

〈論 文〉

이방성재료에 대한 코스틱스법의 적용

백명철* · 최선호** · 황재석*** · 김원현****

(1992년 5월 7일 접수)

Application of the Method of Caustics into Anisotropic Materials

M.C. Baik, S.H. Choi, J.S. Whang and W.H. Kim

Key Words : The Method of Caustics(코스틱스법), Anisotropic Materials(이방성재료), Characteristic Root(특성근), Stress Intensity Factor(응력 확대계수), Specific Point Method(특정점법), Specific Length Method(특정길이법)

Abstract

This paper studies the applicability of the method of caustics into anisotropic materials under mode I and mixed mode static loading conditions and introduces the procedure to obtain stress intensity factors(S.I.F.) in anisotropic materials by the method of caustics. The mapping equations for initial and caustic curves in anisotropic materials were introduced and their computer graphical images were compared to the experimental ones to check the validity of the mapping equations proposed in this paper. The agreement between them was found to be satisfactory. Two kinds of method to determine S.I.F. in anisotropic materials by the method of caustics were proposed in this paper and applied into the orthotropic materials under various loading conditions. In the case of mode I loading condition, the S.I.F.'s obtained by this paper's methods were found to be quite similar to the results by other method, boundary element method(B.E.M.) and in the case of mixed loading condition, the S.I.F.'s by this paper and B.E.M. showed a little differences(2.2-24.4%) with respect to the slanted angle of crack.

1. 서 론

이방성체의 응력확대계수는 등방성체와 같은 형태로 정의 되며 무한판의 경우에는 양자(兩者)가 일치 한다. 그러나 유한판의 경우에는 이방성체의 응력확대계수가 재료정수에 의존하므로 등방성체와는 다른 값을 갖게 된다.⁽¹⁾ 따라서 이방성체의 균열주위에 발생하는 응력, 변형률 및 응력확대계수를

구하는 방법은 등방성체와 다르게 되며, 지금까지 개발된 방법에는, 복소함수를 사용하는법,⁽²⁾ 경계선점법,⁽³⁾ 특이적분 방정식법,⁽⁴⁾ 경계요소법,⁽⁵⁾ 경계적분법,⁽⁶⁾ 유한요소법⁽⁷⁾ 등의 이론 및 수치해석적 방법과 모아레법,⁽⁸⁾ 광탄성법,⁽⁹⁾ 코스틱스법⁽¹⁰⁾ 등의 광학적 실험방법이 있다. 이론 및 수치해석적 방법은 신속, 정확한 장점은 있으나 실물에 직접 적용할 때는 실물의 경계조건을 정확히 설정하지 못하는 단점도 있다. 그러나 실험적 방법은 대개 모델실험 이므로, 복잡한 실물의 경계조건을 실제와 근사하게 구현하기가 용이한 경우가 많다.

위의 실험적 방법 중 모아레법과 광탄성법은 어느 부분의 응력분포 상태를 전시야적으로 파악할 수

*정회원, 영남전문대학 자동차과

**정회원, 영남대학교 기계설계학과

***정회원, 영남대학교 기계공학과

****정회원, 영남대학교 대학원

있는 장점이 있어 파괴역학의 여러분야에서 사용되고 있으나, 균열첨단등과 같은 특이점 부근에서는 광학패턴(optical pattern)이 너무 조밀하고 불분명하여 정확한 측정에 애로가 있다.

이에 비하여 코스틱스법은 특이점 부근의 응력상태에 대응하여 하나의 단순명료한 코스틱스상(像)이 맺히므로 정확한 측정이 가능하며, 빛의 굴절 혹은 반사를 이용하므로 투명하지 않은 재료에 대한 실험도 정도 높게 할 수 있는 장점이 있다. Manogg에 의해 코스틱스법이 개발된 이후⁽¹¹⁾ 이 방법은 파괴역학의 넓은 분야에 적용될 수 있음이 다수의 논문에 의해 밝혀졌고, 빛을 이용하는 한 실험법으로 정립 되었다. 그러나, 지금까지의 실험 대상은 주로 등방성체 였으며 이방성체에 대한 코스틱스 실험법은 Theocaris에 의해 처음으로 제시된 바 있으나,⁽¹⁰⁾ 아직 정립되지 않은 단계에 있다.

본 논문에서는, 이방성체에 대한 구체적인 코스틱스 실험법을 확립하기 위하여 다음과 같은 연구를 수행 하였다. 첫째, 이방성체에 대한 코스틱스상 및 초기곡선의 사상방정식을 기하광학 및 Sih의 응력장을 이용하여 구하고, 이 식에 의한 이론상을 여러가지 경계조건하에서 컴퓨터 그래픽 하여 유도한 사상방정식의 타당성을 검토 하였다. 둘째, 본 논문에서 개발한 두 가지 종류의 직교이방성체를 사용하여 실험을 수행하고 실험에 의한 코스틱스상을 이론상과 비교, 검토 하였다. 셋째, 이방성체의 코스틱스상으로부터 응력확대계수를 구하는 방법을 제시하고 이 방법을 실제 시편에 적용하여 신뢰 할 수 있는 결과를 얻는 초기곡선의 범위를 결정 하였다. 그리고 이 범위에서 구한 응력확대 계수 값을 경계요소법을 이용한 변위의삼법⁽⁶⁾에 의한 결과와 비교함으로써 본 논문에서 제시하는 방법이 이방성체의 응력확대계수를 구하는 한 방법으로 유효하게 사용될 수 있음을 밝혔다.

2. 이 론

2.1 이방성체에 대한 초기곡선 및 코스틱스상의 사상방정식

이방성체가 평면응력 상태하에 있을 때 균열첨단 근방의 응력장은 아래 식 (1)과 같다.⁽¹²⁾

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{S_1 S_2}{S_1 - S_2} \left(\frac{S_2}{\sqrt{\cos \theta + S_2 \sin \theta}} \right. \right.$$

$$\left. \left. - \frac{S_1}{\sqrt{\cos \theta + S_1 \sin \theta}} \right) \right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{S_1 - S_2} \left(\frac{S_2^2}{\sqrt{\cos \theta + S_2 \sin \theta}} - \frac{S_1^2}{\sqrt{\cos \theta + S_1 \sin \theta}} \right) \right] \quad (1a)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{S_1 - S_2} \left(\frac{S_1}{\sqrt{\cos \theta + S_1 \sin \theta}} - \frac{S_2}{\sqrt{\cos \theta + S_2 \sin \theta}} \right) \right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{S_1 - S_2} \left(\frac{1}{\sqrt{\cos \theta + S_1 \sin \theta}} - \frac{1}{\sqrt{\cos \theta + S_2 \sin \theta}} \right) \right] \quad (1b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{S_1 S_2}{S_1 - S_2} \left(\frac{1}{\sqrt{\cos \theta + S_1 \sin \theta}} - \frac{1}{\sqrt{\cos \theta + S_2 \sin \theta}} \right) \right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{S_1 - S_2} \left(\frac{S_1}{\sqrt{\cos \theta + S_1 \sin \theta}} - \frac{S_2}{\sqrt{\cos \theta + S_2 \sin \theta}} \right) \right] \quad (1c)$$

식(1)의 S_1, S_2 는 평면응력 상태하에 있는 이방성체에 대한 아래 특성방정식(2)의 근이다.

$$a_{11}S^4 - 2a_{16}S^3 + (2a_{12} + a_{66})S^2 - 2a_{26}S + a_{22} = 0 \quad (2)$$

식(2)에서 a_{ij} 는 이방성체에 대한 Hooke의 법칙에서 결정되는 탄성 콤플라이언스(compliance)계수이며, 근 $S_j (j=1, 2, 3, 4)$ 사이에는 아래 식(3)과 같은 관계가 있다.

$$S_1 = a_1 + i\beta_1, \quad S_2 = a_2 + i\beta_2, \quad S_3 = \bar{S}_1, \quad S_4 = \bar{S}_2 \quad (3)$$

Fig. 1에서 스크린위의 코스틱스상의 좌표 (\bar{W})는 아래식 (4)와 같이 표현된다.⁽¹³⁾

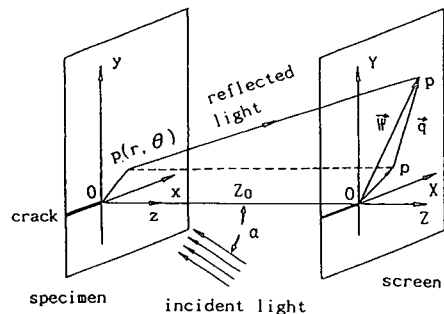


Fig. 1 Geometry of the formation of a caustic

$$\vec{W} = iX + jY = m\vec{r} + \vec{q} \quad (4)$$

식(4)에서 i, j 는 각각 X, Y 축 방향의 단위벡터이다. 그리고 m 은 광학기기의 배열에 따른 배율이며, 아래 식 (5)와 같다.

$$m = (Z_0 + Z_i) / Z_i \quad (5)$$

식(5)에서 Z_0 는 시편과 스크린 사이의 거리이며, Z_i 는 시편과 초점사이의 거리이다. (Fig. 8 참조)

식(4)의 \vec{q} 는 스크린 위에 나타나는 빛의 위치 변화량이며, Snell의 법칙에 의해서 아래 식 (6)과 같다.⁽¹⁴⁾

$$\vec{q} = -Z_0 \tan 2\alpha \quad (6)$$

식(6)에서 α 는 빛의 입사각이며 아래 식(7)과 같이 표현된다.

$$\tan \alpha = \text{grad} \frac{\Delta t}{2} \quad (7)$$

식(7)의 Δt 는 하중으로 인한 두께변화이다.

