

〈論 文〉

축하중을 받는 초기 반원 표면피로균열의 진전거동 예측

김종한* · 송지호**

(1992년 4월 14일 접수)

Prediction of Growth Behavior of Initially Semicircular Surface Cracks under Axial Loading

Jong Han Kim and Ji Ho Song

Key Words: Surface Crack Growth Prediction(표면균열진전예측), Axial Loading(축하중), Crack Closure(균열닫힘), Fatigue Crack Growth Life(균열 진전수명), Aspect Ratio(형상비)

ABSTRACT

A relatively simple prediction method is proposed for initially semicircular surface crack growth under axial loading. The method takes into account the difference in surface crack closure behavior at the depth point and at the surface intersection point, and also the relationship of crack closure for surface crack and through-thickness crack. The prediction method provides conservative estimation for fatigue life within factor of two, and the predicted crack geometry variations agree well with the observed results. As a result, the prediction method proposed here is considered to be useful for engineering application.

1. 서 론

제조과정, 혹은 사용중에 구조물에 발생하는 균열은 대체로 표면균열(surface crack) 또는 부분관통균열(part-through crack)의 형태를 갖는 경우가 많아 표면균열에 대한 피로균열진전연구는 공학적으로 매우 중요하다. 그러나 표면균열에 대한 연구 결과가 관통균열(through-thickness crack)에 대한 연구에 비해 현재도 그다지 많지 않은 것은 표면균열이 가지고 있는 특징상 다음과 같은 몇 가지 특징이 어려운 점들이 있기 때문이다. 즉 균열형상 및 응력상태가 단순하지 않고, 균열진전이 방사형방향으로 일어나며 균열선단 대부분이 재료내부에 존재

하므로 균열진전평가에 필수적인 균열형상 및 크기의 평가가 쉽지 않고 덧붙여 피로균열진전을 일차적으로 지배한다고 생각하는 균열닫힘 거동(crack closure behavior)을 검출하기가 매우 어렵다는 것이다. 일반적으로 평면변형률(plane strain) 상태와 평면응력(plane stress) 상태의 균열진전거동이 다르다는 것은 잘 알려진 사실이며, 표면피로균열에서는 표면부근의 평면응력 상태와 내부의 평면변형률 상태가 동시에 존재하여 각각 다른 진전저항을 가지고 진전하면서 균열형상이 형성되기 때문에 각각의 상태에 대한 진전특성을 아는 것이 일차적으로 매우 중요하다. 표면균열의 진전거동을 염밀하게 알기 위해서는 균열선단을 따라 각 점에서의 균열진전특성을 알아야 하나 이는 매우 어려운 일이므로, 균열 깊이점에서의 진전거동과 표면부근의 길이방향 진전특성에 의해서 표면균열진전거동이

*정회원, 국방과학연구소

**정회원, 한국과학기술원 기계공학과

지배된다고 단순화하여 해석하는 것이 간편하고 또한 현재로서는 일반적인 방법이다. 그러므로 표면균열 진전거동을 합리적으로 그리고 비교적 쉽게 평가하기 위해서는 다음의 두 가지 문제를 해결할 필요가 있다. 즉, 그 하나는 평면변형률 상태에 있는 표면균열 깊이점(crack depth point)의 진전거동과 평면응력상태에 있는 표면균열의 길이점(surface intersection point)의 진전거동을 각각 분리 평가하여 진전거동의 차이를 명확히 하는 것이며, 또 하나는 표면균열(surface crack)의 진전거동과 관통균열(through-thickness crack)의 진전거동의 관계를 명확히 하여 현재까지 많이 얻어진 관통균열에 대한 결과를 이용할 수 있도록 하는 것이다.

저자들⁽¹⁾은 최근 이 두 가지 문제에 대하여 특히 주목하여 초기 반원형 표면균열이 있는 7075-T6 알루미늄 합금재의 축하중(axial loading) 하의 표면균열 진전거동에 관하여 계통적인 연구를 수행하였다. 특히 표면균열 깊이점의 평면변형률 상태의 균열닫힘거동과 표면균열 길이점의 평면응력 상태의 균열닫힘 거동 등을 분리하여 측정함으로써 다음과 같은 몇 가지 중요한 결과를 얻었다. 즉 (1) 표면균열의 진전속도는 응력강도계수 폭(stress intensity factor range) ΔK 로 정리했을 때 균열깊이 방향의 진전속도가 균열길이 방향의 진전속도보다 빠르며, 이 속도의 차이는 표면균열 깊이점과 길이점에서의 균열닫힘 현상의 차이로 잘 설명된다. (2) 표면균열 길이점의 평면응력 균열열림비 U_c ($U = (K_{max} - K_{op}) / (K_{max} K_{min})$, K_{op} : 균열열림점의 K 값)는 표면균열깊이점의 평면변형률 균열열림비 U_a 보다 작다. U_c/U_a 의 값은 응력강도계수와 같은 하중파라미터보다는 표면균열의 형상에 크게 의존하나, 축하중의 경우에는 응력비에 관계없이 $U_c/U_a = 0.93 \sim 0.86$ 의 범위의 값이 된다. (3) 표면균열의 진전속도는 같은 ΔK 에 대하여 평면변형률 관통균열보다 느리며, 균열닫힘을 고려한 유효응력강도계수 폭(effective stress intensity factor range) ΔK_{eff} 로 정리하여도 표면균열의 진전속도가 약간 느린 경향을 보인다. (4) 균열닫힘거동에 관한 표면균열과 관통균열의 관계는 하중의 종류, 표면균열의 크기와 형상 등에 크게 영향을 받을 것으로 예상되나, 축하중하에서 초기 반원균열을 갖는 표면균열의 깊이방향과 평면변형률거동을 하는 관통균열의 균열열림비의 차이는 비교적 작다.

