

컴퓨터를 이용한 차체 피로손상 해석



● 1957년생.
● 구조체적화를 전공하였으며, 충돌, 피로 및 최적문제에 관심을 가지고 있다.

서명원

기아자동차(주) 중앙연구소



● 1964년생.
● 스테인레스강의 피로 거동을 전공하였으며, 자동차부품의 피로 해석 및 최적화에 관심을 가지고 있다.

김중재

기아자동차(주) 중앙연구소

1. 머리말

차량의 운행중 차체는 노면(路面)의 거칠기에 기인하여 진동하게 되고 이런 진동의 응력 진폭이 큰 부위는 피로 파괴가 일어날 가능성이 높다. 따라서 차량의 목표 수명이 정해졌을 경우, 양산 전(量産前) 단계에서 차체의 수명을 예측 해석하는 것은 매우 중요한 일이다.

지금까지 노면의 상태에 따른 차량의 승차특성이나 안락성을 평가하는 데는 주파수 응답 해석과 확률적 구조 동역학이 사용되어 왔다.^(1,2) 이 과정에서 노면의 거칠기는 매우 불규칙하여 랜덤 프로세스로만 기술될 수 있으므로 신뢰성 있는 해석을 위해서 랜덤 주파수 해석이 도입되었다.

마찬가지로 차체의 피로수명 해석을 위해서는 노면의 거칠기에 따른 랜덤 주파수 해석을 통해 응력 진폭의 확률분포를 구해야 한다. 이렇게 응력 진폭 혹은 최고 응력의 확률 분포를 얻는 과정에서, 랜덤 입력에 대한 실제 구조물의 응답이 가우시안 분포와 다르게 나타남을 고려하여 실험 결과를 이용한 확률 분포 함수인 와이블 함수를 사용함이 타당하다.^(3~5) 여기서는 랜덤 주파수 해석을 통해 응력 진폭의 확률 분포를 얻고 이 결과를 마이너의 법칙에 적용하여 차체 각 부위의 피로 수명을 얻는 과정을 제시하였다.

2. 피로 수명 해석 절차

2.1 이론적 배경

(1) 랜덤 주파수 응답

주행시 차량이 겪게 되는 노면의 불규칙한 윤곽과 이에 따른 차체의 랜덤 진동은 그 변위나 응력 등의 이력(time history) 일부가 전체를 대표할 수도 없으며, 이력을 주파수 영역으로 푸리에 변환할 수도 없다. 그러나 랜덤 프로세스가 정적(stationary)이라면 식 (1)과 같이 정의되는 상관 함수는 푸리에 변환이 가능하다.^(6,7)

$$R_{ij}(s) \equiv \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u_i(t) u_j(t-s) ds \quad (1)$$

여기서, t 는 시간 $u_i(t)$, $u_j(t)$ 는 랜덤 프로세스이다. 식 (1)에서 u_i 와 u_j 가 같은 랜덤 프로세스일 경우 $R(t)$ 를 자기-상관(auto-correlation) 함수라 하며, 다른 랜덤 프로세스일 경우에는 상호-상관(cross-correlation) 함수라 한다. 이런 함수를 푸리에 변환시킨 함수 ($S(\omega)$)를 파워 스펙트럼 밀도(power spectral density) 함수(이후 PSD라 略함)라 한다.

$$S_{ij}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(s) \exp(-i\omega s) ds \quad (2)$$

한편 차량과 같은 구조물을 유한요소화하였을

경우, 입력 PSD, $S_{ij}(\omega)$,에 대한 출력 PSD, $S_{ki}(\omega)$ 의 관계는 식 (3)과 같이 주어진다.

$$S_{ki}(\omega) = \sum_i \sum_j H_{ki} H_{ij}^* S_{ij}(\omega) \quad (3)$$

식 (3)에서 $H_{ki}(\omega)$ 는 주파수 영역에서 i 자유도의 단위 입력에 대한 k 자유도의 출력을 나타내는 전달 함수이며, 위첨자 *는 공액의 의미를 가진다. 이 글에서의 관심은 차량의 4바퀴로부터의 입력에 대한 차체 각 유한 요소의 응력이다. 식 (3)에서 S_{ij} 의 i, j 는 차량의 바퀴를 나타내며 H_{ki} 는 i 번째 바퀴의 입력에 대한 차체의 k 요소의 응력 전달 함수이다. 여기서는 자체-상관이 주 관심이므로 식 (3)을 간단히 식 (4)와 같이 쓸 수 있다.