탄성변형의 경우는 Fig. 1의 입사각(α)이 아주 작은 것으로 간주 할 수 있으므로, 식 (3), (4)에 의해서 빛의 위치 변화량 (\vec{q})는 아래식 (5)와 같이 변형된다.

$$\vec{q} = -Z_0 t \text{ grad } \varepsilon_z \quad (8)$$

이방성체의 탄성학에 의해서, 균일한 이방성체가 평면응력 상태하에 있을때, ε_z 는 아래 식 (9)와 같다.⁽¹²⁾

$$\varepsilon_z = a_{31}\sigma_x + a_{32}\sigma_y + a_{36}\tau_{xy} \quad (9)$$

식(9)의 a_{3j} ($j=1, 2, 6$)는 탄성 콤플라이언스계수이며, 물성치로 표현하면 아래 식(10)과 같다.⁽¹⁵⁾

$$a_{31} = -\left(\frac{\nu_{23}}{E_2} n^2 + \frac{\nu_{13}}{E_1} l^2\right) \quad (10a)$$

$$a_{32} = -\left(\frac{\nu_{23}}{E_2} l^2 + \frac{\nu_{13}}{E_1} n^2\right) \quad (10b)$$

$$a_{36} = 2\left(\frac{\nu_{13}}{E_1} - \frac{\nu_{23}}{E_2}\right) ln \quad (10c)$$

$$(l = \cos \phi, n = \sin \phi, E_3 \nu_{13} = E_1 \nu_{31})$$

식(10)의 ϕ 는 직교 이방성체의 주축(fiber 방향)과 균열이 이루는 각도이며 $\phi=0^\circ$ 혹은 $\phi=90^\circ$ 일 때는 직교 이방성체이며, 그 외의 경우는 이방성체가 된다.

식(4), (8), (9)에 의하여, 이방성체에 대한 코

스틱스상의 구체적인 사상방정식은 아래 식 (11)과 같이 유도된다.

$$X = mr \cos \theta + C(r^{-3/2}) [K_{1g_1}(\theta) + K_{1g_2}(\theta)] \quad (11a)$$

$$Y = mr \sin \theta + C(r^{-3/2}) [K_{1g_3}(\theta) + K_{1g_4}(\theta)] \quad (11b)$$

$$(-\pi \leq \theta \leq \pi)$$

식(11)에서,

$$C = (Z_0 t) (2)^{-3/2}$$

$$A_1 = \cos \theta + S_1 \sin \theta$$

$$A_2 = \cos \theta + S_2 \sin \theta$$

$$g_1(\theta) = \cos \theta F_1(\theta) + 2 \sin \theta F_2(\theta)$$

$$g_2(\theta) = \cos \theta F_3(\theta) + 2 \sin \theta F_4(\theta)$$

$$g_3(\theta) = \sin \theta F_1(\theta) - 2 \cos \theta F_2(\theta)$$

$$g_4(\theta) = \sin \theta F_3(\theta) - 2 \cos \theta F_4(\theta)$$

$$F_1(\theta) = a_{31} R_e \{ (S_1 S_2 (S_1 - S_2))^{-1} (S_2 A_2^{-1/2} - S_1 A_1^{-1/2}) \}$$

$$+ a_{32} R_e \{ (S_1 - S_2)^{-1} (S_1 A_1^{-1/2} - S_2 A_2^{-1/2}) \}$$

$$+ a_{36} R_e \{ (S_1 S_2 (S_1 - S_2))^{-1} (A_1^{-1/2} - A_2^{-1/2}) \}$$

$$F_3(\theta) = a_{31} R_e \{ (S_1 - S_2)^{-1} (S_2^2 A_2^{-1/2} - S_1^2 A_1^{-1/2}) \}$$

$$+ a_{32} R_e \{ (S_1 - S_2)^{-1} (A_2^{-1/2} - A_1^{-1/2}) \}$$

$$+ a_{36} R_e \{ (S_1 - S_2)^{-1} (S_1 A_1^{-1/2} - S_2 A_2^{-1/2}) \}$$

$$F_2(\theta) = \frac{dF_1(\theta)}{d\theta}, \quad F_4(\theta) = \frac{dF_3(\theta)}{d\theta}$$

코스틱스상은 균열첨단에 형성되는 초기곡선이 스크린 위에 투상(投像)되는 것이며, 초기곡선 주위의 많은 빛이 스크린 위의 한 점으로 집중하므로 1:1의 대응관계가 아니다. 따라서 비 가역적이며 이 관계를 만족하기 위한 필요, 충분조건은 코스틱스상의 사상방정식인 식(11)의 자코비안 행렬식(Jacobian Determinat)이 "0"으로 되는 것이다. 즉,

$$D = \frac{\partial(X, Y)}{\partial(r, \theta)} = 0 \quad (12)$$

식(12)에 의하여, 이방성체에 대한 초기곡선 방정식은 아래식(13)과 같이 유도된다.

$$m^2 r^5 + mC g_5(\theta) r^{5/2} + \frac{3}{2} C^2 g_6(\theta) = 0 \quad (13)$$

$$(-\pi \leq \theta \leq \pi)$$

식(13)에서,

$$g_5(\theta) = \cos \theta \{ K_{1g_5}'(\theta) + K_{1g_4}'(\theta) \}$$

$$- \sin \theta \{ K_{1g_1}'(\theta) + K_{1g_2}'(\theta) \}$$

$$- 3/2 [\cos \theta \{ K_{1g_1}(\theta) + K_{1g_2}(\theta) \}]$$

$$\begin{aligned}
 & + \sin \theta \{K_I g_3(\theta) + K_{II} g_4(\theta)\}] \\
 g_6(\theta) &= K_I^2 \{g_1'(\theta) g_3(\theta) - g_1(\theta) g_3'(\theta)\} \\
 & + K_{II}^2 \{g_2'(\theta) g_4(\theta) - g_2(\theta) g_4'(\theta)\} \\
 & + K_I K_{II} \{g_3(\theta) g_2'(\theta) + g_1'(\theta) g_4(\theta) \\
 & - g_3'(\theta) g_2(\theta) - g_1(\theta) g_4'(\theta)\} \\
 g_3'(\theta) &= \frac{dg_3(\theta)}{d\theta}, \dots\dots
 \end{aligned}$$

등방성체의 경우, 초기곡선은 Theocaris에 의해 아래 식 (14)과 같이 유도 되었으며, 재료의 물성치에 관계없이 그 형태가 항상 원이 된다.⁽¹³⁾

$$r^5 - (1.5C_i)^2 (K_I^2 + K_{II}^2) = 0 \quad (14)$$

여기서 $C_i = Z_0 t c(2\pi)^{-0.5}$, $c =$ 광학정수이다.

그러나, 이방성체의 초기곡선(식13)은 식 중의 θ 값에 따라서 그 크기가 달라지므로 원이 아니고 이방성체의 물성치 및 하중상태에 따른 고유한 곡선이 된다. 본 논문에서는 θ 의 변화에 따른 초기곡선 r 의 값을 Newton-Raphson법에 의하여 방정식 (13)의 근으로써 구했고, 이 값을 식 (11)에 대입하여 코스틱스상의 대응점을 구했다.

2.2 응력확대계수의 산출법

등방성체의 경우, 특이항 까지만 응력성분을 취할때는, 초기곡선은 원으로, 또한 코스틱스상은 에피사이클로이드로 나타나며, 고차항및 광학적 이방성을 고려하면 이들의 상에 약간의 변형이 일어나는 것으로 알려져 있다.⁽¹⁶⁾ 이러한 등방성체에 대한 응력확대계수는 초기곡선의 반지름과 코스틱스상의 특정거리가 항상 일정한 비가 됨을 이용하여 구하며 그 구체적인 식은 이미 확립되어 있다.⁽¹³⁾ 그러나 이방성체의 경우에는, 식(13)에서 알 수 있는 바와 같이 초기곡선이 원이 아니므로, 응력확대계수를 구할 때 등방성체와 같은 방법을 사용할 수 없으며, 구체적인 식은 아직까지 제시된 바 없다.

코스틱스상은 시편의 초기곡선이 스크린위에 투상된 것이므로, 초기곡선의 변화거동을 분석하면 코스틱스상의 변화에 영향을 미치는 인자를 알 수 있다. 이방성체의 경우, 초기곡선식 (13)을 근과 계수의 관계를 이용하여 다시 정리하면 아래 식 (15)와 같다.

$$\begin{aligned}
 r &= [-C(2m)^{-1} \{g_5(\theta) + \{g_5(\theta)^2 - 6g_6(\theta)\}^{0.5}\}]^{0.4} \\
 &= [-CK_I(21m)^{-1} f(\mu, \theta)]^{0.4} \quad (15)
 \end{aligned}$$

여기서 $\mu = K_{II}/K_I$, $C = Z_0 t 2^{-1.5}$ 이다.

