

鐵筋콘크리트 셸構造의 非線形 解析(Ⅱ)

Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Shells(Ⅱ)

金 雲 鶴* · 申 鉉 穆** · 申 鉉 默***
Kim, Woon Hak · Shin, Hyun Mock · Shin, Hyun Mook

Abstract

In this paper, several numerical examples are analyzed and the results are compared with those from other researchers to verify the applicability and the validity of the geometric and material nonlinear analysis method of reinforced concrete shells referred to the paper()⁽¹⁾. As a results, this method is a useful tool to account for geometric and material nonlinearities in detailed analysis of reinforced concrete shells of general form.

要 旨

본 논문에서는 본 논문의 先行論文()⁽¹⁾에서 언급한 철근콘크리트 셸구조의 材料的 및 幾何學的 非線形 解析方法의 타당성을 입증하기 위해서 여러가지 數值例題를 해석하여 실험치와 비교, 고찰하였다. 그 결과 본 논문의 해석방법이 材料的 및 幾何學的 非線形성을 고려한 임의형상의 철근콘크리트 셸구조의 해석에 적합한 방법임을 입증하였다.

1. 序 論

최근에 철근콘크리트의 부재나 구조물의 해석에 있어서 有限要素法의 적용 많이 행해지고 있다. 그 이유는 컴퓨터의 발달로 인한 것도 있겠으나, 有限要素法을 사용함에 따라 철근콘크리트의 材料的 非線形 變형을 統一의 方法으로 해석이 가능하게 되었고, 대상으로 하는 구조물의 형상이나 경계조건을 임의로 설정할 수 있으며, 또한 실제적으로 볼 수 없는 應力の 흐름을 파악할 수 있다는 등의 이

점이 있기 때문이다.

위와 같은 기대에 부응하기 위해서는 有限要素解析에 사용되는 철근콘크리트의 해석모델이 材料的 非線形 特性을 올바르게 표현할 수 있는 모델일 필요가 있다. 이에 대해 본 논문의 先行論文(I)⁽¹⁾에서는 균열면사이의 콘크리트의 引張剛性 및 壓縮剛性, 균일면에서의 剪斷傳達剛性, 철근과 콘크리트사이의 附着滑動 등과 같이 材料的 非線形성과 幾何學的 非線形성을 고려한 철근콘크리트 셸구조의 解析方法을 제안하였다.

*정회원 · 성균관대학교 공과대학 토목공학과 강사

**정회원 · 성균관대학교 공과대학 토목공학과 조교수

***참여회원 · 성균관대학교 공과대학 토목공학과 대우교수

본 논문에서는 先行論文()⁽¹⁾에서 제안한 해석 방법의 타당성을 검토하기 위하여 幾何學的 非線形性만을 고려할 수 있는 等方性 彈性셸과 材料의 非線形性과 幾何學的 非線形性을 동시에 고려해야 하는 鐵筋콘크리트 보, 板, 셸構造를 例題로 하여 해석하였다.

2. 例題解析 및 考察

2.1 等方性 彈性셸

본 논문의 해석방법에 있어서 幾何學的 非線形性에 대한 제안방법의 타당성을 입증하기 위해서 그림 1(a)와 같은 球形의 等方性 彈性셸을 해석하였다. 이 셸은 평면상에서는 정사각형이며, 셸의 모든 테두리부분은 힌지로 지지되어 있고, 頂部(crown)에서 集中荷重이 작용한다.

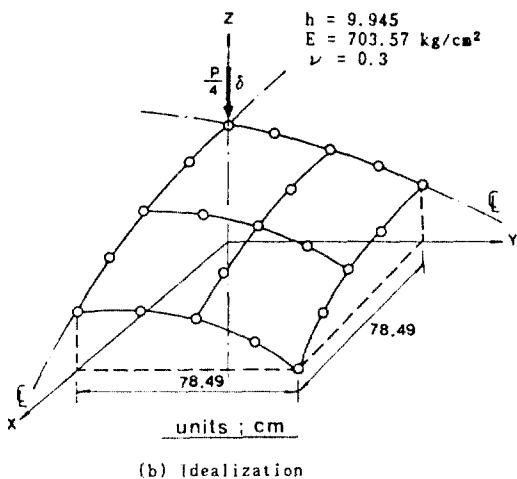
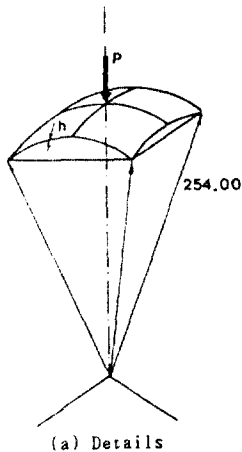


