

〈論 文〉

# J-R 곡선에서의 균열길이 감소현상에 관한 연구(I)

균열길이 감소현상의 해석

石昌星\* · 崔鎔湜\*

(1992년 1월 27일 접수)

## A Study on the Apparent Negative Crack Growth Phenomenon of J-R Curve ( I )

Analysis of the Apparent Negative Crack Growth Phenomenon

C.S.Seok and Y.S.Choy

**Key Words :**  $J_{IC}$ , Apparent Negative Crack Growth(균열길이 감소현상), Compressive Residual Stress(압축잔류응력), Plastic Zone(소성영역)

### Abstract

The apparent negative crack growth phenomenon which usually arises in partial unloading compliance test is well known. The reason for apparent negative crack growth is the compressive residual stress caused by the plastic zone around the crack tip. The phenomenon as a possible source of error in determining  $J_{IC}$  or J-R curve from partial unloading compliance experiments may be eliminated by the correction of compliance. A compliance correction equation is derived from a stress field analysis near the crack tip.

#### 기 호 설 명

- $B$  : 試片의 두께
- $F$  : 수정함수
- $J$  : J-적분 값
- $J_{IC}$  : J의 임계치, 재료의 평면변형 탄소성파괴 인성치
- $P_{max}$  : 荷重除去 직전의 作用荷重
- $P_{re}$  : 荷重除去 후의 作用荷重
- $S$  : 지지점간의 거리
- $W$  : 試片의 폭
- $a$  : 龜裂길이
- $r$  : 龜裂先端에서의 거리
- $\alpha$  :  $a/W$
- $\Delta a$  : 균열진전량
- $\Delta P$  :  $P_{max} - P_{re}$

$\sigma_y$  : 항복강도

### 1. 서 론

J-R 곡선은 파괴저항곡선으로  $J_{IC}$ 의 결정이나 彈塑性破壞力學的인 건전성 평가 등에 사용되는데, 이를 실험에 의하여 구하여야 한다. 이러한  $J_{IC}$ 나 J-R 곡선의 결정을 위하여, ASTM(American Society for Testing and Materials)에서 표준시험 법으로 제정한, ASTM E 813<sup>(1)</sup>이나 ASTM E 1152<sup>(2)</sup>를 일반적으로 사용하고 있다. 이 시험법중에서 單一 試片法이 실험과 해석의 편리함 때문에 가장 많이 사용되고 있으나, 균열길이 측정법등에는 많은 문제점<sup>(3~6)</sup>이 내포되어 있다.

本 논문에서는 ASTM의 단일시험법으로 시험해 석할 때에 나타나는 가장 큰 문제점인 균열길이 減少現象의 원인해석<sup>(7,8)</sup>과, 균열길이 減少現象을 고

\*정회원, 성균관대학교 기계공학과

려한 균열길이 측정 수정식<sup>(7,9)</sup>을 제안하고자 하며, 다음 절차로 研究를 수행하였다.

(1) 龜裂先端의 應力場解析과, 이 應力場解析에 의한 균열길이 減少現象을 해석하였다.

(2) CT와 TPB 試片에서의 균열길이 測定式的 修正式을 제안하였다.

(3) 이 修正式的 타당성을  $J_{IC}$  시험해석을 통하여 검토하였다.

## 2. 現象 및 研究 現況

ASTM의 單一 試片法에 의하여  $J-R$  곡선을 구할 때에는, 하나의 試片에 하중을 가하고 제하 컴플라이언스를 얻기 위한 하중제거를 반복하여, 하중-하중선변위곡선을 얻는다. 이 하중-하중선변위곡선에서  $J$  값을 계산하고, 除荷컴플라이언스를 이용하여 균열길이를 측정한다. 이렇게 하여  $J-\Delta a$  데이터가 얻어지면, Fig. 1과 같이  $J-\Delta a$  좌표상에 도시한 후, 최소자승법(least square method)으로 회귀선(regression line)을 결정한다. 이 회귀선이  $J-R$  곡선이며, 이 곡선과 純化線의 0.2 mm 이동선과의 교점에서  $J_{IC}$ 를 결정한다. 이 때 Fig. 1의 A점 부근과 같이 처음에 균열길이가 감소하는 듯한 현상이 나타나는데 이를 균열길이 감소현상이라 한다.