현재까지도 표면균열의 진전거동을 예측하려는 많은 연구들이 있었으며 몇 가지 방법도 제안되고 있으나, 대체로 관통균열과 표면균열의 관계를 규명함 없이 관통균열 데이터만으로 예측하거나 표면균열에 대한 간단한 가정을 통해 예측하는 경우가 많다.

본 연구에서는 축하중 부하의 경우 위에서 언급한 표면균열의 진전특성에 대한 저자들의 연구결과를 이용하면 비교적 간단하게 표면균열의 진전거동을 예측할 수 있으리라 기대되어 균열진전거동 예측 방법을 제시하고 이 방법의 타당성을 검토하였다.

2. 표면균열 진전예측 방법

여기서는 먼저 현재까지 제안된 표면균열의 진전 예측방법에 대하여 언급한 후, 저자들이 제안하는 방법을 설명하기로 한다. 최초의 예측 방법은 Newman과 Raju⁽²⁾가 제안한 것으로 다음과 같다. 균열진전 속도가 다음과 같이 ΔK 에 관한 Paris의 법칙⁽³⁾에 따른다고 하면,

$$da/dN = C(\Delta K)^n \quad (1)$$

Fig. 1과 같은 표면균열의 깊이점 a 와 표면의 길이점 c 의 균열진전속도는

$$da/dN = C_a (\Delta K)^{na} \quad (2a)$$

$$dc/dN = C_c (\Delta K)^{nc} \quad (2b)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 여기서 C_a , C_c , na , nc 는 각각 a , c 점에 대한 균열진전계수 및 지수이다. Newman과 Raju⁽²⁾는 $na=nc=n$ 으로 가정하고 인장 및 굽힘하중하에서 초기의 작은 표면균열은 반원형상으로 진전한다는 Corn⁽⁴⁾의 실험결과와 반원균열일 때의 응력강도계수는 c 점이 a 점보다 10% 정도 높은 값을 갖는다는 자신들의 해석결과를 이

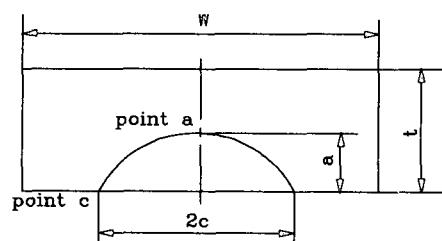


Fig. 1 Schematic representation of surface crack

용하면 식(2)로 부터 $C_c = 0.91^n C_a$ 의 관계가 얻어지므로 표면균열의 형상변화는 다음식

$$\begin{aligned}\Delta a / \Delta c &= C_a / C_c (\Delta K_a / \Delta K_c)^n \\ &= (\Delta K_a / 0.91 \Delta K_c)^n\end{aligned}\quad (3)$$

으로부터 평가할 수 있다고 제안하였다. n 은 재료에 따라 변화하는 값이나 이들은 여러 재료에 적용할 수 있는 4를 선택하여 수치적으로 식(3)을 계산하고 실험과 비교하여 비교적 좋은 결과를 얻고 있다. 이 Newman-Raju방법에 대해 긍정적인 결과⁽⁵⁾도 없지 않으나, 형상비 a/c 에 대해 과소 평가한다는 보고⁽⁶⁾가 있으며 Sommer 등⁽⁷⁾은 표면균열 진전은 응력강도계수만으로 예측하기 어렵다는 보고를 하고 있다. Newman-Raju 방법과 유사한 개념으로 균열형상을 예측하려는 연구들^(8~10)이 있으나 다음 설명에서 알 수 있는 바와 같이, 이들 방법은 모두 균열진전속도를 지배하는 파라미터로서 응력강도계수 폭 ΔK 를 사용하는데에 근본적인 문제가 있다.

Elber⁽¹¹⁾가 균열닫힘현상을 발견한 이후, 피로균열 진전속도는 응력강도계수 폭 ΔK 대신에 균열닫힘을 고려한 유효응력강도계수 폭 ΔK_{eff} 에 의해 지배된다는 것이 잘 알려져 있으며 피로균열 진전속도는 관통균열인 경우 일반적으로 다음과 같이 나타낼 수가 있다.

$$da/dN = C(\Delta K_{eff})^n = C(U_{thr} \cdot \Delta K)^n \quad (4)$$

여기서 U_{thr} 는 관통균열의 균열열림비를 나타낸다.

