

〈論 文〉

자기베어링 지지 로터계를 위한 견실한 중앙집중식 서보제어기 설계

김 종 원*

(1992년 3월 2일 접수)

Robust Centralized Servocontroller Design for a Rotor System Supported by Magnetic Bearings

Jongwon Kim

Key Words: Magnetic Bearing(자기베어링), Rotor System(로터계), Robust Control(견실 제어), Controllability(可制御性), Observability(可觀測性)

Abstract

This paper presents a robust centralized control scheme for a magnetic bearing system which supports a rigid rotor at both shaft ends in the radial direction. The negative stiffness element and the inductive force associated with bearing magnetic field are considered in the dynamic model of the system. For this model, the controllability and observability are examined, and then a robust control theory is applied to design two types of multi-input multi-output servocontrollers. A general servocompensator is embedded in the first one and a centralized PID controller is suggested as a second one. By simulation study, the performance of two types of servocontrollers are compared in the aspects of disturbance rejection, reference tracking and the robustness limit.

1. 서 론

자기베어링을 로터계를 지지하는데 응용함으로써 얻을 수 있는 장점은 비접촉회전과 능동제어가 가능하다는 것이다. 그러나, 능동 자기베어링은 전자기장에 의한 음의 강성때문에 기본적으로 불안정하다. 또한, 로터의 스핀(spin)속도가 증가할수록, 자이로스코프 효과와 자기베어링 내부에서 발생하는 유도력에 의해서, 로터계의 불안정성의 정도는 더욱 커진다. 해결해야 할 또 다른 문제점은 전자기장의 비선형 특성이다. 이러한 비선형요소는 모델링 오차를 불가피 하게 한다. 또한, 로터의 질량

불균형때문에 예측할 수 없는 외란이 존재한다.

따라서, 자기베어링 지지 로터계를 위해서, 점근적으로 안정되고, 견실한, 상호제한 제어 기법이 요구된다. 근래에 상태공간 모델법을 사용한 중앙집중식(centralized) 다변수입출력(MIMO) 제어기들이 개발되었다^(1,2). 이러한 제어 기법은, 관측기를 이용한 전체 상태(full-state) 제환을 이용하여, 상호 제한성을 쉽게 구현할 수 있다. 그러나, 上記 접근 방법에 대한 주요 문제점 중의 하나는 모델링 오차와 예측 불가능한 외란이 존재하는 전체 운전 영역에서 견실성이 보장되지 않는다는 것이다⁽³⁾.

본 논문에서는, Davison⁽⁴⁾이 제안한 견실 제어 이론을 응용하여, 자기베어링에 의해서 지지되는 로터계를 위한 중앙 집중식 서보제어기를 설계하였다. 삼각함수 형태의 외란과 지령치에 대한 완벽한

*정회원, 서울대학교 자동화시스템 공동연구소

영향회피와 추적을 위하여, 일반적 서보보상기 (servocompensator)를 MIMO 제어기에 내장하였다. 또한, 上記 제어기의 일부분(subset)으로서, 중앙집중식 PID 제어기를 제안하였다.

제2장에 자기베어링에 의해 지지되는 강체 로터계의 동적 모델을 요약하였으며, 제3장에서 제어기법의 구축을 설명하고, 두가지 형태의 제어기에 대한 성능 비교와 견실성의 한계를 보여주는 시뮬레이션 결과를 제4장에 제시하였다.

2. 자기베어링 지지 로터계의 모델링

자기베어링에 의해 지지되는 강체 로터계의 모델은 Fig 1과 같다. 관성체는 왼쪽과 오른쪽 지지부로부터 각각 L_1 과 L_2 의 거리에 있다. 로터의 스핀축을 x 축으로 하고, x 축 양의 방향에서 보아서 반시계방향의 스핀을 양의 방향으로 하며, 스핀속도를 ω_x 라고 한다. 또한, 로터의 관성 모멘트를 J_a , y 축 및 z 축에 대해서 J_r 이라고하고, 수직과 수평 요동각이 충분히 작아서 로터운동에 관계없이 J_a 와 J_r 값은 일정하다고 가정하며, 로터의 질량은 M 이고, 축의 질량은 무시한다.

한편, Fig. 1에서 y_1 방향으로 작용하는 자기력의 합력을 F_{sy1} 이라고 하면,

$$F_{sy1} = \frac{K_p(I_0 + i_{y1}/2)^2}{(h_0 - y_1)^2} - \frac{K_p(I_0 - i_{y1}/2)^2}{(h_0 + y_1)^2} \quad (1)$$

이며, $K_p = \mu_0 A_g N^2$ 이고, μ_0 는 공기의 투자기율, A_g 는 자극유효면적, N 은 자극코일의 권선수이다. I_0 는 자극의 편향전류(bias current)이며, i_{y1} 은 제어전류이고, h_0 는 자기베어링의 기준틈새이다. 식 (1)을 $i_{y1}=0, y_1=0$ 인 경우에 대해서 선형화하면,

다음과 같다.

$$F_{sy1} = \frac{2K_p I_0}{h_0^2} i_{y1} + \frac{4K_p I_0^2}{h_0^3} y_1 \quad (2)$$

여기서, 제어전류 i_{y1} 에 의한 제어자기력을 F_{y1} , 자기베어링 강성을 K_{y1} 이라고 정의하면,

$$F_{sy1} = F_{y1} + K_{y1} y_1 \quad (3)$$

으로 표시되고,

$$F_{y1} = \frac{2K_p I_0}{h_0^2} i_{y1} \quad (4)$$

$$K_{y1} = \frac{4K_p I_0^2}{h_0^3} \quad (5)$$

이며, 따라서, 비선형 전자기장의 선형화에 의한 모델링 오차는 불가피하다.

