

〈論 文〉

저온의 물속에 잠겨있는 수평 평면에 의하여 야기되는 자연대류의 수치해석

유갑증* · 예용택** · 권혁용**

(1992년 1월 14일 접수)

Numerical Analysis of Natural Convection from a Horizontal Surface Immersed in Cold Water

Kap-Jong Riu, Yong-Taeg Yea and Hyuck-Yong Kwon

Key Words : Natural Convection(자연대류), Upward-Facing Horizontal Isothermal Surface(상향 수평등온면), Downward-Facing Horizontal Isothermal Surface(하향 수평등온면), Density Extremum(최대밀도점), Thermal Boundary Layer(열경계층)

Abstract

The natural convection from upward and downward facing horizontal isothermal plate immersed in water is studied numerically. The temperature of the plate is from 0.0°C to 8.0°C and the ambient water temperature is from 1.0°C to 10.0°C. Numerical results are presented for the velocity profiles, temperature profiles, local heat transfer coefficients, and average Nusselt numbers over the entire flow fields. Flow patterns are shown in the upward and downward facing surfaces at different ambient water temperatures. For the upward facing surface, there are upflow and unsteady flow. And the regions of the ambient water temperatures which give rise to the upflow are more extensive as the temperatures of the isothermal surface become more distant from the density extremum temperature. For the downward facing surface, only the downflow region is shown. For the upward facing horizontal isothermal surface, the average Nusselt number(= Nu_1^*) is $28.86(Ra)^{0.01}$. And for the downward facing surface, the average Nusselt number(= Nu_2^*) is $C_2(Ra)^{0.2}$ and the values of C_2 are enlarged in the range of $0.785 \leq C_2 \leq 1.250$ as increasing of the temperatures of the isothermal surface.

기 호 설 명

| | |
|---|--|
| <p>C_1 : 식 (15)의 계수</p> <p>C_2 : 식 (16)의 계수</p> <p>Gr_L : 수정 국소 Grashof수, $\frac{g T_\infty - T_w ^q \cdot gL^3/\nu^2}{\rho \beta}$</p> <p>$h$: 평균 열전달계수, $W/m^2\cdot C$</p> <p>h_x : 국소 열전달계수, $W/m^2\cdot C$</p> | <p>k : 열전도율, $W/m\cdot C$</p> <p>L : 시편의 길이, m</p> <p>Nu : 평균 Nusselt수, hL/k</p> <p>Nu_x : 국소 Nusselt수, $h_x x/k$</p> <p>Pr : Prandtl수, $C_p \mu/k$</p> <p>q : 밀도식의 지수</p> <p>R : 최대밀도 매개변수, $\frac{(T_m - T_\infty)}{(T_w - T_\infty)}$</p> <p>$Ra$: Rayleigh 수, $Gr_L \cdot Pr$</p> |
|---|--|

*정회원, 경북대학교 기계공학과

**정회원, 경북대학교 대학원

| | |
|----------|---|
| S_1 | : 식 (15)의 지수 |
| S_2 | : 식 (16)의 지수 |
| T | : 온도, °C |
| u | : 수평방향의 속도성분, m/s |
| U | : 수평방향의 무차원 속도, $uL/\nu Gr_L$ |
| v | : 수직방향의 속도성분, m/s |
| V | : 수직방향의 무차원 속도, $vL/\nu Gr_L$ |
| x | : 수평방향의 좌표, m |
| X | : 수평방향의 무차원좌표, x/L |
| y | : 수직방향의 좌표, m |
| Y | : 수직방향의 무차원좌표, y/L |
| α | : 밀도식의 계수, $(^\circ\text{C})^{-\alpha}$ |
| θ | : 무차원 온도, $(T - T_\infty)/(T_w - T_\infty)$ |
| ρ | : 밀도, kg/m^3 |
| Ψ | : 무차원 유동함수 |
| ω | : 무차원 와도 |

상첨자

* : 최소 자승법으로 구한 값

하첨자

| | |
|----------|-------------|
| 1 | : 상향 등온 수평면 |
| 2 | : 하향 등온 수평면 |
| m | : 최대밀도점 |
| w | : 시편면 |
| ∞ | : 주위물 |

1. 서 론

자연대류는 중력장에서 부력과 체적력의 상호작용에 의하여 구동되는 유체의 수송현상이다. 수평 등온면 주위에서 일어나는 자연대류는 자연현상 및 공업분야에서 흔히 발생하는 문제로서 이에 대한 연구가 활발히 진행되어 왔다.⁽¹⁻⁷⁾ 특히 최대밀도점을 갖는 저온의 정지된 순수물 속에 온도가 다른 물체가 잠겨있을 때에는 매우 복잡한 유동현상이 일어난다. 이와 관련된 연구로는 여러가지 기하학적 형상을 한 등온면, 혹은 균일 열유속을 갖는 면이 유체 속에 놓여 있을 때 일어나는 자연대류의 발생에 대하여 이론적 및 실험적으로 수행되어 왔다. Riu^(1,2)는 최대밀도점 부근의 물 속에 잠겨있는 수직 및 경사진 열음 평면에 의하여 일어나는 열전달 현상을 실험 및 수치해석하였다. 그 결과로서 수직 평면인 경우 $T_\infty \leq 4.6^\circ\text{C}$ 에서는 상향유동,