그림 1. Details and idealization for the spherical shell

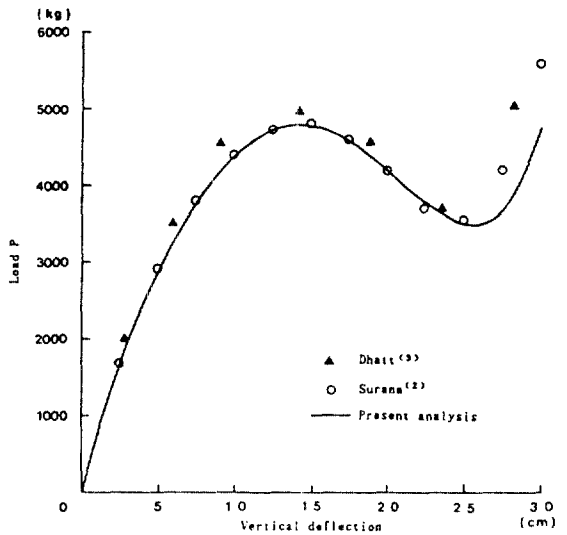


그림 2. Load—deflection curve for the spherical shell

본 연구에서는 셸의 對稱性을 고려하여 그림 1(b)와 같이 셸의 1/4부분만을 4개의 要素로 분할하였다. 또한 snap-through 舉動과 같은 後挫屈(post-buckling)의 舉動을 파악하기 위하여 頂部에서의 垂直變位 w 를 변위제어를 위한 자유도로서 채택하였다. 여기서 Surana의 數值解析結果⁽²⁾와 비교하기 위해서 변위증분의 크기를 2.5cm로 하여 12회 변위증분을 하였으며, 각 변위증분에 대한 收斂判定基準値는 0.1%로 정하였다.

본 연구에 의한 解析結果를 Surana⁽²⁾와 Dhatt⁽³⁾의 解析結果와 함께 그림 2의 하중과 변위의 관계로 나타내었다. 이 그림으로부터 後挫屈의 舉動에서 極小點 이하를 제외하고는 Surana와 Dhatt의 解析結果와 거의 일치함을 알 수 있다.

2.2 鐵筋콘크리트 보

본 논문에서 제안한 철근콘크리트 요소의 해석모델에서 面內舉動만이 존재하는 경우에 대해서도 타당성이 있는가를 알아보기 위해 그림3(a)와 같은 Bresler와 Scordelis⁽⁴⁾가 실험한 試驗體 A-2를 해석하였다. 이 시험체는 지간중앙에 集中荷重을 받는 단순지지된 철근콘크리트 보로서 剪斷壓縮破壞를 일으킨다. 철근에 대한 材料의 性質은 표 1과 같으며, 콘크리트에 대한 재료성질은 다음과 같다.

$$f_c' = 247.5 \text{ kg/cm}^2, \quad f_t = 37.9 \text{ kg/cm}^2, \quad \nu = 0.19$$

여기서 f_c' : 1축 압축강도, f_t : 1축 인장강도,
 ν : 포아송 비

표 1. Steel reinforcement properties

designation	area (cm ²)	E_s (kg/cm ²)	f_y (kg/cm ²)
Tension5-#9	32.9	2221796	5660
Compression2-#2	2.5	2053052	3523
Shear #2*	1.25	1933525	3319

*space=20.96cm

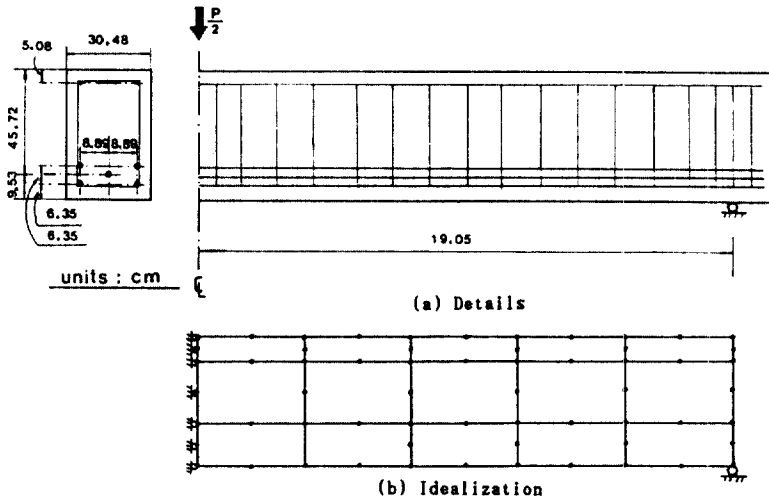


그림 3. Details and idealization for Bresler's beam A-2

본 해석에서는 이와 같은 보를 對稱성을 고려하여 그림 3(b)와 같이 요소분할하였으며, 콘크리트와 철근은 각각 1개의 층으로 層分割하였다. 경계조건으로서는 面外舉動에 대해서 모두 구속하였으며, 荷重은 하중제어법에 의해 지간중앙의 集中荷重을 21회 증분하여 해석하였다.

이와 같이 하여 해석한 결과를 實驗值⁽⁴⁾와 함께 그림 4와 같이 하중과 변위의 관계로 나타

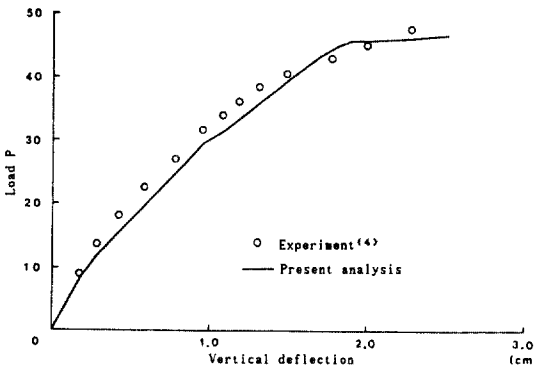


그림 4. Load-deflection curve at midspan for Bresler's beam A-2

내었다. 이 그림으로부터 解析値와 實驗値가 거의 일치하고 있음을 알 수 있다. 본 해석에서의 파괴는 剪斷破壞로 나타났으며, 極限強度에 있어서는 실험치가 49.895t이며 해석치가 47.173t으로서 약 5.8%의 오차를 나타내었다.