Fig. 1로부터 로터의 병진(translational) 운동을 나타내는 식은,

$$(F_{y1} + K_{y1} y_1 - F_{ez1}) + (F_{y2} + K_{y2} y_2 - F_{ez2}) + F_{dy} = M \ddot{y}_r \quad (6)$$

$$(F_{z1} + K_{z1} z_1 + F_{ez1}) + (F_{z2} + K_{z2} z_2 + F_{ez2}) + F_{dz} = M \ddot{z}_r \quad (7)$$

여기서, F_{ei} ($i=y_1, y_2, z_1, z_2$)는 로터가 자기베어링의 전기코일내에서 회전함에 따라서 발생하는 유도력이며, 다음과 같이 표시된다.

$$F_{ei} = K_{ei} \omega_x i \quad (8)$$

여기서 K_{ei} 는 유도력계수이다. 그리고, F_{dy}, F_{dz} 는 로터의 질량 불균형에 따른 로터질량에 대한 외란이다.

또한, 회전(rotational) 운동을 나타내는 식은,

$$L_2 (F_{y2} + K_{y2} y_2 - F_{ez2}) - L_1 (F_{y1} + K_{y1} y_1 - F_{ez1})$$

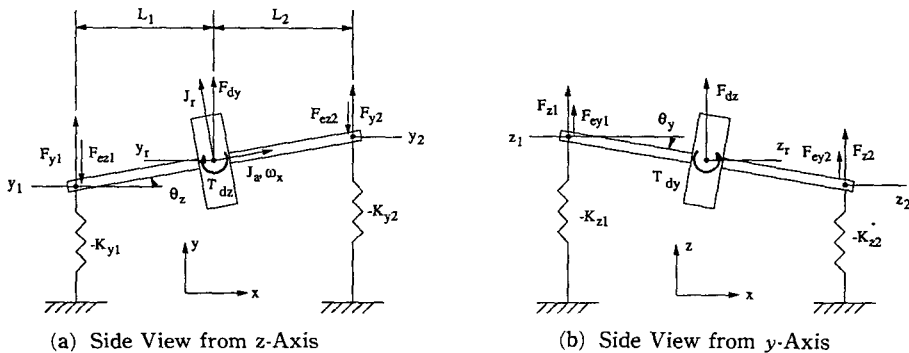


Fig. 1 A Rigid Rotor Model Supported by Magnetic Bearings

$$+ T_{dz} = J_r \ddot{\theta}_z - J_a \omega_x \dot{\theta}_y \quad (9)$$

$$- L_2 (F_{z2} + K_{z2} z_2 + F_{ey2}) + L_1 (F_{z1} + K_{z1} z_1 + F_{ey1})$$

$$+ T_{dy} = J_r \ddot{\theta}_y + J_a \omega_x \dot{\theta}_z \quad (10)$$

여기서 θ_y 는 y 축에대한 좌우요동(yaw) 각, θ_z 는 z 축에대한 수직요동(pitch)각이고, 형상정의로부터,

$$y_1 = y_r - L_1 \theta_z ; \quad y_2 = y_r + L_2 \theta_z \quad (11)$$

$$z_1 = z_r + L_1 \theta_y ; \quad z_2 = z_r - L_2 \theta_y \quad (12)$$

이며, T_{dz} , T_{dy} 는 로터의 질량 불균형에 따른 외란토크이다.

한쪽 지지부의 자기극은 서로 동일하다고 가정하면,

$$K_{ez1} = K_{ey1} = K_{e1} ; \quad K_{ez2} = K_{ey2} = K_{e2} \quad (13)$$

$$K_{y1} = K_{z1} = K_{m1} ; \quad K_{y2} = K_{z2} = K_{m2} \quad (14)$$

이다. 따라서, 다음과 같은 정의에 의해,

$$p = J_a / J_r ; \quad \omega_{r1}^2 = K_{m1} / M ; \quad \omega_{r2}^2 = K_{m2} / M$$

$$\omega_{a1} = K_{e1} / M ; \quad \omega_{a2} = K_{e2} / M \quad (15)$$

$$L = L_1 + L_2 ; \quad \alpha = L_1 / L \quad (16)$$

$$\omega_{r1}^2 = L^2 K_{m1} / J_r ; \quad \omega_{r2}^2 = L^2 K_{m2} / J_r ;$$

$$\omega_{a1} = L^2 K_{e1} / J_r ; \quad \omega_{a2} = L^2 K_{e2} / J_r \quad (17)$$