$5.7^\circ\text{C} < T_\infty < 6.0^\circ\text{C}$ 에서는 두방향 유동, $T_\infty \geq 6.0^\circ\text{C}$ 에서는 하향유동이 일어나며 $4.6^\circ\text{C} < T_\infty < 5.7^\circ\text{C}$ 의 온도 영역에서는 해를 구하지 못하였다. Fujii와 Imura⁽³⁾는 임의의 경사각을 가진 평면이 순수물 속에 잠겨있을 때 일어나는 평면 주위의 대류열전달을 실험에 의하여 연구하여 하향 및 수평 평면이 가열될 때 Rayleigh 수의 범위가 10^6 에서 10^7 이면 Nusselt수는 Rayleigh 수의 1/5승에 비례한다고 밝혔다. Pera와 Gebhart⁽⁴⁾는 수평 및 약간 경사진 평판의 윗면에서 일어나는 자연대류 현상을 실험 및 수치해석으로 구명하였다. Kim⁽⁵⁾은 수평평판의 온도가 0.0°C 일 때 최대밀도점 부근에서 상향 및 하향 수평 열음평면에 의하여 일어나는 자연대류에 대하여 수치해석하였으며, 그 결과로서 상향 수평 등온면 주위의 유동은 주위물의 온도가 4.4°C 이하일 때 상향유동이 지배적인 정상상태의 대칭유동이고, 4.4°C 이상의 온도에서는 수치해를 구할 수 없다고 하였으며, 하향 수평등온면의 경우에는 주위물의 온도가 4.9°C 이하일 때 수치해를 구할 수 없다고 하였으며, 하향 수평등온면의 경우에는 주위물의 온도가 4.9°C 이하일 때 수치해를 구할 수 없었고, 4.9°C 이상의 온도에서는 하향유동이 지배적인 정상상태의 대칭유동이 나타난다고 하였다. 이와 같이 저온의 물 속에서 행한 기존의 연구들은 등온벽면의 온도가 0.0°C 인 경우가 대부분이었으나, 주위물의 온도가 최대밀도점 4.0°C 부근이고, 등온벽면의 온도가 4.0°C 부근에서 변화할 때의 유동형태와 열전달에 관한 연구는 찾아 볼 수 없었다.

따라서 본 논문에서는 등온 평면의 온도가 0.0°C 부터 8.0°C 까지, 그리고 주위물의 온도가 1.0°C 부터 10.0°C 까지 일 때 상향 및 하향면 주위에서 일어나는 자연대류를 유한차분법(FDM)으로 수치해석하여 등온면 주위에서 일어나는 유동형태, 속도분포, 평균 Nusselt수를 구하여 유동 및 열전달특성을 구명하였다.

2. 지배방정식과 경계조건

본 연구에서 사용된 좌표계는 Fig. 1과 같다. 수평 등온면의 중심을 좌표계의 원점으로 정하고, x 좌표는 수평 평면에 평행한 방향의 좌표로서 평면의 중심으로 부터 바깥쪽을 양의 방향으로 하였다. y 좌표는 수평 평면에 수직인 방향의 좌표로서 상

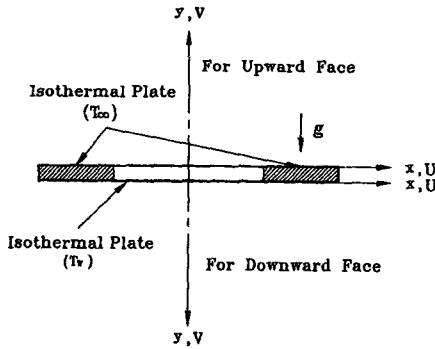


Fig. 1 Coordinate system

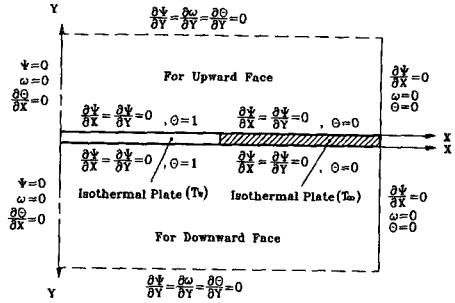


Fig. 2 Boundary conditions

항 수평등온면의 경우에는 중력방향과 반대방향으로 양의 방향으로, 하향 수평등온면의 경우에는 중력방향과 같은 방향으로 양의 방향으로 정하였다. U 와 V 는 각각 x 방향과 y 방향의 무차원 속도성분을 나타내며, g 는 중력가속도를 나타낸다. Boussinesq 가정을 적용하고 유동을 2차원 정상층류로 가정하여 유동함수 Ψ 와 와도 ω 를 도입한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} + \omega = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial X}(\omega \frac{\partial \Psi}{\partial Y}) - \frac{\partial}{\partial Y}(\omega \frac{\partial \Psi}{\partial X}) - \frac{1}{Gr_L}(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2}) \pm \frac{1}{Gr_L} q |\theta - R|^{q-1} \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial X}(\theta \frac{\partial \Psi}{\partial Y}) - \frac{\partial}{\partial Y}(\theta \frac{\partial \Psi}{\partial X}) - \frac{1}{Ra}(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}) = 0 \quad (3)$$

여기서 X, Y, θ, Gr_L, R 및 Pr 은 각각 수평방향의 무차원거리, 수직방향의 무차원 거리, 무차원 온도, 수정 Grashof수, 최대밀도 매개변수 및 Prandtl수를 나타낸다. 운동량방정식 중 체력력항 '±' 기호는 상향면일 경우 음의 부호가, 하향면일 경우는 양의 부호가 적용된다. 그리고 계산의 편의를 위하여 유동함수 Ψ 와 와도 ω 는 다음과 같이 정의하여 사용하였다.

