

鐵筋콘크리트 셸構造의 非線形 解析(Ⅱ)

Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Shells(Ⅱ)

金 雲 鶴* · 申 鉉 穆** · 申 鉉 默***
Kim, Woon Hak · Shin, Hyun Mock · Shin, Hyun Mook

Abstract

An efficient numerical procedure for material and geometric nonlinear analysis of reinforced concrete shells under monotonically increasing loads through their elastic, inelastic and ultimate load ranges is developed by using the finite element method. The 8-node Serendipity isoparametric element developed by the degeneration approach including the transverse shear deformation is used. A layered approach is used to represent the steel reinforcement and to discretize the concrete behavior through the thickness.

The total Lagrangian formulation based upon the simplified Von Karman strain expressions is used to take into account the geometric nonlinearity of the structure. The material nonlinearities are taken into account by comprising the tension, compression, and shear models of cracked concrete and a model for reinforcement in the concrete; and also a so-called smeared crack model is incorporated. The steel reinforcement is assumed to be in a uniaxial stress state and is modelled as a smeared layer of equivalent thickness.

This method will be verified a useful tool to account for geometric and material nonlinearities in detailed analysis of reinforced concrete shells of general form through numerical examples of the sequential paper().

要 旨

본 논문에서는 단조증가하중을 받는 철근콘크리트 셸구조의 탄성, 비탄성, 극한영역등 모든 응력상태에 대한 材料的, 幾何學的 非線形 解析을 위해서 유한요소법에 의한 數值解法을 개발하였다. 유한요소로서는 면회전단변형을 고려하여 Degeneration 방법에 의해 유도된 8절점 Serendipity 등매개변수 요소를 사용하였으며, 두께방향에 대한 철근과 콘크리트의 재료성질을 고려하기 위하여 層狀化 技法을 도입하였다.

幾何學的 非線形性은 Von Karman의 가정에 기본을 둔 total Lagrangian formulation에 의해 고려

*정회원 · 성균관대학교 공과대학 토목공학과 강사

**정회원 · 성균관대학교 공과대학 토목공학과 조교수

***참여회원 · 성균관대학교 공과대학 토목공학과 대우교수

하였으며, 材料的 非線形性에 대해서는 균열콘크리트에 대한 인장, 압축, 전단모델과 콘크리트 중에 있는 철근모델을 조합하여 고려하였다. 이에 대한 콘크리트의 균열모델로서는 분산균열모델을 사용했으며, 철근에 대해서는 1축 응력상태로 가정하여 등가의 분산분포된 철근량으로 모델화하였다.

차후 논문()의 수치예제를 통하여 본 논문의 해석방법이 幾何學的, 材料的 非線形性を 고려한 임의형상의 철근콘크리트 셸구조의 해석에 적합한 방법임을 입증하고자 한다.

1. 序 論

철근콘크리트 셸구조를 보다 정확하게 해석하기 위해서는 材料的 非線形 特性을 올바르게 표현할 수 있는 모델이 필요하다. 그러나 철근콘크리트는 材料性質이 서로 다른 철근과 콘크리트로 구성되어 있기 때문에, 그 非線形 特性은 다른 구조에 비하여 상당히 복잡하다. 따라서 이와 같은 특성을 올바르게 표현할 수 있는 모델의 개발은 대단히 어렵다.

이에 대한 연구는 주로 有限要素法에 의해 이루어져 왔으며, 그 시도는 1967년 Ngo와 Scordelis⁽¹⁾에 의해 처음 시작된 이래 지금까지 많은 연구가 진행되어 왔다. 철근 콘크리트 셸구조의 有限要素法에 대한 연구로서는 최초로 Hand 등⁽²⁾이 콘크리트의 균열면에서의 剪斷傳達效果를 고려하여 연구하였다. 그 후 1974년에 Lin 등⁽³⁾은 Hand 등의 연구를 바탕으로 하여 균열 발생후 콘크리트의 引張剛性만을 고려하여 셸구조를 해석하였으며, 1980년에는 Arnesen⁽⁴⁾이 Endochronic이론에 의해 콘크리트를 모델화하여 셸구조를 해석하였다. 1983년에는 Owen 등⁽⁵⁾이 콘크리트에 대해 變形硬化塑性모델을 사용하여 層狀化 技法에 의해 셸구조를 해석하였다. 그러나 아직까지 이러한 여러 연구자들의 노력에도 불구하고, 철근콘크리트의 材料的 非線形性を 정확하게 표현할 수 있는 모델이 확립되어 있지 않으며, 충분한 해석정도를 갖는다고 말할 수 없는 실정이다. 따라서 철근콘크리트 부재의 舉動을 보다 정확하게 파악하기 위해서는 균열면사이의 콘크리트의 인장강성, 균열면에서의 골재의 맞물림 및 철근의 dowel작용, 부착활동 등과 같은 材料的 非線形性은 물론 幾何學的, 非線形性を 함께 고려할 수 있는 解析方法이 필요하다.

