여러가지의 기준이 있을 수 있겠으나 여기서는 두 대의 로봇트가 동시에 출발해야 한다는 제약조건을 추가하여 다른 해를 구해 보

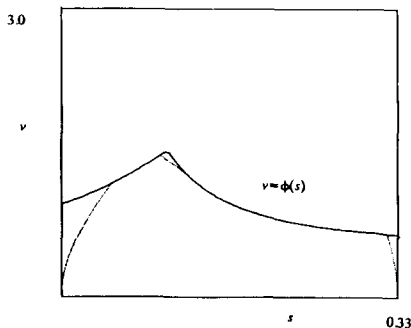


그림 9. 로봇트 1의 최소시간 경로 계획
Fig. 9. Minimum-time trajectory planning of robot1.

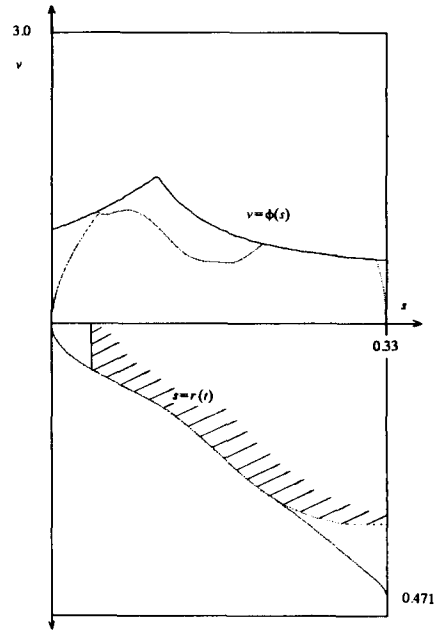


그림 10. 로봇트 2의 최소시간 경로 계획
Fig. 10. Minimum-time trajectory planning of robot2.

았다. 이 방법으로 해를 구하기 위해 앞서 다음의 알고리즘에 의해 조정공간에서 변환된 충돌영역을 $s^2 = r_0(t)$ 라 하고 이 영역을 등가적으로 변형한다. 단 로봇트 2를 나타내는 숫자 2는 표현의 간략화를 위해 모두 생략하고 기술한다.

알고리즘 4 :

s1) $t \times s$ 공간에서 $t=0, s=r_0(0)$ 점에서 $s \times v$ 공간에서는 $s=r_0(0), v=\phi(r_0(0))$ 점에서 출발하여 $s=r_0(t)$ 곡선상을 $dr_0(t)/dt \geq \phi(s)$ 를 만족하는 점을 만날때까지 추적한다. $s=s_{max}$ 에 이를 때까지 이런 조건을 만족하는 점이 없으면 s3)로 간다. 만족하는 점이 있으면 그때의 s값을 s_1 , t값을 t_1 이라 한다.

s2) (t_1, s_1) 에서부터 $v=\phi(s)$ 의 속도로 적분하여 이 곡선이 다시 $s=r_0(t)$ 또는 $s=s_{max}$ 를 만나면 그때의 s값을 s_2, t 값을 t_2 라 한다. $s=r_0(t)$ 의 곡선의 (t_1, t_2) 의 구간을 $v=\phi(s)$ 로 적분한 곡선으로 대체한다. $s=s_{max}$ 에 이르지 않았으면 s1)의 과정을 현재의 위치에서부터 수행한다.

s3) 변형된 곡선을 $s=r(t)$ 라 한다.

이상의 알고리즘으로 구해진 $s=r(t)$ 의 예를 그림 11에 나타내었다. 여기서 $s=r_0(t)$ 와 $s=r(t)$ 사이의 영역은 주어진 최대 속도조건에 의해서는 도달할 수 없는 지역이 된다. 이렇게 구해진 등가적 충돌영역

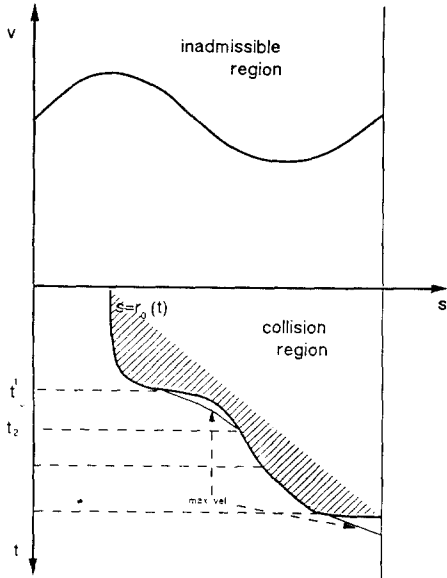


그림 11. 충돌영역의 등가적 변환
Fig. 11. Equivalent transformation of collision region.