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (4)$$

$$\omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \quad (5)$$

본 연구에서는 밀도가 최대가 되는 온도 부근에 있는 물을 사용하기 때문에 이 온도 영역에서 실험

도가 높다고 입증된 Gebhart와 Mollendorf의 밀도식⁽⁶⁾을 사용하였다.

$$\rho(T) = \rho_m [1 - \alpha |T - T_m|^q] \quad (6)$$

식 (6)에서 1 bar_{abs}의 압력하에서 최대밀도 $\rho_m = 999.9720 \text{ kg/m}^3$ 이고, 밀도가 최대일 때의 물의 온도 $T_m = 4.029325^\circ\text{C}$, 계수 $\alpha = 9.297173 \times 10^{-6} (\text{C})^{-q}$, 지수 $q = 1.894816$ 이다. 위의 지배방정식에 적용될 경계조건은 Fig. 2에 도시한 바와 같고, 식 (7), (8), (9) 및 (10)으로 나타내었다.

$$X=0 : \Psi=0, \quad \omega=0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial X}=0 \quad (7)$$

$$X=\infty : \frac{\partial \Psi}{\partial X}=0, \quad \omega=0, \quad \theta=0 \quad (8)$$

$$Y=0 : \frac{\partial \Psi}{\partial X}=0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y}=0, \quad \theta=1(\text{등온면}) \quad (9)$$

$$Y=\infty : \frac{\partial \Psi}{\partial Y}=0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial Y}=0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y}=0 \quad (10)$$

3. 수치계산

지배방정식 (1), (2) 및 (3)은 타원형 편미분방정식이고 밀도식 (6)은 대수방정식으로서 서로 연관되어 있다. 따라서 이 식들은 연립방정식으로 동시에 풀어서 해를 구하여야 하나, 이 식들의 복잡성 때문에 해석적으로 해를 구하기는 어렵다. 이 방정식들의 수치해를 구하기 위하여 Gosman등⁽⁶⁾의 SUR(successive under relaxation) 방법을 적용한 유한차분방정식을 만들어 수치계산을 하였다. 계산에 사용된 물성치들은 Kukulka⁽⁷⁾의 연구 결과를 이용하였으며, 등온면의 온도 T_w 는 0.0°C 에서 8.0°C 까지이고, 수평 등온면의 기하학적 형상이 평

면의 중심에 대하여 좌우 대칭이기 때문에 수치계산은 본 실험실에서 수행하고 있는 시편의 길이 23.2 cm의 1/2인 $L=11.6$ cm에 해당하는 영역에서 수행하였다. 계산영역의 경계 $X=\infty$ 와 $Y=\infty$ 는 여러 가지 값으로 변화시켜 계산을 수행한 결과 허용오차한계 내에 해당하는 최소값인 $X=41.6$, $Y=50$ 으로 정하여 사용하였다. 계산영역 내의 절점수는 20×40 으로 하면 충분하다는 것을 확인하였으며, 유동의 변화가 심한 벽면 가까운 곳과 대칭축 가까이에서 절점의 간격을 조밀하게 하였고, 하류로 갈수록 간격을 크게 하였다. 그리고 본 논문에서 계산되는 물리량이 매우 적기 때문에 수치계산의 수렴조건은 $\max|(\Phi^N - \Phi^{N-21})/\Phi^N| \leq \epsilon$ 로 하였다. 여기서 Φ 는 지배방정식에 사용된 각각의 종속변수를, N 는 반복계산 횟수를 나타낸다. 그리고 수렴한계치 ϵ 은 10^{-4} 으로 하였다. 수평 등온평면에서의 국소 열전달계수 h_x , 평균 열전달계수 h , 국소 Nusselt수 Nu_x , 및 평균 Nusselt수 Nu 는 다음과 같이 정의하여 계산하였다.

$$h_x = -\frac{k}{L} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (11)$$

$$h = \int_{-1/2}^{1/2} h_x dX \quad (12)$$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = -X \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (13)$$

$$Nu = \frac{hL}{k} \quad (14)$$

수치계산의 범위는 주위물의 온도가 1.0°C 에서 10.0°C 까지인 경우로 하였다. 본 계산에 사용된 계산기는 CDC Cyber 170~815이며, 계산시간은 CPU시간으로 40분 정도 소요되었다.

4. 결과 및 고찰

본 연구에서는 등온 수평평면의 온도가 0.0°C 에서 8.0°C 까지 이고, 주위물의 온도가 1.0°C 에서 10.0°C 까지 일때 상향 및 하향 수평평면 주위에서 일어나는 유동장에 대하여 수치해석하여 유동영역, 속도분포, 온도분포 및 평균 Nusselt 수와 Rayleigh수와의 관계를 고찰하였다. 수치해석은 전체 온도영역에 대하여 수행하였으나 여기서는 대표적으로 등온면의 온도가 1.0°C 및 7.0°C 인 경우를 나타내었다.

Fig. 3은 전 온도 영역에 대하여 각 조건에 따른

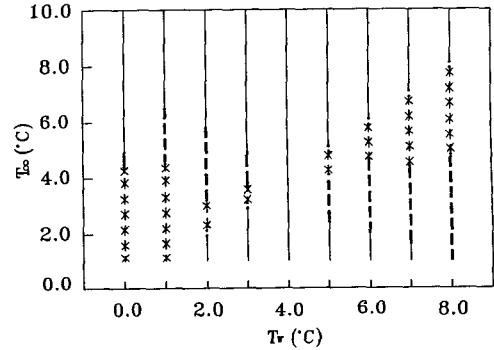


Fig. 3 Flow regions adjacent to the upward and downward facing horizontal isothermal plate for $T_w=0.0^\circ\text{C} \sim 8.0^\circ\text{C}$ and $T_\infty=1.0^\circ\text{C} \sim 10.0^\circ\text{C}$ (***) : upflow due to upward-facing plate, --- : unsteady flow due to upward-facing plate, — : downflow due to downward-facing plate

유동의 형태와 유동이 일어나는 온도구간을 나타낸 것이다. 상향면의 경우에는 상향유동(upflow)과 비정상상태 유동(unsteady flow)이 존재한다. 여기서 비정상상태 유동은 정상상태의 지배방정식으로 계산이 되지않는 영역이며, 이 구간은 비정상상태 유동이 발생되는 것이 확인되었다.^(1,2,3,5) 상향면의 경우 등온면의 온도가 최대밀도점 온도에서 멀어질수록 상향유동이 일어나는 주위물의 온도 범위가 넓어진다. 하향면인 경우에는 하향유동이 일어나는 영역만 나타내었다. 그 외의 온도 영역에서는 유동이 없고 정체상태로 존재하며, 전도에 의해서만 열전달이 일어난다. 이 하향면인 경우는 같은 형태의 유동이 일어나는 온도 구간이 최대밀도점 양쪽에 있는 것을 알 수 있다. 이는 최대밀도점을 전후로 상응하는 두개의 밀도점이 존재하기 때문이다.