본 연구에서는 단조증가하중을 받는 임의형상의 철근콘크리트 셸구조에 대한 力學的 舉動, 즉 단성,

비탄성, 극한영역 등 全應力狀態에 걸친 하중과 변형의 관계와 균열의 진행, 콘크리트와 철근의 응력추적 등까지를 포함하여 정확히 해석할 수 있는 解析法의 제시를 目的으로 하였다. 이를 위하여 材料的 非線形性과 total Lagrangian formulation에 의한 幾何學的 非線形性を 고려하였으며, 해석방법으로서 有限要素法을 사용하였다.

본 연구에서 대상으로 하는 철근콘크리트 셸구조는 2방향이상으로 철근이 분산하여 배치되어 있고 많은 균열이 분산하여 발생하기 때문에, 개개의 균열 발생 진전보다는 오히려 균열 발생후 부재의 전체적인 舉動을 종합적으로 파악하는 것이 더욱 중요하다. 이에 대한 콘크리트의 균열모델로서는 몇 개의 균열을 포함하고 유한의 연속체로 생각하는 分散龜裂모델(smearred crack model)을 사용하였다. 셸구조의 유한요소로는 面外剪斷變形的 效果를 고려할 수 있는 Mindlin의 가정⁽⁶⁾을 이용하여 Degeneration방법⁽⁷⁾에 의해 유도된 곡면을 갖는 2차원 等媒介變數 要素인 8절점 Serendipity 요소를 사용하였으며, 수치적분으로서는 shear-locking현상을 피하기 위하여 減次積分을 채택하였다. 또한 콘크리트 셸구조를 해석하는데 있어서 하중의 증가에 따른 인장 균열의 진행과 콘크리트의 강도감소를 보다 자세히 고려하기 위하여 層狀化 技法(layered method)도입하였다. 이 방법은 셸의 두께를 여러개의 층으로 분할하여 두께에 따른 應力의 變化를 파악할 수 있는 방법으로서 각 층의 材料性質이 임의로 변화해도 취급이 가능하므로, 철근콘크리트의 경우 철근의 위치나 철근과 콘크리트의 材料特性을 보다 정확하게 고려할 수 있다. 비선형 해석방법은 增分反復法으로서 Newton-Raphson 법과 初期剛性法을 조합하여 사용하였다.

본 논문의 타당성에 대한 검토는 차후 논문(Ⅱ)의 수치예제를 통하여 언급하기로 한다.

2. 構造의 有限要素

본 연구에서는 유한요소로서 적용범위가 넓고 定式化가 보다 간단한 Degeneration방법에 의해 유도된 8절점 Serendipity 等媒介變數 要素를 사용하였다. 유한요소를 정식화하는데 있어서 먼저 전단변형을 고려하기 위하여 중립면에 수직인 단면은 더 이상 수직이 아니라는 Mindlin의 板理論⁽⁶⁾을 도입하였으며, 중립면에 수직인 응력에 대응하는 변형도에너지를 무시하였다. 요소의 각 절점에서의 자유도는 5개, 즉 3개의 이동변위와 2개의 회전변

위로 정의하였다. 이는 중립면의 기울기가 회전변위와 관계가 없으므로 剪斷變形을 고려하기 위해서 독립된 이동변위와 회전변위를 정의한 것이다.

2.1 有限要素의 形狀化

유한요소를 정식화하는데 있어서 그림1과 같은 전체좌표계, 절점좌표계, 곡선좌표계, 국소좌표계 등을 사용한다. 요소의 幾何學的 形狀은 각 절점의 상면과 하면을 전체좌표계로 표현한다. 즉 등매개변수 요소의 경우 요소내의 임의 점의 좌표 X 는 요소의 形狀函數 N_k 를 이용하여 절점값으로 다음과 같이 나타낸다.