23 鐵筋콘크리트 슬래브

面外舉動의 영향을 크게 받는 철근콘크리트 板에서도 妥當性이 있는가를 확인하기 위해서 그림 5와 같은 McNeice⁽⁹⁾가 실험한 네모서리가 단순지지된 철근콘크리트 슬래브를 해석하였다. 슬래브의 재료 성질은 다음과 같다.

- (1) 콘크리트 $f_c' = 387.8 \text{ kg/cm}^2$,
 $f_t = 38.78 \text{ kg/cm}^2$, $\nu = 0.15$
- (2) 鐵筋 $E_s = 2040816 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4218 \text{ kg/cm}^2$

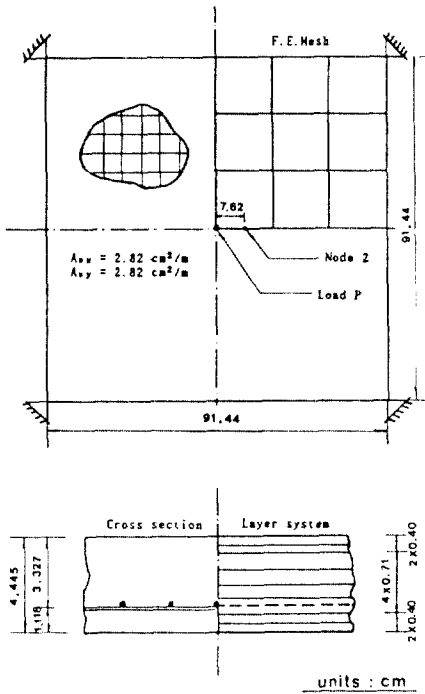


그림 5. Details and idealization for McNeice's slab

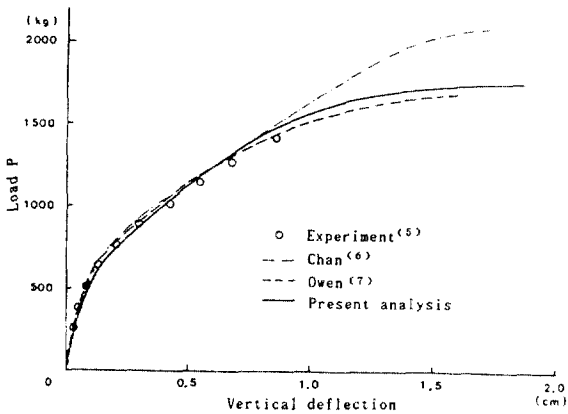


그림 6. Load-deflection curves at node 2 for McNeice's slab

본 연구에서는 그림 5와 같이 슬래브의 對稱性を 고려하여 슬래브의 1/4부분만을 9개의 要素로 분할했으며, 두께 방향에 대하여 8개의 콘크리트층과 1개의 철근층으로 層分割하였다. 해석은 材料的 非

線形성과 幾何學的 非線形성을 동시에 고려하여 荷重増分法에 의해 해석하였다.

이와 같이 하여 해석한 결과를 McNeice⁽⁵⁾의 實驗値와 Chan⁽⁶⁾ 및 Owen⁽⁷⁾의 解析値와 함께 그림 6에 나타내었다. 여기서 荷重과 變位の 關係는 그림 5의 節點 2에서의 값들이다. 그림에서 Chan의 해석치는 材料的 非線形性만을 고려한 경우이고, Owen의 해석치는 幾何學的 및 材料的 非線形성을 동시에 고려한 해석치이다. 이들의 해석치와 본 연구의 해석치를 비교한 결과, 彈性領域과 非彈性領域에서는 모든 해석치와 실험치가 잘 일치하고 있다. 그러나 極限領域에서는 실험데이터의 부족으로 인하여 實驗値와 비교할 수는 없으나, Owen의 解析結果와 본 연구의 解析結果는 거의 일치하고 있는 반면에, Chan의 解析結果와는 다소 차이를 나타내고 있다. 이것은 Chan의 해석결과가 幾何學的 非線形성을 고려하지 않았기 때문이라고 생각된다.

24 鐵筋콘크리트 셸

24.1 Bouma의 鐵筋콘크리트 셸

이 셸은 Bouma⁽⁸⁾이 실험한 철근콘크리트 셸로서 그림 7과 같이 테두리보가 있고 셸의 曲線部 양쪽 端部가 단순지지되어 있다. 여기서 Bouma 등은 테두리보의 철근량과 지간길이를 달리하여 11개의 試驗體에 垂直方向의 等分布荷重을 파괴에 이를 때까지 비례적으로 증가시켜 실험하였다.