Fig. 4는 상향 등온수평평면일 경우 등온면의 온도가 1.0°C 일 때 대칭축에서 $X=0.8893$ 인 위치에서 수평면으로부터 떨어진 무차원 거리 Y 에 따른 수평방향의 무차원 속도성분 U 의 변화를 주위물의 온도 2.0°C , 3.0°C 및 4.0°C 에 대하여 나타내고 있다. 속도 U 는 등온면에서 아주 가까운 곳에서 최대 값을 가지며, 등온면으로부터 멀어질수록 점점 작아지고 있다. 이는 등온면에서 멀어질수록 등온면과 주위물의 온도차가 작아져 밀도차가 작게되고 따라서 유동이 활발하지 못하기 때문이다.

Fig. 5는 상향 등온수평평면일 경우 등온면의 온도

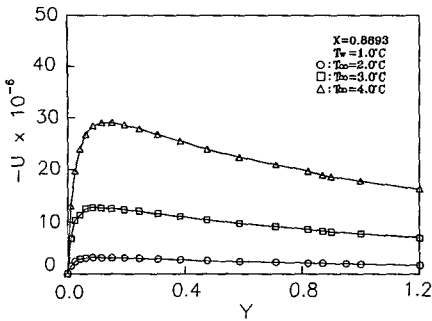


Fig. 4 U-velocities versus dimensionless length Y for various ambient water temperatures T_∞ at $T_w = 1.0^\circ\text{C}$ in case of upward-facing plate

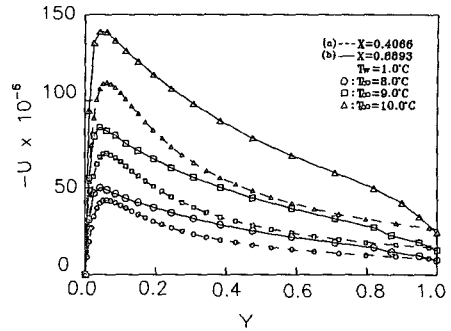


Fig. 6 U-velocities versus dimensionless length Y for various ambient water temperatures T_∞ at $T_w = 1.0^\circ\text{C}$ in case of downward-facing plate. (a) $X=0.4066$, (b) $X=0.8893$

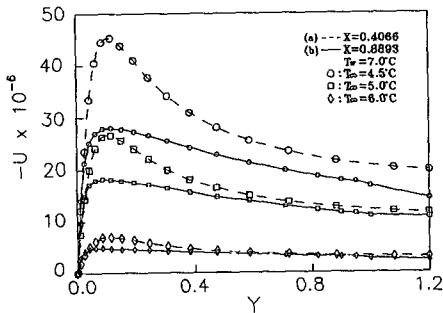


Fig. 5 U-velocities versus dimensionless length Y for various ambient water temperatures T_∞ at $T_w = 7.0^\circ\text{C}$ in case of upward-facing plate. (a) $X=0.4066$, (b) $X=0.8893$

가 7.0°C 일 때 대칭축에서 (a) $X=0.4066$ 과 (b) $X=0.8893$ 인 위치에서 수평면으로부터 떨어진 무차원 거리 Y 에 따른 수평방향의 무차원 속도성분 U 의 변화를 주위물의 온도 4.5°C , 5.0°C , 및 6.0°C 에 대하여 나타내고 있다. Fig. 5는 Fig. 3에서 상향유동 영역에 속한다. 성향은 Fig. 4와 유사하고, 주위물의 온도가 증가할수록 속도의 크기가 작아진다. 이는 주위물의 온도가 증가함에 따라 등온 수평면과의 온도차가 작아져서 부력의 작용이 미약해지기 때문이다. Fig. 5(a)와 Fig. 5(b)를 비교해 볼 때 대칭축에서 멀어질수록 전 온도 영역에 대하여 속도 U 는 감소하고 있다. 이는 등온면의 대칭축 부근으로부터 물이 유입되는 과정에서 점점 냉각되어 열경계층 내의 가장자리 물의 온도 보다 낮아지기 때문에 가변되게 되어 수평방향으로 유입되는 속도가 대칭축 부근에서 대칭축에서 멀리 떨어진 위치에서 보다 상대적으로 커지기 때문이

다. 이것은 Kim⁽⁵⁾과 Kierkus⁽⁹⁾에서도 동일한 경향을 나타내고 있다.

Fig. 6은 하향 등온수평면일 경우 등온면의 온도가 1.0°C 일 때 대칭축에서 (a) $X=0.4066$ 과 (b) $X=0.8893$ 인 위치에서 수평면으로부터 떨어진 무차원 거리 Y 에 따른 수평방향의 무차원 속도성분 U 의 변화를 주위물의 온도 8.0°C , 9.0°C 및 10.0°C 에 대하여 나타내고 있다. Fig. 6은 Fig. 3에서 하향유동 영역에 속한다. 성향은 Fig. 4와 유사하고, 주위물의 온도가 증가할수록 속도 U 의 최대치는 등온면에 가까운 곳에서 생기며, 그 최대값도 증가한다. 하향 등온평면에서는 상향 등온평면의 속도분포와 달리 대칭축에서 X 가 증가함에 따라 U 속도는 증가하고, 그 최대치도 증가하고 있음을 확인 할 수 있다. 이는 등온면의 대칭축 부근에서 중력방향과 같은 방향으로 하향의 plume이 형성되면서 주위보다 압력이 낮아지게 되며, 따라서 압력이 높은 평면의 가장자리의 물이 유입되어 plume의 뒷 부분을 보충하게 된다. 그리고 유동 속도가 증가하는 것은 등온 벽면의 온도와 주위물의 온도 차이가 점점 커지기 때문이다.