$$S_{kk}(\omega) = \sum_i \sum_j H_{ki} H_{kj}^* S_{ij}(\omega) \quad (4)$$

이 때 랜덤 프로세스의 평균값을 '0'으로 하면 어떤 프로세스, $u_i(t)$ 의 분산값에 해당되는 평균 제곱값, $\overline{u_i^2}$ 은 식 (5)와 같다.

$$\overline{u_i^2} = R_i(0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty S_{ii}(\omega) d\omega \quad (5)$$

그리고 프로세스가 갖는 평균 주파수에 해당되는 영점 통과수(number of positive zero crossings), ν_o^+ 는 식 (6)과 같다.

$$\nu_o^+ = \int_0^\infty \omega^2 S_{ii}(\omega) d\omega / 2\pi \int_0^\infty S_{ii}(\omega) d\omega \quad (6)$$

(2) 와이블 분포 함수

입력이 광역(wide-band) 프로세스일 때 강한 공진(resonant vibration)을 하는 시스템의 응답은 협역(narrow band) 가우시안 프로세스라고 알려져 있으며, (6) 이 경우 응답의 최고치의 이론적 분포는 레일리 분포를 따른다. 그러나 이와 같은 분포 함수는 실제의 경우와 다를 때가 많으며, (3) 차체의 진동에 대해서도 역시 레일리 분포를 고려하는 것은 무리가 있으리라 보인다.

레일리에 분포함수에 대해 랜덤하게 선택된 최고치의 값이 x 보다 작은 확률은 아래에 나타낸 식 (7)로 주어진다.

$$P\left(\frac{\text{peak}}{x_o} < \frac{x}{x_o}\right) = P_p(x) = 1 - \exp(-\ln(2) (x/x_o)^2) \quad (7)$$

위 식에서 x_o 는 식 (8)로 주어지는 중간 최고치(median peak height)이다. $P_p(x)$ 가 1/2일 때의 x 값을 중간 최고치라 한다.

$$x_o = \sigma \sqrt{2 \ln(2)} \quad (8)$$

위 식의 σ 는 표준편차이다. 식 (8)의 지수값 2를 n 으로 대치하면 보다 일반적인 분포를 근사적으로 표현하는 와이블 확률 분포 함수가 된다. 이 경우 n 을 와이블 지수라 한다.

$$P_p(x) = 1 - \exp(-\ln(2) (x/x_o)^n) \quad (9)$$

위의 함수는 n 값이 변해도 중간 최고치의 값은 변하지 않는 성질을 갖는다. 이로부터 최고치가 x 값을 갖는 확률 밀도 함수를 식 (9)를 미분하여 얻으면 식 (10)과 같다.

$$p(x) = n \ln(2) \left(\frac{x}{x_o}\right)^{n-1} \exp(-\ln(2) \left(\frac{x}{x_o}\right)^n) \quad (10)$$

n 값의 변화에 따른 이 밀도 함수 값을 최고치에 대해 그린 것이 그림 1이다. 그림 1로부터 알 수 있듯이 n 이 커질수록 최고치의 분포

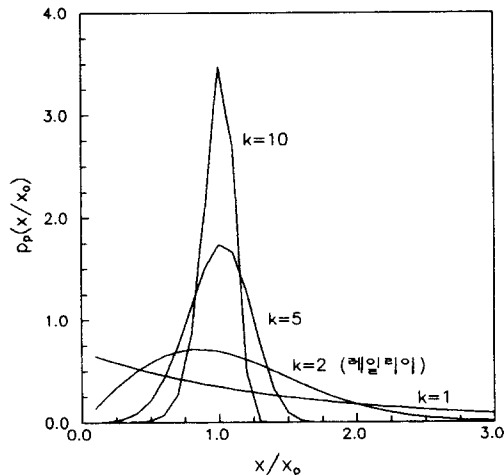


그림 1 와이블 확률 밀도 함수

가 중간값 근처로 집중됨을 알 수 있다. 이와 같이 n 값에 따라 분포의 성질이 크게 변하므로 이 값의 결정은 가능한 한 실험의 결과에 따르는 것이 바람직할 것이다. 이 경우 실험을 통해 얻은 $\ln(-\ln(p(x)))$ 의 $\ln(x)$ 에 대한 기울기가 n 값이다.