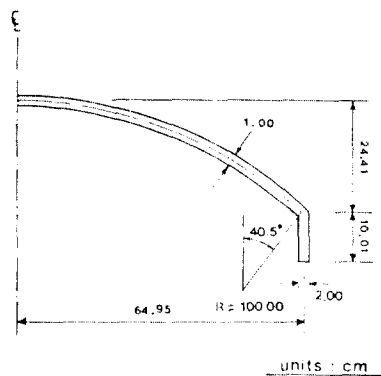


그림 7. Geometry for Borma's shell

본 논문에서는 수치예제로서 이들의 試驗體 中 A2를 채택하였으며, 이 셸의 鐵筋配筋圖는 그림 8과 같다. 철근과 콘크리트에 대한 材料性質은 실험

상에서 너무 分散되어 있어서 Chan⁽⁶⁾이 사용한 다 음과 같은 평균값을 채택하였다.

(1) 콘크리트 $f_c' = 289.7 \text{ kg/cm}^2$, $f_t = 50.0 \text{ kg/cm}^2$, $\nu = 0.3$ (assumed)⁽¹⁹⁾

(2) 鐵筋 $E_s = 2102269 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 3002 \text{ kg/cm}^2$
境界條件은 셸의 지간방향의 단부를 힌지로 하 고, 테두리보의 단부를 롤러로 하였다. 要素分割은

對稱性を 고려하여 20개, 테두리보는 5개로 하였다. 층의 패턴의 종류는 표 2와 같이 세가지로 분류하 였으며, 層分割은 셸과 테두리보의 콘크리트에 대해 서 각각 동일한 두께를 갖는 8개의 층으로 하였다. 해석은 幾何學的 非線形性和 材料的 非線形性を 동 시에 고려하여 荷重増分法에 의해 해석하였다.

표 2. Reinforcement details for each layer of Bouma's shell

layer pattern	layer 1				layer 2				layer 3			
	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)
1(shell)	0.768	0.768	-0.599	0.0	0.768	1.556	0.632	0.0	—	—	—	—
2(shell)	0.768	0.768	-0.599	0.0	0.768	1.556	0.632	0.0	0.514	0.0	0.0	135.0
3(beam)		5.609	2.660	-0.600	0.0	5.609	2.660	0.600	0.0	—	—	—

- (1) Layer thickness in normalized ζ -coordinate for x' -reinforcement ($\times 100$)
- (2) Layer thickness in normalized ζ -coordinate for y' -reinforcement ($\times 100$)
- (3) Layer position in normalized ζ -coordinate (top : $\zeta = +1$; bottom : $\zeta = -1$)
- (4) Angle between (1) and the longitudinal axis (degrees)

이와 같이 하여 해석한 결과를 Bouma⁽⁸⁾의 實驗 値와 다른 연구자들^(6, 9)의 解析値와 함께 그림 9에 나타내었다. 여기서 垂直變位는 테두리보의 지간중 앙에서의 변위이며, 하중은 荷重係數 F로 표현하였 다. 그 결과 極限荷重에 대해서 試驗値와 解析値를

비교해 보면, Arnesen⁽⁹⁾의 경우는 5.4%, Chan⁽⁶⁾의 경우와 본 해석의 경우는 15.7%의 誤差를 나타내 었다. 그러나 본 연구의 해석치가 실험치와 極限領 域前까지 가장 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