자기베어링에 의해 지지되는 강체 로터계의 시스템 식은 아래와 같은 상태 공간식으로 요약될 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ew \quad (18)$$

$$y = Cx \quad (19)$$

여기서, 행렬 A,B,E와 C는 Fig. 2와 같고, x 는 상태변수 벡터로서 다음과 같이 정의된다.

$$\{x\}^T = \{y_r, y_d, z_r, z_d, \dot{y}_r, \dot{y}_d, \dot{z}_r, \dot{z}_d\} \quad (20)$$

여기서, $y_d = L\theta_z$ 이고 $z_d = L\theta_y$ 이다. y 는 제어대상 출력이며, 아래와 같이 정의되고,

$$\{y\}^T = \{y_1, z_1, y_2, z_2\} \quad (21)$$

u 는 제어대상계에 대한 입력으로서,

$$\{u\}^T = \{F_{y1}, F_{z1}, F_{y2}, F_{z2}\} \quad (22)$$

w 는 로터 질량에 작용하는 외란이다.

$$\{w\}^T = \{F_{\omega y}, F_{\omega z}, T_{dz}, T_{dy}\} \quad (23)$$

可制御性 행렬을 다음과 같이 설정한다.

$$C_o = [B, AB] \quad (24)$$

이며,

0 ∈ R ^{4×4}				1 ∈ R ^{4×4}			
$\omega_{r1}^2 + \omega_{z2}^2$	$-\omega_{a1}^2 + (1-\alpha)\omega_{z2}^2$	$-\omega_{a1}\omega_{z2}$	$(1-\alpha)\omega_{z2}$	0	0	0	0
$-\omega_{r1}^2 + (1-\alpha)\omega_{z2}^2$	$\omega_{r1}^2 + (1-\alpha)\omega_{z2}^2$	$(\alpha\omega_{z1} - (1-\alpha)\omega_{z2}) / \omega_{z2}$	$(\alpha\omega_{z1} + (1-\alpha)\omega_{z2}) / \omega_{z2}$	0	0	0	$p\omega_{z2}$
$(\omega_{z1} + \omega_{z2}) / \omega_{z2}$	$(1-\alpha)\omega_{z2}$	$\omega_{r1}^2 + \omega_{z2}^2$	$\omega_{a1}^2 - (1-\alpha)\omega_{z2}^2$	0	0	0	0
$(\alpha\omega_{z1} - (1-\alpha)\omega_{z2}) / \omega_{z2}$	$(1-\alpha)\omega_{z2}$	$\omega_{r1}^2 - (1-\alpha)\omega_{z2}^2$	$\omega_{a1}^2 + (1-\alpha)\omega_{z2}^2$	0	$-p\omega_{z2}$	0	0

(a) Matrix A

0 ∈ R ^{4×4}			
$\frac{1}{M}$	0	$\frac{1}{M}$	0
$\frac{L\alpha}{J_r}$	0	$\frac{L(1-\alpha)}{J_r}$	0
0	$\frac{1}{M}$	0	$\frac{1}{M}$
0	$\frac{L\alpha}{J_r}$	0	$\frac{-L(1-\alpha)}{J_r}$

(b) Matrix B

0 ∈ R ^{4×4}			
$\frac{1}{M}$	0	0	0
0	0	$\frac{L}{J_r}$	0
0	$\frac{1}{M}$	0	0
0	0	0	$\frac{L}{J_r}$

(c) Matrix E

1	$-\alpha$	0	0	0	0	0	0
0	0	1	α	0	0	0	0
1	$1-\alpha$	0	0	0	0	0	0
0	0	1	$\alpha-1$	0	0	0	0

(d) Matrix C

Fig. 2 System Matrices for a Rigid Rotor System in Magnetic Bearings

$$\det[C_o] = L^4 / J_r^4 M^4 \quad (25)$$

따라서, Fig. 1의 로터모델의 경우 $L = L_1 + L_2 > 0$ 이므로, $\det[C_o]$ 는 양의 실수이며, 제어대상계는 항상 제어가능하다.

可觀測性 행렬은 다음과 같이 설정한다.

$$O_b = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} \quad (26)$$

이며,

$$\det[O_b] = 1 \quad (27)$$

따라서, 제어대상계는 항상 관측가능하다.

3. 견실한 중앙집중식 제어기의 구조

본 논문에서 사용되는 일반적 서보보상기⁽⁵⁾는 다음과 같이 정의된다. 여기서 입력은 $e \in R^4$ 이고 출력은 $\eta \in R^{12}$ 이다.

$$\dot{\eta} = C^* \eta + B^* e ; \quad e \equiv y_{ref} - y \quad (28)$$

여기서

$$C^* \equiv \text{blockdiag}(C_p, C_p, C_p, C_p) \quad (29)$$

$$B^* \equiv \text{blockdiag}(B_p, B_p, B_p, B_p) \quad (30)$$

이며 C_p 와 B_p 는 아래와 같이 정의된다.

$$C_p \equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\omega_x^2 & 0 \end{bmatrix} \quad B_p \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

上記 서보보상기를 제어대상계 (18), (19)와 결합하면,

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -B^*C & C^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & B^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ y_{ref} \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} y \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \eta \end{bmatrix} \quad (33)$$

여기서, 제어대상계 (18), (19)을 위한 견실한 제어기는 다음과 같은 구조를 가져야만 한다^(4,5)

$$u = K_o \hat{x} + K \eta \quad (34)$$

\hat{x} 는 입력이 y 와 u 이고 차원이 $\hat{n} \leq 8$ 인 관측기의 출력이다.