응력 출력의 평균값이 '0'일 경우 최고치의 크기가 곧 진폭이 되므로 식 (10)은 응력 진폭의 확률 분포가 된다.

(3) 피로 손상

이상으로부터 얻은 각 요소의 응력의 확률 분포와 평균 주파수를 마이너법칙에 적용하면 식 (11)과 같은 단위 시간당의 k 요소의 손상 값을 얻을 수 있다.

$$D_k = \nu_0 \int_0^\infty \frac{p_k(x)}{N(x)} dx \quad (11)$$

식 (11)에서 $N(x)$ 는 응력 진폭이 x 일 때의 피로수명이며 $p_k(x) dx$ 는 k 요소의 응력 진폭이 x 에서 $x+dx$ 사이에 위치할 기대치이다. 식 (11)로 얻은 손상의 역수가, 노면 윤곽에 대한 PSD를 얻은 속도로 차량이 달릴 경우의 수명시간이므로 k 요소의 파단까지의 주행거리, $l_{fatigue}$ 는 식 (12)와 같다.

$$l_{fatigue} = V/D_k \quad (12)$$

이 때 V 는 차량의 속도이다.

2.2 해석 절차 및 기법

(1) 노면 윤곽 데이터

많은 불규칙한 노면 윤곽이 정적 랜덤 프로세스(stationary random process)로 서술이 가능하며, 이에 대한 PSD가 주파수 영역에서 식 (13)과 같이 표현된다고 보고되고 있다. (1,2,8)

$$S(\Omega) (M^2/cyc/M) = C \Omega^{-N} \quad (13)$$

위 식에서 Ω 는 단위가 radians/length인 공간 주파수(spatial frequency)이며 C 와 N 은 노면 윤곽에 따른 상수이다.

이 글에서는 대표적인 악로 중의 하나로 생각되는 벨지안 블럭형 노면에 대한 차체의

피로수명을 해석하고자 한다. 벨지안 블럭형 노면 거칠기의 공간 주파수에 따른 PSD값을 그림 2에 나타냈다. 이 노면에 대한 상수 C 와 N 의 값은 각각 4.2×10^{-3} 과 -3 이다.

한편 주파수 영역에서의 시간 주파수(temporal frequency), f 에 따른 차체의 랜덤 응답을 얻기 위해서는 시간 주파수에 따른 PSD값을 아는 것이 중요하며 이 값은 식 (14)로 얻어진다.

$$S^o(f) (M^2/cyc/sec) = S(\Omega)/V \quad (14)$$

이 값이 4개의 바퀴에 가해지는 노면 윤곽의 자체-상관 스펙트럼 밀도 함수이다. 즉 식 (3) 우변의 입력 PSD 중 자체-상관 스펙트럼 밀도 함수들은 식 (15)와 같다.

$$\begin{aligned} S_{11}(\omega) &= S_{22}(\omega) = S_{33}(\omega) \\ &= S_{44}(\omega) = 2\pi S^o(f) \end{aligned} \quad (15)$$

위 식에서 아래첨자 1, 2, 3, 4는 각각 좌측전륜, 우측전륜, 좌측후륜, 우측후륜을 가리킨다. 또 랜덤한 노면을 따라 평행한 차축 사이에는 상관성이 없으므로 다음 상호-상관 스펙트럼 밀도 값들은 식 (16)과 같이 '0'이 된다.

$$\begin{aligned} S_{12} &= S_{21} = S_{34} = S_{43} = 0 \\ S_{14} &= S_{41} = S_{23} = S_{32} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