표면균열에서 균열길이방향 c 와 균열깊이방향 a 의 진전속도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$da/dN = C_a (\Delta K_{eff,a})^{na} = C_a (U_a \cdot \Delta K_a)^{na} \quad (5a)$$

$$dc/dN = C_c (\Delta K_{eff,c})^{nc} = C_c (U_c \cdot \Delta K_c)^{nc} \quad (5b)$$

여기서 C_a , C_c 및 na , nc 는 식(2)에서와는 달리 ΔK_{eff} 에 관한 진전속도 식에서의 값들로서 응력비 R 등에 무관한 재료상수이며, $\Delta K_{eff,a}$ 와 $\Delta K_{eff,c}$ 는 각각 a , c 점의 유효응력강도계수 폭을 나타낸다.

식 (5)를 식(3)의 형태로 바꾸어 쓰면

$$\Delta a / \Delta c = (C_a / C_c) (U_a \cdot \Delta K_a)^{na} / (U_c \cdot \Delta K_c)^{nc} \quad (6)$$

이 된다. Jolles와 Tortoriello⁽¹²⁾는 $C_a = C_c$, $na = nc = n$ 으로 가정한 뒤, Newman-Raju의 경우와 같이 초기의 작은 반원균열이 반원형태로 진전한다는 실험결과로 부터 $U_a / U_c = 0.91$ 을 유도하여 균열형상비 변화를 계산하고 있다. 즉

$$\Delta a / \Delta c = (\Delta K_a / 0.91 \Delta K_c)^n \quad (7)$$

가 되어 식의 형태로는 Newman-Raju의 식(3)과 거의 동일하게 되나 지수 n 값이 ΔK 에 관한 것이 아니라 ΔK_{eff} 에 관한 것이라는 점이 다른 점이다. Jolles 등^(13,14)은 알루미늄합금 2024-T351재 관통균열 CT시편으로 $R=0.1$ 의 일정진폭실험을 통해 n 값을 구하고 응력비에 따른 균열열림비를 시편표면에서 측정하여 그 값을 U_c 로 가정한 후 표면균열의 형상비 변화를 예측하여 좋은 결과를 얻고 있다. Smith⁽¹⁵⁾도 $U_c / U_a = 0.91$ 을 사용하여 균열형상 및 수명을 예측하였으며 C , n 은 관통균열의 결과를 이용하고 있다. 이상과 같은 방법은 ΔK 대신 ΔK_{eff} 를 사용하고 있어 매우 합리적이나, 초기의 작은 반원형 표면균열에 대해 성립하는 $U_c / U_a = 0.91$ 의 값이 균열형상, 하중조건에 관계없이 일정하다는 가정은 반드시 실험결과와는 일치하지 않아 Fleck 등⁽¹⁶⁾은 알루미늄합금 2024-T3의 표면균열의 표면의 균열길이점과 내부의 균열깊이점의 균열열림비를 측정하여 $U_c / U_a = 0.88$ 의 값을 가진다는 보고를 하고 있다. 이외에 다른 U_c / U_a 값을 보고하고 있는 예⁽¹⁷⁾도 있다. 따라서 U_c / U_a 에 관해서는 일단 충분한 검토가 필요하다. 표면균열 형상비 a/c 를 예측하는 데에는 식(7)에서 U_c / U_a 의 값만으로 충분한 형태가 되어 있으나 균열진전수명을 예측할 경우에는 식(5)로부터 알 수 있는 바와 같이 U_c 또는 U_a 의 절대값이 필요하여, 이를 값과 관통균열의 결과와의 상관관계 또한 충분히 검토할 필요가 있다. 또 하나는 C_a / C_c , $na = nc$ 의 가정은 어느정도 타당하다 할 수 있으나, C 나 n 값은 뒤의 Fig. 4 또는 Fig. 8로 부터 알 수 있듯이 재료에 따라서는 속도영역에 따른 값을 가지므로, $U_a \Delta K_a$ 와 $U_c \Delta K_c$ 가 각각 다른 속도영역에 있을 경우 식 (7)의 형태는 반드시 합리적인 것은 아니다. Choy 등⁽¹⁸⁾은 식(7)을 사용하여 PMMA재의 표면균열에 대해 형상비를 예측한 결과 과대평가된다는 보고를 하고 있다.

이상과 같은 점을 고려하여, 본 연구에서는 다음과 같은 방법을 사용하기로 하였다. 균열진전 속도

평가에는 ΔK_{eff} 를 사용하는 것이 합리적이므로, 표면균열 진전속도 평가식으로 식(5)를 사용하기로 하며 식(5)중의 계수 및 지수에 관하여도 $C_a = C_c$, $na = nc$ 의 가정이 대체로 잘 성립하므로 그대로 사용하기로 한다. 표면균열 진전거동을 예측하는데 관통균열에 대한 결과를 사용하는 것이 경제적으로 유리하므로, 식(5)중의 계수 및 지수에 대하여 각각 관통균열에 대한 C , n 값을 사용하기로 하고, 균열열림비 U 에 대해서도 관통균열의 결과를 이용할 수 있도록 하면 식(5)는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} da/dN &= C(U_a \cdot \Delta K_a)^n \\ &= C(U_{thr} \cdot U_a/U_{thr} \cdot \Delta K_a)^n \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} dc/dN &= C(U_c \cdot \Delta K_c)^n \\ &= C(U_a \cdot U_c/U_a \cdot \Delta K_c)^n \\ &= C(U_{thr} \cdot U_a/U_{thr} \cdot U_c/U_a \cdot \Delta K_c)^n \end{aligned} \quad (8b)$$