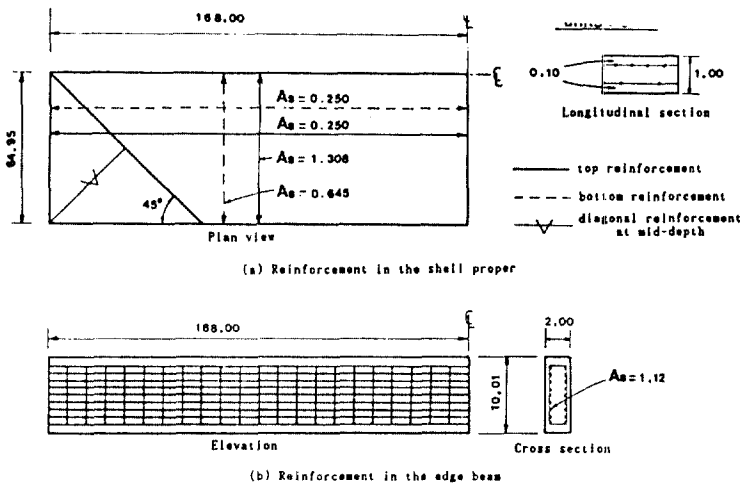


그림 8. Reinforcement layout for Bouma's shell

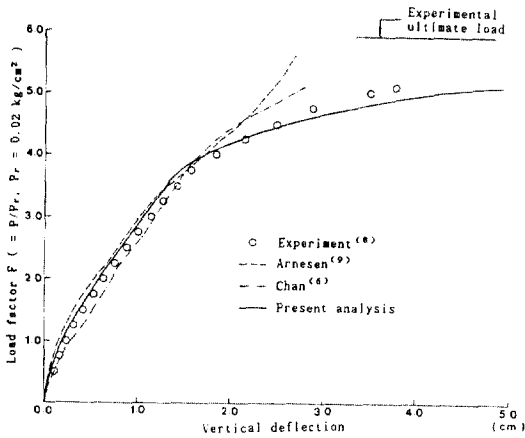


그림 9. Load-deflection curves at midspan of edge beam for Bouma's shell

2.4.2 Hedgren의 셸

본 연구의 해석방법에 대한 타당성을 알아보기 위하여 그림 10과 같은 철근콘크리트 원통형 셸을

해석하였다. 이 셸은 Hedgren⁽¹⁰⁾이 실험한 것으로서 셸의 曲面은 그림 10(b)와 같이 2차 포물선 모양으로 표현된다. 셸의 종방향 테두리부분은 종방향 인장철근을 배근시켜 처짐과 모멘트를 감소시키기 위해서 테두리에서 수평거리 12.7cm까지는 셸의 두께를 그림 10(b)와 같이 다소 두껍게 변화시켰다. 이 부분에 대한 철근의 배근도는 그림 10(c)와 같다. 경계조건은 종방향 테두리부분을 전혀 구속시키지 않았으며, 횡방향 곡선부 단부에 셸을 충분히 지지할 수 있는 철근콘크리트 隔壁을 설치하였다. 여기서 한 쪽 隔壁은 두 구속점에서 롤러로 지지되어 있고, 다른 쪽의 隔壁은 두 구속점에서 힌지로 지지되어 있다.

실험상에서의 하중은 眞空荷重裝置를 사용하여 브레이싱을 낸 합판뺀대구조물속에 시험체를 넣고, 아래로 공기를 빼내는 방법을 사용하였다. 이것은 셸이 等分布荷重을 받는 경우와 동일하다고 할 수 있다. 철근에 대한 재료성질은 표 3과 같으며, 콘크리트에 대한 재료성질은 다음과 같다.

$$f_c' = 308.2 \text{ kg/cm}^2, f_t = 49 \text{ kg/cm}^2, \nu = 0.145$$

표 3. Steel reinforcement properties

designation	diameter(mm)	area(cm ²)	E _s (kg/cm ²)	f _y (kg/cm ²)	σ _u * (kg/cm ²)
#3	1.22	0.0117	2040816	2581	3712
#4	1.57	0.0195	2040816	2236	3516
#9	3.43	0.0922	2040816	3129	4282

*σ_u: ultimate steel strength

표 4. Reinforcement details for each layer of Hedgren's shell

layer pattern	layer1				layer2				layer3							
	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(3)	(4)					
1	4, 9	3.598	3	0.574	-0.546	0.0	3, 9	3.246	4	0.479	0.522	0.0	4	0.419	0.0	135
2	4, 9	3.455	3	0.574	-0.548	0.0	3, 9	3.103	4	0.479	0.523	0.0	4	0.419	0.0	135
3	4, 9	3.455	3	0.502	-0.547	0.0	2, 9	3.103	4	0.419	0.520	0.0	4	0.419	0.0	135
4	4, 9	2.504	3	0.302	-0.563	0.0	3, 9	2.152	4	0.503	0.541	0.0	4	0.629	0.0	135
5	3	0.691	3	0.574	-0.641	0.0	3	0.251	4	0.479	0.700	0.0	—	—	—	—
6	3	0.691	3	0.574	-0.641	0.0	3	0.251	4	0.479	0.700	0.0	4	0.419	0.0	135
7	3	0.691	3	0.502	-0.641	0.0	3	0.251	4	0.419	0.697	0.0	4	0.419	0.0	135
8	3	0.691	3	0.302	-0.641	0.0	3	0.251	4	0.503	0.702	0.0	4	0.629	0.0	135
9	3	0.483	3	1.102	-0.367	0.0	3	0.482	4	0.920	0.424	0.0	—	—	—	—
10	3	0.483	3	1.102	-0.367	0.0	—	—	4	1.402	0.424	0.0	4	0.511	0.0	135
11	3	0.483	3	0.963	-0.372	0.0	—	—	4	1.287	0.418	0.0	4	0.511	0.0	135
12	3	0.483	3	0.579	-0.395	0.0	—	—	4	1.096	0.403	0.0	4	1.208	0.0	135

layer pattern	layer1				layer2				layer3							
	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(3)	(4)					
13	3	0.483	3	0.552	-0.398	0.0	3	0.482	4	0.920	0.424	0.0	—	—	—	—
14	3	0.483	3	0.482	-0.404	0.0	3	0.482	4	0.805	0.418	0.0	—	—	—	—
15	3	0.483	3	0.552	-0.398	0.0	3	0.482	4	1.841	0.454	0.0	—	—	—	—
16	3	0.483	3	0.482	-0.404	0.0	3	0.482	4	1.611	0.449	0.0	—	—	—	—
17	3	0.483	3	0.579	-0.395	0.0	3	0.482	4	0.614	0.403	0.0	—	—	—	—

- (1) Reinforcement bar designation (#3, #4, #9) and layer thickness in normalized ζ -coordinate for x' -reinforcement ($\times 100$)
(2) Reinforcement bar designation (#3, #4, #9) and layer thickness in normalized ζ -coordinate for y' -reinforcement ($\times 100$)
(3) Layer position in normalized ζ -coordinate (top : $\zeta = +1$; bottom : $\zeta = -1$)
(4) Angle between (1) and the longitudinal axis (degrees)