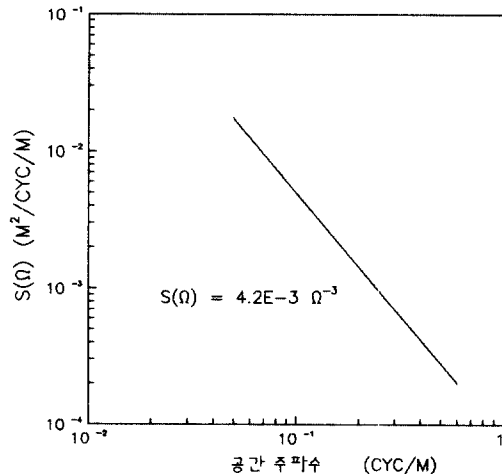


그림 2 벨지안 블럭형 노면의 파워 스펙트럼 밀도

하나의 자취에 속하는 전륜과 후륜의 자취는 전륜과 후륜 사이의 시간 지체(τ)를 갖는 동일한 것이므로 나머지 상호-상관 스펙트럼 밀도 값들은 식 (17)로 표현된다.

$$S_{13}(\omega) = S_{24}(\omega) = S_{31}(\omega) = S_{42}(\omega) = 2\pi S^o(f) \exp(-2\pi i f \tau) \quad (17)$$

식 (17)에서 τ 는, 축간 거리(wheel base)를 w 라 하면 식 (18)과 같다.

$$\tau = w / V \quad (18)$$

이상의 입력 상호-상관 스펙트럼 밀도 행렬을 정리하면 식 (19)와 같다.

$$[S_{ij}(f)] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix} = 2\pi S^o \begin{bmatrix} 1 & 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a \\ a & 0 & 1 & 0 \\ 0 & a & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$a = \exp(-2\pi i f \tau)$$

(2) 컴퓨터 프로그램

빔, 판, 스프링, 댐퍼 및 집중 질량 요소를 이용하여 타이어, 엔진 및 승객까지를 고려한 차량 전체에 대한 모델을 그림 3에 보였다. 관심의 대상이 되는 차체는 판 요소로 모델화되었다. 차체의 요소가 받는 응력 상태는 1축이 아닌 다축응력 상태이므로 피로 수명 예측을 위해서는 기준이 되는 하나의 응력값을 정하는 것이 중요하다.

대개의 응력이 탄성 한도내에 속할 경우 피로 파괴는 국부 소성 변화에 따른 표면 균열의 생성에 의해 주도되므로 이런 경우 다축 응력 상태를 대표할 응력값으로 폰 미제스 응력을 고려하는 것이 타당하다.⁽⁹⁾

여기서는 차량의 주파수 응답을 구하는데 MSC/

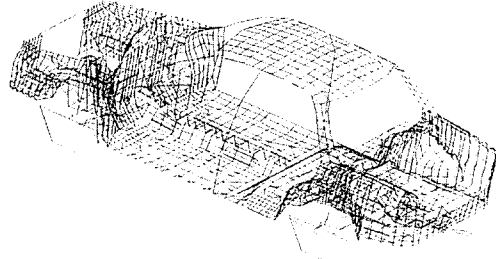


그림 3 해석에 사용된 차량의 유한 요소 모델

NASTRAN을 사용하였다. NASTRAN 자체에서도 주파수 응답을 얻은 후의 처리 과정으로 랜덤 진동에 대한 평균 제곱값과 영점 통과 수 값을 구할 수 있으나 폰 미제스 응력에 대한 출력이 제공되지 않아 사용할 수 없었다. 상호-상관 스펙트럼 밀도에 대한 계산의 복잡성을 제거하기 위해 먼저 좌측전륜에 크기 1인 백색 노이즈(white noise)를 주고 좌측후륜에는 같은 노이즈에 식 (14)로 주어진 시간만큼의 지체를 준 입력을 주고 해석을 실시하고 우측전륜 및 후륜에 대해서도 같은 방법으로 해석을 시행하였다. 이때 차량의 속도는 40km/h로 하였다. 이와 같은 해석 방법을 쓰면 상호-상관 스펙트럼 밀도 행렬에 포함된 $\exp(-2\pi i f \tau)$ 항을 전달 함수 쪽에서 고려한 것이 된다. 즉, 식 (4) 및 식 (19)에 의해 식 (20)과 같이 나타낼 수 있다.