여기서 주의할 점은 C , n , U_{thr} 은 평면변형률 상태하의 관통균열에 대한 결과로서, C 와 n 값은 앞에서 언급한 바와 같이 속도영역에 의존하는 값이다. U_{thr} 또한 일반적으로 응력비 R 및 ΔK 에 의존하는 값이다. 식중의 U_a/U_{thr} 는 표면균열의 균열깊이 점과 평면변형률상태의 관통균열의 균열열림비의 관계이다. Fig. 2, 3은 서론에서 언급한 저자들의 U_a/U_{thr} , U_c/U_a 에 관한 연구결과로서 엄밀하게는 U_a/U_{thr} 및 U_c/U_a 는 각각 K_{max} 및 균열깊이 a 의 함수라 생각되나 초기 반원균열이 축하중을 받는 경우는 변화가 크지 않아 적당한 일정값을 대표값

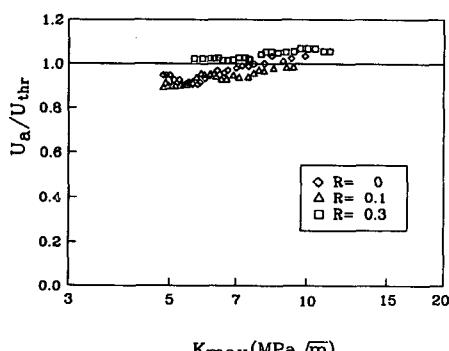


Fig. 2 Relationship of plane strain crack opening ratios for surface cracks and through-thickness cracks

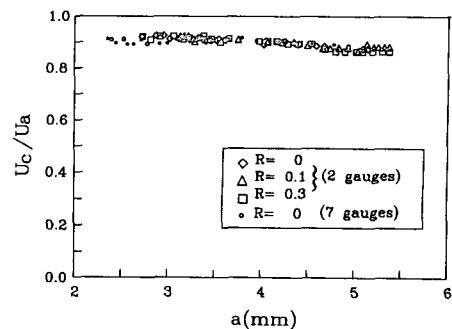
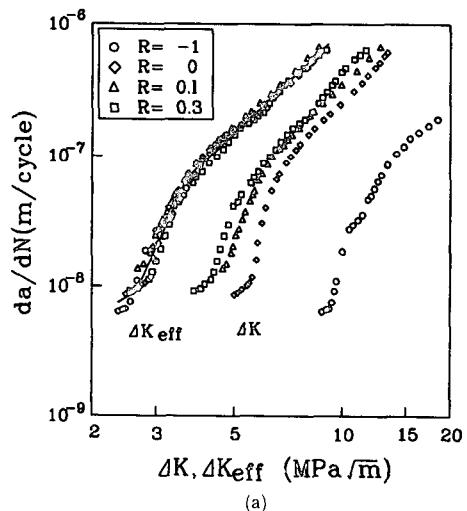
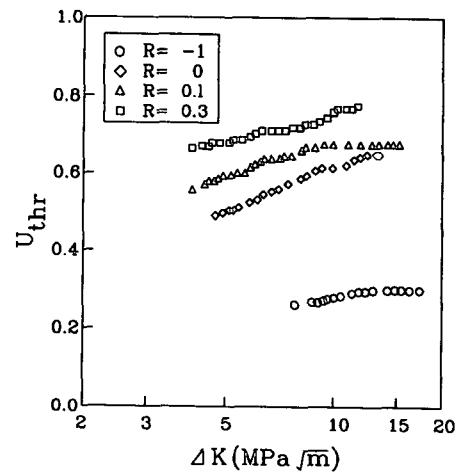


Fig. 3 Relationship of surface crack opening ratios at the maximum depth point and the surface intersection point



(a)



(b)

Fig. 4 Fatigue crack growth behavior of side-grooved CCT specimens

으로 놓아도 큰 오차는 없으리라 생각된다. 따라서 본 연구에서는 $U_a/U_{thr}=1$, U_c/U_a 에 대해서는 Fig. 3에서 수명에 관하여 평균적인 값 $U_c/U_a=0.92$ 를 취하기로 하였다. 평면변형률상태의 관통균열에 대한 C , n 및 U_{thr} 에 대해서는 측면흡을 낸 중앙관통균열시험편의 결과⁽¹⁹⁾인 Fig. 4를 이용하기로 하였다. 여기서 C 와 n 은 속도영역을 따라 크게 3구간으로 나누어 각 구간의 값을 구하여 사용하게 된다. 특히 Fig. 4(b)로 부터 U_{thr} 는 단순히 응력비 R 만의 함수로 나타낼 수가 없으며 반드시 ΔK 의 영향이 고려해야 된다는 것을 알 수 있다. 이상으로 부터 표면균열진전 예측식 (8)은 최종적 으로

$$da/dN = C(U_{thr} \cdot \Delta K_a)^n \quad (9a)$$

$$dc/dN = C(U_{thr} \cdot 0.92\Delta K_c)^n \quad (9b)$$

와 같이 되며, 이 식을 식(3) 또는 식(6), (7)과 같이 변형하여 사용하는 것은 위에서 지적한 C , n 의 속도영역의 의존성 및 U_{thr} 의 ΔK 의 의존성 때문에 합리적이 아니다. 식(9)의 형태를 그대로 사용하는 것도 본 모델의 중요한 점의 하나이다.