아래의 “제어계 조건”이 항상 만족된다면, 확장 시스템 (32), (33)을 안정화 시키고, 요구되는 변이상태를 만들 수 있는 K_o, K 는 극배치 방법 (또는, 선형 최적제어 이론)을 사용하여 구할 수 있다. “제어계 조건”은 다음과 같다:

- (1) (C,A,B)는 불안정한 고정모드 (fixed modes)⁽⁶⁾를 가지지 않는다.
- (2) (C,A,B,0)의 전이 영점(transmission zeros)은 $\lambda=0, \pm\omega_x i$ 와 일치하지 않는다.
- (3) 출력 y 는 측정가능하다.

식 (28)~(31)과 같이 정의되는 일반적 서보보상기를 사용하면, 지령치 y_{ref} 와 외란 ω 신호에 로터의 스핀속도 ω_x 와 동일한 주파수의 삼각함수 신호 성분이 포함되어 있을 경우에도 완벽한 추적과 외란 영향회피가 가능하다. 한편, 일정한 지령치와 외란신호만을 고려하는 경우에는 아래와 같이 적분항만 포함하는 서보보상기를 사용한다.

$$\dot{\eta} = e; \quad e \equiv y_{ref} - y \quad (35)$$

여기서, $\eta \in R^4$ 이며, 이 보상기를 이용하여,

MIMO 중앙집중식 PID 제어기를 구성할 수 있다. MIMO 중앙집중식 PID 제어기 구조는 일반적 서보보상기를 상용한 제어기구조의 일부분 (subset)이다.

4. 구체적 設計側

본 장에서는 자기베어링에 의해서 지지되는 강체 로터계를 위한 견실한 중앙집중식 제어기에 대한 예들을 설명한다. 로터의 변수들은

$$M=100[\text{kg}], L=1[\text{m}], J_r=J_a=1[\text{kgm}^2] \quad (36)$$

이며, 자기베어링 강성과 유도력 계수는 다음과 같다:

$$K_m = K_{m1} = K_{m2} = 8 \times 10^6 [\text{N/m}] \quad (37)$$

$$K_e = K_{e1} = K_{e2} = 500 [\text{Ns/m}] \quad (38)$$

따라서,

$$p=1; \quad \omega_{t1} = \omega_{t2} = 283 [\text{r/s}]; \quad \omega_{a1} = \omega_{a2} = 5 [\text{r/s}] \quad (39)$$

$$\omega_{r1} = \omega_{r2} = 2830 [\text{r/s}]; \quad \omega_{b1} = \omega_{b2} = 500 [\text{r/s}] \quad (40)$$

견실한 제어기를 구현하기 위해서는 제3장에서 언급한 “제어계 조건”이 만족되어야 한다. 만일, (C,A,B)가 제어가능하고, 동시에 관측가능하다면, 고정모드를 가지지 않는다⁽⁶⁾. 또한, 8개의 전이영점은 그 중에서 3개의 복소수 짝은 원점으로부터 각각 허수축의 양의 방향과 음의 방향 쪽으로 매우 멀리 떨어져 있으며 나머지 2개는 실수축 양쪽 방향으로 위치하여 있다. 따라서, 전이영점은 $\lambda=0, \pm\omega_x i$ 와 일치하지 않는다. 또한, 제어대상 출력 y 는 측정가능하므로, “제어계 조건”은 만족된다.

시스템 행렬 A의 개회로 고유치의 궤적은 Fig. 3과 같다. 자기베어링의 음의 강성때문에 개회로계

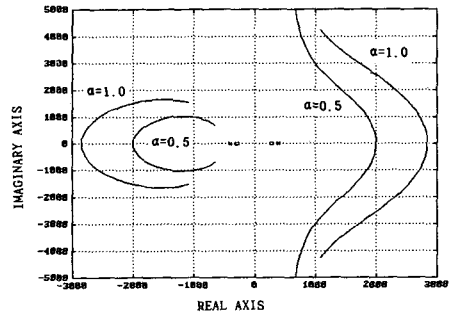


Fig. 3 Locus of Open-loop Poles of System Matrix A

는 매우 불안정하다. 원점에 대하여 안쪽의 궤적과 점 'x'는 $L_1=L_2$, 즉 $\alpha=0.5$ 이면서 ω_x 가 0부터 6000 r/s까지 증가할 경우를 나타낸다. $\omega_x=0r/s$ 일때의 개회로극은 $s=\pm 400$ 와 $s=\pm 2000$ 이며, 이것은 아래의 고유진동수와 일치한다.