$$S_{kk}(\omega) = \sum_i \sum_j H_{ki} H_{kj}^* S_{ij}(\omega) = H_{k1} H_{k1}^* S_{11} + H_{k1} H_{k3}^* S_{13} + H_{k3} + H_{k1}^* S_{31} + H_{k3} H_{k3}^* S_{33} + H_{k2} H_{k2}^* S_{22} + H_{k2} H_{k4}^* S_{24} + H_{k4} H_{k2}^* S_{42} + H_{k4} H_{k4}^* S_{44} = 2\pi S^o(f) \{ |H_{k1} + H_{k3} \exp(-2\pi i f \tau)|^2 + |H_{k2} + H_{k4} \exp(-2\pi i f \tau)|^2 \} = 2\pi S^o(f) \{ |(H_k)_L|^2 + |(H_k)_R|^2 \} \quad (20)$$

식 (20)에서 H_L, H_R 은 각각 좌측전·후륜 입

력에 대한 전달 함수와 우측전·후륜 입력에 대한 전달 함수를 나타낸다.

우리의 관심은 폰 미세스 응력이므로 이의 PSD를 구하는 과정을 구체적으로 기술하면, 앞에서 설명한 바와 같이 좌우측에 시간 지체가 있는 백색 노이즈 입력에 대한 각 요소의 출력 응력들, 즉 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ 의 전달 함수(이를 각각 요소 k 에 대해 복소함수 $H_k^x(w), H_k^y(w), H_k^{xy}(w)$ 라 표현하자)로부터 폰 미세스 응력을 구한다. 폰 미세스 응력은 식 (21)로 표현된다.

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + 6\tau_{xy}^2)^{1/2} \quad (21)$$

또한 폰 미세스 응력의 전달 함수, $H_j^v(w)$ 은 식 (22)와 같다.

$$H_k^v(w) = \frac{1}{\sqrt{2}}\{(H_k^x(w) - H_k^y(w))^2 + H_k^x(w)^2 + H_k^y(w)^2 + 6H_k^{xy}(w)^2\}^{1/2} \quad (22)$$

폰 미세스 응력은 시간 영역에서는 식 (21)에서 보듯이 음의 값을 가질 수 없으나, 주파수 영역에서는 식 (22)가 진폭의 크기만을 표현하므로 부호를 가진 폰 미세스 응력으로 전환된 형태이다. 식 (22)와 같은 계산을 통해 주파수에 따른 $H_k^v(w)$ 의 값을 얻으면 출력 폰 미세스 응력의 자체-상관 스펙트럼 밀도 함수는 식 (20)에 의해 식 (23)과 같이 나타낼 수 있다.

$$S_{kk}^v(w) = 2\pi S^o(f) \{ |(H_k^v)_L|^2 + |(H_k^v)_R|^2 \} \quad (23)$$

이 값을 식 (5), (6), (7), (8)에 적용 계산하면 평균 제곱값과 영점 통과수 값 및 단위시간당의 손상을 얻을 수 있다. 여기서는 이와 같이 얻어진 각 요소의 손상 값을 가시화하기 위해 출력을 전처리 및 후처리 프로세서인 CAEDS의 UNIVERSAL 화일 형태로 써 주어 등고선도화할 수 있도록 하였다. 이상 직접 주파수 응답 해석의 후처리 과정에 대한 프로그램은 FORTRAN77로 작성하였으며, NASTRAN과 함께 CRAY YMP에서 실행하였다. 결과로 얻어진 UNIVERSAL 화일은 IBM 5080 그래픽 단말기에서 등고선도의 형태로 나타내었다. 그림 4는 해석 과정을 흐름도로 보인 것이다.