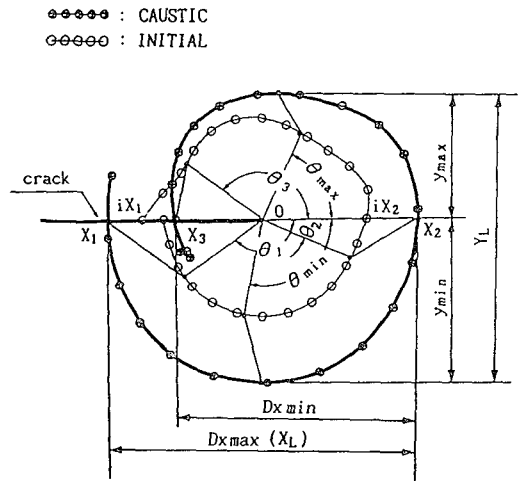


Fig. 2 Definition of Dxmax, Dxmin, θ_1 , θ_2 , θ_3 , X_L , Y_L , iX_2 , θ_{max} and θ_{min} in a caustic

식 (15)에 의해서, 물성치가 결정된 이방성체의 초기곡선 형상은 하중상태, 즉 K_I , K_{II} 의 비(μ) 및 θ 에 의해서 결정되고 기타 여러가지 상수적인 요소 (시편의 두께 t , 시편과 스크린 사이의 거리 Z_0 , 응력확대계수의 크기 등)는 동일한 형상을 상사되게 확대, 축소하는 요소가 됨을 알 수 있다. 따라서 초기곡선및 코스틱스상의 임의점이 균열첨단과 이루는 각도와 그 점들 사이의 길이비는 임의

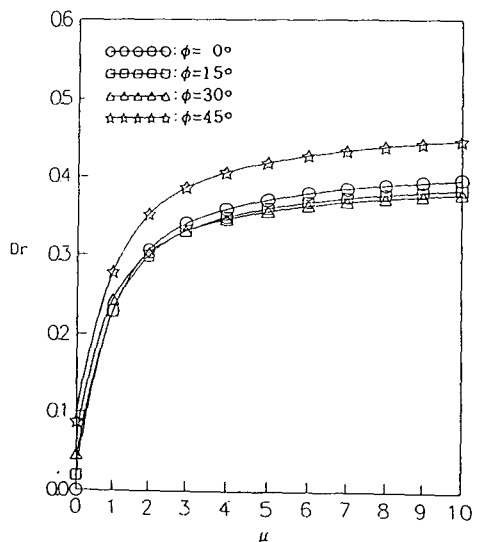


Fig. 3 Variation of the ratio Dr with respect to μ in copper fiber acryl composite ($\mu = K_{II}/K_I$, $Dr = (Dx_{max} - Dx_{min})/Dx_{max}$)

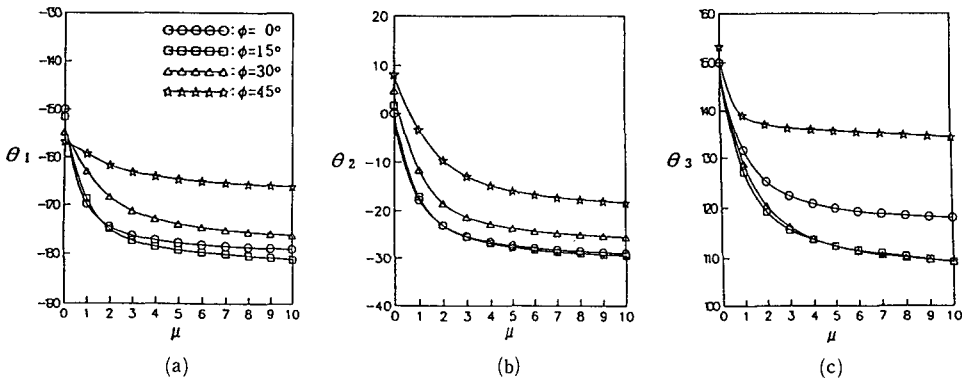


Fig. 4 Variation of θ_1 , θ_2 , θ_3 with respect to μ in copper fiber acryl composite ($\mu=K_{II}/K_I$)

의 μ 에 대해서는 항상 일정한 값을 갖게 된다. 예로써, Fig. 2에서 코스티스상이 X축(균열의 연장선)과 교차하는 점에 대한 초기곡선상의 각도 (θ_1 , θ_2 , θ_3) 및 교차점 사이의 길이비 [$Dr = (D_{xmax} - D_{xmin})/D_{xmax}$] 등은 Z_0 , t , K_I , K_{II} 의 크기에 관계없이 μ 와 일정한 관계를 갖게 된다. 이 관계를 본 논문에서 실험했던 이방성 재료인 C.F.A.C. (copper fiber acryl composite)에 대해서 구하면 Fig. 3 및 Fig. 4와 같다. (Fig. 3, 4에서 ϕ 는 Fiber와 균열이 이루는 각도이다.)

코스티스상의 모든 점은 Fig. 3 및 Fig. 4와 같은 관계를 갖기 때문에 코스티스상의 어느 점을 선정하여도 응력확대계수를 구할 수 있다. 그러나 실험시 측정의 정확을 기하기 위해서는 특정점의 선별을 요하므로 본 논문에서는 Fig. 2에서 코스티스상이 X축과 교차하는 점(X_1 , X_2 , X_3)을 선정했으며 응력확대계수를 구하는 식은 아래와 같이 유도된다. (이하 이 방법을 본 논문에서는 특정점법(S.P.M., specific point method)이라고 칭한다.)

식(11)에 $\mu(\mu=K_{II}/K_I)$ 및 세 교점의 좌표, (X_i , 0) $i=1,2,3$ 를 대입하면 아래 식(16)과 같은 연립 방정식을 얻는다.

$$X_i = m r_i \cos \theta_i + C (r_i)^{-3/2} K_{II} \{g_1(\theta_i) + \mu g_2(\theta_i)\} \quad (16a)$$

$$0 = m r_i \sin \theta_i + C (r_i)^{-3/2} K_{II} \{g_1(\theta_i) + \mu g_2(\theta_i)\} \quad (16b)$$

$(i=1, 2, 3)$

식(16)에 의한 초기곡선(r_i) 및 응력확대계수(K_{II})는 각각 아래 식(17), (18)과 같이 표현된다.

$$r_i = X_i \{g_3(\theta_i) + \mu g_4(\theta_i)\} [m \{ \cos \theta_i \{g_3(\theta_i) + \mu g_4(\theta_i)\} - \sin \theta_i \{g_1(\theta_i) + \mu g_2(\theta_i)\} \}]^{-1} \quad (i=1, 2, 3) \quad (17)$$

$$K_{II} = -m (r_i)^{5/2} \sin \theta_i [C \{g_3(\theta_i) + \mu g_4(\theta_i)\}]^{-1} \quad (i=1, 2, 3) \quad (18)$$

식(17)의 미지수는 X_i , μ 및 θ_i 이다. 이 중 X_i 는 코스티스상이 균열의 연장선과 교차하는 점이므로 실험의 사진에서 측정되며 이것에 의해서 Fig. 2의 Dr 이 결정된다. 다음 Fig. 3 및 Fig. 4와 같은 Dr 과 μ , μ 와 θ_i 의 관계에 의해서, μ 및 θ_i 는 구해지고 이 값들을 식(17)에 대입하면 r_i 가 결정된다. 응력확대계수(K_{II})는 식(17)에서 결정된 초기곡선 값 r_i 및 X_i , θ_i , μ 를 식(18)에 대입하여 구하고 K_{II} 는 아래의 관계식(19)에서 구한다.

$$K_{II} = \mu K_I \quad (i=1, 2, 3) \quad (19)$$

특정점법에서는 입력 데이터가 X축과 교차하는 세 교점의 좌표이며, 이점들에 대한 좌표값의 정확성 여부가 결과에 큰 영향을 미치므로 교점의 위치를 정확히 찾는 게 중요하다. 이것을 위해서는 좌표계의 원점, 즉 균열첨단의 위치를 정확히 찾아야 한다. 그러나 균열첨단은 코스티스상의 어두운 부분에 가려 있으므로 직접 균열첨단을 정할수는 없다. 등방성체에서는 코스티스상의 기하학적 성질을 이용하여 균열첨단의 위치를 정하는 방법이 제시되어 있으나,⁽¹⁷⁾ 이방성체에서는 코스티스상이 재료의 종류에 따라 여러가지로 변하기 때문에 일의적으로 정할 수 없다. 본 논문에서는 Fig. 5와 같이 좌표계를 시편의 균열첨단에 부착하여 사진촬영후 그 연장선의 교점을 구하여 첨단의 위치를 정할 수 있었다.

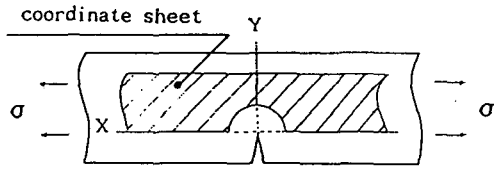


Fig. 5 Coordinate sheet to find crack tip in a specimen

코스틱스상은 시편상의 초기곡선이 광학배열에 따라서 확대 혹은 축소 되도록 스크린 위에 투상된 것이므로 초기곡선 및 코스틱스상의 특징길이 사이에는 임의의 μ 및 배율하에서 K_I, K_{II} 의 값에 관계없이 일정한 비례관계가 성립하며 이 관계를 이용하여 응력 확대계수를 구할 수 있다. (이 방법은 등방성체의 경우와 유사하며, 본 논문에서는 특징길이법 (S.L.M., specific length method이라고 칭한다.) 본 논문에서는 특징길이를 Fig. 2과 같이 코스틱스상의 X축상의 최대길이 (X_L)와 Y 축방향의 최대길이 (Y_L) 및 좌표계의 원점과 초기곡선의 iX_2 점 사이의 거리 $(0, iX_2)$ 로 정했으며 응력확대계수를 구하는 식은 아래와 같이 유도된다.