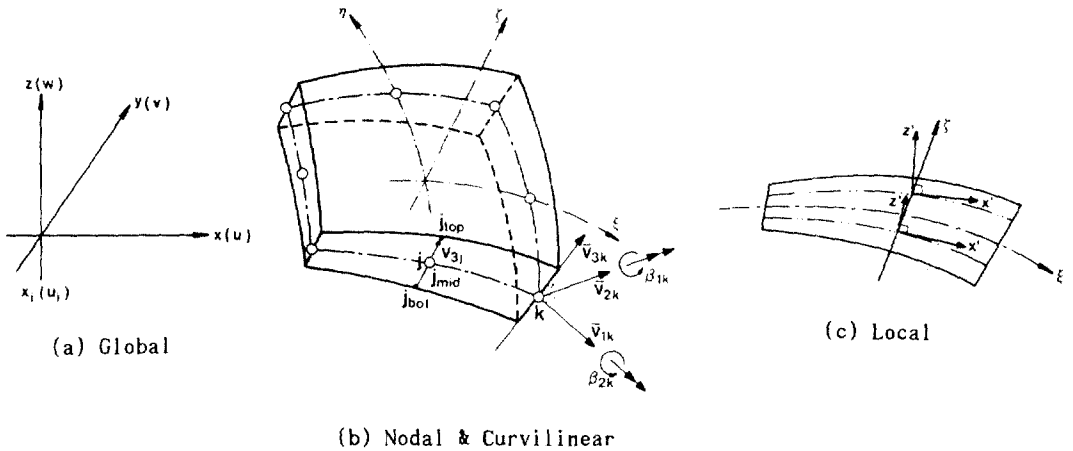


그림 1. Coordinate system

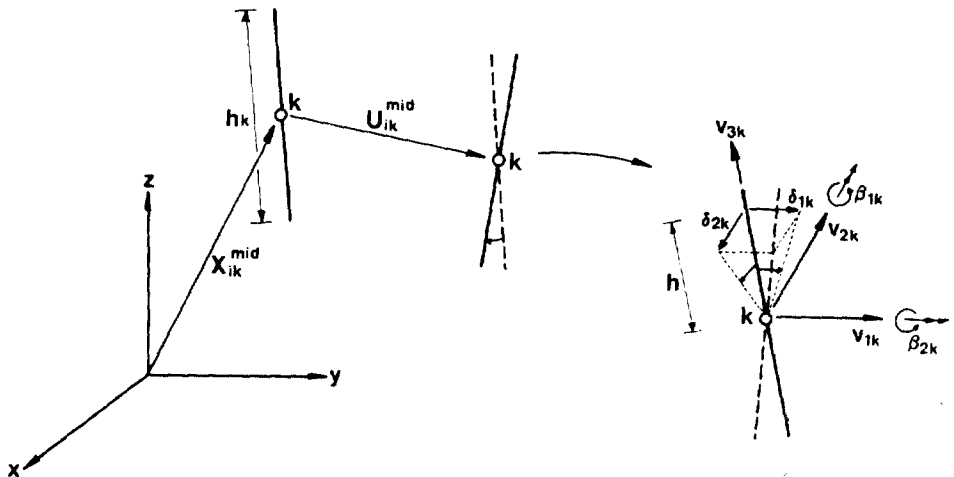


그림 2. Displacements of a point on the normal at node k

$$\{x_i\} = \sum_{k=1}^n N_k(\xi, \eta) \frac{1+\zeta}{2} \{x_{ik}\}_{top} + \sum_{k=1}^n N_k(\xi, \eta) \frac{1-\zeta}{2} \{x_{ik}\}_{bot} \quad (1)$$

여기서 형상함수 N_k 는 다음과 같다.

$$\text{모서리 절점 : } N_k = \frac{1}{4} (1 + \xi\xi_k)(1 + \eta\eta_k) (\xi\xi_k + \eta\eta_k - 1) \quad (2)$$

$$\text{변에 있는 절점 : } N_k = \frac{\xi_k^2}{2} (1 + \xi\xi_k)(1 - \eta^2) + \frac{\eta_k^2}{2} (1 + \eta\eta_k)(1 - \xi^2) \quad (3)$$

임의의 절점 k 에서 절점변위는 그림 2와 같이 전체좌표계에 대한 이동변위 u_k, v_k, w_k 와 절점좌표계에 대한 단위벡터 \bar{V}_{2k} 와 \bar{V}_{1k} 에 대한 각각의 회전변위 β_{1k}, β_{2k} 로 정의된다. 이와 같은 절점변위를 이용하면 요소내의 임의점에 대한 변위는 다음과 같이 된다.

$$\{u_i\} = \sum_{k=1}^n N_k(\xi, \eta) \{u_{ik}\}_{mid} + \sum_{k=1}^n N_k(\xi, \eta) \zeta \frac{h_k}{2} [\phi]_k \{\beta\}_k \quad (4)$$

여기서

$$[\phi]_k = \begin{bmatrix} \bar{V}_{1kx} - \bar{V}_{2kx} \\ \bar{V}_{1ky} - \bar{V}_{2ky} \\ \bar{V}_{1kz} - \bar{V}_{2kz} \end{bmatrix}, \quad \{\beta\}_k = \begin{bmatrix} \beta_{1k} \\ \beta_{2k} \end{bmatrix}$$

2.2 變形도와 變位の 關係

본 연구에서는 幾何學的 非線形性を total Lagrangian formulation에 의해 표현하였다. 쉘구조를 해석할 경우, 쉘의 두께방향(z 의 방향)의 응력이 '0'이라는 가정을 간단히 수용하기 위해서 변형도를 局所座標系로 표현하는 것이 편리하다. 따라서 본 연구에서는 변형도를 국소좌표계에 대한 Green-Lagrange 變形도로 표현하여 Von Karmann의 가정⁽⁶⁾, 즉 x', y', z' 에 대한 u', v' 의 도함수가 매우 미소하고, z' 에 대한 w' 의 변분을 무시한다는 가정을 도입하면 變形도와 變位の 關係는 다음과 같이 된다.