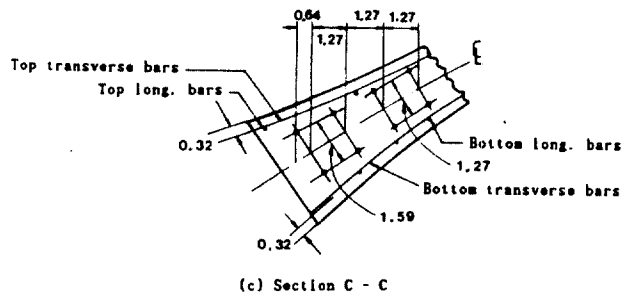
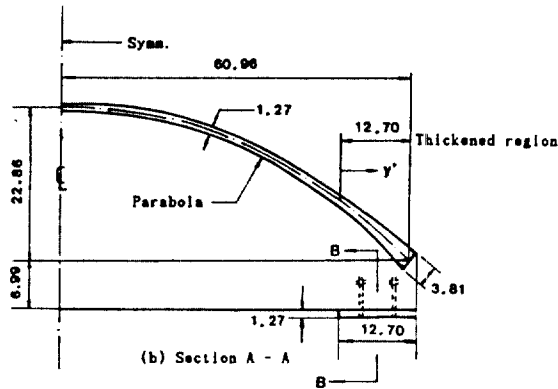
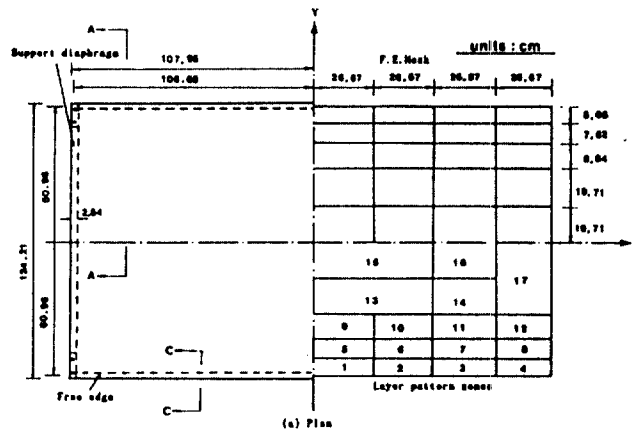