과 위상공간에서의 제약조건으로 알고리즘 1을 적용하여 그림10의 결과를 얻었다. 이결과를 보면 처음에는 최대 가속도로, 그다음은 최대 감속도, 충돌영역의 경계선, 최대 속도, 그리고 최대 감속도로 이루어진 시간경로임을 알 수 있다. 그림 9 및 10로 구해진 두 대의 로봇의 속도계획을 각 로봇의 관절 속도로 변환시키면 그림12이 되고 조정공간에서 재구성하면 그림13이 되어 두 로봇이 충돌 영역을 피해 움직임을 알 수 있다.

V. 결 론

두 대의 로봇의 각각의 로봇의 경로가 주어져 있는 경우에 충돌 감지를 위해 도입된 조정공간 내에 금지 영역이 한 덩어리만 있는 경우에 대해 조정계획을 먼저하고 속도계획을 나중에 하여 전반적인 최적성이 결여되는 기존 방법의 한계를 극복하기 위해 조정곡선을 중복하는 두 개의 집합으로 구분하여 각 집합에서의 최소이동시간을 보장하는 로봇의 계획순서를 구하고 이 순서에 의해 첫째 로봇은 독립적으로 속도계획을 하고 둘째 로봇은 첫째 로봇의 경로에 의해 조정공간에서의 충돌 영역을 시간, 거리 공간에서의 충돌영역으로 변환하여 이 영역과 충돌을 피하며 주어진 동력원의 한계내에서

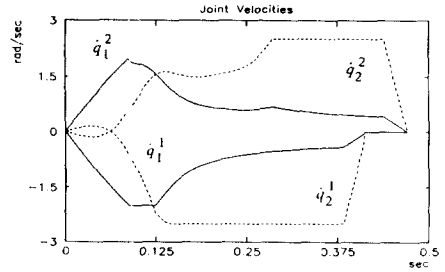


그림 12. 최소시간 관절속도 계획
Fig. 12. Minimum-time joint velocities.

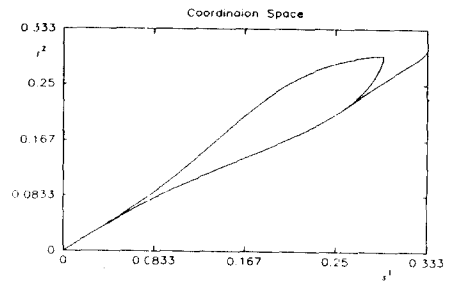


그림 13. 최소시간 조정곡선
Fig. 13. Minimum-time coordination curve.

는 가장 최소의 이동시간을 갖는 시간 경로를 구하였으며 이 방법으로 구한 해보다 이동시간을 더이상 줄이는 것이 불가능하다는 것을 증명하였다. 결국 전체적인 최소시간 경로계획은 나뉘어진 두개의 집합에서의 최적해 두개중의 하나임을 보였다. 제약된 방법은 시뮬레이션을 통하여 적용가능성을 보였다.

실제적으로 로봇의 공간상의 길이 주어진 경우는 스프레이 코팅이나 아크용접등의 경우와 같이 연속경로제어를 필요로 하는데 그런 경우 등속도를 요구하는 경우가 많은데 이러한 경우에도 본 방법은 큰 수정없이 적용될 수가 있다고 사료된다.

본 연구와 관련하여 개선의 여지가 있는 부분과 추후 계속 연구할 가치가 있다고 생각되는 부분으로는, 만약 로봇의 모델링이 정확하다면 주어진 입력 토오크 및 관절 속도의 제약조건을 만족시키는 최소 시간 경로 계획이 구해질 수 있으나 로봇의 기구학적, 동력학적 계수들을 계산에 의해 정확히 구하는 것은 거의 불가능하다. 그러므로 경로계획을 수행하기에 앞서 적당한 시간 경로를 반복 시험 운전하여 각 계수들을 구해낼 필요가 있다. 또한 조정공간에서 충돌 영역이 한 덩어리만 있는 경우를 가

상하였으나 일반적으로 여러개의 분리된 충돌영역이 있는 경우로 알고리즘을 확장 적용하는 것이 바람직하며, 작은 이동시간을 갖는 로봇트가 늦게 목표 지점에 도달한 로봇트와의 도착시간의 차이 만큼의 시간 여유가 있다는 점을 고려하여 전체 작업을 늘리지 않는 채로 다른 성능 지수, 예를 들면 안전성, 소모 전력등을 추가로 최적화시키는 방법도 흥미있는 과제라 생각된다. 또 제안된 방법을 일반적인 구조의 로봇트와 3대 이상의 경우에 적용하면 도식화가 어렵다는 문제가 있어서 이러한 경우에 효과적으로 적용할 수 있는 확장된 방법에 대해서도 계속 연구할 가치가 있다고 생각된다.

