

---

 論 文
 

---

大韓造船學會論文集  
 第28卷 第2號 1991年 10月  
 Transactions of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol.28, No.2, October 1991

## Open 균일 B-spline 곡면을 이용한 선체 곡면 표현에 관한 연구

신현경\*, 박규원\*\*

### A Study of Geometric Modeling for Ship Hull Forms Using Open Uniform B-spline Surface

by

H. K. Shin\* and K.W.Park\*\*

#### 요 약

이 논문에서는 periodic 균일 knot vector 뿐만아니라 open 균일 knot vector를 사용하여 선체형상을 Bi-cubic B-spline 곡면으로 수식화하는 방법을 보인다. B-spline곡면을 형성하기 위한 B-spline control vertex는 기본 함수의 pseudoinverse matrix를 사용하여 결정된다. 주어진 offset과 형성된 선체곡면을 비교한 결과 잘 일치하였다. 곡면의 순정을 검토하기 위하여 Gaussian곡률을 많은 작은 곡면 조각에 대해 계산하여 흑백의 농도 차이를 이용하여 도시화하였다.

#### Abstract

This paper outlines the method of formulating the bi-cubic B-spline surface of ship hull, employing the open uniform knot vector as well as the periodic uniform knot vector. An appropriate set of B-spline control vertices to generate the B-spline surface is determined by obtaining the pseudoinverse matrix of basis functions. The comparison between the given offsets and the resulting coordinates from the generated ship hull surface shows a good agreement. To check the fairness of the surface Gaussian curvature is calculated on many small subpatches and displayed on the black-and-white plot of the isoparametric net of the surface.

---

발표: 1991년도 대한조선학회 춘계연구발표회 ('91. 4. 13)  
 접수일자: 1991년도 5월 13일, 재접수일자: 1991년 8월 5일

\* 정회원, 울산대학교 조선 및 해양공학과

\*\* 울산대학교 조선 및 해양공학과

## 1. 서 론

국내 산업계는 치열한 국제 경쟁력에 대응할 수 있도록 공학 분야의 새로운 기술 혁신을 위해 부단한 노력과 막대한 연구비를 투자하고 있으며 특히 컴퓨터를 이용한 자동화에 많은 관심을 쏟고 있다. 최근 국내 조선계는 선박 설계 및 건조 분야에 전산기 지원 시스템을 구축하여 원가 절감 및 신기술 개발을 통한 생산성 향상에 역점을 두고 있으며, 이를 뒷받침하기 위한 국책연구사업단이 발족되어 해사기술 연구소를 주축으로 관련 소프트웨어 개발을 활발히 추진하고 있고 다수의 논문을 국내에 이미 발표하였다[1][2][3][4][5][6][8].

한편 미국의 미시건대학(The University of Michigan, Ann Arbor)과 영국의 뉴캐슬대학(The University of Newcastle Upon Tyne)등 외국 유명 대학의 조선공학 관련학과는 1980년 이래 전통적인 선박설계, 건조 및 제도 교과과정을 전산기 지원 선박설계·건조 및 제도 교육으로 바꾸어 왔다[10][11].

1987년 울산대학교 조선 및 해양공학과와 독립된 전산실 (Fig.9) 운용은 선박 제도·선박 설계 등의 전통적인 교과과정에 전산기 응용이 도입될 수 있는 자연스런 계기가 되었고, 앞으로의 새로운 교과 과정을 위한 컴퓨터 소프트웨어 개발의 필요성을 느끼게 하는 직접적인 동인이 되었다.

국내 조선소에서 응용과 컴퓨터 그래픽스를 이용한 전산기 지원 설계 과정을 위한 울산대학교 내의 첫 단계로서, 선각곡면의 수식화가 시도되어 1차적인 프로그램 개발이 완료되게 되었다.