먼저, Fig. 2와 iX_2 는 $\theta=0$ 일때 초기곡선의 길이 이므로 초기곡선식 (15)로부터 아래 식 (20)과 같이 구해진다.

$$iX_2 = [-C(2m)^{-1}(g_5(\theta) + \{g_5(\theta)^2 - 6g_6(\theta)\}^{0.5})\theta_{=0}]^{0.4} = [-CK_I(2m)^{-1}f(\mu, \theta)\theta_{=0}]^{0.4} \quad (20)$$

여기서 $f(\mu, \theta)\theta_{=0}$ 은 $\theta=0$ 일 때의 $f(\mu, \theta)$ 의 값이다.

다음, X_L 과 Y_L 이 iX_2 와 이루는 비례관계는 임의의 μ 및 배율하에서는 일정하므로 아래 식 (21)과 같이 표현할 수 있다.

$$X_L = m C_x iX_2 \quad (21a)$$

$$Y_L = m C_y iX_2 \quad (21b)$$

여기서 m 은 배율이고 C_x, C_y 는 각각 $m=1$ 일 때의 $X_L/iX_2, Y_L/iX_2$ 이다.

μ 와 C_x, C_y 의 관계는 재료마다 각기 고유한 선도로 표시할 수 있다. 예로써, Fig. 6은 본 논문에서 사용한 적표이방성 재료인 C.F.A.C가 배율 1의 광학배열 상태하에 있을 때의 선도이다. (Fig. 6에서 ϕ 는 fiber와 균열이 이루는 각도이다.)

응력확대계수(K_I)는 식 (20)과 (21)에 의해서

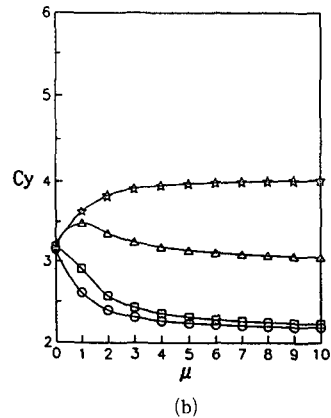
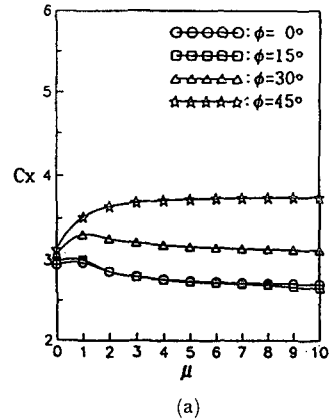


Fig. 6 Variation of C_x, C_y with respect to μ in copper fiber acryl composite ($\mu = K_{II}/K_I, C_x = X_L/iX_2, C_y = Y_L/iY_2$)

아래 식 (22)와 같이 유도된다.

$$K_I = -2mC^{-1}[X_L/(mC_x)]^{2.5}[f(\mu, \theta)_{=0}]^{-1} \quad (22.a)$$

혹은

$$K_I = -2mC^{-1}[Y_L/(mC_y)]^{2.5}[f(\mu, \theta)_{=0}]^{-1} \quad (22.b)$$

식 (22)의 미지수는 X_L, Y_L, C_x, C_y, μ 이다. 이 중 μ 는 특징점법의 경우와 같이 실험 사진에서 Dr 를 측정후 Fig. 3에서 구하며 이 μ 에 의하여 Fig. 6으로부터 C_x, C_y 가 구해진다. X_L, Y_L 은 실험사진에서 측정하는 길이 있다.

3. 실험

3.1 시편

코스틱스 실험법은 투과법과 반사법이 가능하고, 복굴절, 광탄성 감도등 다른 실험법에서 필수적으

로 요구되는 성질을 갖출 필요가 없으므로, 시편으로 사용될 수 있는 재료의 선정범위는 다른 실험법에 비교하여 넓고 실험실험도 가능하다. 그러나 코스틱스아론이 재료의 탄성에 기초하고 있고, 반사법을 사용할 때는 빛의 정확한 반사를 위하여 고도의 평활한 표면이 필요하기 때문에 등방성체 실험의 경우 주로 경면(鏡面) 표면처리가 된 강재 또는 아크릴, 에폭시등의 유리질 중합체(polymer)가 시편재료로 사용되었다.

본 논문에서는 2가지 종류의 시편재료를 제작하였다. 첫 번째는 모재(base material)로써 시판의 아크릴용액을, 또 강화재(reinforcement material)로써 동선(copper fiber)을 사용하여 성형한 직교 이방성재료 (이 재료를 C.F.A.C., copper fiber acryl composite라고 한다)이다. 사용한 주형상자는 문헌⁽⁹⁾과 유사하며, 성형후 아크릴 용액과 유리가 접촉되지 않는 성질을 이용하여 주형상자의 상, 하면은 유리판을 사용하였으므로, 정확한 경면의 시편재료를 제작할 수 있었다. 성형사이클은 Fig. 7과 같이 상온에서 섭씨 43도까지 1시간 동안 점차적으로 가온하고 섭씨 43도에서 10시간 정도 유지한 후 공냉시킨 것이다. 가열로는 응력동결로를 사용하였다. C.F.A.C. 시편은 동선의 굵기에 의해서 물성치가 다른 직교 이방성재료를 제작할 수 있으며, 본 실험에서는 직경 0.5 mm의 동선을 사용하였다.

두 번째 시편재료는 모재로써 아크릴을 사용하고, 강화재로써 탄소섬유 프리프레그(carbon fiber prepreg, 선경제품 USN 200)를 사용한 것이다. 모재와 강화재의 접착은 C.F.A.C. 경우와 같이 노중에서 성형할 수도 있으나, 제작의 편의를 위해 본 실험에서는 접착제(순간접착제, cyano acryllatte)를 사용하여 상온에서 접착이 되게 하였다. (이 시편을 C.P.A.C., carbon prepreg acryl composite라

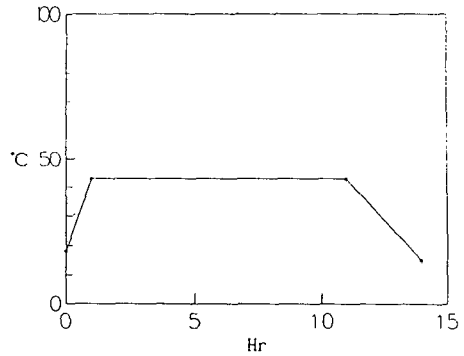


Fig. 7 Molding cycle for copper fiber acryl composite

고 한다.)

실험에 필요한 물성치중 $E_1, E_2, E_{45}, \nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}$ 는 스트레인 게이지를 사용하여 측정하였으며 G_{12} 는 아래 식 (23)을 사용하여 계산 하였다.⁽¹⁸⁾

$$G_{12} = \left[\frac{4}{E_{45}} - \frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_2} + \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right]^{-1} \quad (23)$$

Table 1은 본 실험에 사용한 시편의 종류 및 물성치이다.

C.P.A.C. 재료는 Table 1에서 보는 바와 같이 C.F.A.C. 재료보다 더 뚜렷한 직교 이방성을 지니고 있고, 또 제작이 상온에서 접착제에 의해 간편하게 이뤄지므로 성형시 열응력이 발생할 염려가 없다. 따라서, 코스틱스법을 이용한 이방성체의 모델실험시는 C.P.A.C. 재료가 C.F.A.C. 재료보다 더 유리함을 알 수 있다.

3.2 실험방법

C.F.A.C. 시편은 빛이 투과 하므로 투과법과 반사법중 어느 것이라도 사용가능 하며, C.P.A.C. 시편은 비투과성이므로 반사법만 가능하다. 투과법의

Table 1 Physical properties of copper fiber acryl composite (C.F.A.C.) and carbon prepreg acryl composite(C.P.A.C.)

Phy. Property	Elastic Modulus(Mpa)			Poisson's Ratio		
	E_1	E_2	G_{12}	ν_{12}	ν_{23}	ν_{13}
C.F.A.C.	3008.3	2200.5	678.7	0.427	0.438	0.420
C.P.A.C.	8079.3	2717.9	871.4	0.418	0.233	0.203

경우는 광학배열을 진직선(眞直線)으로 할 수 있어 반사법보다 다소 유리하나 광학정수의 측정에 난점이 있다. 특히 이방성체의 광학정수는 재료의 기준 축과 이루는 모든 방향에 따라 각기 다른 값이 되므로, 이 문제의 해결없이 투과법을 사용하기는 곤란하다. 따라서 본 논문에서는 반사법중 표면 반사법을 사용 하였으며, 정확한 표면 반사를 위해서 시편표면의 균열주위에 진공 증착기(anelva edv-500A)를 사용하여 알미늄 증착을 하였다.

코스틱스상을 얻기 위한 광학배열은 Fig. 8과 같으며, 시편의 경사각(α)은 문헌⁽¹⁷⁾에 의해서 측정 결과에 영향을 미치지 않는 범위(10° 이내)가 되도록 하였다.

코스틱스법에서 탄성 응력확대계수를 결정하고자 하는 경우에는 초기곡선의 크기가 너무 작을 경우, 초기곡선이 균열첨단의 3차원 응력영역내에 위치하게 되어 측정오차가 크게 된다. 따라서 등방성체의 경우에는 광학배열, 하중및 시편의 경계조건등을 조정하여 초기곡선의 크기가 시편두께의 1/2 이상이 되도록 하고 있다. ⁽¹⁹⁾ 이방성체의 경우 초기곡선의 크기에 영향을 미치는 인자(因子)를 정리하면 아래 식(24)과 같다.