그림 10. Details and idealization for Hedgren's shell

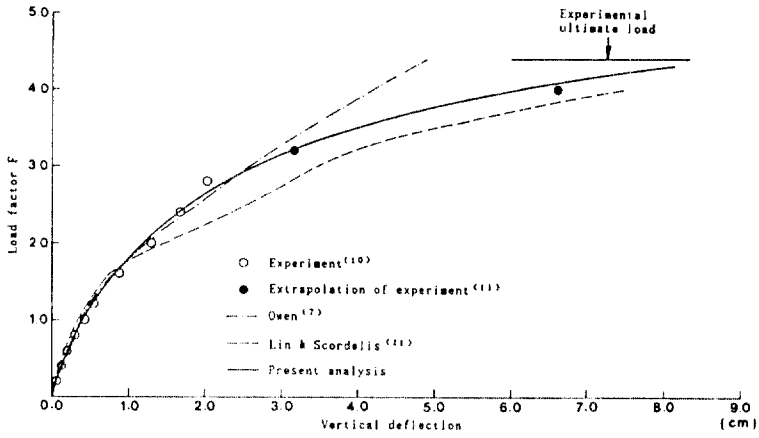


그림 11. Load-deflection curves at midspan of edge for Hedgren's shell

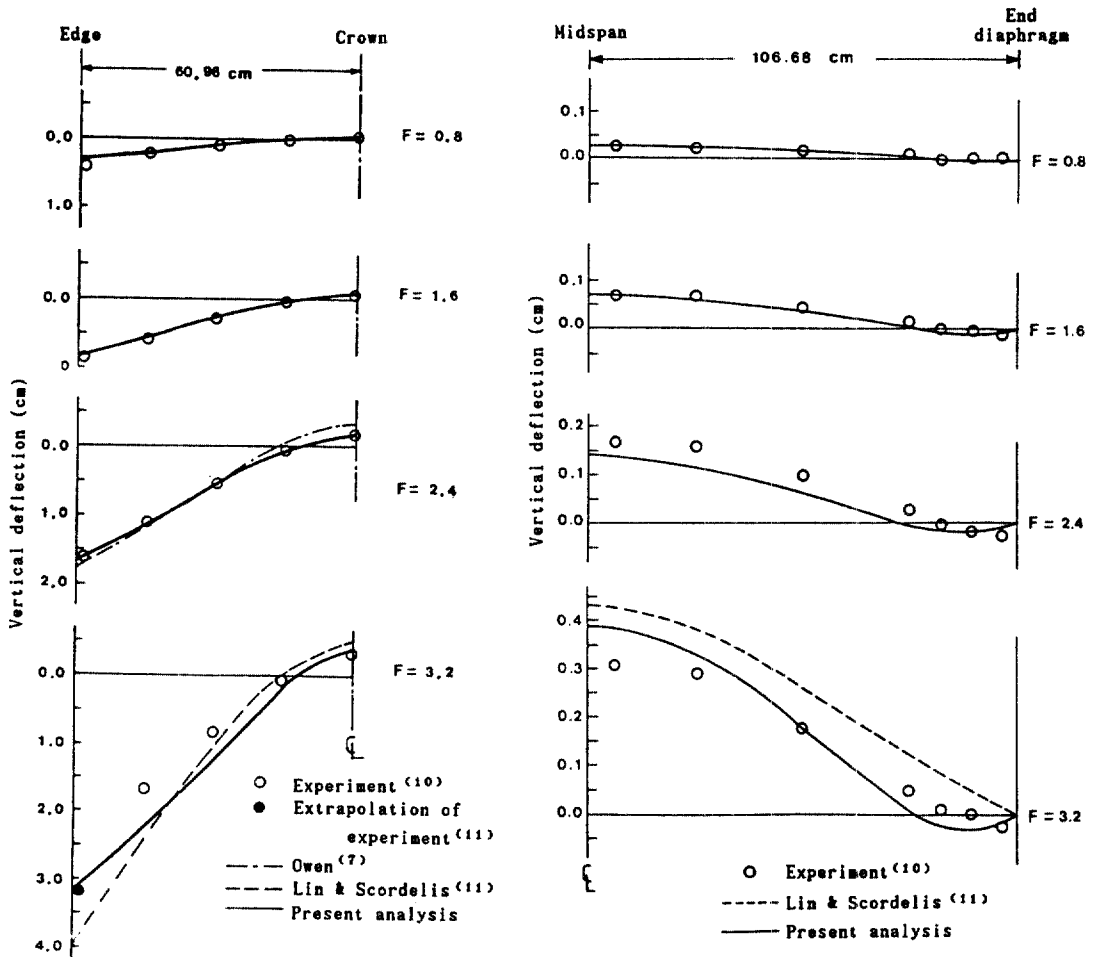
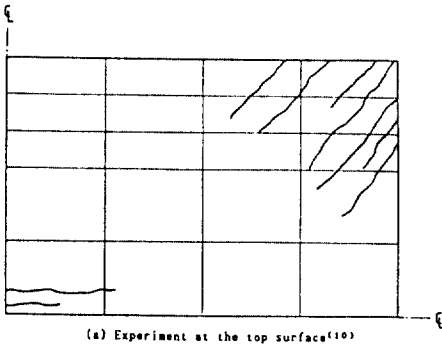
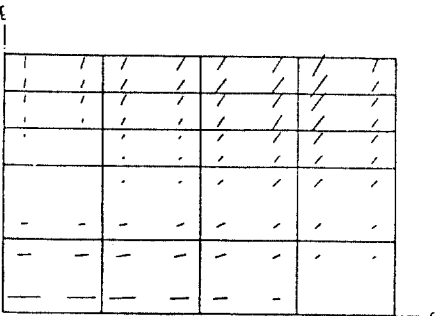


그림 12. Vertical deflection at midspan transverse section for Hedgren's shell

그림 13. Longitudinal variation of vertical deflection along the crown for Hedgren's shell



(a) Experiment at the top surface⁽¹⁰⁾



(b) Present analysis at the top surface

그림 14. Crack patterns for Hedgren's shell

본 연구에서는 셸의 舉動을 정확히 파악하는 것이 목적이므로 셸에 대해서는 철근의 배근상태를 고려하여 그림 10(a)와 같이 요소를 미세하게 분할 하였으며, 隔壁에 대해서는 셸에 비해 거칠게 요소 분할하였다. 충분함에 있어서 콘크리트는 셸과 隔壁 모두에 대해 8개층으로 분할하였다. 철근층은 셸의 경우 傾斜鐵筋까지 고려하기 위하여 3개층으로 하였으며, 隔壁은 2개의 층으로 분할하였다. 여기서 시험체의 복잡한 철근의 배근상태를 고려하기 위해서 층의 패턴에 대한 종류를 셸에 대해 그림 10(a)와 같이 17가지로 하였으며, 隔壁에 대해서는 1가지로 하였다. 각 층의 패턴의 종류에 대한 철근층의 두께와 위치 및 영향을 표 4에 나타내었다.

해석은 材料的 및 幾何學的 非線形성을 동시에 고려하였다. Hedgren의 실험에서 셸의 設計荷重은 0.0366kg/cm^2 이었으므로, 이에 대해 본 해석에서는 실험치와 해석치를 나타낼 때 설계하중에 대한 작용하중의 비인 荷重係數 F 의 향으로 작용하중을 나타내었다. 이와 같이 하여 해석한 결과를 그림 11~14에 나타내었다. 여기서 그림 11은 荷重係數

F 값에 따른 테두리부분의 지간중앙에서의 垂直變位를 나타낸 것으로 Hedgren⁽¹⁰⁾의 실험치와 Owen⁽⁷⁾과 Lin⁽¹¹⁾의 해석치를 함께 나타내었다.