국내에 이미 발표된 Periodic 균일 bi-cubic B-spline 곡면을 이용한 선형 표현 기법 [1][4][7][8]과 더불어, open 균일 bi-cubic B-spline 곡면기법을 이용하여 선체곡면을 표현하였다. 단지 초기설계단계(early design stage)에서 완벽할 필요가 없는[11] 복잡한 불연속 외곽곡선으로 구성된 선미부분이 free sketch를 통하여

단순화된 곡선으로 대체되었다.

이 논문은 크게 7개의 절로 구성되며, 2절에서는 일반적인 B-spline과 Basis functions의 특성을 설명하였고, 3절에서는 선체곡면 모델링을 위한 기법들중 periodic 균일 곡면기법과 open 균일 곡면기법에 대해 차이점과 특성을 설명하였다. 4절은 선체 표현을 위해 주어진 offset으로 부터 격자 모양의 grid offset의 결정과 vertex polygon net를 결정하는 방법을 서술하였고, 5절에는 확정된 vertex point로부터 곡면을 구성하여 가시화하기 위한 컴퓨터 그래픽스 서브프로그램의 설명이 있다. 6절에서는 최종 구성된 선체곡면의 순정(fairness)을 검토하기 위해 도입된 Gaussian 곡률이 정의되며, 흑백 농도의 차이를 이용한 Gaussian곡률 분포도 프로그램이 개발되어 그 결과가 도시되었다.

## 2. B-spline 곡면과 Basis functions

B-spline 곡면의 임의점은  $n+1, m+1$ 개의 defining polygon net vertex와 기본함수(Basis functions)의 Cartesian 곱으로 정의된다[12][14].

$k$  order(degree  $k-1$ )와  $l$  order(degree  $l-1$ )의 Basis function  $N_{i,k}(u), M_{i,l}(w)$ 은 Cox-deBoor 순환 (recurrence formula)에 의해 다음과 같이 결정된다[12][14].

$$Q(u,w) = \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} B_{i,j} N_{i,k}(u) M_{j,l}(w) \quad (1)$$

$$u_{\min} \leq u < u_{\max}, 2 \leq k \leq n+1$$

$$w_{\min} \leq w < w_{\max}, 2 \leq l \leq m+1$$

$$N_{i,k}(u) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_i \leq u \leq x_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$$N_{i,k}(u) = \frac{(u-x_i)N_{i,k-1}(u)}{x_{i+k-1}-x_i} + \frac{(x_{i+k}-u)N_{i+1,k-1}(u)}{x_{i+1}-x_{i+1}}$$

$$M_{i,l}(w) = \begin{cases} 1 & \text{if } y_i \leq w \leq y_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$M_{i,l}(w) = \frac{(w-y_i)M_{i,l-1}(w)}{y_{i+1}-y_i} + \frac{(y_{i+1}-w)M_{i+1,l-1}(w)}{y_{i+1}-y_{i+1}} \quad (3)$$

여기서  $Q$ 는 곡면위의 점이고,  $B$ 는 곡면 결

정을 위한 vertices이다.

기본함수의 특성

(1) 각 매개방향에서 곡면의 연속성은  $C^{k-2}, C^{l-2}$ 이다.

즉  $k=4, l=4$ 일 경우, u, w 방향으로 기울기와, 곡률까지 연속성을 만족하며, 이때 Bi-cubic B-spline 곡면이 된다.

(2) 하나의 vertex가 변화하면 각 매개변수 방향으로  $\pm k/2, \pm l/2$  span까지에만 영향을 미친다.

(3) knot vector  $x_i, y_i$ 에 따라 기본함수의 형태가 변화한다.

균일 B-spline은 크게 periodic 균일 B-spline과, open 균일 B-spline으로 나눌 수 있다.