초기곡선식 (15)로 부터

$$r = [-C(2m)^{-1}\{g_5(\theta) + \{g_5(\theta)^2 - 6g_6(\theta)\}^{0.5}\}]^{0.4} \\ = [-CK_I(2m)^{-1}f(\mu, \theta)]^{0.4} \\ = [(-iK_I Z_0 Z_I)\{2^{2.5}(Z_0 + Z_I)\}^{-1}f(\mu, \theta)]^{0.4} \quad (24)$$

여기서 $C = Z_0 t^{2-1.5}$, $\mu = K_{II}/K_I$, $m = (Z_0 + Z_I)(Z_I)^{-1}$ 이다.

식 (24)중에서 t , $[f(\mu, \theta)]$ 부분은 시편의 물성치, 기하학적 조건, 하중방식에 의해서 결정되므로 실험시 이 부분을 조정하여 초기곡선의 크기를 가감하기는 곤란하다. 그러므로, 하중의 크기(K_I) 및 시편과 스크린 사이의 거리(Z_0)를 변화시켜야 한다. 식 (24)에 의하여 하중이 초기곡선의 크기와 비례관계를 갖고 있음은 분명하며, Z_0, Z_I 경우는 Z_0 가 Z_I 보다 어느 한도 이상 크게 되면 Z_0 의 변화가 초기곡선 크기에 큰 영향을 미치지 못함을 알 수 있다. 또 이 관계는 Z_0 와 Z_I 만에 의한 것이므로, 재료의 종류에 관계없이 성립하며, 본 논문에서 사용하는 C.P.A.C 시편에 대하여 그래프로 표시하면 Fig. 9와 같다.

Fig. 9에 의하여 $\lambda(\lambda = Z_I/Z_0)$ 가 0.1 이하일 경우는 하중단계별로 초기곡선의 크기가 거의 일정하게

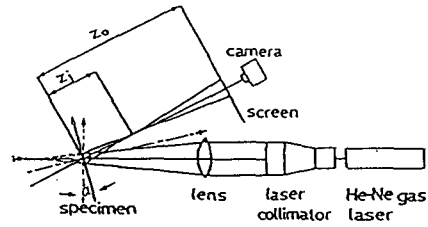


Fig. 8 Schematic diagram of caustic measurement

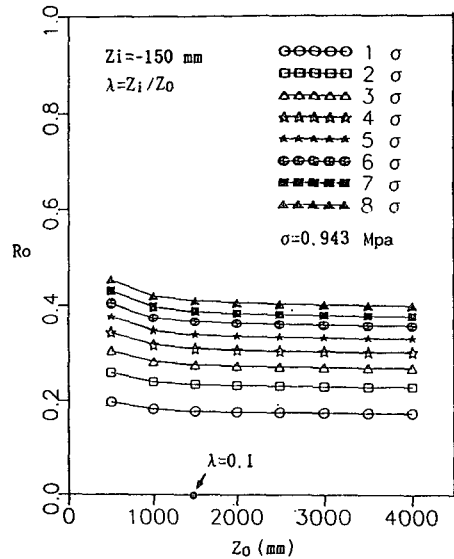


Fig. 9 Variation of R_0 with respect to Z_0 . ($R_0 = (iX_2 - iX_1)/(2t)$ in Fig. 2. t =thickness of specimen)

된다. 따라서 λ 가 0.1 이하의 범위중 어느 지점을 고정하여 실험을 하여도 정도(精度)에는 별 영향이 없음을 알 수 있다. 본 논문에서는 $Z_I = -150$ mm, $Z_0 = 2000$ mm로 고정하고 시편별로 4~10 단계의 하중을 가했다. 또 지나친 하중으로 인하여 균열첨단 부근에 영구 소성변형이 나타나고 그로 인한 오차발생의 소지가 있기 때문에, 매 하중 제거시 코스틱스상이 사라지는 것을 확인하여 측정범위가 탄성영역 이내가 되도록 하였다.

4. 결과 및 고찰

4.1 초기곡선 및 코스틱스상의 사상방정식

본 논문에서 제시한 초기곡선및 코스틱스상의 사상방정식(식 13, 11)은 이방성체에 대한 Sih의 응력

장 및 기하광학을 이용하여 유도한 식이며 타당성에 대한 검증은 요한다. 검증방법으로서 실험에 의한 방법과 컴퓨터 그래픽에 의하여 초기곡선 및 코스틱스상의 변화를 관찰하는 방법이 가능하다. 먼저, 컴퓨터 그래픽에 의한 초기곡선 및 코스틱스상의 변화를 관찰하면 아래와 같다.

평면응력 상태하에 있는 이방성체의 코스틱스상은, 식 (15)에 의해 물성치 ($E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$) 및 하중상태 (μ)에 의해서 변형된다. 물성치 중에서 $E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}$ 는 특성방정식 (2)의 근 (S_j)으로 표현되기 때문에 근의 변화에 의한 코스틱스상을 관찰하면 이들 물성치의 영향을 알 수 있다.

Fig. 10은 모드 I의 상태일 때 특성방정식의 근을 여러단계로 변화시켜 가면서 그린 그림이다. Fig. 10에서, 특성근의 변화에 의한 코스틱스상은 뚜렷한 특징이 없음을 알 수 있다. 그러나 하중이 재료가 강한 방향, 즉 종탄성계수가 큰 방향(파이바 방향)과 일치 했을 때의 코스틱스상은 그 반대의 경우에 비해 상의 크기가 작음을 볼 수 있는데, 이것은 탄성계수가 클수록 변형률이 적어지는 일반적인 재료의 성질과 부합되는 것으로 사료된다.

코스틱스상의 형상은 특성근에 관계되는 물성치 ($E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}$) 외에도, 식 (9)에 의해 두께방향의 변형률에 관계되는 인자 (ν_{23}, ν_{13})에 의해서 크게 좌우된다. Fig. 11은 $E_1=4890\text{MPa}, E_2=4988\text{MPa}, G_{12}=1652\text{MPa}, \nu_{12}=0.48$ 의 조건하에서 ν_{13} 와 ν_{23} 의 변화에 따른 초기곡선 및 코스틱스상을 나타낸다. Fig. 11에서 $\lambda(\lambda=\nu_{13}/\nu_{23})$ 가 1보다 큰 값을 가짐에 따라 초기곡선의 첨점(cusp point) C가 균열첨단에 근접하는 방향으로 이동하고, 또 코스틱스상의 A, B 점이 코스틱스상의 내부로 들어오며, 코스틱스상은 재료의 1 방향(상하)으로 늘어나는 두

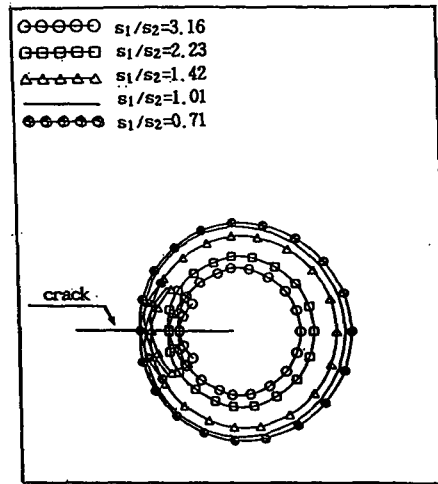


Fig. 10 The shapes of caustics generated by the various characteristic roots

러한 변화를 볼 수 있다. 이것은 초기곡선 및 코스틱스상의 형상변화가 특성근에 관계되는 물성치보다도 두께방향의 변형률에 관계되는 물성치에 더 크게 의존하고 있음을 나타내는 것이며, 코스틱스 이론이 재료 내부의 특이점 부근에 발생하는 두께 변화에 기초하기 때문이다. 그리고 Fig. 11에서 프와송의 비(ν)가 큰 쪽으로 상이 커지는 것은 프와송의 비와 변형이 비례하는 재료의 일반적 성질과 부합되는 현상으로 사료된다.

그리고 Fig. 10 및 11에서 물성치를 등방성체와 유사하게 하였을 경우(Fig. 10의 실선 코스틱스상과 Fig. 11의 $\gamma=1$ 일 때이며, 이 때의 물성치는 $E_1=4890\text{MPa}, E_2=4988\text{MPa}, G_{12}=1652\text{MPa}, \nu_{12}=\nu_{23}=\nu_{13}=0.48$ 이다.)에는 특성근이 $S_1=1.02i, S_2=0.99i$ 로써 등방성체의 경우($S_1=S_2=i$)에 접근하며, 초기곡선 및 코스틱스상의 형상도 각각 원

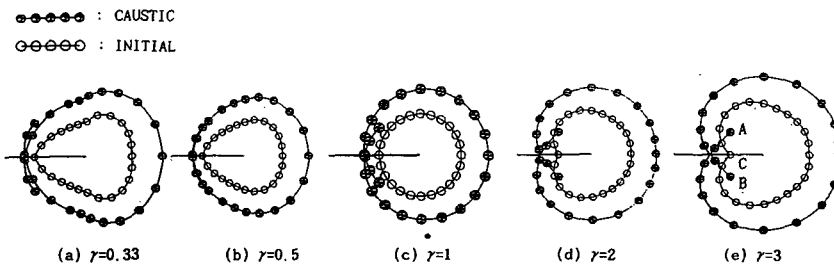
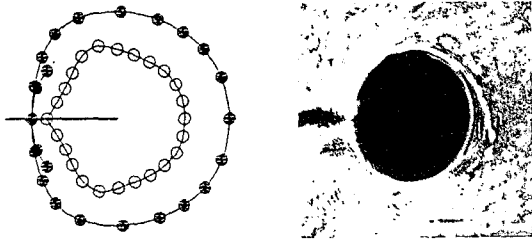
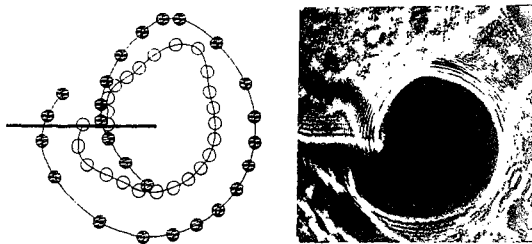