$$\omega_{o1}=[2K_m/M]^{1/2}; \omega_{o2}=[L^2K_m/2J_r]^{1/2} \quad (41)$$

일반적으로, $\omega_x=0r/s$ 이고, 로터질량이 Fig. 1의 L_1 의 위치에 있을때의 고유진동수는

$$\omega_o=[\omega_s^2/2 \pm 0.5\{\omega_s^4 - 4(K_m/M)(L^2K_m/J_r)\}^{1/2}]^{1/2} \quad (42)$$

이며 $\omega_s^2=2K_m/M + L^2K_m/J_r[(1-\alpha)^2 + \alpha^2]$;

$$\alpha=L_1/L \quad (43)$$

이다. 극단적으로 $L_1=L, L_2=0$, 즉 $\alpha=1.0$ 일때의 궤적은 원점으로부터 바깥쪽의 궤적과 점 'o'이다. 개회로극은 실수축의 $s=\pm 281$ 와 ± 2830 로부터 시작하여, ω_x 가 증가하면, 실수축으로부터 분기하여 허수축 방향으로 진행된다.

일반적 서보보상기 제어기 및 중앙집중식 PID 제어기의 두 경우 모두, 댐핑계수가 0.707이고 전체계의 고유진동수가 개회로 고유진동수와 일치하지 않도록 다음과 같이 폐회로극을 정하였다.

$$\begin{aligned} P_{1,2,3,4} &= -140; P_{5,6} = -100 \pm 100j; \\ P_{7,8} &= -1000; P_{9,10,11,12} = -3000 \end{aligned} \quad (44)$$

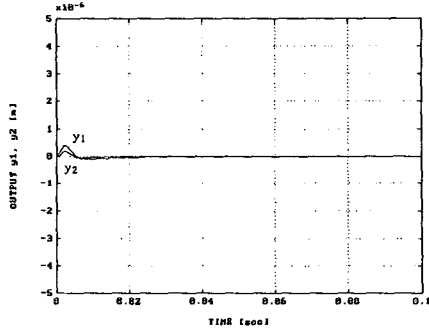
한편, 일반적 서보보상기 제어기의 경우,

$$\begin{aligned} P_{13,14} &= -100 \pm 100j; P_{15,16} = -1000; \\ P_{17,18,19,20} &= -1000 \pm 300j \end{aligned} \quad (45)$$

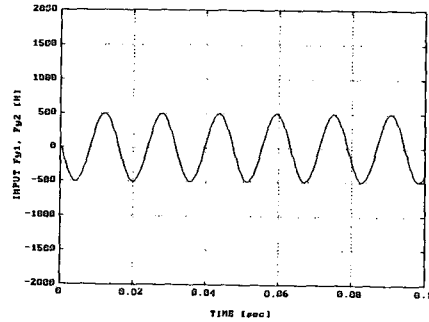
의 폐회로극을 추가로 지정하였다.

로터의 질량 불균형에 의한 주파수 ω_x 의 삼각함수 외란 F_{dx}, F_{dz} 가 로터 질량에 가해질 경우, 외란에 대한 영향 회피 효과를 Fig. 4에 보인다. 여기서,

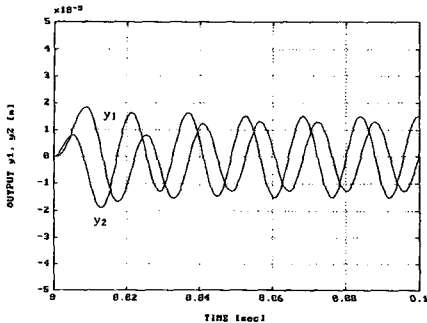
$$\begin{aligned} F_{dx} &= Me_d \omega_x^2 \sin(\omega_x t); \\ F_{dz} &= Me_d \omega_x^2 \cos(\omega_x t); \\ M &= 100[\text{kg}]; \end{aligned}$$



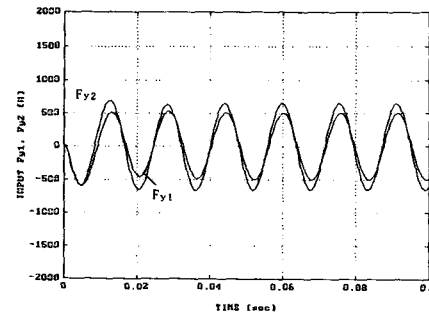
(a) General Servocompensator : System Output