3. 결과 및 검토

차체에 속하는 한 요소의 폰 미세스 응력에 대한 전달 함수를 직접 주파수 응답 해석법으로부터 구하였고, 이를 그림 5에 나타내었다. 이와 같이 구해진 주파수 응답으로부터 벨지안 블럭형 노면의 PSD를 고려하여 동일한 요소의 응답 PSD를 구하고 이로부터 평균 제곱값 및 영점 통과수 값이 얻어진다. 모든 차체 내의 판 요소에 대해 이상과 같은 과정을 통해 평균 제곱값과 영점 통과수를 구하였다. 한편

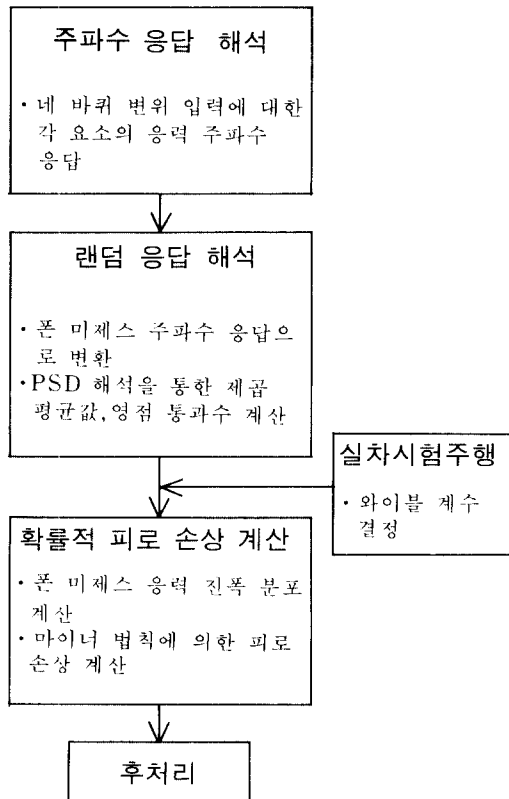


그림 4 해석과정 흐름도

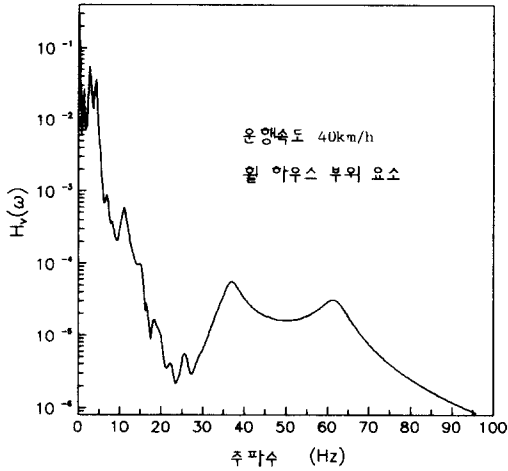


그림 5 폰 미세스 응력 전달 함수

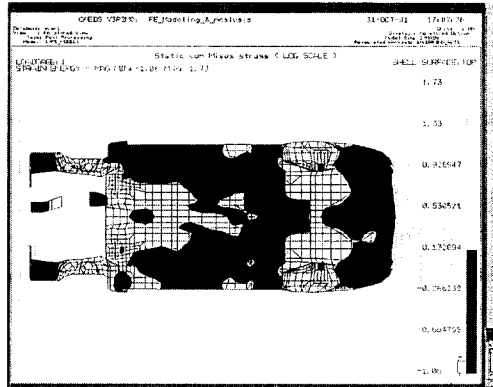


그림 7 차체의 정적 응력

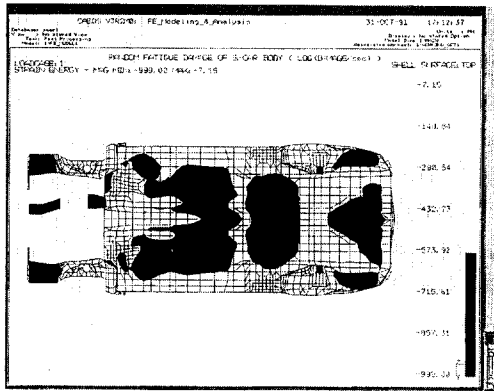


그림 6 차체의 피로손상

모델화된 차체의 실제 와이블 지수값을 얻기 위해 실차의 여러 부위에 스트레인 게이지를 부착하여 여러 종류의 악로를 시험 주행하고 최고 응력값의 와이블 분포를 구해 보았다. 계산결과 부위와 도로의 상태에 크게 영향받지 않고 와이블 지수값이 약 1.6임을 알 수 있었고, 이를 계산에 적용하였다. 이 값들을 마이너법칙에 적용하여 얻은 피로 손상 값을 그래픽으로 나타낸 결과가 그림 6이다. 그림 6에 보인 결과는 모델 차량을 밑에서 바라본 경우에 대한 것이다. 결과 손상값으로부터 알 수 있듯이 해석에 사용된 차체는 바퀴를 통해 전