이러한 균열길이 減少現象은, ASTM의 單一 試片法으로 試驗할 때 나타나는 現象으로, 제하 컴플라이언스법(unloading compliance technique)으로 균열길이를 측정할 때, 처음에는 균열길이가 減少하다가 다시 증가하는 것으로 나타나는 現象이다. 균열길이의 減少는, 실제로는 존재하지 않는 現象이며 실험과 해석상의 오차라 하겠다. 이러한 現象은, 연성과 인성이 큰 材料에서 크게 나타나며, 實

驗 解析上의 가장 큰 문제점이라 할 수 있다.

Voss 등<sup>(3)</sup>은 균열길이 減少現象의 원인을 핀의 굽힘에 의한 하중선의 정렬불량으로 보았다. 이들의 설명에 의하면, 3점굽힘(TPB: three point bend) 試片을 사용할 경우에는 핀의 굽힘이나 하중선의 변화가 없으므로, 균열길이 減少現象이 없어야 하나, 3점굽힘 시편을 사용할 때에도 균열길이 減少現象이 나타난다. 이러한 이유에서 균열길이 減少現象에 대한 Voss 등의 설명은, 불충분하다고 생각된다.

Rosenthal 등<sup>(6)</sup>은 균열길이 감소현상이 나타날 경우의 데이터 처리방법을 제안하였다. 균열길이 감소현상이 나타날 경우, 균열길이가 감소된 데이터를 포함한 전체의 데이터를 이용하여 회귀선을 구한 다음, 이 회귀선의 균열길이 감소량을 전체의 데이터에 더하여 해석하는 방법이다. 이들의 연구도 타당성은 있으나, 균열길이 감소현상에 대한 명확한 원인 설명이 없으며, 처리방법의 근거가 없다는 단점이 있다.

이 밖에, 두께의 減少나 마찰등의 영향에 의한 것으로 보는 견해도 있으나, 확실한 研究結果가 없는 실정이다.

ASTM의 시험법에는 균열길이 감소현상에 대한 언급이 없으며, ASTM의 절차에 따라 균열길이가 감소된 데이터를 무시하고 해석할 경우, 파괴저항 값이나 파괴인성치를 과대 평가하는 오류를 범하게 될 것이다.

## 3. 균열길이 減少現象의 解析

### 3.1 균열길이 감소현상의 원인 해석

塑性領域의 발생이 없을 경우, 最大荷重  $P_{max}$ 에 의한 균열선단에서의 거리  $r$ 에 따른 應力狀態는 Fig. 2의 A와 같다. 완전탄성인 材料라서 塑性領域의 발생이 없다면, 하중을  $P_{max}$ 에서  $P_{re}$ 로 減少시켰을 경우에는, Fig. 2의 B와 같은 應力狀態가 될 것이다. 그러나  $P_{max}$ 에서 塑性領域이 발생되므로 Fig. 2의 C와 같은 상태가 되며, 하중을  $P_{re}$ 로 감소시키면 소성변형이 일어났던 균열선단부근의 應力  $\sigma_0$ 는 소성변형시의 應力  $\sigma_Y$ 에서  $\Delta P$ 에 의한 應력을 감하여 구할 수 있으며, 그 결과는 식(1), (2) 및 Fig. 3과 같다.