Fig. 11 The shapes of initial and caustic curve with respect to the changes of $\gamma(\gamma=\nu_{13}/\nu_{23})$

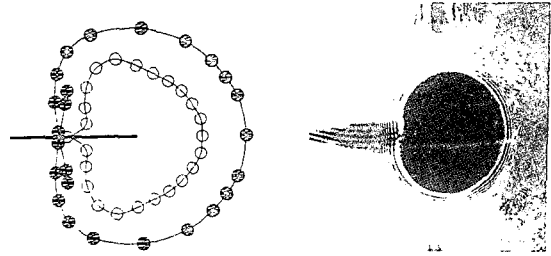
●●●●●● : CAUSTIC
 ○○○○○○ : INITIAL



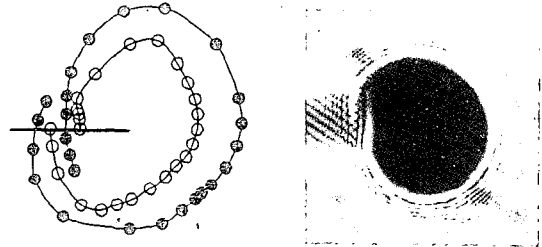
mode I
 ($R_0=0.30$)



mixed mode
 ($R_0=0.42, \phi=45^\circ$)



mode I
 ($R_0=0.48$)



mixed mode
 ($R_0=0.57, \phi=60^\circ$)

(a) Copper fiber acryl composite

(b) Carbon prepreg acryl composite

Fig. 12 Comparison of theoretical shapes of caustics and experimental ones

및 에피사이클로이드 형상인 등방성체의 경우와 아주 근사함을 볼 수 있다. 또 $X_L/r=2.9995$, $Y_L/r=3.1697$ 로써 등방성체의 경우($X_L/r=3.0$, $Y_L/r=3.1702$)와 거의 일치함을 확인하였다. (평면응력 상태하에 있는 이방성체의 응력장식(식 1)을 등방성체의 경우에 직접 적용 할 수는 없다. 왜냐하면 동일한 특성근으로 인하여 분모가 영(零)이 되는 특이성을 나타내기 때문이다.)

Fig. 12는 본 논문에서 실험한 C.P.A.C.와 C.F.A.C. 시편에 대한 코스틱스상(이하 실험상이라고 한다.)과 및 식 (11)를 이용한 컴퓨터 그래픽 상(이하 이론상이라고 한다.)을 비교한 것이다. 개구형 균열의 경우는 C.F.A.C.와 C.P.A.C. 모두 편축 직선균열($a/W=0.3$, a : 균열의 길이, W : 시편의 폭)이며, 발생응력은 각각 3.99MPa, 11MPa이었다. 혼합형 균열의 경우는 C.F.A.C.와 C.P.A.C. 모두 중앙 경사균열($2a/W=0.5$)이며, 균열의 경사

각(ϕ)은 각각 45° , 60° 였다. 그리고 발생응력은 각각 4.561MPa, 8.488MPa이었다. 이론상과 실험상이 서로 만족할 만한 상사를 이루고 있음을 Fig. 12에서 볼 수 있으며, 이것을 확인하기 위하여 각각의 X축상의 최대길이(X_L)와 Y축 방향의 최대길이(Y_L)의 비(Y_L/X_L)를 정리하면 Table 2와 같다. Table 2에서 이론상과 실험상에 대한 Y_L/X_L 의 값은 거의 동일함을 알 수 있다. (이론상을 그래픽하는 데 필요한 입력 데이터중 $\mu(\mu=K_{II}/K_I)$ 는 실험상의 Dr 에 의해서 정해지는 값을 사용 하였다.)

이상의 고찰에서, 본 논문에서 그래픽한 이방성체의 초기곡선및 코스틱스상은 물성치의 변화에 따라 재료의 일반적인 탄성거동을 나타내며, 또 이방성체의 물성치를 등방성체의 경우로 접근 시킴에 따라 등방성체로의 명확한 점근성을 나타냄을 알았다. 그리고 실험과 동일한 조건을 본 논문에서 제

Table 2 Comparison of theoretical caustic curves with experimental ones

Specimen Y_L/X_L Load con.	Copper Fiber Acryl Composite		Carbon Prepreg Acryl Composite	
	The.	Exp.	The.	Exe.
Mode I	1.07	1.11	1.15	1.16
mixed mode	0.973	0.952	1.06	1.07

X_L , maximum length on the X-axis in a caustic
 Y_L : maximum length in the Y-axis direction in a caustic
 The.: theoretical, Exp.: experimental

시험 코스틱스상의 사상방정식에 대입하여 그래픽한 이론상을 실험상과 비교한 결과, 그 형상이 상사되며, 특히 중요치수인 Y_L/X_L 의 값이 개구형 균열에서는 1.7%, 혼합형 균열에서는 2.2%의 오차로써 두 상이 거의 일치됨을 확인하였다. 따라서 이러한 사실들은 본 논문에서 유도한 이방성체에 대한 초기곡선 및 코스틱스상의 사상방정식이 타당함을 입증하는 것으로 사료된다.

4.2 응력확대계수 산출법

(1) 초기곡선의 크기와 응력확대계수의 관계

Fig. 13은 C.P.A.C. 시편이 개구형 편축균열을 가졌을 때 응력확대계수 값과 초기곡선의 크기와의 관계를 조사한 것이다. 균열의 길이에 따른 응력확대계수 값의 변화를 알기 위하여 시편 폭(W)에 대한 균열의 길이(a)의 비(a/W)를 0.3, 0.4, 0.5 및 0.6배의 4가지로 변화 시켰다. Fig. 13에서 S.P.M.- X_1 등의 표기는 X_1 점을 사용한 특정점법을 의미한다. 등방성체의 경우에는 초기곡선이 원이므로, 반경을 초기곡선의 크기를 나타내는 매개변수로 취하는 것이 일반적이다.⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾ 그러나 이방성체의 초기곡선은 Fig. 2와 같이 곡률반경이 일정하지 않은 곡선이 되므로, 초기곡선중의 어느 특정길이를 등방성체경우의 반경과 같은 매개변수로 선정하여야 한다. 논문에서 사용한 초기곡선의 크기(R_0)는 Fig. 2의 $(iX_2 - iX_1)/(2t)$ (t : 시편의 두께)이며 무차원화한 값이다. Fig. 9에서 언급하였듯이 λ ($\lambda = Z_i/Z_0$)가 0.1 이하의 범위에서는, Z_0 의 변화가 R_0 의 크기에 거의 영향을 미치지 않으므로, 본 논문에서는 $Z_0 = 2000$ mm, $Z_i = -150$ mm로 고정하고,

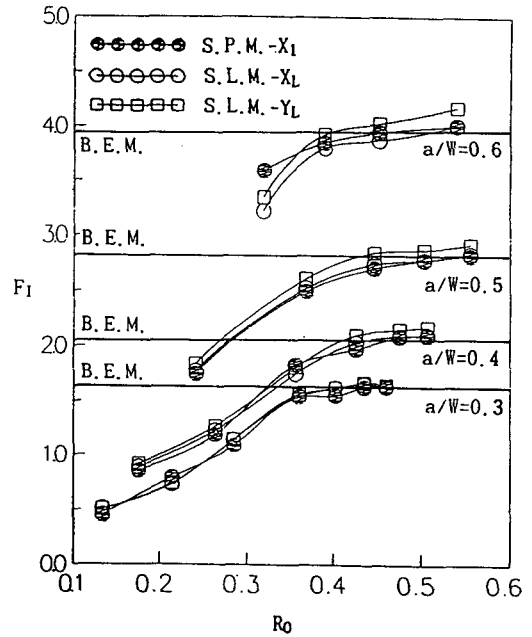


Fig. 13 The relationship between stress intensity factor and the size of initial curve in mode I loading condition ($F_I = K_I/\sigma\sqrt{\pi a}$)

하중을 시편별로 4-7 단계 변화시켜서 R_0 의 크기와 응력확대계수와의 관계를 조사하였다. 결과는 Fig. 13에서 알 수 있는 바와 같이 매 시편마다 초기곡선의 크기(R_0)가 시편두께의 약 40% ($R_0 > 0.4$) 이상 이 되었을 때 F_I ($F_I = K_I/\sigma\sqrt{\pi a}$)의 값이 일정한 값을 나타내고 있으며, 그 이하의 범위에서는 R_0 에 따라서 크게 변하고 있다. 이것은 초기곡선이 너무 작을 경우 초기곡선이 균열첨단의 3차원 응력영역 내에 위치하게 되므로, 코스틱스의 실험상이 재료의 탄성에 기초하고 있는 이론상과 일치하지 않기 때문인 것으로 사료된다. 이것을 분명히 하기 위하여 초기곡선의 증가에 따른 코스틱스상의 변화를 나타내며 Fig. 14와 같다.

Fig. 14에서 초기곡선의 크기가 $R_0 < 0.4$ 인 경우는 R_0 의 감소에 비례하여 실험상의 Y_L/X_L 값이 이론상의 Y_L/X_L 의 값에 비하여 점차적으로 큰 차이를 나타내고, 실험상의 형상이 균열의 직각방향으로 늘어나서 이론상과는 다른 모습이 됨을 알 수 있다.