(c) Centralized PID Servocompensator : System Output

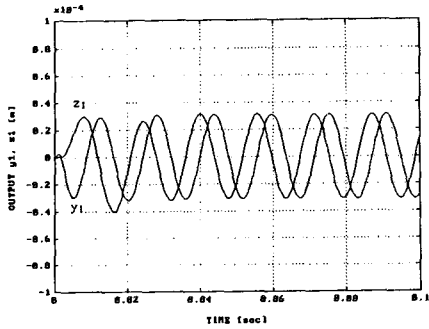


(b) General Servocompensator : System Input

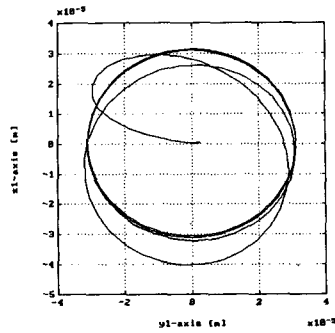


(d) Centralized PID Servocompensator : System Input

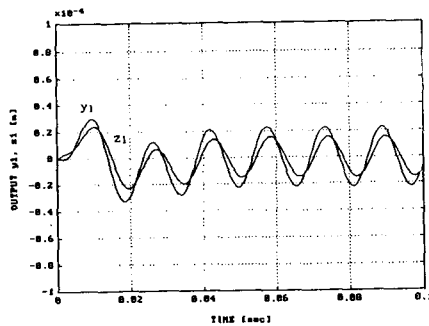
Fig. 4 Simulation Results for Sinusoidal Disturbance Rejection



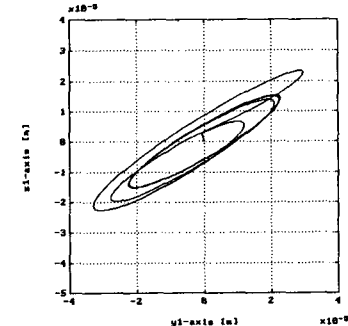
(a) General Servocompensator : System Output



(b) General Servocompensator : Axis Trajectory



(c) Centralized PID Servocompensator : System Output



(d) Centralized PID Servocompensator : Axis Trajectory

Fig. 5 Simulation Results for Sinusoidal Reference Tracking

$$e_d = 6.25 \cdot 10^{-5} [m]; \omega_x = 400 [r/s] \quad (46)$$

이며, e_d 는 로터축 중심으로부터 반경방향으로의 로터질량 편심량이고, 지령치는 $y_{1ref} = y_{2ref} = 0 [m]$ 이다. Fig. 4(a)는 일반적 서보보상기 제어기의 경우로서, 삼각함수 외란에 대한 완벽한 추종(regulation)이 가능함을 보여준다. 중앙집중식 PID 제어기의 경우에는, 일정한 크기의 외란에 대해서는 완벽한 추종이 가능하나, Fig. 4(c)에서와 같이 삼각함수 외란에 대해서는 정상상태 오차를 피할 수 없다. 두가지 제어기에 대한 제어입력은 각각 Fig. 4의 (c), (d)와 같다. 거의 동일한 크기의 제어입력에 대하여, 일반적 서보보상기를 채택함으로써, 주파수 ω_x 의 삼각함수 외란에 대한 견실성을 확보할 수 있다.

로터의 기하학적 중심이 자기베어링 중심축을 임의의 제적으로 선회하도록 아래와 같은 지령치를 자기베어링에 인가하였을 경우에 주파수 ω_x 의 삼각함수 지령치에 대한 추적(tracking) 정밀도를

Fig. 5에 보인다. 여기서,

$$\begin{aligned} y_{1ref} &= (e_d/2) \sin(\omega_x t + \phi_1); \\ z_{1ref} &= (e_d/2) \cos(\omega_x + \phi_1); \\ y_{2ref} &= y_{1ref}; z_{2ref} = z_{1ref} \end{aligned} \quad (47)$$

이며, 로터의 질량 불균형에 의한 외란 F_{dx}, F_{dz} 는 주파수 ω_x 의 삼각함수 외란으로서 식(46)과 같다. ϕ_1 은 외란신호에 대한 지령치신호의 위상편차량을 표시한다.

Fig. 5의 (a), (b)는 일반적 서보보상기 제어기의 추적정밀도를 보여준다. 주파수 ω_x 의 삼각함수 외란에 대해서, 식(47)과 같은 지령치를 정상상태오차 없이 완벽히 추적할 수 있다. 이러한 추적제어에 의하여, 로터의 양 끝단은 서로 같은 위상을 유지하며 자기베어링 중심축을 반지름 $e_d/2$ 의 크기로 선회하게 된다. 이렇게 주파수 ω_x 이면서 임의의 크기와 위상편차를 가진 지령치에 대한 추적제어가 가능하면, 능동제어를 이용한 회전로터의 밸런싱이

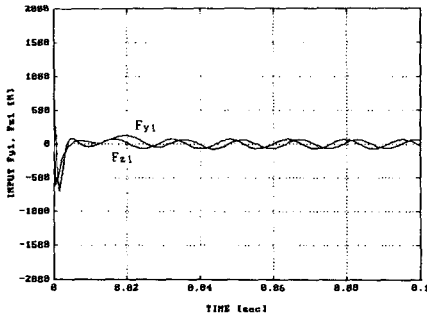


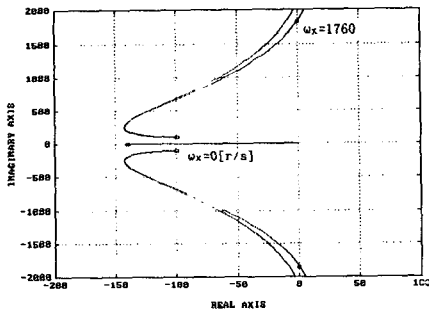
Fig. 6 Force Control Inputs in case of Active Balancing