Fig. 7은 하향 등온수평면일 경우 등온면의 온도가 7.0°C 일 때 대칭축에서 $X=0.4066$ 인 위치에서 무차원 거리 Y 에 따른 수평방향의 무차원 속도성분 U 의 변화를 주위물의 온도 7.5°C , 8.0°C , 9.0°C 및 10.0°C 에 대하여 나타내고 있다. Fig. 7은 Fig. 3에서 하향유동 영역에 속한다. 성향은 Fig. 4와 유사하며, 속도 분포가 아주 급격하게 증가하다가 감소하는 것은 대칭축 부근에서 등온면에 수직한 속도성분이 존재하고, 대칭축에서 멀어질수

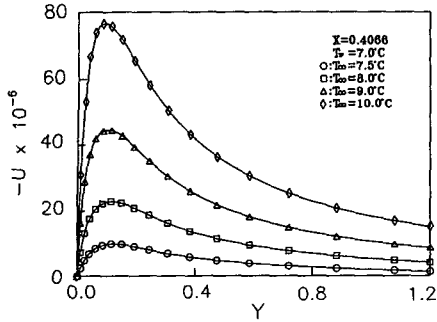


Fig. 7 U-velocities versus dimensionless length Y for various ambient water temperatures T_∞ at $T_w=7.0^\circ\text{C}$ and $X=0.4066$ in case of downward-facing plate

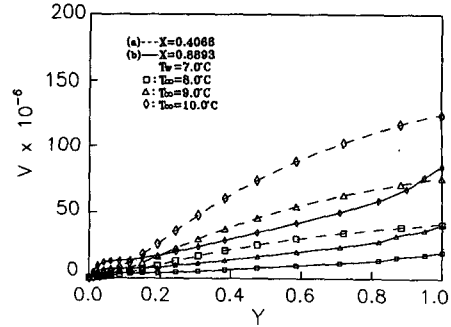


Fig. 9 V-velocities versus dimensionless length Y for various ambient water temperatures T_∞ at $T_w=7.0^\circ\text{C}$ in case of downward-facing plate. (a) $X=0.4066$, (b) $X=0.8893$

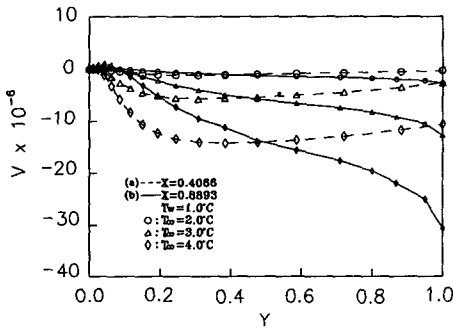


Fig. 8 V-velocities versus dimensionless length Y for various ambient water temperatures T_∞ at $T_w=1.0^\circ\text{C}$ in case of upward-facing plate. (a) $X=0.4066$, (b) $X=0.8893$

록 수직 속도성분 보다 수평 속도성분이 크기 때문 인 것으로 생각된다.

Fig. 8은 상향 등온수평면일 경우 등온면의 온도가 1.0°C 일 때 대칭축에서 (a) $X=0.4066$ 과 (b) $X=0.8893$ 인 위치에서 수평면으로부터 떨어진 무차원 거리 Y 에 따른 수직방향의 무차원 속도성분 V 의 변화를 주위물의 온도 2.0°C , 3.0°C 및 4.0°C 에 대하여 나타내고 있다. Fig. 8은 Fig. 3에서 상향유동 영역에 속한다. 여기서 속도분포의 값이 양 (+)인 경우에는 중력방향과 반대방향인 상향유동이고, 음(-)인 경우에는 중력 방향과 같은 방향인 하향유동을 나타낸다. 그림에서 등온 평면의 대칭축 부근의 등온면에 인접한 곳에서는 아주 미약한 상향유동이 존재하고, 대부분의 전 유동장이 하향유동을 나타내고 있다. (a)의 경우에는 등온면에서 멀어질수록, 주위물의 온도가 증가할수록 속도

는 점점 증가하고, 등온면에서 더욱 멀어지면 증가하다가 다시 감소한다. 이것은 상부로 갈수록 온도 구배가 완만해짐으로 인하여 등온면과 주위물과의 밀도차가 적어져 부력의 영향을 적게 받기 때문이다. (a)에서 속도분포는 등온면에서 멀어질수록 점차적으로 증가하다가 감소하지만 (b)에서는 등온면에서 멀어질수록 하향유동이 증가하는 것을 볼 수 있다. 이는 등온면에 수직인 방향으로 plume을 형성하여 수평방향의 속도에 영향을 미치기 때문이다. 이는 Kim⁽⁵⁾의 연구결과에서도 동일한 경향을 나타내고 있다.

Fig. 9는 하향 등온수평면일 경우 등온면의 온도가 7.0°C 일 때 대칭축에서 (a) $X=0.4066$ 과 (b) $X=0.8893$ 인 위치에서 수평면으로부터 떨어진 무차원 거리 Y 에 따른 수직방향의 무차원 속도성분

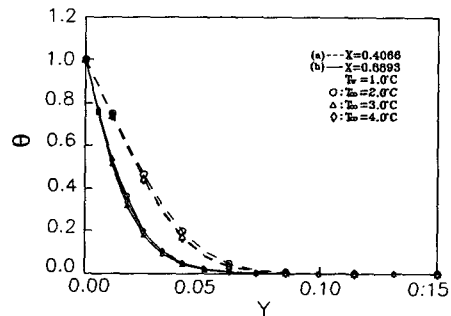


Fig. 10 Dimensionless temperatures versus dimensionless length Y for various ambient water temperatures T_∞ at $T_w=1.0^\circ\text{C}$ in case of upward-facing plate. (a) $X=0.4066$, (b) $X=0.8893$