CT 시편에서

$$\sigma_0 = \sigma_Y - \Delta P f(a) / [B(2\pi rW)^{1/2}] \quad (1)$$

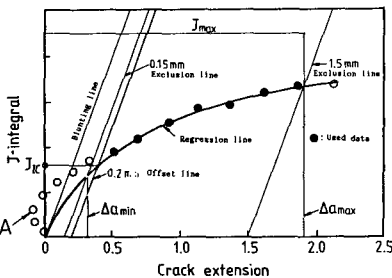


Fig. 1 Determination of  $J_{IC}$  by ASTM E 813-87

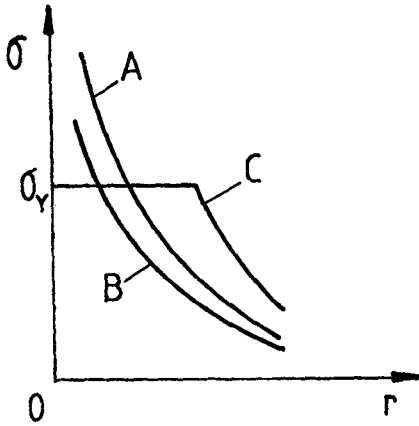


Fig. 2 Stress distribution of a crack tip

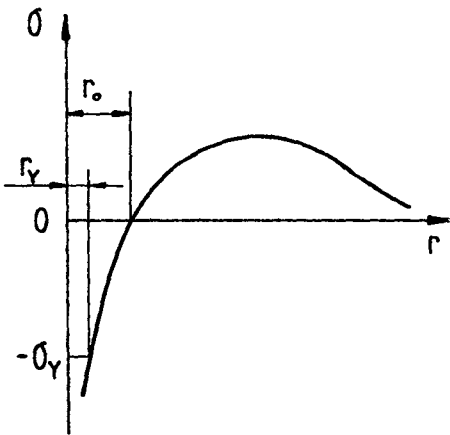


Fig. 3 Stress distribution of a crack tip at unloading

$$f(a) = \frac{(2+a)(0.886+4.64a-13.32a^2+14.72a^3-5.6a^4)}{(1-a)^{3/2}}$$

TPB 시편에서

$$\sigma_0 = \sigma_y - \Delta P S f(a) / [BW(2\pi rW)^{1/2}] \quad (2)$$

$$f(a) = \frac{3a^{1/2}[1.99 - a(1-a)(2.15 - 3.93a + 2.7a^2)]}{2(1+2a)(1-a)^{3/2}}$$

Fig. 3에서, 응력이 0이 되는 점까지의 거리를  $r_0$ , 압축응력에 의하여 降伏이 일어나는 곳까지의 거리를  $r_y$ 라 하고, 식(1)과 식(2)의  $\sigma_0$ 에  $-\sigma_y$ 와 0을 대입하여  $r_y$ 와  $r_0$ 를 구하면 다음과 같다.