\* open 균일 knot vector는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_i &= 0, & 1 \leq i \leq k \\ x_i &= i-k, & k+1 \leq i \leq n+1 \\ x_i &= n-k+2, & n+2 \leq i \leq n+k+1 \end{aligned} \quad (4)$$

\* periodic 균일 knot vector는 다음과 같다.

$$x_i = i-1, \quad 1 \leq i \leq n+k+1 \quad (5)$$

Vertex 4개, order 3일때 open knot vector는  $[X] = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2]$ 이며 기본함수는 Fig.1에, periodic knot vector는  $[X] = [0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6]$ 이며 기본함수는 Fig.2에 나타내었다.

3. 선체 곡면 모델링

Periodic B-spline곡면은 각 매개변수 방향 u, w로 end vertex point로 부터  $k/2, l/2$  span만큼 늦게 곡면이 시작하고 각각  $k/2, l/2$  일찍 끝난다. 따라서 end vertex point를 지나려면 다중점(multipoints)를 주거나 가버텍스(pseudovertrices)를 주어야하며 end point의 기울기를 맞추어야 하는 어려움을 수반하는 반면에 open 균일 B-spline곡면은 end point의 기울기는 end vertex와 다음 vertex 사이의 접선으로 결정된다[14].

선체를 수식적으로 정의하는 방법에는 선체를 여러부분으로 나누어 정의하는 방법과 선체

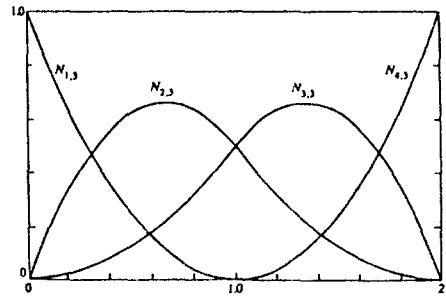


Fig. 1 Open Uniform B-spline Basis Functions

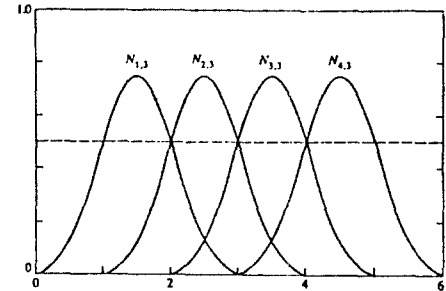


Fig. 2 Periodic Uniform B-spline Basis Functions

를 하나의 곡면으로 정의하는 방법이 있다. 선체를 여러부분으로 정의하는 방법은 집합시 충분한 연속성을 만족해야 하는 어려움이 있다[1].

곡면을 구성하기 위해서 먼저 B-spline곡면의 기본함수(Basis functions)의 order가 작으면 높은 연속성이 보장되지 못하며, order가 클수록 높은 연속성이 보장되나 국부적인 진동(oscillation)의 가능성과 함께 계산량의 증가를 수반한다.

따라서 이 논문에서는 periodic과, open 균일 bi-cubic B-spline곡면으로 처리하였으며, 이때 매개변수 u,w 방향으로 order 4 (degree 3)인 균일 bi-cubic B-spline을 사용하였다.

4. Vertex 산출-Pseudoinverse Matrix방법

일반적으로 table offset만으로 선체를 표현하는데는 다음과 같은 어려움을 수반한다.

\* 각 매개변수 u, w방향의 vertex갯수가 일치하여야 한다.

\* 곡이 심한 부분에는 진동할 위험이 있다.

\* offset에 있지 않는 부분의 표현이 곤란하다. 따라서 이러한 어려움을 극복하기 위해서는 offset table에 나와 있는 정보외에도 선도 (lines)형상으로 부터 직접 필요한 부분의 정보를 얻어야 한다.

곡면위에 있는 data point를 알고 있다면, 이 곡면을 재생성 하기 위한 vertex가 필요하다. 즉, offset을 지나가도록 하는 vertex들을 산출해야한다. Vertex 산출방법으로는, pseudoinverse matrix방법[14]을 사용하였으며, 그 내용으로는 다음과 같다.