Fig. 15는 혼합형 균열의 경우, 초기곡선의 크기가 응력확대계수에 미치는 영향을 조사한 것이며, F_I ($F_I = K_I/\sigma\sqrt{\pi a}$), F_{II} ($F_{II} = K_{II}/\sigma\sqrt{\pi a}$) 중 F_I 의

(theoretical $Y_L/X_L=1.15$)

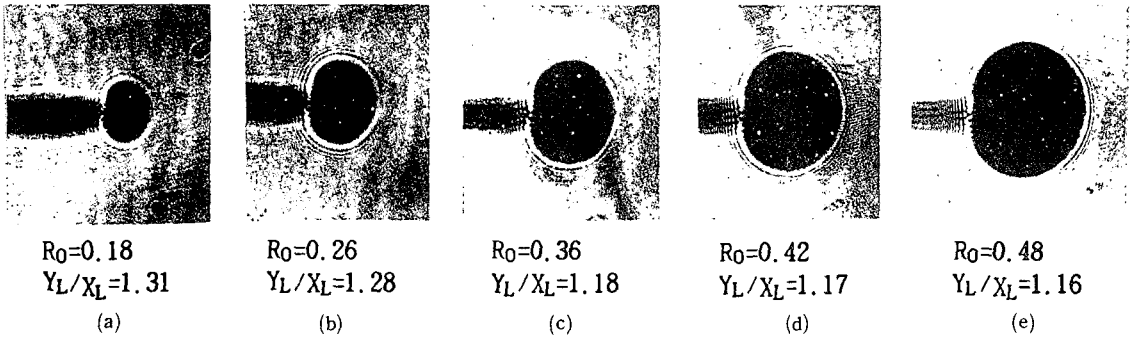


Fig. 14 Variation of the experimental shapes of caustics with respect to the size of initial curve

값만을 그래프로 나타낸 것이다. 사용한 시편은 C. P.A.C., 균열각도(ϕ) 및 길이($2a/W$)는 각각 45° 와 0.5이다. Fig. 15에서, 혼합형균열의 경우도 대개 $R_0 > 0.4$ 범위에서 신뢰할 수 있는 일정 값을 나타낼 수 있다. Fig. 13과 Fig. 15에서 실선은 본 시편의 조건을 문헌(5)의 경계요소법 프로그램에 입력하여 구한 계산치이며 본 논문의 $R_0 > 0.4$ 범위의 결과와 비교할 때 시편별로 약 2~6% 정도의 차이를 나타냈다.

이상의 고찰에서, 코스틱스법을 이용하여 응력확대계수를 구할 때 신뢰할 수 있는 측정치를 얻게되는 범위는 $R_0 [R_0 = (iX_2 - iX_1) / (2t), t: 시편의$

두께]가 대개 0.4 이상의 범위임을 알 수 있다.

(2) 특정점법 및 특정길이법

Fig. 13과 15의 응력확대계수를 계산할 때, 사용 방법에 의한 차이를 확인하기 위하여 특정점법(S. P.M)과 특정길이법(S.L.M.)의 2가지를 모두 사용하였다. 특정점법을 개구형 균열에 사용할 경우는 Fig. 2의 X_2 의 값에 관계없이 항상 영(零)이 되므로, 식 (18)에 의한 응력확대계수 값은 X_2 의 값에 관계없이 항상 영(零)이 된다. 또 코스틱스상이 균열에 대하여 대칭이므로 X 축과의 세 교점(X_1, X_2, X_3)중 X_1 점과 X_3 점이 겹쳐지게 된다. 따라서 특정점법을 개구형 균열에 적용할 경우는 X_1, X_2, X_3 의 세 점중에서 X_1 점만이 응력확대계수를 구할 수 있는 특정점이 된다. 그리고 혼합형 균열의 경우는 θ_2 가 영(零)이 아니므로 X_1, X_2, X_3 의 세 점을 모두 특정점으로써 사용할 수 있다. Fig. 13의 개구형 균열의 경우, 특정점법에 의한 F_I 의 값은 X_1 에 의한 값이며, S.P.M.- X_1 으로 표기하였다. Fig. 15의 혼합형 균열의 경우 X_1, X_2, X_3 의 세 특정점에 의한 응력확대계수 값은 이론적으로 서로 동일하여야 하나, 실험시 각 값의 사이에 약간의 차이가 있었다. 그러나 이 차이는 $R_0 > 0.4$ 의 구간에서는 최대 2.6%로써 각 점에서의 응력확대계수 값은 거의 일치하였다. $R_0 < 0.4$ 의 구간에서는 각 점별로 큰 차이($R_0=0.22$ 의 경우 22.4%의 차이)가 발생 하였으며, 이것의 원인은 R_0 가 작을수록 상이 불명료 해지므로 균열첨단의 위치 및 좌표를 확실히 정할 수 없음에 기인하는 것으로 사료된다.

특정길이법에 의한 응력확대계수의 계산은 Fig. 2의 특정길이, X_L 와 Y_L 를 각각 이용하는 두 가지 방법이 가능하다. X_L, Y_L 에 의한 각각의 결과는

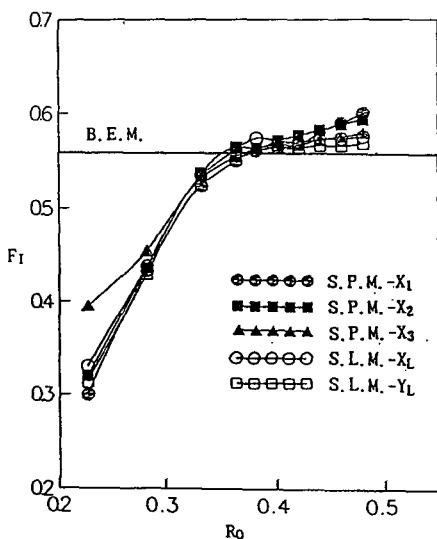


Fig. 15 The relationship between stress intensity factor and the size of initial curve in mixed mode loading condition ($F_I = \sigma\sqrt{\pi a}$)

Table 3 Comparison of the values of F_I obtained by Specific Point Method(S.P.M.) with ones by Specific Length Method(S.L.M)

Methods		(S.L.M. - X_L) (S.P.M. - X_I)	(S.L.M. - Y_L) (S.P.M. - X_I)
$\frac{a}{W}$	0.3	1.020	1.026
	0.4	1.021	1.055
	0.5	1.007	1.041
	0.6	1.004	1.044

X_L : maximum length on the X-axis in a caustic
 Y_L : maximum length in the Y-axis direction in a caustic

X_I : One of the X-axis crossing points in a caustic

Fig. 13, 15에서 보는 바와 같이, $R_0 > 0.4$ 의 영역에서, 개구형과 혼합형 모두 최대차이 4% 정도로써 서로 비슷하였다

다음 특정점법과 특정길이법 사이의 상이(相異)를 확인하기 위하여, Fig. 13의 $R_0 > 0.4$ 구간에서 각 방법에 의한 F_I 값의 평균치를 구하여 비교 하였으며, 결과는 Table 3과 같다. Table 3에서 특정점법과 특정길이법에 의한 F_I 값의 차이는 최대 5.5%이며, 두 방법에 의한 결과가 거의 동일함을 알 수 있다.

이상의 고찰에서 코스틱스법에 의한 이방성체의 응력확대계수 계산은 적정한 초기곡선의 범위만 확보되면 특정점법 및 특정길이법중 어느 것을 사용하여도 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 그러나 특정점법은 반드시 균열첨단의 위치를 정해야 하므로 특정길이법에 비해 실험절차가 까다롭고, 오차발생의 소지가 크다. 따라서 특정길이법이 특정점법보다 유효한 방법이라고 판단된다.

(3) 경계요소법에 의한 결과와 비교

Fig. 16, 17은 C.P.A.C. 시편의 개구형 및 혼합형 균열에 대하여 코스틱스법과 경계 요소법에 의한 응력확대계수 값을 비교한 것이다. 코스틱스법에 의한 결과는 특정길이법에 의한 것이며 $R_0 > 0.4$ 의 영역에서 X_L, Y_L 에 의한 응력확대계수 값을 각각 구하여 평균한 값이다. 혼합형 균열은 균열과 시편 폭의 비 ($2a/w$)를 0.5로 고정하고, 균열의 경사각도를 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ 등으로 변화시킨 것이며,

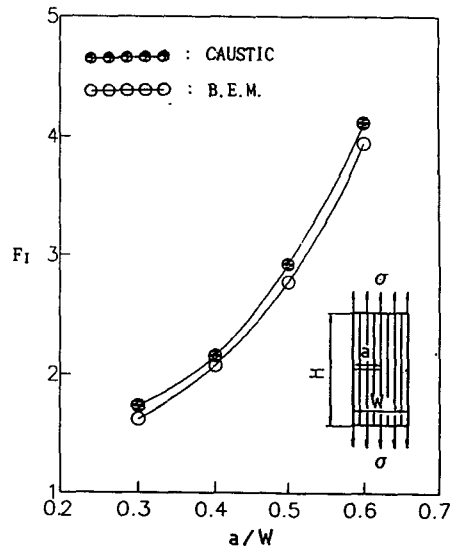


Fig. 16 The relationship between stress intensity factor and crack length in mode I loading condition ($F_I = K_I / \sigma \sqrt{\pi a}$)

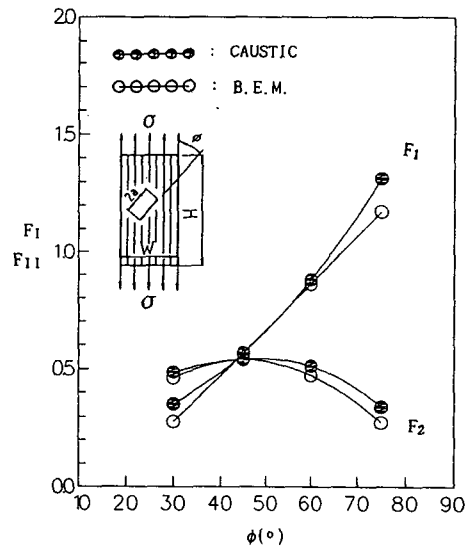


Fig. 17 The relationship between stress intensity factor and the slanted angle of crack (ϕ) ($F_I = K_I / \sigma \sqrt{\pi a}$, $F_2 = K_{II} / \sigma \sqrt{\pi a}$)

이에 대한 코스틱스상의 일례(一例)는 Fig. 18과 같다. 경계요소법에 의한 결과는 문헌(9)에서 개발한 프로그램에 의한 것이다.