$$r_0 = 4r_y \quad (3)$$

CT 시편에서

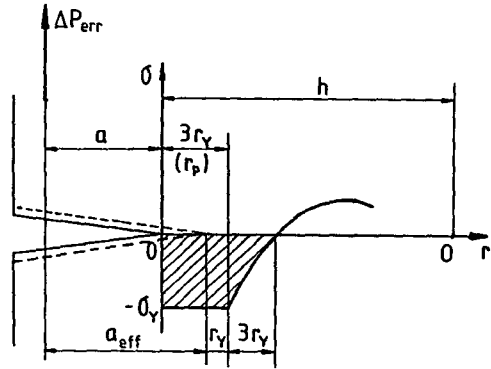


Fig. 4 Development of plastic zone

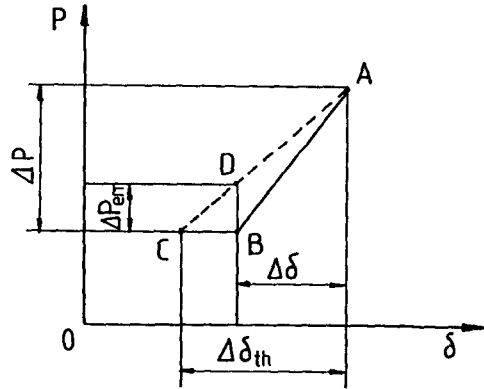


Fig. 5 Correction of unloading compliance

$$r_y = [\Delta P f(a) / (B\sigma_y)]^2 / (8\pi W) \quad (4)$$

TPB 시편에서

$$r_y = [\Delta P S f(a) / B\sigma_y]^2 / (8\pi W^3) \quad (5)$$

하중을 제거할 경우, 龜裂先端 부근에서는 壓縮應력에 의하여 다시 塑性領域이 발생하게 되어, Fig. 4와 같은 應力狀態가 된다. Fig. 4에서, 빗금 친 부분만큼의 壓縮應력이 발생하며, 이 壓縮應력이 ASTM의 單一 試驗片法에서 나타나는 均열길이 減少現象의 원인이라고 생각된다.

이 때 Fig. 4에서  $r_p$ 의 크기는 다음과 같다.<sup>(7,8)</sup>

$$r_p = 3r_y \quad (6)$$

### 3.2 컴플라이언스에 의한 균열길이 減少現象 解析

제하 컴플라이언스(unloading compliance)를 얻

기 위하여 하중을 제거할 때에, 龜裂先端에 Fig. 4와 같이 壓縮應力이 작용된다. 이 壓縮應力에 의하여 실제로 제거한 하중보다 적은량의 荷重線變位가 나타난다.

Fig. 5에서, 均열선단의 壓縮應力이 없다면,  $\Delta P$  만큼 하중을 제거할 때  $\Delta\delta_{th}$  만큼의 변위가 나타나야 한다. 그러나 龜裂단함現象에 의하여, 실제 실험상에 나타나는 변위는  $\Delta\delta$ 가 된다.

실험으로 구한 컴플라이언스  $C_m$ 은, Fig. 5의 AB에서 다음과 같다.

$$C_m = \Delta\delta / \Delta P \quad (7)$$

塑性領域의 발생이 없을 때의 이론적인 컴플라이언스  $C_{th}$ 는, Fig. 5의 AC 또는 AD에서, 다음과 같다.

$$C_{th} = \Delta\delta_{th} / \Delta P = \Delta\delta / (\Delta P - \Delta P_{err}) \quad (8)$$

$\Delta P_{err}$ 를 修正函數  $F$ 를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta P_{err} = \Delta P F \quad (9)$$

식(8)에, 식(9)와 식(7)을 대입하면 다음과 같다.

$$C_{th} = C_m / (1 - F) \quad (10)$$

식(10)에서 실험으로 구한 컴플라이언스  $C_m$ 과 修正函數  $F$ 를 알면, 이론적인 컴플라이언스  $C_{th}$ 를 구할 수 있고, 이  $C_{th}$ 를 이용하여 均열길이를 구하면, 均열길이 減少現象이 없는 정확한 均열길이를 구할 수 있을 것이다.

#### 4. 均열길이 測定 修正式의 提案

##### 4.1 CT 試片에서의 修正式

제하시 龜裂先단의 壓縮應力에 의하여 均열길이 減少現象이 나타나므로, 壓縮應力에 의한 컴플라이언스의 오차를 보정함으로서, 均열길이 減少現象을 방지할 수 있을 것이다. 壓縮應力에 의한 荷重減少량의 오차  $\Delta P_{err}$ 를 구한다면, 식(9)에서 修正函數  $F$ 를 구할 수 있어, 均열선단의 압축응력을 고려한 정확한 均열길이를 구할 수 있을 것이다.