參 考 文 獻

- [1] Tomas Lozano-Perez and Michael A. Wesley, "An Algorithm for Collision-Free Paths Among Polyhedral Obstacles," *Communications of the ACM*, vol. 22, no. 10, pp. 560-570, Oct. 1979.
- [2] W.E. Red and H.T. Cao, "Configuration Maps for Robot Path Planning in Two dimensions," *Trans. ASME*, vol. 107, pp. 292-298, Dec. 1985.
- [3] Tomas Lozano-Perez "A Simple Motion-Planning Algorithm for General Robot Manipulators," *IEEE J. of Robotics and Automations*, vol. RA-3, no. 3, pp. 224-238, June 1987.
- [4] Y.C. Chen and M. Vidyasagar, "Some Qualitative Results on the Collision-Free Joint Space of Planar n-DOF Linkage," *Proc. IEEE Int'l Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1623-1630, 1987.
- [5] Y.C. Chen and M. Vidyasagar, "Optimal Trajectory Planning for Planar n-Link Revolute Manipulators in the Presence of Obstacles," *Proc. IEEE Int'l Conf. on Robotics and Automation*, pp. 202-208, 1987.
- [6] S.H. Suh and K.G. Shin, "A Variational Dynamic Programming Approach to Robot-Path Planning With a Distance-Safety Criterion," *IEEE J. of Robotics and Automations*, vol. 4, no. 3, pp. 334-349, June 1988.
- [7] J.Y. S. Luh and C.E. Campbell, "Minimum Distance Collision-Free Path Planning for Industrial Robots With Prismatic Joint," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-29, pp. 675-680, Aug. 1984.
- [8] Y. Shin and Z. Bien, "Collision-free trajectory planning for two robot arms," *Robotica* vol. 7, pp. 205-212, 1989.
- [9] 신유식, "두 대의 로봇트를 위한 충돌회피 계획선정" 박사학위 논문, 한국과학기술원, 1989
- [10] O. Khatib, "Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots," *Int'l J. of Robotics Research*, vol. 5, no. 1, Spr. 1986.
- [11] R.O. Buchal and D.B. Cherkas, "An iterative method for generating kinematically feasible interference-free robot trajectories," *Robotica*, vol. 7, pp. 119-127, 1989.
- [12] M. Yamamoto, H. Ozaki and A. mohri, "Planning of manipulator joint trajectories by an iterative method," *Robotica*, vol. 6, pp. 101-105, 1988.
- [13] K. Fujimura, and H. Samet, "A Hierarchical Strategy for Path Planning Among Moving Obstacles," *IEEE Trans. on Robotics and Automations*, vol. 5, no. 1, pp. 61-69, Feb. 1989.
- [14] K. Kant and S.W. Zucker, "Toward Efficient Trajectory Planning: The Path-Velocity Decomposition," *Int'l J. of Robotics Research*, vol. 5, no. 3, pp. 72-89, Fall 1986.
- [15] A.J. Kovic and G.A. Bekey, "Report of Workshop on Coordinated Multiple Robot Manipulators: Planning, Control, and Applications," *IEEE J. of Robotics and Automation*, vol. 4, no. 1, pp. 91-93, Feb. 1988.
- [16] J.Y.S. Luh and Y.F. Zheng, "Constrained Relations between Two Coordinated Industrial Robots for Motion Control," *Int'l J. of Robotics Research*, vol. 6, no. 3, pp. 60-70, Fall 1987.
- [17] O.Z. Maimon and S.Y. Nof, "Coordination of robots sharing assembly tasks," *Trans. ASME J. Dynamic Syst., Meas., Constr.*, vol. 107, pp. 299-307, Dec. 1985.
- [18] M. Kohno and S. Amiya, "Dual arm robots with vision," *Hitachi Review*, vol. 36, no. 2, pp. 97-102, 1987.
- [19] J.T. Schwartz and M. Sharir, "On the Piano Movers' Problem: III. Coordinating the Motion of Several Independent Bodies: The Special Case of Circular Bodies Moving Amidst Polygonal Barriers," *Int'l J. of Robotics Research*, vol. 2, no. 3, pp. 46-75,