Fig. 16, 17에서, 개구형 및 혼합형 균열 모두 코스틱스법에 의한 결과는 경계요소법에 의한 결과와

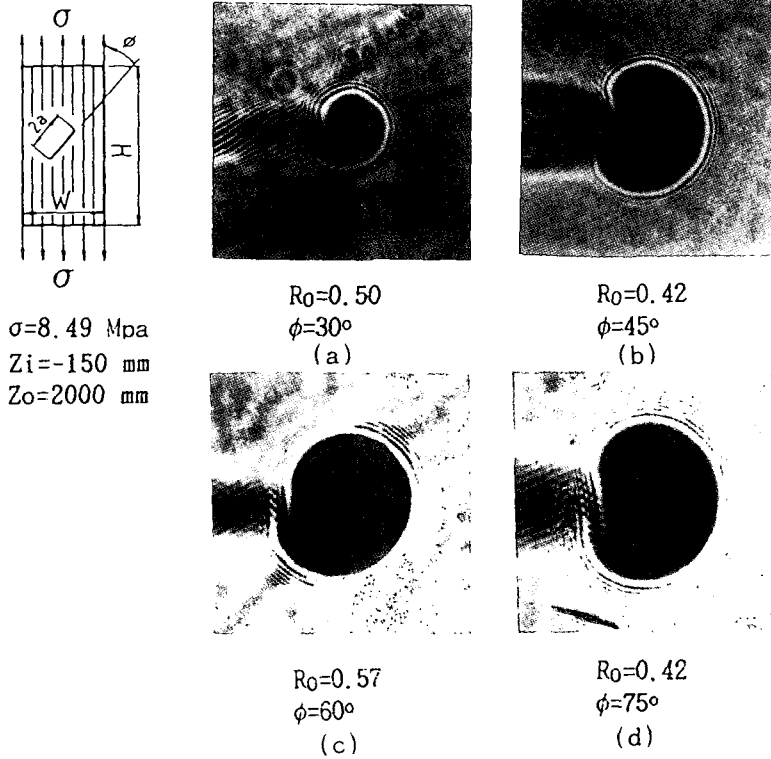


Fig. 18 Variation of the experimental shapes of caustics with respect to the slanted angle of crack (ϕ)

다 크게 나왔음을 알 수 있으며 두 방법 사이의 차이는 개구형 균열의 경우 1.7~6.1%, 혼합형 균열의 경우는 2.2~24.4%였다. 혼합형 균열의 경우 균열의 경사각이 45° 일 때가 가장 차이가 적었으며, 이 각도에서 멀어 질수록 두 방법 사이에 큰 차이가 발생했다. 두 방법에서 발생하는 차이의 원인이 실험오차인지 혹은 응력 확대계수 산출법 자체의 상이 (경계요소법에서는 Sih의 응력장 혹은 변위식을 사용하여 외삽법에 의하여 응력확대계수를 구했음) 때문인지는 검토를 요하는 것으로 사료된다.

5. 결 론

이방성체에 대한 코스틱스 실험법을 확립하기 위하여 이론 연구 및 실험을 행한 본 논문의 결론을 아래와 같다.

(1) 이방성체에 대한 초기곡선 및 코스틱스상의 사상방정식을 각각 방정식 (13), (11)과 같이 유도하였으며 이 식의 타당성을 컴퓨터 그래픽 및 실험

을 통하여 입증하였다.

(2) 코스틱스법에 의한 이방성체의 응력확대계수 산출법(특정점법 및 특정길이법)을 제시하고 관련 프로그램을 완성하였다. 또 이 방법을 실제시편에 적용한 결과를 다른 방법(경계요소법)에 의한 결과와 비교하여 그 유효성을 증명하였다.

(3) 초기곡선의 크기와 응력확대계수와와의 관계를 조사한 결과, 특정점법 및 특정길이법에서 신뢰할 수 있는 응력확대계수 값을 얻을 수 있는 범위는 무차원화한 초기 곡선의 크기 R_0 [$R_0 = (iX_2 - iX_1)/(2t)$, $(iX_2 - iX_1)$: 균열과 일치하는 축상의 초기 곡선의 길이, t : 시편의 두께]가 0.4 이상이다.

(4) 코스틱스법을 이용하여 응력확대계수를 구할 때 신뢰할 수 있는 초기곡선의 영역($R_0 > 0.4$)에서는, 특정점법과 특정길이법의 결과가 거의 동일하므로 어느 방법을 사용하여도 좋으니, 실험 절차면에서 특정길이법이 더 유리하다.

(5) 본 논문에서 개발한 직교 이방성재료인 C.P.A.C.와 C.F.A.C.는 이방성체에 대한 코스틱스 실험

용 재료로 유효하게 사용될 수 있다.

참고문헌

- (1) Friedrich, K., 1989, "Application of Fracture Mechanics to Composite Materials," Composite Materials Series 6, Elsevier Science Pub. Amsterdam, pp. 33~35.
- (2) Sih, G.C., Paris, P.C. and Irwin, G.R., 1965, "On Cracks in Rectilinearly Anisotropic Bodies," Int. J. of Fracture, vol 1, p. 189~203.
- (3) Bowie, O.L. and Freese, C.E., 1972, "Central Crack in Plane Orthotropic Rectangular Sheet," Int. J. of Fracture, vol. 8, No. 1, pp. 49~57.
- (4) Delale, F., Bakirtas, I. and Erdogan, F., 1979, "The Problem of an Inclined Crack in an Orthotropic Strip," J. Appl. Mech., vol 46, pp. 90~96.
- (5) 이갑래, 조상봉, 최용식, 1991, "경계요소법(BEM)에 의한 복합재료의 응력확대계수 해석" 대한기계학회논문집, 제15권, 제1호, pp. 179~189.
- (6) Snyder, M.D. and Cruse, T.A., 1975, "Boundary Integral Equation Analysis of Cracked Anisotropic Plates," Int. J. of Fracture, vol 11, pp. 315~328.
- (7) Fujino, K., Sekine, H. and Abe, H., 1984, "Analysis of Edge Crack in a Semi-infinite Composite With a long reinforced phase," Int. J. of Frac., vol 25, pp. 81~94.
- (8) Post, D., Czarnek, R., and Joh, D., 1987, "Shear strains in a graphite/peek beam by moire interferometry with carrier fringes," Exp. Mech., Sept., pp. 246~249.
- (9) 최선호, 황재석, 1988, "직교 이방성재료의 광탄성실험법 개발에 관한 연구", 대한기계학회논문집, 제12권, 제1호, pp. 8~18.
- (10) Theocaris, P.S., 1976, "stress concentrations in anisotropic plates by the method of caustics," Journal of strain Analysis, Vol. 11, No. 3, p. 154~160.
- (11) Manogg, P. 1964, "schattenoptische messung der spezifischen bruchenergie wahrend des bruchvorgangs bei plexiglas," Physics of Non-crystalline Solids, Proceedings, International Conference, Delft, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, pp. 481~490.
- (12) Liebowitz, 1968, "Fracture and advanced treatise" Vol. 2, Mathematical Fundamentals, Academic Press, New York, pp. 125~126.
- (13) Theocaris, P.S., 1981, "Elastic stress intensity factors evaluated by caustics," Mechanics of Fracture 7, Martinus-nijhoff Pub., pp. 189~252.
- (14) Born, M. and Wolf, E., 1980, "Principle of optics," 6th Edition, Pergamon Press, Oxford, pp. 36~50.
- (15) Lekhnitskii, S.G., 1963, "Theory of elasticity of an anisotropic elastic body" Holden Day, San Francisco, pp. 41~43.
- (16) Lee, O.S., Han, M.G. and Hong, S.K., 1989, "Effects of non-singular stress terms and birefringent coefficient on caustics under various fracture mode loadings," KSME Journal, Vol. 3, No. 2, pp. 159~163.
- (17) Theocaris, P.S., 1989, "Definition of the crack tip as the center of the caustic," Engr. Frac. Mech., Vol. 33, No. 3, pp. 553~559.
- (18) Robert, M.J., 1975, "Mechanics of composite materials," Scripta Book Company, Washington D.C., pp. 63~71.
- (19) 高橋 賞, 清水 統治, 1985, "コステック法の理論と適用例(2)", 機械研究, 第37巻, 第5号, pp. 51~56.
- (20) 清水 統治, 高橋 賞, 1985, "初期曲線および光學系が Caustics法の精度に及ぼす影響について", 非破壊検査, 第34巻, 第12号, p. 855~860.