가능하다. Fig. 6은 $e_d/2$ 인 진폭과 $\phi_1=170.55^\circ$ 의 위상편차를 가진 식(47)과 같은 지령치를 인가하였을 경우의 자기베어링 제어입력을 보인 것이다. 시뮬레이션 결과, 지령치 진폭이 $e_d/2$ 일때 제어입력의 크기가 최소로 되었고, 위상편차가 170.55° 일때 y 축과 z 축 자기베어링 제어입력 크기가 서로 동일하게 되었다. 지령치 진폭이 제로인 경우인

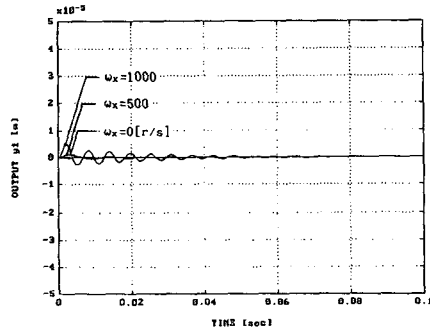
Fig. 4(b)에서의 최대제어입력 크기 500 N과 비교하여 보면, Fig. 6의 경우는 66 N으로서 약 13% 수준이다. 이 때 로터는 질량중심의 편심에 대해서 밸런싱상태에 도달하게 된다.

Fig. 5의 (c), (d)는 중앙집중식 PID 제어기의 추적정밀도를 보여주는 것으로서, 삼각함수 외란과 지령치에 대한 정상상태 오차가 불가피하다. 인가된 지령치에 대하여 y 축과 z 축 자기베어링 제어출력에 진폭감소와 위상지연이 발생하므로, 로터의 기하학적 중심의 궤적은 Fig. 5(b)와 같은 원형 궤적 지령치에 대하여 Fig. 5(d)와 같은 타원형을 그리게 된다. 또한, y 축과 z 축의 위상지연의 편차에 따라서, 회전방향도 지령치에 대하여 반대방향이 된다.

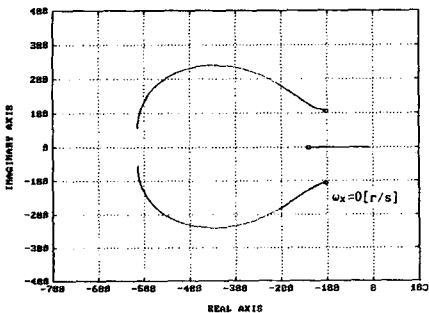
Fig. 7은 앞의 예제에서와 동일하게 식(46)과 같은 외란이 작용할 경우에, $\omega_x=0[r/s]$ 에서 구한 제어이득벡터를 그대로 유지시키고, ω_x 를 증가시키면서 두가지 제어기의 추종 제어성을 비교한 것이다. ω_x 가 증가함에 따라서 Fig. 3에서와 같이 개



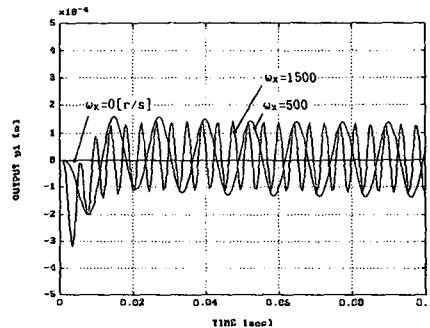
(a) General Servocompensator : Closed-loop Poles Root-locus



(b) General Servocompensator : Sinusoidal Disturbance Rejection



(c) Centralized PID Servocompensator : Closed-loop Poles Root-locus



(d) Centralized PID Servocompensator : Sinusoidal Disturbance Rejection

Fig. 7 Robustness for the Variation of Rotor Spin Rate ω_x

회로계의 특성이 변화하므로, 모델특성변화에 따른 제어기 건실성을 확인할 수 있다. Fig. 7(a)는 ω_x 가 증가할 경우, 일반적 서보보상기 제어기의 폐회로극의 궤적을 보여준다. 'o'점은 $\omega_x=0[r/s]$ 일 경우의 폐회로극이며, $\omega_x=1760[r/s]$ 이상일 때부터 전체제어기는 불안정해진다. 반면에, 중앙집중식 PID 제어기는 Fig. 7(c)에서와 같이 $\omega_x=6000[r/s]$ 일때까지 폐회로극이 안정영역에 위치한다. 즉, 모델특성 변화에 대해서 중앙집중식 PID 제어기의 건실성이 더 우수하다. 그러나, Fig. 7의 (b), (d)에서와 같이, 삼각함수 외란에 대한 추종정밀도를 고려하여 보면, 전체제어계가 안정한 조건하에, 일반적 서보보상기 제어기는 ω_x 에 관계없이 정상상태에서 완벽한 추종제어성능을 보여준다.