$$\{\epsilon\} = \begin{bmatrix} \epsilon_x' \\ \epsilon_y' \\ \gamma_{xy}' \\ \gamma_{xz}' \\ \gamma_{yz}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u', x' \\ v', y' \\ u', y' + v', x' \\ u', z' + w', x' \\ v', z' + w', y' \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} (w', x')^2/2 \\ (w', y')^2/2 \\ (w', x')(w', y') \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \{\epsilon_0\} + \{\epsilon_L\} \quad (5)$$

$$= \{\epsilon_0\} + \{\epsilon_L\} \quad (6)$$

여기서 u', v', w' 는 국소좌표계에 대한 변위성분이며, $\{\epsilon_0\}$ 와 $\{\epsilon_L\}$ 은 변형도를 線形項과 非線形項으로 분리하여 나타낸 것이다. 식(5)에서 국소좌표계에 대한 변위의 도함수를 다음과 같이 要素의 節點變位로 정의한다.

$$\{\theta\} = (\theta_x', \theta_y', \theta_z')^T = [G]\{\delta\} \quad (7)$$

$$\text{여기서 } \{\theta_x'\}^T = \{u_{,x}' \ v_{,x}' \ w_{,x}'\} \quad (8a)$$

$$\{\theta_y'\}^T = \{u_{,y}' \ v_{,y}' \ w_{,y}'\} \quad (8b)$$

$$\{\theta_z'\}^T = \{u_{,z}' \ v_{,z}' \ w_{,z}'\} \quad (8c)$$

식 (7)에서 $[G]$ 형상함수 $[N]$ 에 대한 도함수이며, $\{\delta\}$ 는 요소의 절점변위를 의미한다. 식 (7)을 이용하면 線形 및 非線形 變形도는 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\{\epsilon_0\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \{\theta\} = [H]\{\theta\} \quad (9)$$

$$\{\epsilon_L\} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & w_{,x}' & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & w_{,y}' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_{,y}' & 0 & 0 & w_{,x}' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{\theta\} = \frac{1}{2} [A]\{\theta\} \quad (10)$$

식(6)의 변형도에 식(9)와 (10)을 이용하여 변분을 취하면 다음과 같이 된다.

$$d\{\epsilon\} = d\{\epsilon_0\} + d\{\epsilon_L\} = [B]d\{\delta\} \quad (11)$$

$$\text{여기서 } [B] = [B_0] + [B_L] = [[H] + [A]][G] \quad (12)$$

2.3 平衡方程式

비선형 해석을 위한 요소의 平衡方程式은 일반적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{\phi\} = \int_v [B]^T \{\sigma\} dV - \{F\} = \{P\} - \{F\} \quad (13)$$

여기서 $\{\phi\}$ 는 잔류력으로서 내력과 외력의 합을 나타내며, $\{P\}$ 와 $\{F\}$ 는 각각 등가내력벡터와 외부작용하중으로 인한 등가점력벡터를 의미한다. 여기서 $\{P\}$ 는 節點變位(δ)의 함수로 된다. 따라서 식 (13)으로부터 직접 節點變位(δ)를 구할 수 없으므로 다음과 같은 增分形 平衡方程式을 이용하여 해를 구해야 한다.

$$d\{\phi\} = \int_v d[B]^T \{\sigma\} dV + \int_v [B]^T d\{\sigma\} dV - d\{F\} \quad (14)$$

$$= [K_T] d\{\delta\} - d\{F\} \quad (15)$$

여기서 接線剛性行列 $[K_T]$ 는 다음과 같다.

$$[K_T] = [K_e] + [K_L] + [K_s] \quad (16)$$

$$[K_e] = \int_v [B_0]^T [D] [B_0] dV \quad (17a)$$

$$[K_L] = \int_v ([B_0]^T [D] [B_L] + [B_L]^T [D] [B_0]) dV \quad (17b)$$

$$[K_s] = \int_v [G]^T [M] [G] dV \quad (17c)$$

식(17c)에서 $[M]$ 은 9×9의 제2 Piola Kirchhoff 응력성분에 대한 행렬로서 다음과 같다.

$$[M] = \begin{bmatrix} \alpha_{xx} [I] & \tau_{xy}' [I] & \tau_{xz} [I] \\ & \delta_y [I] & \tau_{yz} [I] \\ \text{symm.} & & 0 [I] \end{bmatrix} \quad (18)$$

여기서 $[I]$ 는 3×3의 단위행렬이다.