B-spline 곡면식의 Matrix 형태는

$$r \begin{bmatrix} S \\ Q \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} n+1 \\ B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m+1 \\ B \end{bmatrix}_{m+1} \begin{bmatrix} S \\ M \end{bmatrix} \quad (6)$$

이다.

여기서 [Q]: data point

[N]: u 방향의 기본함수

[B]: vertex point

[M]: w 방향의 기본함수

r: u방향의 data point 수

s: w방향의 data point 수

n+1: u방향의 vertex 수

m+1: w방향의 vertex 수

data point [Q]와 기본함수 [N],[M]를 알고 있으므로 원하는 vertex [B]를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} [B] &= [N^*]^{-1} [N]^T [Q] [M]^T [M^*]^{-1} \\ [N^*] &= [N]^T [N], [M^*] = [M]^T [M] \end{aligned} \quad (7)$$

[N\*]<sup>-1</sup>: pseudoinverse matrix of [N]

[M\*]<sup>-1</sup>: pseudoinverse matrix of [M]

즉 주어진 모든점을 지나게 하려면 data point 와 vertex의 갯수가 일치하여야 하지만, 국부적으로 진동할 위험이 있으며, 부드러운 (smooth, fair)곡선 및 곡면을 보장할 수 없다. 따라서 식(7)을 이용하여 vertex를 줄임으로 부분적으로 근사점을 지나지만 smooth, fair한 곡면을 얻을 수 있다[14].

Fig.3에서는 vertex수에 따라 선미에서 심하게 진동하는 것을 볼 수 있다.

Periodic 균일 곡면에서의 경계 조건으로서 다

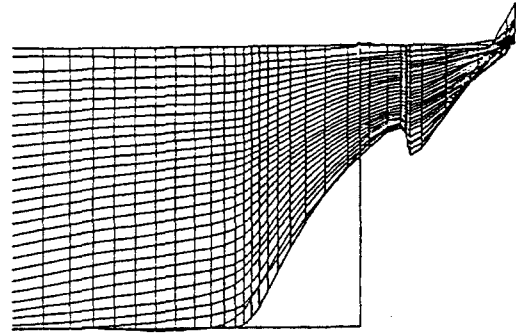


Fig. 3 Vertex 25X 19 (Oscillation at Stern)

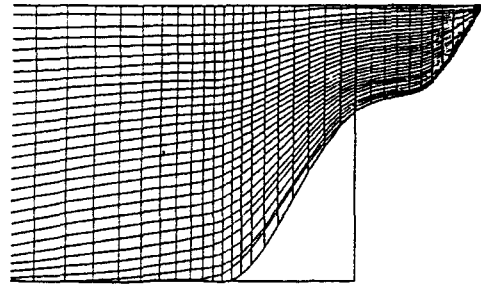


Fig. 4 Vertex 20 X 18 (Reduction of Oscillation at Stern)

중점(multi-point)을 주었다(Fig.8).

### 5. 선체 곡면 표현

선체를 곡면으로 표현하기 위해서는 같은 숫자의 격자모양의 좌표가 필요하며 이를 위해서 주어진 선형의 offset과 선도로 부터 grid offset을 산출하였다. grid offset로 부터 4절에 제시된 방법으로 vertex를 산출하고 B-spline곡면 방정식으로 부터 선체를 작은 곡면 조각(patch)들로 구성하였다. 곡면의 정밀도를 높이기 위해서는 많은 조각들로 구성하여 자세한 표현을 할 수 있으며 조각들의 크기는 컴퓨터의 기억 용량및 처리 속도에 의존한다.

곡면을 가시화하기 위해서, 그래픽 라이브러리인 SunCore[18]를 사용하여 컴퓨터 그래픽 서브프로그램을 개발하였다. Language는 Fortran 77을 사용하였으며 C-language로도 이용 가능하다.