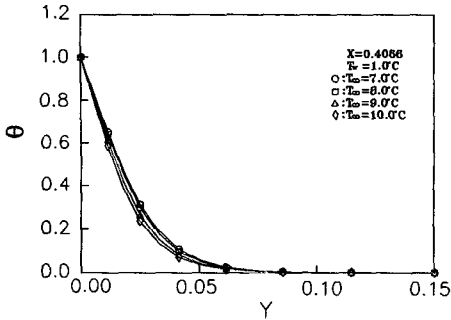


Fig. 11 Dimensionless temperatures versus dimensionless length Y for various ambient water temperatures T_w at $T_w=1.0^\circ\text{C}$ and $X=0.4066$ in case of downward-facing plate

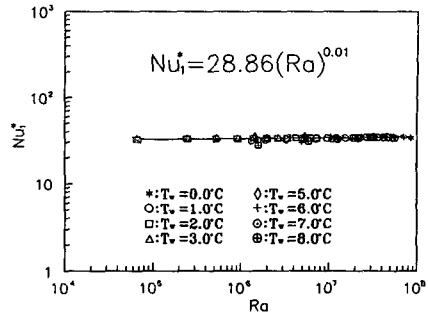


Fig. 12 Average Nusselt numbers versus Rayleigh numbers for various T_w in case of upward-facing plate

Table 1 The values of the constants C_2 for $T_w=0.0^\circ\text{C} \sim 8.0^\circ\text{C}$ in equation(16)

| $T_w^\circ\text{C}$ | 0.0 | 1.0 | 2.0 | 3.0 | 4.0 | 5.0 | 6.0 | 7.0 | 8.0 |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| C_2 | 0.785 | 0.851 | 0.870 | 0.940 | 0.965 | 1.050 | 1.070 | 1.240 | 1.250 |

V 의 변화를 주위물의 온도 8.0°C , 9.0°C 및 10.0°C 에 대하여 나타내고 있다. Fig. 9는 Fig. 3에서 하향유동 영역에 속한다. 여기서 속도분포의 값이 양(+)인 경우에는 중력방향과 같은 방향인 하향유동이고, 음(-)인 경우에는 중력방향과 반대 방향인 상향유동을 나타낸다. (a)의 경우에는 등온면 부근에서 미약한 상향유동이 존재하다가 등온면으로부터 멀어질수록 전 영역에 걸쳐 하향유동이 증가하다가 감소하고 있다. 이는 대칭축 부근의 유동특성 때문이라고 생각된다. 그러나 (b)의 경우는 등온면 부근에서는 상향유동이 존재하지 않고 전 영역에 걸쳐 하향유동이 존재하며, 등온면에서 멀어질수록 활발해지고 있다. 이것은 대칭축에서 멀어질수록 등온면 부근에서 상대적으로 수평방향 속도성분보다 수직방향의 속도성분이 크기 때문이다. 이는 Kim⁽⁶⁾의 연구결과에서 확인할 수 있다.

Fig. 10은 상향 등온수평면일 경우 등온면의 온도가 1.0°C 일 때 대칭축에서 (a) $X=0.4066$ 과 (b) $X=0.8893$ 인 위치에서 수평면으로부터 떨어진 무차원 거리 Y 에 따른 무차원 온도분포 θ 의 변화를 주위물의 온도 2.0°C , 3.0°C 및 4.0°C 에 대하여 나타내고 있다. 온도분포의 전반적인 성향은 등온평면 부근에서 급격하게 변하고, 대칭축에서 멀어질수록, 그리고 주위물의 온도가 증가할수록

등온평면에 더 가까운 곳에서 더 빠르게 변화한다. 따라서 등온면과 주위물의 온도차 $|T_w - T_\infty|$ 가 증가할수록 열경계층의 두께가 감소하고 있다. 이는 Yousef등⁽¹⁰⁾의 연구에서도 동일한 경향을 나타내고 있다.

Fig. 11은 하향 등온수평면일 경우 등온면의 온도가 1.0°C 일 때 대칭축에서 $X=0.4066$ 인 위치에

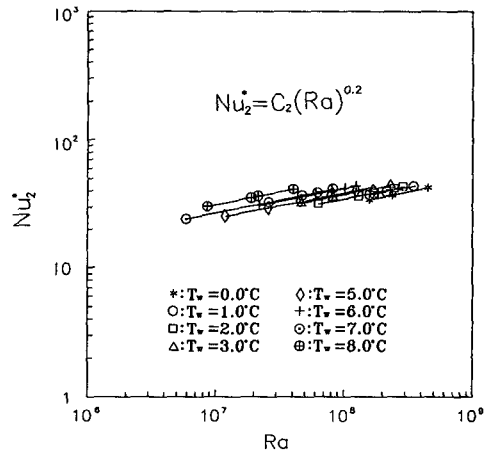


Fig. 13 Average Nusselt numbers versus Rayleigh numbers for various T_w in case of downward-facing plate

서 수평면으로부터 떨어진 무차원 거리 Y 에 따른 무차원 온도분포 θ 의 변화를 주위물의 온도 7.0°C, 8.0°C, 9.0°C 및 10.0°C에 대하여 나타내고 있다. 온도분포의 전반적인 성향은 Fig. 10과 같으나, 하향 등온수평면의 경우는 열경계층의 두께가 더 얇아진다.