- Fall 1983.
- [20] J. Yuh, "On-Line Adaptive Collision Avoidance Motion Control Strategy for Two Planar Robots," *Proc. IEEE conf on Syst. Man and Cybern.*, pp. 21-25, 1987.
- [21] B.H. Lee and C.S. G. Lee, "Collision-Free Motion Planning of Two Robots," *IEEE Trans. on SMC*, vol. SMC-17, no. 1, pp. 21-32, Jan/Feb. 1987.
- [22] E. Freudn and H. Hoyer, "Real-Time Path Finding in Multirobot Systems Including Obstacle Avoidance," *Int'l J. of Robotics Research* vol. 7, no. 1, pp. 42-70, Feb. 1988.
- [23] C. Chang, M.J. Chung and Z. Bien, "Collision-free motion planning for two articulated robot arms using minimum distance functions," *Robotica* vol. 8, Apr.-June, 1990.
- [24] M. Erdmann and Tomas Lozano-Perez, "On Multiple Moving Objects," *Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation*, pp. 1419-1424, 1986.
- [25] C.W. Warren, "Multiple Robot Path Coordination Using Artificial Potential Fields," *Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation*, pp. 500-505, 1990.
- [26] Byung Kook Kim, and Kang G. Shin, "Minimum-Time Path Planning for Robot Arms and Their Dynamics," *IEEE Trans. on SMC*, vol. SMC-15, no. 2, pp. 213-223, Mar/Apr, 1985.
- [27] J.M. Hollerbach, "Dynamic Scaling of Manipulator Trajectories," *Trans. ASME*, vol. 106, pp. 102-106, Mar, 1984.
- [28] G. Sahar and J.M. Hollerbach, "Planning of Minimum-Time Trajectories for Robot arms," *Int'l J. Robotics research*, vol. 5, no. 3, pp. 90-100, Fall, 1986.
- [29] J.E. Bobrow, S. Dubowski and J.S. Gibson, "Time-Optimal Control of Robotic Manipulators Along Specified Paths," *Int'l J. of Robotics Research*, vol. 4, no. 3, pp. 3-17, Fall, 1985.
- [30] K.G. Shin and N.D. McKay, "Minimum-Time Control of Robotic Manipulators With Geometric Path Constraints," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. AC-30, no. 6, pp. 531-541, June, 1985.
- [31] Z. Shiller and H.H. Lu, "Robust Computation of Path Constrained Time Optimal Motions," *Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation*, pp. 144-149, 1990.
- [32] G. Heinzinger, P. Jacobs, J. Canny and B. Paden, "Time-Optimal Trajectories for a Robot Manipulator: A Provably Good Approximation Algorithm," *Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation*, pp. 150-156, 1990.
- [33] J. Lee and Z. Bien, "Collision-Free Trajectory Control for Multiple Robots based on Neural Optimization Network," *Robotica*, vol. 8, July-Sep. 1990.
- [34] Z. Bien and J. Lee, "A Decomposed Trajectory Planning for Multiple Robots: Neural Network Technique," *Proc. IEEE Int'l Workshop on Intelligent Motion Control*, pp. 223-228, 1990.
- [35] C.S.G Lee, "Robot Arm Kinematics, Dynamics, and Control," *Computer*, vol. 15, no. 12, pp. 62-80, 1982.
- [36] 이지홍, 변중남, "신경 최적화 회로망을 이용한 두 대의 로봇트를 위한 최소시간 충돌회피 경로 계획" 대한전자공학회 논문지, 27권, 10호, pp. 44-52, 10월호, 1990.

 著 者 紹 介



李志弘(正會員)

1960年 4月 21日生. 1983年 2月
서울대학교 전자공학과 졸업(학사). 1985年 2月 한국과학기술원
전기 및 전자공학과 졸업(석사).
1983年 1月~1988年 2月 현대중
공업 로봇트 사업부. 1991年 2月

한국과학기술원 전기및 전자공학과 졸업(박사). 1991
年 3月~현재 한국과학기술원 전기및 전자공학과 연
수연구원. 주관심분야는 로보틱스, 인공신경망 등임.

卞 增 男 (正會員) 第27卷 第1號 參照

현재 과학기술원, 전기전자공
학과 교수