Fig. 4와 같이 壓縮應力이 작용할 때, 龜裂先端에서 응력이 0이 되는 O 點까지의 거리를  $h$ 라 하고, O 點에서 이 壓縮應力과 등가인 荷重減少량의 오차  $\Delta P_{err}$ 와 龜裂先端附近的 壓縮應力에 의한 모우멘트의 평형을 구하면 다음과 같다.

$$\Delta P_{err}(a+h) = 3\sigma_y r_y B(h-1.5r_y) + B \int_{r_y}^{4r_y} \left( \frac{\Delta P f(a')}{B(2\pi r W)^{1/2}} - \sigma_y \right) (h-2r_y-r) dr \quad (11)$$

여기에서

$$a' = a_{eff} / W = (a+2r_y) / W$$

$r_y$ 가 미소량이므로  $f(a') = f(a)$ 라고 하고, 식(11)을 풀면 다음과 같다.

$$\Delta P_{err} = 9B\sigma_y r_y / (a+h) + \Delta P f(a) [2hr_y^{1/2} - 26r_y^{3/2}/3] / [(a+h)(2\pi W)^{1/2}] \quad (12)$$

응력이 0이 되는 點까지의 거리  $h$ 를 구하기 위하여 압축응력과 應力集中의 영향이 작다고 가정하고, 應力集中이 없을 때의 탄성해에 의하여  $h$ 를 구하면 다음과 같다.

$$h = (W-a)(2W+a) / [3(W+a)] \quad (13)$$

식(12)에 식(4)의  $r_y$ 와 식(13)의  $h$ 를 대입하여 정리하면, 다음과 같다.

$$\Delta P_{err} = \frac{\Delta P^2 [f(a)]^2}{\pi W B \sigma_y} \times \left\{ \frac{(W-a)(2W+a)}{4(W^2+aW+a^2)} - \frac{25(W+a)\Delta P^2 [f(a)]^2}{128\pi W B^2 \sigma_y^2 (W^2+aW+a^2)} \right\} \quad (14)$$

CT 試驗片에서의 修正函數를  $F_c$ 라 하고, 식(9)와 식(14)에서  $F_c$ 를 구하면 다음과 같다.

$$F_c = \frac{\Delta P [f(a)]^2}{\pi W B \sigma_y} \times \left\{ \frac{(W-a)(2W+a)}{4(W^2+aW+a^2)} - \frac{25(W+a)\Delta P^2 [f(a)]^2}{128\pi W B^2 \sigma_y^2 (W^2+aW+a^2)} \right\} \quad (15)$$

식(15)로  $F_c$ 를 구하고, 이  $F_c$ 를 이용하여 식(10)에서  $C_{th}$ 를 구한 다음, ASTM<sup>(1)</sup>의 다음식에 따라  $a/W$ 를 구함으로서, 均열길이를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} a/W = & 1.00196 - 4.06319V \\ & + 11.242V^2 - 106.043V^3 + 464.335V^4 \\ & - 650.677V^5 \end{aligned} \quad (16)$$

여기에서

$$V = 1 / [(BEC_{th})^{1/2} + 1]$$

##### 4.2 TPB 試片에서의 修正式

TPB 試片의 均열길이 測定式의 修正式은, CT 試驗片에서와 같은 방법으로 구할 수 있으며, 응력이 0이 되는 점에서의 모우멘트 평형을 구하면, 다

음 관계가 성립하여야 한다.

$$\Delta P_{err}(a+h) = 3\sigma_Y r_Y B(h-1.5r_Y) + B \int_{r_Y}^{a+r_Y} \left( \frac{\Delta P S f(a')}{B(2\pi r W)^{1/82}} - \sigma_Y \right) (h-2r_Y-r) dr \quad (17)$$

CT試驗片에서와 같이  $f(a')=f(a)$ 라고 하고, 식(17)을 풀면 다음과 같다.

$$\Delta P_{err} = 9B\sigma_Y r_Y^2 / (a+h) + \Delta P S f(a) [2hr_Y^{1/2} - 26r_Y^{3/2}] / [W(a+h)(2\pi W)^{1/2}] \quad (18)$$