한편, 비선형 전자기장의 선형화에 따른 모델링 오차에 대한 건실성을 폐회로극 궤적으로 나타내면 Fig. 8과 같다. 식 (1)과 (2)에서, 자기베어링 강성 K_m 을 $i_{y1}=0.2I_o$, $y_1=0.2h_o$ 에서 선형화하면,

$$K_m=1.415(4K_p I_o^2/h_o^3) \equiv 1.415K_{m0} \quad (48)$$

이다. 여기서, K_{m0} 는 $i_{y1}=0$, $y_1=0$ 에서 선형화하였을 경우의 자기베어링 강성이다. $\omega_x=0[r/s]$, $K_m=K_{m0}$ 에서 구한 제어이득벡터를 그대로 유지시키고, K_m 을 K_{m0} 에서 $1.5K_{m0}$ 까지 증가시켰을 경우, 전자기장 선형화에 따른 모델링오차에 의해서 변화할 수 있는 전체제어계의 폐회로극 분포는 Fig. 8과 같다. 그림에서 'o' 표시가 된 궤적은 $\omega_x=0[r/s]$ 일 경우이고, 'x' 표시는 $\omega_x=400[r/s]$ 일 경우의 궤적을 각각 나타낸다. 폐회로극의 분포에 의거하여, 선형화때문에 발생하는 모델링오차에

대한 전체제어계의 건실성을 확인할 수 있다.

5. 결 론

자기베어링에 의해 지지되는 강체 로터제 제어를 위해서, 건실 제어 이론을 적용하여, 일반적 서보보상기와 적분형 보상기를 각각 사용한 두가지 형태의 제어기를 설계하였다. 적분형 보상기를 사용한 중앙집중식 PID 제어기 구조는 일반적 서보보상기를 사용한 제어기 구조의 일부분(subset)이다. 제어계 모델에는 자기베어링의 음의 강성과 유도력을 포함시켰으며, 어떠한 극부적 제한제어기도 가정하지 않았다. 제어계 모델은 임의의 모델 변수에 대해서 제어가능하고, 관측가능하며, "제어계 조건"을 만족한다.

일반적 서보보상기 제어기를 이용하여, 로터 질량 불균형에 의한 삼각함수 외란에 대한 완벽한 영향회피가 가능하며, 주파수 ω_x 의 삼각함수 지령치에 대한 완벽한 추적제어도 가능하다. 또한 완벽한 추적제어기능을 로터의 능동식 밸런싱에 응용할 수 있음을 보였다.

ω_x 의 변화에 따른 모델 특성 변화에 대하여 일반적 서보보상기 제어기는 $\omega_x=1760[r/s]$ 까지 안정성을 보이는 반면, 중앙집중식 PID 제어기는 $\omega_x=6000[r/s]$ 까지도 폐회로극이 안정영역에 위치한다. 마지막으로, 전자기장의 선형화에 따른 모델링 오차에 대한 폐회로극분포를 구하여 전체제어계의 건실성을 확인하였다.

참고문헌

- (1) Higuchi, T., Mizuno T. and Tsukamoto, T., 1990, "Digital Control System for Magnetic Bearings with Automatic Balancing," 2nd Int. Symposium on Magnetic Bearing, Tokyo, Japan, pp.27~32.
- (2) Larocca, P., Fermental D. and Cusson, E., 1990, "Performance Comparison between Centralized and Decentralized Control of the Jeffcott Rotor," 2nd Int. Symposium on Magnetic Bearing, Tokyo, Japan, pp.295~300.
- (3) Youcef-Toumi, K., Reddy S. and Vithiananthan, I., 1990, "A Digital Time Delay Controller for Active Magnetic Bearings," 2nd Int. Symposium

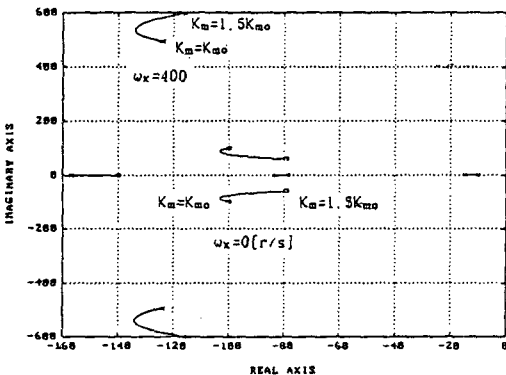


Fig. 8 Closed-loop Poles Root-locus for the Variation of Magnetic Bearing Stiffness K_m

- on Magnetic Bearing, Tokyo, Japan, pp.15~21.
- (4) Davison, E.J., 1976, "The Robust Control of a Servomechanism Problem for Linear Time-invariant Multivariable Systems," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol AC-21, No. 1, pp25~34.
- (5) Davison, E.J. and Ferguson, I.J., 1981, "The Design of Controllers for the Multivariable Robust Servomechanism Problem Using Parameter Optimization Methods," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-26, No. 1, pp93~110.
- (6) Davison, E.J. and Gesing, W., 1978, "An Algorithm for Obtaining the Minimal Realization of a Linear Time-invariant System and Determining if a System is Stabilizable-Detectable," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-23, No. 6, pp1048~1054.