3. 철근콘크리트 要素의 解析모델

3.1 균열 발생전의 콘크리트 모델

콘크리트의 비선형성, 이방성 등을 포함한 콘크리트의 構成方程式으로는 Maekawa와 Okamura가 제안한 2축 응력상태에 대한 彈塑性破壞모델 (elasto-plastic and fracture model)⁽⁹⁾을 사용하였다. 이와 같은 모델을 사용하게 된 주된 이유는 이 모델이 콘크리트의 최대응력을 지나서 변형도의 軟化領域까지를 포함하여, 어떠한 荷重履歴에 대해서도 동일한 수학모델로서 표현이 가능하기 때문이다. 탄소성 파괴모델의 기본개념은 그림3과 같으며 식으로 나타내며 다음과 같다.⁽⁹⁾

$$S = E_0 K_0 (\epsilon - \epsilon_p) = E_0 K_0 \epsilon_e \quad (19)$$

여기서 S: 등가응력, ϵ : 등가변형도 ($=\epsilon_e + \epsilon_p$),

ϵ_e : 등가탄성변형도, ϵ_p : 등가소성변형도, E_0 : 콘크리트의 초기강성,

K_0 : 파괴파라메타(강성의 감소율로서 콘크리트의 파괴의 진전을 나타내는 척도)

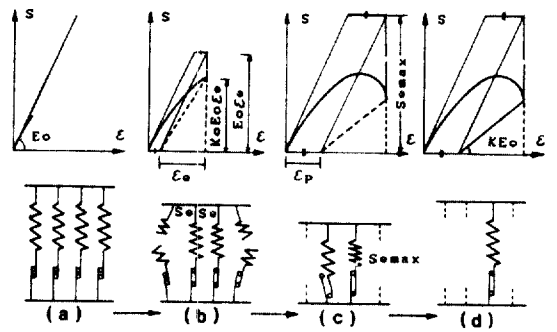


그림 3. Elasto-plastic and fracture model

3.2 균열의 發生基準

콘크리트의 非線形성의 분기점이 되는 균열의 발생은 콘크리트 1축 인장강도, 2축 응력상태, 부재의 크기 및 콘크리트의 배합, 양생, 건조수축 등에 영향을 받으므로, 균열의 발생을 정확하게 예측하기란 상당히 어렵다. 본 논문에서는 균열의 發生基準을 균열 발생시의 引張應力에 중점을 두어 설정하고, 부재의 size effect의 영향은 콘크리트의 1축 引張強度를 수정하여 고려하였다. 즉 제1균열 발생기준은 그림 4와 같이 콘크리트가 인장강도에 도달하였을 때의 引張變形度 ϵ_0 의 2배를 極限變形度로 한 Izumo등⁽¹⁰⁾의 모델을 사용하였다. 여기서 발생하는 균열의 角度는 주인장응력의 작용방향에 直角이라고 가정한다. 2축 응력상태에서의 콘크리트 파괴패라క్ష선으로는 그림 5와 같이 壓縮-引張 領域에 대해서는 Niwa의 모델⁽¹¹⁾을, 引張-引張 領域에 대해서는 Yamada의 모델⁽¹²⁾을 사용하였다. $\epsilon_u = 2\epsilon_0$.

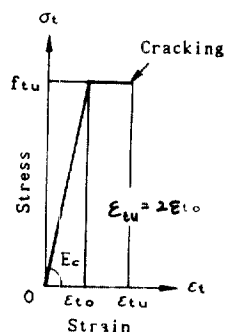


그림 4. Cracking criteria of concrete for tension

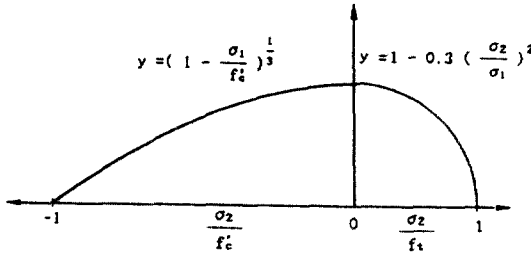


그림 5. Cracking criteria of concrete under biaxial stress states

철근콘크리트 요소는 균열이 발생한 후에도 파괴되지 않고 균열면을 기준으로 하여 균열면에 직각 방향과 평행방향, 그리고 균열면 등에서 어느 정도 힘을 전달할 수 있는 剛性을 갖는다. 이로 인하여 제 2균열이 발생하는데 이와 같은 균열은 콘크리트의 應力履歷에 따른 파괴의 進展으로 제 1균열보다는 작은 응력에서 발생한다. 본 논문에서는 제 2균열의 발생기준을 다음과 같이 Maekawa⁽⁹⁾의 파괴파라메타 K를 도입함으로써 해결하였다. 즉,

$$f_{e2} = K \cdot f_{t2} \quad (20)$$

여기서 f_{t1} 과 f_{t2} 는 각각 제 1균열과 제 2균열의 발생기준을 나타내는 引張強度이다. 또한 균열면의 혼동으로 인해 수치해석상에서 발생할 수 있는 振動을 방지하기 위해서 제 1균열과 제 2균열사이의 角이 30°를 넘지 않을 경우에는 콘크리트의 引張應力이 破壞包絡線에 도달하여도 제 2균열은 발생하지 않는다고 가정하였다.