식(18)에  $h=(W-a)/2$ 를 대입하고 식(5)의  $r_Y$ 를 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\Delta P_{err} = \frac{\Delta P^2 S^2 [f(a)^2]}{\pi W^3 B \sigma_Y} \times \left\{ \frac{(W-a)}{2(W+a)} - \frac{25\Delta P^2 S^2 [f(a)^2]}{96\pi W_3 B^2 \sigma_Y^2 (W+a)} \right\} \quad (19)$$

TPB 試片에서의 修正函數를  $F_T$ 라 하고, 식(9)와 식(19)에서  $F_T$ 를 구하면, 다음과 같다.

$$F_T = \frac{\Delta P S^2 [f(a)^2]}{\pi W^3 B \sigma_Y} \times \left\{ \frac{(W-a)}{2(W+a)} - \frac{25\Delta P^2 S^2 [f(a)^2]}{96\pi W_3 B^2 \sigma_Y^2 (W+a)} \right\} \quad (20)$$

식(20)과 식(10)으로 구한 컴플라이언스를 ASTM<sup>(1)</sup>의 다음 식에 대입하여  $a/W$ 를 구함으로써, 균열길이를 구할 수 있다.

$$a/W = 0.999748 - 3.9054 U + 2.2821 U^2 - 3.21408 U^3 + 51.51564 U^4 - 113.031 U^5 \quad (21)$$

여기에서

$$U = 1 / [(4BWEC_{th}/S)^{1/2} + 1]$$

### 5. 修正式에 대한 考察

4.1절과 4.2절에서, 균열길이 測定式의 修正式을 제안하였다. 龜裂先端의 應力解析과 컴플라이언스의 보정에 의하여 修正式을 유도하였으나 理解展開上 여러 문제점을 내포하고 있다. 塑性領域의 크기가 불확실하며, 塑性領域의 내부에서는 모든 응력을  $\sigma_Y$ 로 가정하였으나, 모든 응력이  $\sigma_Y$ 가 아니므로, 이러한 가정에서 오차가 발생할 수 있을 것이다. 壓縮應力로부터 이에 대응하는 하중을 구하는 절차에 있어서도, 모우멘트의 중심까지의 거리는 응력집중이 없을 때의 彈性解에 의한 것이므로,

오차가 발생할 수 있을 것이다. 이 밖에, 하중을 가할 때 균열의 진전(crack tearing)으로 인한 塑性領域의 변화가 불확실하다는 문제점을 내포하고 있다. 이러한 문제점들로부터 本研究의 修正式의 타당성을 입증하기 위하여, 彈塑性 FEM 해석에 의한 응력장과 변위를 검토하거나, 실험적으로 하중제거시의 塑性領域 등을 확인할 수 있다면 좋겠으나, 현실적으로 많은 어려움이 있다.

本 연구에서는, 현실적으로 검토 가능한 방법인, 修正式을 사용하였을 때와 사용하지 않았을 때의 J- $\Delta a$  데이터(J-R곡선)의 비교를 통하여, 修正式을 검토하고자 하였다. A516 Gr70 강 상온(20°)에서의  $J_{IC}$  實驗結果, Fig. 6과 같이 나타났다. 이 試驗結果로부터, 本 연구의 修正式인 식(15)와 식(10)에 의하여 균열길이를 구하고  $J_{IC}$  해석을 하면 Fig. 7과 같이 나타난다.