3. 균열진전예측 및 검토

표면균열 진전예측은 서론에서 언급한 저자들의 7075-T6 알루미늄 합금재에 관한 연구⁽¹⁾에서 사용한 시험조건에 대해 수행하여 실제 실험결과와 비교하였다. 표면균열에 대한 응력강도계수는 Newman과 Raju의 식⁽²⁾을 사용하였으며, 균열진전 시작점으로는 초기노치(방전가공에 의한 $a_0=c_0=2.0\text{mm}$ 의 반원노치)의 영향이 거의 없어졌다 고 생각되는 균열깊이 $a=2.3\text{ mm}$ ($a/c=0.96$)가 되는 점을 잡았다. 구체적인 시험하중조건 및 비교되는 실제 실험결과 상세는 문현(1)에 미루기로 하고 여기서는 지면관계상 생략하기로 한다.

Figs 5, 6은 되풀이 수에 따른 표면균열의 성장과 표면균열의 형상비 (aspect ratio) a/c 에 대한 예측결과로서 응력비 $R=0, 0.1, 0.3$ 에 대한 것이다. Fig. 5로 부터 알 수 있는 바와 같이 Newman-Raju식의 유효한계인 $2c/W=0.5$ 에 해당하는 $a/t=0.75$ 정도가 되는 시험종료 위치에서 표면균열의 예측진전수명은 실제 실험결과에 비해 최대 약 2배 정도의 안전측 예측이 되고 있다. 안전측의 예측결과는 균열진전속도를 ΔK_{eff} 로 정리했을 경우

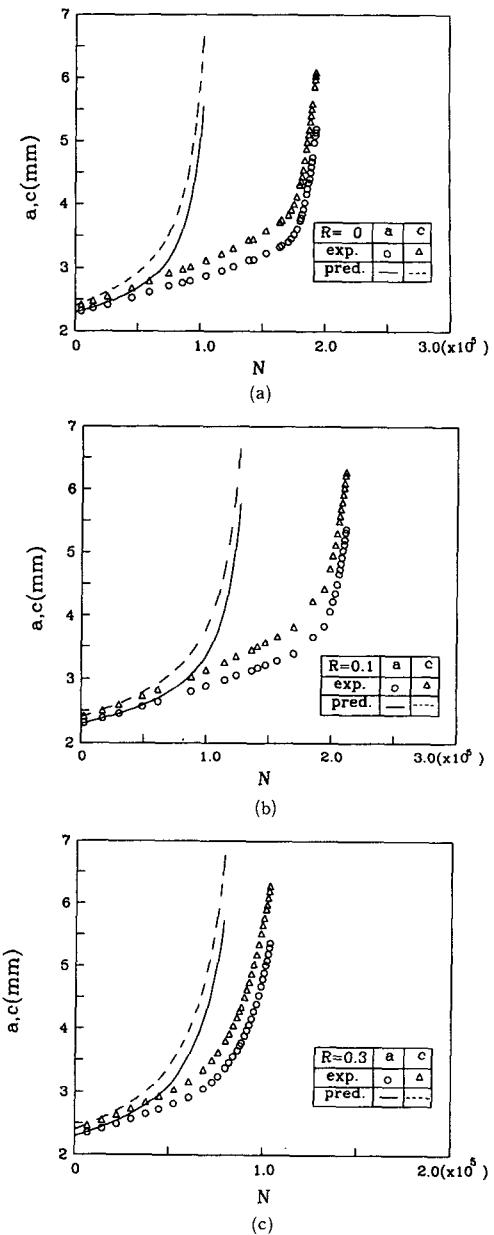


Fig. 5 Variation of crack depth with number of cycles for surface cracked specimen

관통균열이 표면균열의 a 나 c 방향의 진전속도보다 약간 빠르다는 앞의 연구결과⁽¹⁾로부터 어느 정도 예상 가능한 결과이다. Fig. 6의 균열형상비 a/c 의 변화에 관한 예측결과는 실험결과와 매우 잘 일치하고 있으며 오차가 가장 큰 $R=0.3$ 의 경우에도 그 크기는 5% 미만으로 이 형상비의 오차는 응력강도계수를 약 3% 정도 과소 평가하는 결과가 된