본 논문의 재료모델은 균열을 기준으로 하는 直交異方性모델이기 때문에, 재료모델에 의해서 콘크리트의 應力을 구할 경우 사용한 균열에 따라 應力이 달라진다. 여기서는 제 1 및 제 2균열에 대해서 콘크리트의 變形度 에너지를 구하여 비교하고, 變形度 에너지가 최소로 되는 균열을 應力을 산정하기 위한 기준균열로 사용하였다.

3.3 균열 발생후의 콘크리트 모델

3.3.1 균열의 직각방향의 引張剛性에 대한 모델

본 논문에서는 콘크리트의 균열모델로서 分散龜裂모델을 사용하여 균열에 직각방향의 콘크리트의 역학적 거동을 해석적으로 모델화하기 때문에, 콘크리트의 引張剛性效果를 표현하는 방법으로서 균열의 간격, 철근의 방향 및 철근비에 관계없는 방법을 사용하는 것이 편리하다. 이에 대해 본 연구

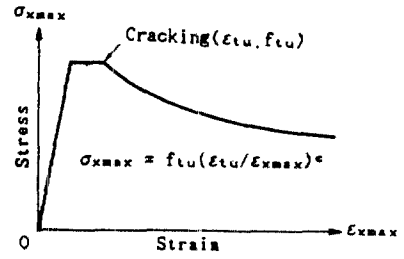


그림 6. Tension stiffening model

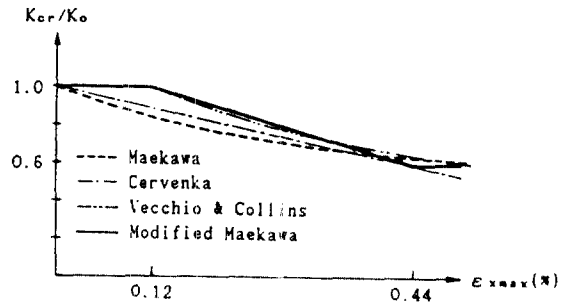


그림 7. Relationships between the ratio(K_{cr}/K_0) and tension strain

에서는 하나의 要素에 대한 平均應力과 平均變形度의 關係를 갖는 그림 6과 같은 Okamura등의 提案式⁽¹³⁾을 사용하였다. 즉,

$$\frac{\sigma_{xt}}{f_t} = \left(\frac{\epsilon_{cr}}{\epsilon_x} \right)^c \quad (21)$$

여기서 σ_{xt} : 균열에 직각방향의 콘크리트의 평균인장응력(kg/cm²)

f_t : 콘크리트의 인장강도(kg/cm²)

ϵ_{cr} : 균열발생시의 평균인장변형도

ϵ_x : 균열에 직각방향의 평균인장변형도

c: 부착성상을 나타내는 파라메타 (0.2: 용접금속망, 0.4: 이형철근)

3.3.2 균열에 평행방향의 壓縮剛性에 대한 모델

균열 발생후 콘크리트의 壓縮剛性은 균열 발생전의 콘크리트의 壓縮剛性보다 저하한다는 것은 Vecchio와 Collins의 철근콘크리트 판요소의 실험⁽¹⁴⁾ 및 Maekawa의 균열을 포함한 원통관의 압축재하 실험⁽¹⁵⁾에 의해 알 수 있다. 본 논문에서는 콘크리트의 壓縮剛性모델로서 Okamura등이 제안한 修正

Maekawa 모델⁽⁶⁾을 사용한다. 이 모델은 균열 발생 전의 콘크리트의 해석모델로 사용된 彈塑性破壞 모델⁽⁹⁾을 기본으로 하여 파괴의 진전을 나타내는 破壞 파라메타를 遞減시킴으로써 균열발생으로 인한 콘크리트의 壓縮剛性的 低下를 표현하고 있다. 즉, 이 모델에 의하면 균열 발생후의 파괴파라메타 K_{cr} 과 균열 발생전의 파괴파라메타 K_0 와의 비는 균열에 직각방향의 변형도 ϵ_x 의 함수로서 그림 7과 같다. 즉,

$$K_{cr} = w \cdot K_0 \quad (22)$$

3.3.3 균열면에서의 剪斷傳達에 대한 모델

단조증가하중이 작용할 때 균열면에 대한 剪斷應力的 傳達機構, 즉 균열면에서의 골재의 맞물림과 철근의 dowel 작용으로 인한 剪斷傳達剛性에 대해서는 면내전단전달강성과 면외전단전달강성을 서로 독립적이라고 가정하여 고려하였다. 面內剪斷傳達에 대한 모델로서는 Li와 Maekawa가 제안한 接觸面 密度函數를 기본으로 한 콘크리트 균열면의 應力傳達構成法則⁽⁷⁾을 기본적으로 도입하여 균열면 사이의 콘크리트 剪斷剛性的 영향을 고려한 다음과 같은 식을 사용하였다.

$$\tau_{xy} = K_{shro} \cdot \gamma_{xy} \quad (23)$$

$$\sigma_{xs} = -f_{sk} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{1}{\phi} \right) - \frac{\phi}{1 + \phi^2} \right) \quad (24)$$