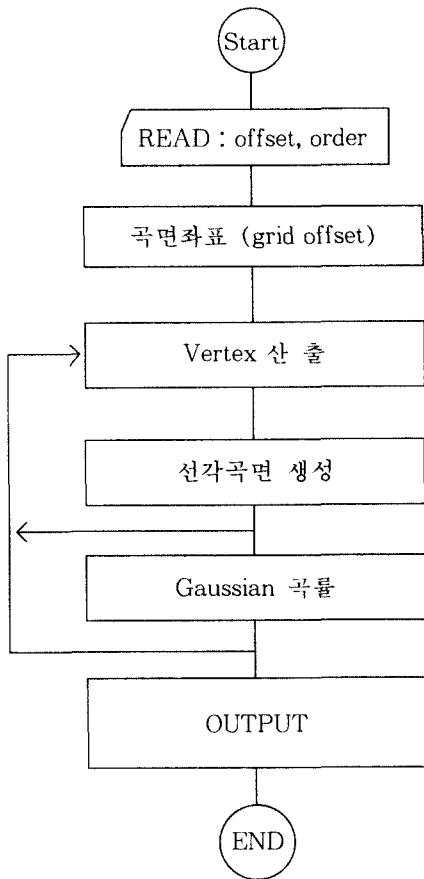


Fig. 5 Flow Chart

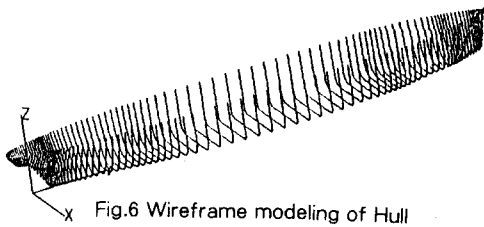


Fig.6 Wireframe modeling of Hull



Fig. 7.1 Open Uniform B-spline Surface (Side Plan)



Fig. 7.2 Open Uniform B-spline Surface (Water Plan)

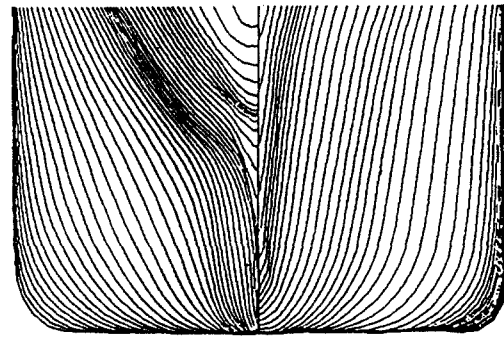


Fig. 7.3 Open Uniform B-spline Surface (Body Plan)

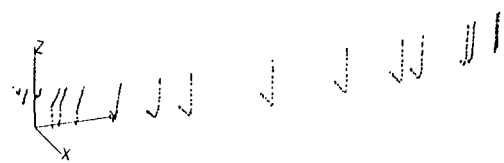


Fig. 7.4 Vertices for Open Uniform B-spline Surface



Fig. 8.1 Periodic Uniform B-spline Surface (Side Plan)



Fig. 8.2 Periodic Uniform B-spline Surface (Water Plan)

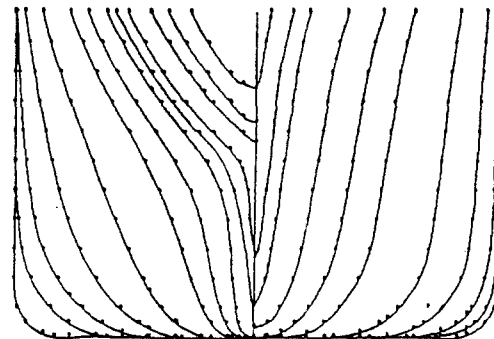


Fig: 8.3 Periodic Uniform B-spline Surface (Body Plan & offset)

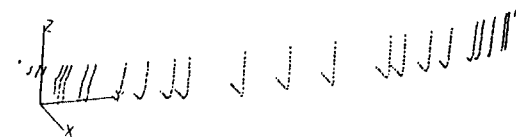


Fig. 8.4 Vertices for Periodic Uniform B-spline Surface

Fig.6은 선체를 wireframe 형태로 가시화한 결과이다.