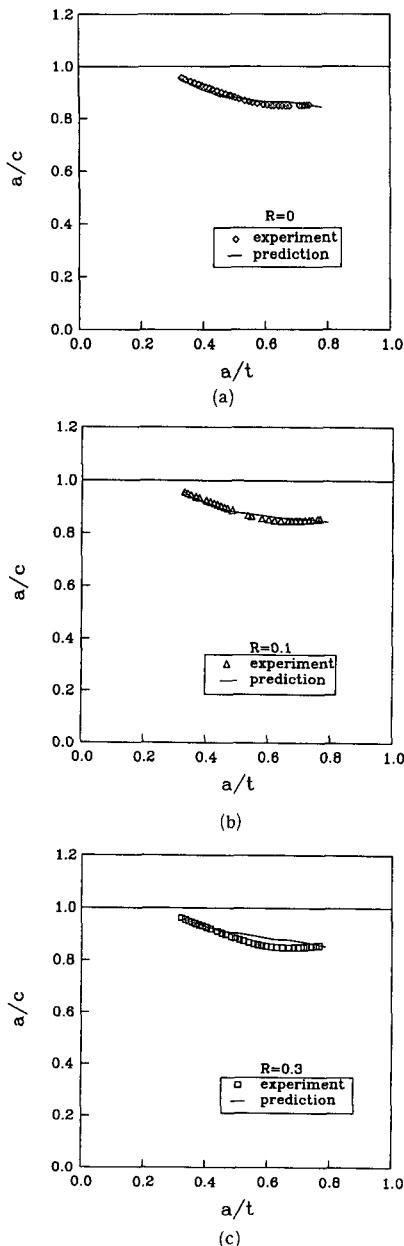


Fig. 6 Variation of aspect ratio of surface cracked specimen

다. 균열진전수명에서 2배 이하의 안전측 예측, 응력강도계수 평가에서 3% 정도의 예측오차는 실용상 충분히 만족할 만한 수준이므로 여기서 사용한 위의 간단한 가정하의 예측법이 공학적으로 매우 유용함을 알 수 있다.

본 예측법에서는 특히 U_c/U_a 값이 예측결과에

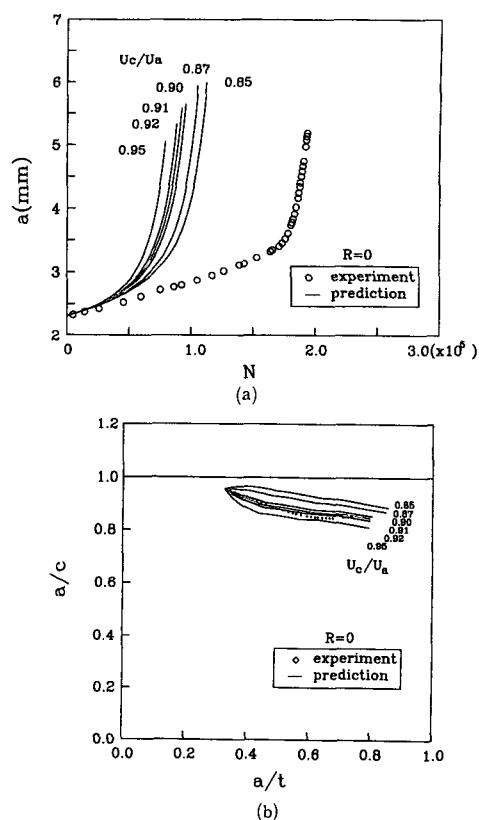


Fig. 7 Effects of U_c/U_a on surface crack prediction model

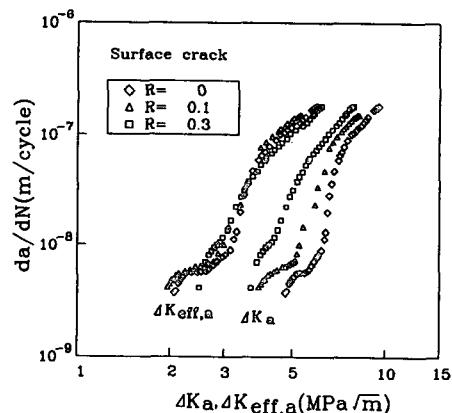


Fig. 8 Fatigue crack growth rate of surface crack in crack depth direction as a function of ΔK and $\Delta K_{eff,a}$.

크게 영향을 미칠 가능성이 있다. Fig. 7은 수명 및 형상비에 미치는 U_c/U_a 의 영향을 $R=0$ 에 대하여 살펴본 것이다. U_c/U_a 가 0.92보다 적어지면