여기서 $K_{shro} = \frac{1}{\frac{1}{K_{stfo}} + \frac{1}{G_0}}$

$$K_{stfo} = f_{sk} \cdot \frac{\gamma_{xy}}{\gamma_{xy}^2 + \epsilon_x^2}$$

$$f_{sk} = 18 \cdot f_c^{(1/3)}$$

$$\phi = \frac{\tau_{xy}}{f_{sk} - \tau_{xy}}$$

G_0 : 균열면사이의 콘크리트 전단강성 (kg/cm²)

본 연구에서는 面外剪斷傳達剛性を 고려하기 위해서 앞에서 언급된 Li 모델⁽⁷⁾보다는 push-off 전단실험결과로부터 얻은 Yamada 모델⁽¹²⁾을 사용한다. 그 이유는 Yamada 모델이 Li 모델에 비해 정확성은 다소 떨어지지만 수식이 간단하며 收斂이 잘되는 장점이 있기 때문이다. 더구나 面外剪斷傳達剛性이 셀구조물 전체의 舉動에 미치는 영향이

미소하므로, 이와 같은 Yamada 모델 사용하여도 좋은 결과를 얻을 수 있다고 판단된다. 따라서 面外剪斷傳達모델로서 균열면사이의 콘크리트의 剪斷剛性を 고려하여 Yamada 모델⁽¹²⁾을 도입하였다. 즉,

$$\tau_{xz} = K_{shou} \cdot \gamma_{xz} \quad (25)$$

$$\tau_{yz} = K_{shou} \cdot \gamma_{yz} \quad (26)$$

여기서 τ_{xz}, τ_{yz} : 要素의 面外剪斷應力 (kg/cm²)

γ_{xz}, γ_{yz} : 要素의 平均剪斷變形度

$$K_{shou} = \frac{1}{\frac{1}{K_{shou}} + \frac{1}{G_0}}, \quad K_{shou} = \frac{36}{\epsilon_x}$$

3.4 철근콘크리트에 대한 鐵筋 모델

철근콘크리트는 일반적으로 철근과 콘크리트 사이에 附着이 존재하기 때문에, 철근콘크리트에서의 철근의 구성방식은 철근만의 구성방식과는 다르다. 즉 균열면에서 철근의 응력이 降伏에 도달할 때까지는 철근의 응력과 변형도의 관계가 彈性이므로 철근만의 것과 같지만, 균열면에서 철근의 응력이 降伏點에 도달하게 되면, 균열면의 철근이 먼저 降伏하게 되어, 철근의 응력과 변형도의 관계는 더 이상 彈性關係를 이루지 못한다. 이때 철근의 平均應力은 降伏應力보다 작다. 또한 철근의 平均應力과 平均變形度의 關係에서는 철근 혼자만의 인장에 의해서 나타나는 降伏高原은 볼 수 없으며, 변형도의 증가에 따라 응력이 증가하는 變形度 硬化領域이 바로 나타난다. 본 논문에서는 철근콘크리트에서의 철근모델로서, 이와 같은 현상을 충분히 고려한 Shin⁽¹⁰⁾의 鐵筋 모델을 사용하였다. 이 모델은 單調荷重 載何時에 항복후의 철근모델로서 일정한 變形度 硬化率과 變形度 硬化開始點을 갖는다. 이에 대한 平均應力과 平均變形度의 關係는 bilinear의 형태로 나타나며 다음과 같다.

$$\sigma_s = \sigma_{sy} + E_{sh} \cdot (\epsilon_s - \epsilon_{sy}) \quad (27)$$

여기서 σ_s : 철근의 평균응력 (kg/cm²),

ϵ_s : 철근의 평균변형도

σ_{sy} : 철근의 변형도 경화개시점 (kg/cm²)

ϵ_{sy} : 철근의 변형도 경화개시점에 대한 철근의 평균변형도

E_{sh} : 콘크리트 중에 있는 철근의 변형도 경화

을(kg/cmf)

4. 數値解析 프로그램 "RCSHELL"

본 논문에서는 3장의 材料的 解析모델에 대한 타당성을 검증하기 위해서 2장의 有限要素의 定式化를 도입하여 數値解析 프로그램 "RCSHELL"을 개발하였다. 본 프로그램은 汎用성을 갖게 하기 위해서 FORTRAN 77에 근거하여 작성되었고, 연립방정식의 해법으로서 frontal method을 도입하였으므로 소형컴퓨터에서도 쉽게 사용할 수 있다. 이 프로그램에서는 main memory를 절약하기 위하여 요소마다의 데이터(예를 들면, 요소의 강성행렬 [K], 요소의 변형도행렬[B₀]이하학적 강성행렬을 만들기 위한 행렬[G] 등을 外部記憶裝置에 저장하였으므로 해석을 다시 restart할 때 사용할 수 있다.