Fig. 12는 상향 등온수평면에 대하여 평균 Nusselt수와 Rayleigh수의 관계를 나타낸 것이다. 그림에서 도형 가호 표시(marking)는 수치해석 결과를 나타낸 것이고, 실선은 식(15)에 의하여 나타

낸 것이다. 식(15)는 평균 Nusselt수와 Rayleigh 수와의 상관 관계를 수치해석한 Nusselt수를 사용하여 최소자승법(LSM)으로 구한 식이다.

$$Nu_1^* = C_1(Ra)^{S_1} \tag{15}$$

식 (15)에서 $C_1=28.86$, $S_1=0.01$ 이다. Fig. 13은 하향 등온수평면에 대하여 평균 Nusselt수와 Rayleigh수의 관계를 나타낸 것이다. 이 경우도 평균 Nusselt수와 Rayleigh수의 관계를 최소자승법(LSM)으로 나타내면 식(16)과 같고, 그림에서

Table 2 Comparison of the results of theoretical analysis and Eq. (15), Eq. (16) for upward and downward horizontal plate with various isothermal temperatures (Nu : Results of theoretical analysis, Nu_1^* : Results of Eq. (15) and Nu_2^* : Results of Eq. (16) by LSM).

| T_w °C | Upward Face | | | | Downward Face | | | | T_w °C | Upward Face | | | | Downward Face | | | |
|-------------|---------------|-------|----------|------|---------------|-------|----------|------|-------------|---------------|-------|----------|------|---------------|-------|----------|------|
| | T_∞ °C | Nu | Nu_1^* | % | T_∞ °C | Nu | Nu_2^* | % | | T_∞ °C | Nu | Nu_1^* | % | T_∞ °C | Nu | Nu_2^* | % |
| 0.0 | 1.0 | 31.53 | 32.63 | 3.37 | 6.0 | 33.82 | 34.16 | 1.01 | 1.0 | 2.0 | 32.63 | 33.30 | 2.05 | 7.0 | 36.09 | 37.10 | 3.22 |
| | 2.0 | 33.56 | 33.83 | 1.74 | 7.0 | 36.03 | 36.32 | 0.08 | | 2.5 | 33.64 | 33.66 | 0.06 | 8.0 | 39.12 | 39.53 | 1.05 |
| | 2.5 | 34.58 | 33.99 | 1.71 | 8.0 | 39.20 | 38.31 | 2.33 | | 3.0 | 34.02 | 33.84 | 0.05 | 9.0 | 41.90 | 41.70 | 0.58 |
| | 3.5 | 34.86 | 34.20 | 1.89 | 9.0 | 42.02 | 41.20 | 1.99 | | 3.5 | 34.22 | 33.99 | 0.68 | 9.5 | 43.48 | 42.73 | 1.76 |
| | 4.0 | 34.40 | 34.29 | 0.32 | 10.0 | 44.81 | 42.19 | 3.38 | | 4.0 | 34.01 | 34.10 | 0.27 | 10.0 | 44.35 | 43.72 | 1.45 |
| 2.0 | 2.2 | 32.54 | 32.40 | 0.43 | 6.0 | 30.79 | 31.60 | 2.63 | 3.0 | 3.2 | 33.86 | 32.50 | 4.19 | 6.0 | 31.41 | 31.71 | 0.96 |
| | 2.5 | 33.07 | 32.97 | 0.31 | 7.5 | 37.46 | 37.01 | 1.22 | | 3.4 | 33.99 | 32.90 | 3.31 | 7.0 | 35.48 | 35.48 | 0.06 |
| | 2.8 | 33.45 | 33.26 | 0.57 | 8.0 | 38.99 | 38.30 | 1.80 | | 3.5 | 34.04 | 33.01 | 3.12 | 8.0 | 38.59 | 38.69 | 0.26 |
| | 3.0 | 33.70 | 33.41 | 0.87 | 9.0 | 41.55 | 41.05 | 1.22 | | 3.7 | 34.12 | 33.20 | 2.77 | 9.0 | 41.05 | 41.57 | 1.27 |
| | 3.2 | 34.10 | 33.70 | 1.17 | 10.0 | 44.01 | 42.96 | 2.45 | | | | | | 10.0 | 43.59 | 44.21 | 1.42 |
| 4.0 | | | | | 5.0 | 26.35 | 25.15 | 4.37 | 5.0 | 4.1 | 34.17 | 33.39 | 2.34 | 7.0 | 32.21 | 30.81 | 4.54 |
| | | | | | 6.0 | 30.39 | 29.49 | 3.05 | | 4.3 | 34.14 | 33.21 | 2.80 | 8.0 | 39.39 | 37.81 | 4.17 |
| | | | | | 7.0 | 33.57 | 32.73 | 4.88 | | 4.5 | 34.07 | 33.01 | 3.21 | 9.0 | 39.39 | 40.02 | 1.81 |
| | | | | | 8.0 | 37.69 | 36.61 | 2.95 | | 4.7 | 33.98 | 32.67 | 4.01 | 9.5 | 40.05 | 41.89 | 4.59 |
| | | | | | 9.0 | 40.37 | 39.93 | 1.10 | | 4.8 | 33.92 | 32.41 | 4.66 | 10.0 | 41.77 | 43.58 | 4.33 |
| | | | | | 10.0 | 42.81 | 43.09 | 2.16 | | | | | | | | | |
| 6.0 | 4.6 | 33.99 | 33.65 | 0.01 | 7.0 | 25.09 | 24.11 | 4.07 | 7.0 | 4.4 | 35.21 | 34.04 | 0.50 | 8.0 | 27.21 | 30.12 | 3.12 |
| | 5.0 | 33.75 | 33.43 | 0.96 | 8.0 | 34.51 | 32.75 | 4.97 | | 5.0 | 34.67 | 33.91 | 2.24 | 9.0 | 35.79 | 35.36 | 1.22 |
| | 5.4 | 33.22 | 33.11 | 0.33 | 9.0 | 37.89 | 36.67 | 3.33 | | 6.0 | 32.78 | 33.04 | 0.79 | 9.5 | 37.21 | 36.01 | 3.33 |
| | 5.6 | 32.88 | 32.86 | 0.06 | 9.5 | 38.89 | 37.68 | 3.21 | | 6.6 | 30.97 | 31.09 | 0.39 | 10.0 | 39.07 | 41.29 | 4.79 |
| | 5.8 | 32.68 | 32.43 | 0.07 | 10.0 | 40.68 | 41.01 | 0.84 | | | | | | | | | |

실선은 식(16)으로 구한 값을 나타낸 것이다.