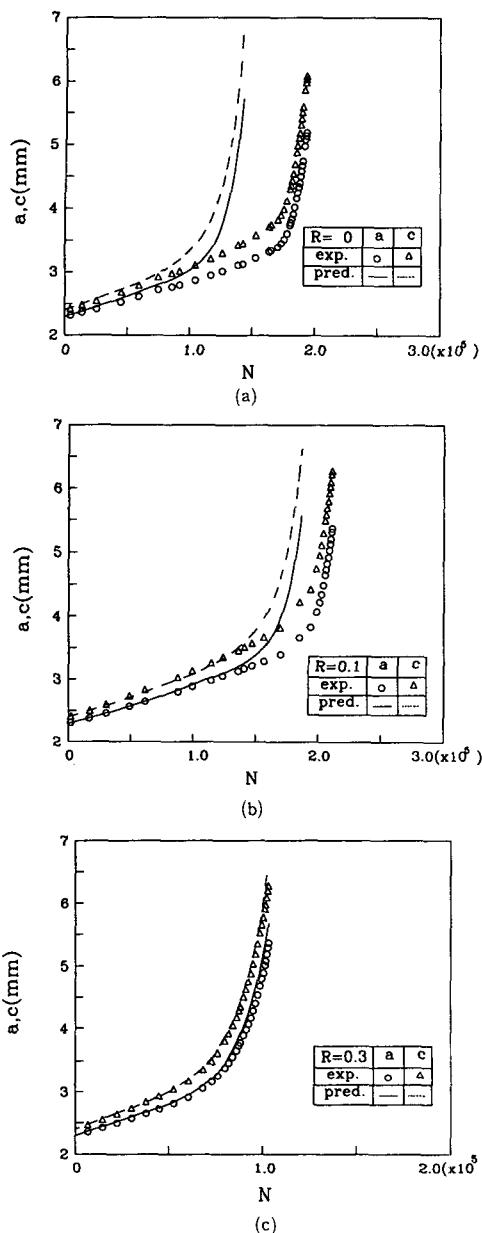


Fig. 9 Variation of crack depth with number of cycles for surface cracked specimen

수명에 대한 오차는 작아지는 경향이 있으나 형상비에 대한 오차는 커지고 있으며 0.92보다 커지면 수명과 형상비 모두 오차가 커지는 경향이 있다. $R=0.1$, $R=0.3$ 에서도 거의 같은 경향이다. 본 연구에서 사용한 $U_c/U_a=0.92$ 의 값은 Jolles와 Tortoriello⁽¹²⁾가 얇은 반원균열은 반원형태로 전진한다는 가정 하에 얄어 표면균열의 형상비 변화 예

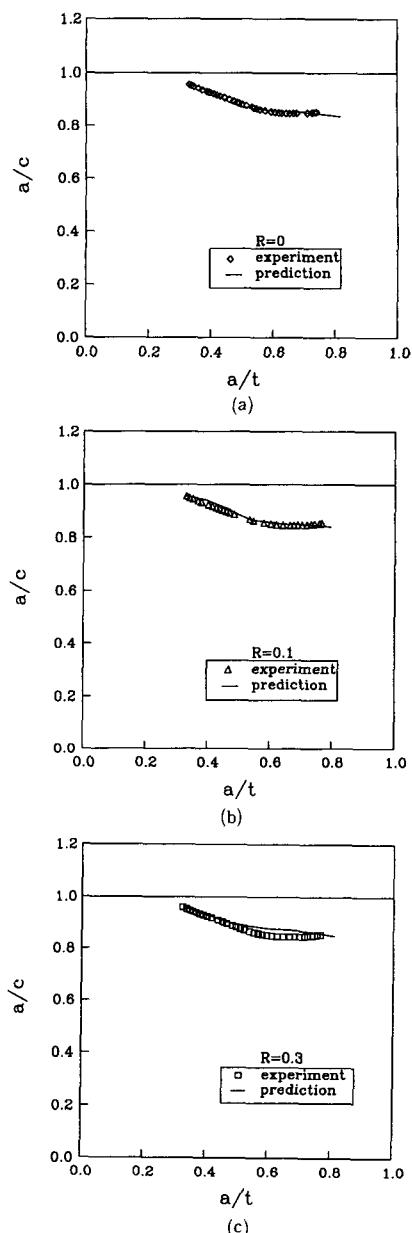


Fig. 10 Variation of aspect ratio of surface cracked specimen

측에 성공적으로 사용한 $U_a/U_a=0.91$ 과 거의 같은 값으로, 축하중하의 표면균열 전전예측에 관해서는 이 정도의 값을 사용하면 적당하리라 생각된다. 한편 $U_a/U_{thr}=1.0$ 의 가정은 균열전전수명 중 균열형상비의 변화가 그다지 크지 아니한 축하중의 경우에는 비교적 타당하리라 생각되나 굽힘하중에 서와 같이 균열형상비 변화가 큰 경우에는 U_a/U_a

U_{thr} 가 1보다 훨씬 클 가능성도 있으므로 이에 관해서는 자세한 검토가 요구된다. 또한 축하중 부하의 경우에도 초기 균열형상비가 1에 비해 매우 크거나 매우 작은 경우, 그리고 굽힘하중의 경우에는 표면균열전에 따른 균열닫힘거동이 다를 가능성이 있어서, 본 연구에서 제시한 예측방법의 적용가능성에 대해서는 좀더 검토가 요구된다.

최대 약 2배 정도의 안전측 예측이 되는 표면균열진전수명에 대하여 좀 더 예측의 정확도를 높일 필요가 있을 경우에는 표면균열에 대한 $da/dN - \Delta K_{eff,a}$ 관계를 실험적 평가가 상대적으로 용이한 어떤 임의의 응력비에 대해 시험편 한, 두개만을 사용하여 얻어 이용하는 방법이 가능할 것이다. 예로 식(9)중의 C, n 값을 Fig. 8과 같은 표면균열에 대한 실제 실험결과를 사용하여 예측한 결과가 Figs 9, 10이다. 이때 균열진전수명에 대한 예측오차는 현저히 감소하여 최대 오차계수는 1.4 정도가 되며 균열형상비의 변화는 원래 균열진전속도식의 계수에 크게 영향을 받지 않는 경향이 있어 거의 영향이 없으나 상세히 보면 약간은 좋아지고 있다. 이상과 같이 축하중에서 초기 반원 형태의 표면균열이 진전하는 경우에는 평면변형률을 관통균열의 진전결과와 표면균열에 대한 닫힘거동에 관한 간단한 가정을 통해 비교적 간단하게, 실용상 충분히 만족할 만한 예측을 할 수 있음을 알 수 있다.