일반적으로 철근콘크리트 구조를 해석하는데 있어서는 材料的 非線形성이 현저하게 나타나므로 비선형 수치해법으로서 수렴에 요하는 반복횟수가 적어지는 이점이 있는 Newton-Raphson法을 가장 많이 사용하고 있다. 그러나 철근콘크리트의 강성은 균열발생 또는 철근이 항복할 때 크게 변하고, 그 이후에는 강성변화가 적기 때문에 매년 剛性行列을 계산하여 사용할 필요가 없다. 따라서 "RCSHELL"에서는 이와 같은 특성을 고려하여 每荷重増分 또는 每變位増分에서 처음 3회 반복수행까지는 剛性行列을 재계산하여 조립하였다. 단, 각 요소의 각 층의 Gauss 적분점에서 새로운 균열이 발생하거나 철근이 항복할 경우에는 剛性行列을 재계산하여 조립한다. 그 외의 경우에는 기존의 剛性行列을 사용하였다.

5. 結論

본 논문에서는 幾何學的 및 材料的 非線形성을 고려한 철근콘크리트 셸구조를 해석할 수 있는 數値解析 프로그램 "RCSHELL"을 개발하였다. 이에 대한 妥當性 및 보다 자세한 結論은 차후 논문()의 數値例題를 통하여 언급하기로 한다.

參考文獻

1. Ngo, D. and Scordelis, A. C., "Finite element

analysis of reinforced concrete beams", *ACI Journal*, Vol. 64 ,No.3, March 1967, pp. 152 - 163

2. Hand, F.R., Pecknold, D. A. and Schnobrich, W. C., "Nonlinear layered analysis of RC plates and shells", *ASCE*, Vol. 99. No. ST7, Proc. Paper 9860, July 1973, pp. 1491 - 1505.

3. Lin, C. H. and Scordelis, A. C., "Finite element study of a reinforced concrete cylindrical shell through elastic, cracking, and ultimate ranges", *ACI Journal*. Vol. 71. No. 11, Nov. 1975, pp. 628 - 633.

4. Arnesen, A., Soresen, S. I. and Bergan, P. G., "Nonlinear analysis of reinforced concrete", *Computers and Structures*, Vol. 12. 1980, pp. 571 - 579.

5. Owen, D. R. J., Figueiras, J. A. and Damjanic, F., "Finite element analysis of reinforced and prestressed concrete structures including thermal loading", *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 41, 1983, pp. 323 - 336.

6. Mindlin, R. D., "Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates", *J. Appl. Mech.*, Vol. 18, 1951, pp 31 - 38.

7. Kanoknukulchai, W., Taylor. R. L. and Hughes, T. J. R., "A large deformation formulation for shell analysis by the finite element method", *Computers and Structures*, Vol. 13, 1981, pp.19 - 27.

8. Oden, J. T., "Finite elements of nonlinear continua", McGraw-Hill, 1972.

9. Maekawa, K. and Okamura, H., "The deformational behavior and constitutive equation of concrete using elasto-plastic and fracture model", *Jour. of Faculty of Engineering*, The University of Tokyo, Vol. 37, No. 2 , 1983, pp. 253 - 328.

10. 出雲淳一, "正負繰返し載荷を受ける鐵筋コンクリト要素の解析モデルとその平價", 日本 東京大學 博士論文, 1988.

11. 二羽淳一郎, "鐵筋コンクリート板要素の力學的性狀", 日本 東京大學 修士論文, 1980.

12. 山田一字, "面内力を受ける鐵筋コンクリートのせん

- 断傳達機構及び耐力變形に關する研究”，日本 東京大學 學位論文, 1981.
13. Okamura, H., Maekawa, K, and Sivasubramaniyam, S., “*Verification of modeling for reinforced finite element*”, *Finite Element of Reinforced Concrete Structures*, ASCE, Aug. 1985., pp.528–543.
 14. Vecchio, F.J.and Collins, M.P., “The modified compression–field theory for reinforced concrete elements subjected to shear”, *ACI Journal*, Vol. 83, No. 2, 1986, pp. 219~231.
 15. 宮原長久, 川上泰司, 前川宏一, “ひび割れを含ける鐵筋コンクリートの板要素の一軸壓縮應力下における非線形挙動”, 日本 土木學會 論文報告集, No. 378, Vol. 6, 1987, pp.249~258.
 16. 出雲淳一, 島 弘, 岡村 甫, “面内力を受ける鐵筋コンクリート板要素の解析モデル”, 日本 コンクリート工學協會, Vol. 25, No.9, 1987, pp. 107–120.
 17. 李寶祿, 前川宏一, “接觸面密度關數に基づくコンクリートひびわれ面の應力傳達構成式”, 日本 コンクリート工學協會, Vol. 26, No. 1, Jan. 1988.
 18. 申鉉穆, “繰返し面内力を受ける鐵筋コンクリート部材の有限要素解析,” 日本 東京大學 博士論文, 1988.

(接受：1991. 1. 17)