Open 균일 B-spline 곡면 기법과 periodic 균일 B-spline곡면기법을 사용한 결과 periodic 균일 B-spline 곡면이 bilge 부분에서 약간의 처짐이 보였다. 두기법 모두 전반적으로 만족할 만한 형상을 얻었다[Fig.8.3].

Fig.8.3에서는 선체곡면이 offset을 거의 다 지나가는 것을 볼 수 있다.

6. 곡면의 순정 검토

선체를 수식적으로 처리하게 되면 곡면의 곡률을 계산하여 순정도를 검사 할 수 있다. 일반적으로 선체 곡면의 특성을 잘 나타내 주는 Gaussian곡률이 사용되고 있다[1][4][6][8]. Gaussian곡률은 주곡률(Principal Curvature)의 최대값( $x_{max}$ )과 최소값( $x_{min}$ )의 곱으로 나타낸다[14].

$$K = x_{min} \cdot x_{max} = \frac{AC-B^2}{|Q_u \times Q_w|}$$

여기서  $A = [Q_u \times Q_w] \cdot Q_{uu}$   
 $B = [Q_u \times Q_w] \cdot Q_{uw}$   
 $C = [Q_u \times Q_w] \cdot Q_{ww}$  (8)

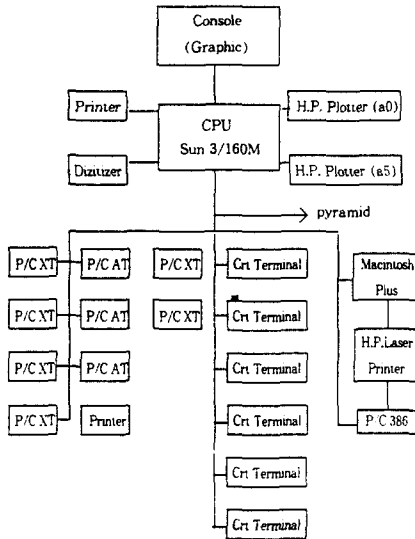


Fig. 9. Graphics Workstation Equipment

Table 1. 곡면 형태에 따른 Gaussian 곡률

$x_{max} \cdot x_{min}$	K	모양
같은부호	>0	타원(bump or hollow)
반대부호	<0	쌍곡선 (saddle point)
하나, 둘	=0	원통 (ridge, plane)

컴퓨터의 하드웨어 관계로 Gaussian곡률값을 10개로 등급하여 흑백처리하였다[Fig.12].

Periodic 균일 B-spline곡면 기법이 선체중앙 밑부분에서 Gaussian 곡률이 급격히 변하는 부분이 보였다[Fig.11.1,11.2].



Fig. 10.1 Open Uniform B-spline Surface Gaussian Curvature (Side Plan)



Fig. 10.2 Open Uniform B-spline Surface Gaussian Curvature (Water Plan)



Fig. 11.1 Periodic Uniform B-spline Surface Gaussian Curvature (Side Plan)



Fig. 11.2 Periodic Uniform B-spline Surface Gaussian Curvature (Water Plan)

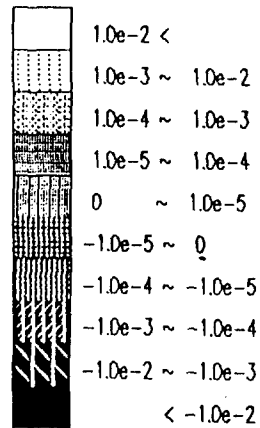


Fig. 12. Light and darkness Due to Gaussian Curvature

선수미에서 periodic 균일 B-spline 곡면과 open 균일 B-spline곡면이 약간의 곡률차이는 있었으나 전반적으로 볼때 open 균일 B-spline 곡면이 곡률의 분포를 보아 순정이 잘된 것으로 나타났다[Fig.10.1,10.2].