4. 결 론

관통균열과 표면균열에 대한 연구결과와 간단한 가정을 통해 초기반원 표면균열의 진전거동을 간단하게 예측할 수 있는 방법을 제시하였으며 이 방법은 진전수명으로는 2배 이내에서 안전측의 예측이 되며 형상비는 최대 5% 미만의 오차를 주어 실용상 충분히 만족할 만하다.

참고문헌

- (1) Kim, Jong-Han and Song, Ji-Ho, 1992, "Crack Growth Behavior of Surface Cracks Under Axial Loading," *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.*, Vol. 15, No. 5, pp. 477~489.
- (2) Newman, J.C. and Raju, I.S., 1981, "An Empirical Stress Intensity Factor Equation for the Surface Cracks," *Engng Fract. Mech.*, Vol. 15, No.1-2, pp. 185~192.
- (3) Paris, P.C. and Erdogan, F., 1963, "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws," *Trans. ASME, J. Basic Engng*, Vol. 85, No.4, pp. 528~534.
- (4) Corn, D.L., 1971, "A Study of Cracking Techniques for Obtaining Partial Thickness Cracks of Pre-selected Depths and Shapes," *Engng Fract. Mech.*, Vol.3, No.1, pp. 45~52.
- (5) Hosseini, A. and Mahmoud, M.A., 1985, "Evaluation of Stress Intensity Factor and Fatigue Growth of Surface Crack in Tension Plates," *Engng Fract. Mech.*, Vol.22, No.6, pp. 957~974.
- (6) Connolly, M.P. and Collins, R., 1987, "The Measurement and Analysis of Semi-elliptical Surface Fatigue Crack Growth," *Engng Fract. Mech.*, Vol.26, No.6, pp. 897~911.
- (7) Sommer, E., Hodulak, L. and Kordisch, H., 1977, "Growth Characteristics of Part-through Cracks in Thick Walled Plates and Tubes," *Trans. ASME, J. Press. Vessel Tech.*, Vol.99, pp. 106~111.
- (8) Burck, L.H., 1977, "Fatigue Growth of Surface Cracks in Bending," *Engng Fract. Mect. Mech.*, Vol.9, pp. 389~395.
- (9) Nair, P.K., 1979, "Fatigue Crack Growth Model for Part Through Flaws in Plates and Pipes," *Trans. ASME, J. Engng Mater. Tech.*, Vol.101, pp. 53~58.
- (10) Lee, K.S., Yu, L.J., Jin, Z.H. and Liang, K.Z., 1982, "Experimental Research on Surface Crack Propagation Laws for Low Alloy Steel," *Engng Fract. Mech.*, Vol. 16, No. 1, pp. 105~113.
- (11) Elber, W., 1971, "The Significance of Fatigue Crack Closure," *Damage Tolerance in Aircraft Structures, ASTM STP 486*, pp. 230~259.
- (12) Jolles, M. and Tortoriello, V., 1983, "Geometry Variations During Fatigue Growth of Surface Flaw," *Fracture Mechanics : Fourteenth Symposium: Theory and Analysis, ASTM*

- STP 791, pp. 1297~307.
- (13) Jolles, M., 1983, "Constraint Effects on the Prediction of Fatigue Life of Surface Flaws," Trans. ASME, J. Engng Mater. Tech., Vol. 105, pp. 215~218.
- (14) Jolles, M. and Tortoriello, V., 1984, "Effects of Constraint Variation on the Fatigue Crack Growth of Surface Flaws," Fracture Mechanics:Fifteenth Symposium, ASTM STP 833, pp. 300~311.
- (15) Smith, C.W., 1988, "Analytical and Experimental Study of the Surface Flaw," Experimental Mechanics, Vol.28, pp. 194~200.
- (16) Fleck, N. A., Smith, I.F.C. and Smith, R. A., 1983, "Closure Behavior of Surface Cracks," Fatigue & Fract. Engng Mater. Struct., Vol.6, No.3, pp. 225~239
- (17) Clerivet, A. and Bathias, C., 1988, "Influence of Some Mechanical Parameters on the Crack Closure Effect in Fatigue Crack Propagation in Aluminium Alloys," Mechanics of Fatigue Crack Closure, ASTM STP982, pp. 583~597.
- (18) Choy, Y.S., Yang, W.H., Kim, Y.J. and Kim, S.W., 1990, "Prediction of Fatigue Crack Growth Patterns in Surface Cracked Bodies," Fatigue 90, pp. 2389~2394.
- (19) 김종한, 송지호, 1992, "측면흡 시험편을 이용한 평면변형률 피로 균열진전에 관한 연구," 대한기계학회논문집, 제16권, 제 1 호, pp. 63~69.