달되는 반복 응력에 대해 휠 하우스 부위가 가장 취약함을 알 수 있고 벨지안 블럭형 노면에 대해 가장 큰 손상이 $9.82 \times 10^{-7}/\text{sec}$ 이므로 약 14,000km 주행이 가능하다는 결론을 얻을 수 있다.

한편 바퀴로 전달되는 정적힘에 의한 차체의 응력 형태와 피로 손상의 관계를 보기 위해 바퀴 중심에 단위 변위를 준 경우의 정적 응력을 구해 보았다. 폰 미세스 응력에 대한 결과가 그림 7이다. 이 그림을 앞의 피로 손상과 비교해보면 차체의 정적 응력 집중 부위와 동적 응력에 의한 피로 손상의 집중 부위가 서로 다를 수 있다. 이처럼 차체와 같이 강성이 크지 않은 구조물에 대해 정적 응력으로부터 피로 손상을 계산하려 할 경우 큰 오류를 가질 수 있음을 지적할 수 있겠다.

이후 차량 전체의 피로 해석을 위해서는 이 글에서 제시한 차체 해석 외에 샤시부품 및 엔진에 대한 피로 해석이 이루어져야 할 것이다. 이 중 샤시 부품은 차체와 같이 노면의 윤곽에 의해 주요 피로 하중을 받으나 강성이 크기 때문에 바퀴 중앙의 움직임에 따른 응력 해석을 주파수 영역보다는 시간 영역에서 행하는 것이 보다 나은 결과를 얻을 수 있다. 샤시 부품에 대한 피로 해석은 이 논문과 연결되는 일련의 소프트웨어 개발 작업의 일환으로 전개될 것이다.

4. 맺음말

짧은 시간의 주행 실험과 랜덤 응답 해석을 통한 차체의 피로수명을 해석하는 방법을 제시하였다. 주파수 영역에서 다축 응력을 폰 미제스 응력으로 변환시키고 응력 진폭의 확률 분포를 와이블 분포를 고려하여 처리함으로써 더욱 신뢰도가 큰 해석이 되도록 하였다.

여기에 제시된 해석 과정은 일반적으로 적용 가능한 것으로, 양산 전 단계의 차체 피로 설계에 좋은 참고가 될 것이다.

참고문헌

- (1) Van Deusen, B.D., 1967, "Analytical Techniques for Designing Riding Quality into Automotive Vehicles," SAE Trans., Vol. 76, Paper No. 67002.
- (2) Howell, L.J., 1974, "Power Spectral Density Analysis of Vehicle Vibration Using the NASTRAN Computer Program," SAE Trans., Paper No. 740328.
- (3) Newland, D.E., 1984, "An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis, Longman Inc., NY, pp. 218~222.
- (4) Hay, N.C. and Dodds, C.J., 1987 "Vehicle Load Histories : The Duality of Vibration and Fatigue Spectra," SAE Trans., Paper No. 871938.
- (5) Fei, G. and Ping, C., 1986, "Stress Analysis and Fatigue Life Prediction," SAE Trans., Paper No. 861395.
- (6) Crandall, S.H., and Mark, W.D., 1973, "Random Vibration," Academic Press.
- (7) Bendat, J.S. and Piersol, A.G., 1980, "Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis," A Wiley Interscience Publication.
- (8) Dodds, C.J., 1973, "The Laboratory Simulation of Vehicle Service Stress," Presented at the ASME Design Engineering Technical Conference, Cincinnati, Ohio, ASME Paper No. 73-DET-24.
- (9) Conle, F.A., 1987, "Durability Analysis under Complex Multiaxial Loading," SAE Trans., Paper No. 871969.