$$Nu_2^* = C_2(Ra)^{S_2} \quad (16)$$

식(16)에서 $S_2=0.2$ 이고, 상수 C_2 의 값은 각각의 등온면의 온도에 따라 Table 1에 나타내었다. 주위물의 온도가 증가함에 따라서 C_2 의 값도 조금씩 증가하였다. Fig. 12와 Fig. 13을 비교하여 보면 상향 수평면인 Fig. 12에서는 벽면의 온도와 Rayleigh수가 변하여도 Nusselt수는 단일선으로 나타나고 있다. 그러나 하향면인 Fig. 13에서는 등온벽면의 온도에 따라서 Nusselt수 값이 각각 다른 선으로 나타나고 Rayleigh수에 따라서도 Nusselt수의 변화도 크게 나타나고 있다. 그리고 Rayleigh수에 대한 Nusselt수 분포의 기울기는 벽면의 온도에 관계 없이 일정하게 나타나고 있다. Table 2는 상향 및 하향 수평면에 대하여 지배방정식에서 직접 계산한 Nusselt수와 식(15)와 식(16)으로 구한 평균 Nusselt수를 나타낸 것으로서, 수치계산의 결과를 최소자승법으로 구한 상관식으로서 계산한 평균 Nusselt수는 최소 0.05%에서 최대 4.79%의 오차를 보였다. 따라서 식(15)와 식(16)은 공업에 사용될 수 있는 상관식으로 사료된다. 상향면인 경우 본 논문의 연구 결과와 Pera와 Gebhart⁽¹¹⁾의 연구결과를 비교하여 보면, 차이가 가장 작은 경우로서 주위물의 온도가 4.0°C이고 등온면의 온도가 0.0°C일 때 3.9%의 차이가 나며, 차이가 가장 큰 경우로서 주위물의 온도가 5.8°C이고 등온면의 온도가 6.0°C일 때 67%의 차이가 난다. 이것은 Pera와 Gebhart⁽¹¹⁾의 연구에서는 물의 최대밀도점의 영향을 고려하지 않았기 때문에 최대밀도점의 영향을 고려한 본 논문의 결과와 많은 차이가 있는 것으로 생각된다. 즉 Pera와 Gebhart⁽¹¹⁾의 연구 결과는 벽면과 주위물의 온도가 상온 이상 일 때만 적용할 수 있다고 생각된다.

5. 결 론

온도가 0.0°C에서 8.0°C까지인 등온 수평면이 1.0°C에서부터 10.0°C까지의 순수물 속에 잠겨있을 때 상향 및 하향 수평 등온면에 의해 야기되는 자연대류에 관하여 수치해석하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

(1) 상향 수평등온면인 경우 상향유동이 일어나는 주위물의 온도영역과 비정상상태 유동이 일어나

는 온도 영역이 존재하였고, 벽면의 온도가 4.0°C 부근 일 때는 정상상태지배방정식으로는 해를 구하지 못하였다.

(2) 하향 수평등온면인 경우는 하향유동이 일어나는 주위물의 온도영역과 유동이 없이 전도에 의해서만 열전달이 일어나는 주위물의 온도영역이 존재한다.

(3) 평균 Nusselt수와 Rayleigh수의 상관관계식은 상향 수평등온면인 경우, $Nu_1^* = 28.86(Ra)^{0.01}$ 이고, 하향 등온수평면인 경우, $Nu_2^* = C_2(Ra)^{0.2}$ 이고, C_2 의 값은 0.785에서 1.250까지 이다. 등온면의 온도가 증가할수록 C_2 의 값은 증가하였다.

참고문헌

- (1) 유갑중, 이택식, 조승환, 1991, "하향유동 영역에서 경사 등온평면에 의하여 야기된 정상상태 자연대류의 다중해", 대한기계학회논문집, 제15권, 제3호, pp. 1011~1020.
- (2) 유갑중, 엄용균, 조승환, 1991, "최대밀도점 부근의 물 속에서 경사진 얼음 평판에 의해 야기되는 자연대류 열전달의 실험적 연구", 대한기계학회논문집, 제15권, 제4호, pp. 1341~1353.
- (3) Fujii, T. and Imura, H., 1972, "Natural Convection Heat Transfer from a Flat Plate with Arbitrary Inclination," Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 15, pp. 755~767.
- (4) Pera, L. and Gebhart, B., 1973, "On the Stability of Natural Convection Boundary Layer Flow over Horizontal and Slightly Inclined Surface," Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 16, pp. 1147~1163.
- (5) 김병하, 조승환, 유갑중, 1990, "최대밀도점 부근의 물속에 잠겨있는 수평 등온면에 의하여 야기되는 자연대류의 수치해석", 대한기계학회논문집, 제14권, 제1호, pp.197~206.
- (6) Gebhart, B. and Mollendorf, J.C., 1977, "A New Density Relation for Pure and Saline Water," Deep-sea Res., Vol.24, pp.831~848.
- (7) Gosman, A.D., Pun, W.M., Runchal, A.K., Spalding, D.B. and Wolfschtein, M., 1969, "Heat and Mass Transfer in Recirculating Flow," Academic Press, New York.
- (8) Kukulka, D.J., 1981, "Thermodynamics and

- Transport Properties of Saline Water," Master Thesis, State Univ. of New York Buffalo.
- (9) Kierkus, W.T., 1968, "An Analysis of Laminar Free Convection Flow and Heat Transfer about an Inclined Isothermal Plate," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 11, pp. 241~253.
- (10) Yousef, W.W., Tarasuk, J.D. and Mckeen, W. J., 1982, "Free Convection Heat Transfer from Upward-Facing Isothermal Horizontal Surfaces," *J. Heat Transfer, ASME*, Vol. 104, pp. 493~500.
- (11) Pera, L. and Gebhart, B., 1973, "Natural convection boundary layer flow over horizontal and slightly inclined surfaces," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 16, pp. 1131~1146.