## 7. 결 론

전산기를 이용한 선형표현에 있어서 기존의 periodic B-spline 곡면기법 뿐만 아니라 open 균일 B-spline곡면 기법으로 만족할 만한 선형을 구할 수 있었다.

Vertex를 줄인 pseudoinverse matrix방법을 이용한 결과 국부적으로 진동하는 것을 줄일 수 있었다.

Gaussian 곡률식을 사용하여 Bi-cubic B-spline 곡면의 순정을 검토한 결과 순정이 비교적 잘된 것을 알 수 있었다[Fig.10.1,10.2].

선미부분의 정확한 기술은 초기설계단계(early design stage)에서는 필수적인 부분은 아니고 선박계산 및 선각생산공정을 위한 최종선도의 결정시 반드시 고려되어야 할 부분이므로, 복잡한 곡선을 나타내는 선미 외각선 표현 개발을 위해 non-uniform B-spline이나 rational B-spline등과 같은 다른 방법이 요청된다.

## 참 고 문 헌

- [ 1 ] 윤병호, 서승환, 김원돈, 김광욱, "B-spline을 이용한 선체표현에 관한 연구", 대한조선학회지 제22권 제3호 1985.
- [ 2 ] 이규열, 강원수, "선형 변환에 의한 최적 초기선형 설계 기법에 관한 연구", 대한조선학회지, 제24권 제2호,1987.
- [ 3 ] 강원수, 이규열, "Rational Cubic Spline을 이용한 선형정의", 대한조선학회 춘계연구발표집, 1989.
- [ 4 ] 김원돈, 남종호, "직접순정법에 의한 초기 선형의 3차원 모델링 프로그램 개발", 해사기술연구소 연구보고서, UCE419-1257.D, 1989.
- [ 5 ] 강원수, 이규열, 김용철, "Modified Cubic Spline에 의한 선체형상의 수치적 표현", 대한조선학회지, 제27권 제1호, 1990
- [ 6 ] 김원돈, 남종호, 김광욱, "선형 모델링을 위한 직접순정법에 관한 연구", 대한조선학회 춘계연구 발표회, 1990
- [ 7 ] 강사원, 김수영 "B-spline form parameter 방법에 의한 선형 생성", 대한조선학회 추계연구발표회, 1990
- [ 8 ] 김광욱, 김원돈, 남종호, "선체모델링에 있어서 구조면의 정의및 표현", 대한조선학회 추계연구발표회, 1990
- [ 9 ] Barsky, "Determining a Set of B-spline Control Vertices to Generate an Interpolating Surface", Computer Graphics and image processing 14, 1980
- [10] Michael G. Parson, "Microcomputer Software for Computer-Aided Ship Design", Marine Technology, Vol.24, 1987
- [11] Welsh, M. BSc, "Preliminary Ship Design Using a Micro-Based System", North east coast Institution of Engineerins & Shipbuilders, 1987
- [12] Yamaguchi, "Curves and Surfaces in Computer Aided Geometric Design", Springer-Verlag, 1988
- [13] Dewey, "Computer Graphic for Engineers", HARDER & ROW, 1988
- [14] Rogeres & Adams, "Mathematical Elements for Computer Graphics", McGRAW-HILL. 1990
- [15] Roy.A, "Computer Graphics", McGRAW-HILL, 1986
- [16] Spath, H. "Spline Algorithms for Curves and Surface", Utilitas mathematica Publishing Incorporated, 1974
- [17] P. M. Prenter, "Splines and Variational methods", WILEY, 1975
- [18] Sunmicro system, "SunCore Reference Manual", 1986