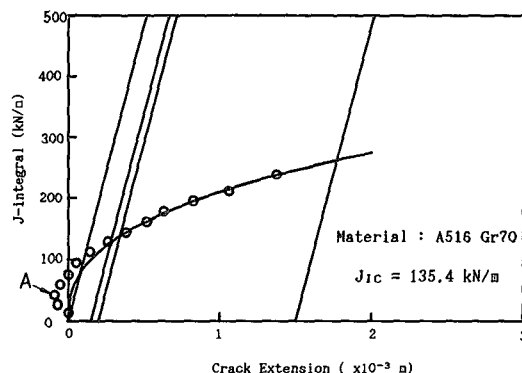


Fig. 6 Negative crack growth phenomenon of A516 Gr70 steel

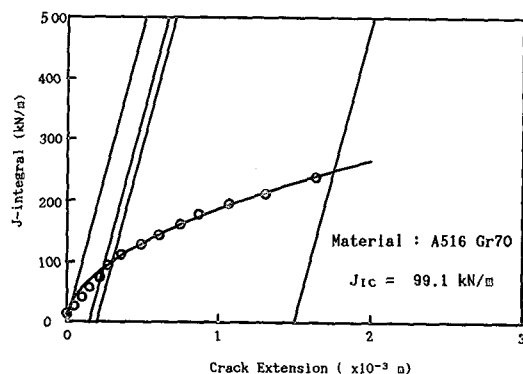


Fig. 7 J-R curve measured by the compliance correction

本 연구에서 제안한 修正式을 사용할 경우, Fig. 7에서 보는 바와 같이, 균열길이의 減少現象이 나타나지 않으며, 이 때의  $J_{IC}$  값은, 修正式을 사용하지 않은 Fig. 6의  $J_{IC}$  값인 135.4kN/m보다 작은, 99.1kN/m로 나타났다.

## 6. 結論

本 연구에서는  $J-R$  곡선이나  $J_{IC}$  해석에서의 균열길이 減少現象에 대하여 研究하였으며, 이론해석에 의한 균열길이 測定式의 修正式을 제안하고, 이에 대한 실험적 검토를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 균열길이 감소현상의 원인은 하중제거시 균열선단에 발생하는 압축응력 때문이라고 생각된다.

(2) 컴플라이언스(compliance)의 수정에 의하여, CT와 TPB 시편에서의 균열길이 측정의 수정식을 구할 수 있었다.

(3) 本 연구에서 제안한 컴플라이언스 修正式을  $J_{IC}$  해석에 적용했을 때, 균열길이 減少現象이 나타나지 않는  $J-R$  곡선을 구할 수 있었다.

## 참고문헌

- (1) "Standard Test Method for  $J_{IC}$ , A Measure of Fracture Toughness," 1987, ASTM E 813—87.
- (2) "Standard Test Method for Determining  $J-R$

Curves," 1987, ASTM E 1152—87.

- (3) Voss, B. and Mayville, R.A., 1985, "The Use of the Partial Unloading Compliance Method for the Determination of  $J-R$  Curve and  $J_{IC}$ ," ASTM STP 856, pp. 117~130.
- (4) Schwalbe, K.H. and Heerens, J., 1985, "Suggestion for a Modification of ASTM E 813," ASTM STP 856, pp.411~416.
- (5) Futato, R.J., Adland, J.D., Van Der Sluys, W.A. and Lowe, A.L., 1985, "A Sensitivity Study of the Unloading Compliance Single Specimen J-test Technique," ASTM STP 856, pp. 84~103.
- (6) Rosenthal, Y.A., Tobler, R.L. and Purtscher, P. T., 1990, " $J_{IC}$  Data Analysis Methods with a 'Negative Crack Growth' Correction Procedure," JTEVA, Vol.18, No.4, pp.301~304.
- (7) 石昌聖, 1989, "材料의 彈塑性破壞靱性值  $J_{IC}$ 의 溫度依存性에 關한 研究", 成均館大學校 博士學位論文, pp. 87~116.
- (8) 崔鎔湜, 梁源鎬, 金永鎮, 石昌聖, 1990, " $J_{IC}$  解析에서의 均열길이 減少現象에 대한 考察 (I)", 1990年度 大學機械學會 秋季學術大會 論文集, pp. 132~136.
- (9) 崔鎔湜, 石昌聖, 1991, " $J_{IC}$  解析에서의 均열길이 減少現象에 대한 考察 (II)", 1991年度 大韓機械學會 春季學術大會 論文集 (I), pp.440~444.