그림 12는 지간중앙의 횡단면에 대한 垂直變位를 나타낸 것이며, 그림 13은 頂部に 연한 垂直變位の 종방향 변화를 나타낸 것이다. 여기서 Owen의 해석치는 材料的 및 幾何學的 非線形성을 동시에 고려하여 해석한 결과이며, Lin의 해석치는 철근에 대해서 표3에 나타낸 極限強度를 사용하여 材料的 非線形性만을 고려한 결과이다. 이와 같은 결과들로부터 본 연구의 해석치가 Hedgren의 실험치와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 極限荷重에 있어서는 Lin의 해석치는 실험치와 10%의 오차를 보인 반면에, 본 연구와 Owen의 해석치는 각각 2.2%와 0%의 오차를 나타내었다. 그림 14는 $F=3.2$ 일 때 실험결과와 해석결과의 균열패턴을 나타낸 것이다. 해석결과에 의하면 $F=0.6$ 일 때 테두리 중앙부분 하면에서 휨균열이 발생하기 시작한다. $F=1.6$ 일 때에는 셸의 모서리부분에서 사방향 균열이 형성되어 하중이 증가함에 따라 頂部근처로 발달하고, $F=3.2$ 일 때에는 頂部에서 상부균열이 종방향으로 형성되어 하중이 증가함에 따라 테두리부분으로 내려오는 균열패턴을 나타내었다. 이러한 균열패턴의 경향은 실험결과와 잘 일치한다.

3. 結 論

본 연구에서는 材料的 및 幾何學的 非線形성을 고려하여 철근콘크리트 셸구조를 해석할 수 있는 數值解析 프로그램 "RCSHELL"을 개발하였다. 앞의 수치해석예의 결과로부터 본 연구의 범위에서 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 단조증가하중을 받는 철근콘크리트 셸구조의 균열발생에서부터 철근의 항복 및 파괴에 이르는 모든 應力狀態에 대한 非線形 舉動을 정확하게 해석할 수 있다.

(2) Total Lagrangian에 의한 Green-Lagrange변형도에 Von Karman의 가정을 도입하여 幾何學的 非線形성을 고려함으로써 荷重과 變位の關係를 정확히 파악할 수 있다.

(3) 材料的 非線形성을 고려하기 위해서 균열 발생 후의 콘크리트 引張剛性 및 壓縮剛性, 균열면에서의 剪斷傳達剛性, 철근의 附着 등에 대한 각각의

구성식을 조합하여 유한요소해석에 적용함으로써 材料的 非線形성을 정확하게 고려할 수 있다.

(4) 層狀化 技法을 도입함으로써 두께방향에 대한 균열의 進行과 콘크리트 및 철근의 應力을 정확하게 추적할 수 있다.

(5) 콘크리트의 균열모델로서 分散龜裂모델을 사용함으로써 入力 데이터가 離散龜裂모델을 사용하는 경우보다 간단하다.

(6) 프로그램 “RCSHELL”은 汎用性을 갖게 하기 위하여 FORTRAN 77에 근거하여 작성되어 있고, 연립방정식의 해법으로서 frontal method을 도입하였으므로 小型컴퓨터에서도 쉽게 사용할 수 있다.

(7) 본 연구의 解析方法은 철근콘크리트 보, 판, 셸구조 등과 같이 거의 모든 부재에 적용될 수 있으나, 3軸應力狀態가 현저한 경우에는 다소 어려움이 따른다.

參 考 文 獻

1. 金雲鶴, 申鉉穆, 申鉉默, “鐵筋콘크리트 셸構造의 非線形 解析(),” 大韓土木學會, 論文集 第11卷, 第1號, 1991. 3.
2. Surana, K. S., “Geometrically nonlinear formulation for curved shell elements,” *Int.J.Num. Meth. Eng.*, Vol.19, 1983, pp.581-615.
3. Dhatt, G. S., “Instability of thin shells by the finite element method,” *In IABSE Symp. for Folded Plates and Prismatic Structures*, Vienna, Sep. 1970.
4. Bresler, B. and Scordelis, A. C., “Shear strength of reinforced concrete beams,” *ACI Journal*, Vol. 60, NO.1, 1963, PP.51-74.
5. Jofreit, J. C. and McNeice, G. M., “Finite element analysis of reinforced concrete slabs,” *ASCE*, Vol.97, No.ST3, Proc. Paper 7963, Mar. 1971, pp.785-806
6. Chan, E. C., “*Nonliner geometric, material and time dependent analysis of reinforced concrete shells with edge beams.*” PhD dissertation, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, University of California, Berkely, UC-SESM Report No. 82--8, Dec. 1983.
7. Owen, D. R. J., Figueiras, J. A. and Damjanic, F., “Finite element analysis of reinforced and prestressed concrete structures including thermal loading,” *Cmp. Meth. Appl. Eng.*, Vpl.41, 1983, pp.323-366.
8. Bouma, A. L., Van Riel, A. C., Van Koten, H. and Beranek, W. J., “Investigations on models of eleven cylindrical shells made of reinforced and prestressed concrete,” *Symposium on Shell Research*, Delft, 1961.
9. Arnesen, A., Soresen, S. I. and Bergan, P. G., “Nonlinear analysis of reinforced concrete,” *Computers and Structures*, Vol.12, 1980, pp.571-579.
10. Hedgren, A. W., “*A numerical and experimental study of translational shell roofs.*” PhD Thesis, Princeton University, New Jersey, 1966.
11. Lin, C. H. and Scordelis, A. C., “Finite element study of a reinforced concrete cylindrical shell through elastic, cracking, and ultimate ranges,” *ACI Journal*, Vol.71, No.11, Nov. 1975, pp.628-633.

(接受:1991. 1. 17)