〈論 文〉

평판형 트러스구조물의 연속체 모델링 및 동적해석

이우식* · 김종윤**

(1991년 8월 19일 접수)

Continuum Modeling and Dynamic Analysis of Platelike Truss Structures

Usik Lee and Jong-Yoon Kim

Key Words: Anisotropic Plate(이방성 평판), Continuum Modeling(연속체 모델링), Energy Equivalence Approach(에너지 동등 기법), Finite Element Matrix(유한요소 행렬) Truss Structure(트러스 구조물)

Abstract

A rational and straightforward method is introduced for developing continuum models of large platelike periodic lattice structures based on energy equivalence. The procedure for developing continuum plate models involves the use of existing well-defined finite element matrices for the easy calculation of strain and kinetic energies of a repeating cell, from which the reduced stiffness and mass matrices are obtained in terms of continuum degrees-of-freedom defined in this paper. The equivalent continuum plate properties are obtained from the direct comparison of the reduced matrices for continuum plate with those for lattice plate. The advantages of the present continuum method are that it may be applied to arbitrary lattice configurations and may give most diverse equivalent continuum plate properties including all kinds of coupling, while other methods may give only limited structural properties. To evaluate the continuum method developed in this paper, free vibration analyses for both of continuum and lattice plates are conducted. Numerical results show that the present continuum method gives very reliable structural and dynamic properties compared to other well-recognized methods.

기호설명

a,b,h	: x,y,z방향에 대한 단위격자의 크기	I	: 단위면적당 1차 질량관성모멘트
A	: 격자부재(member)의 단면적	J	: 단위면적당 2차 질량관성모멘트
$[A]$	: 인장에 대한 강성행렬(3×3)	$[ke]$	: 단위격자의 강성행렬
$[B]$	: 인장-굽힘에 대한 연계강성행렬(3×3)	$[K_C]$	: 축소된 연속체 강성행렬
$[D]$	: 굽힘에 대한 강성행렬(3×3)	$[K_L]$	: 격자평판의 등가연속체 강성행렬
E	: 격자부재의 탄성계수(Young's modulus)	L_x,L_y	: x, y방향에 대한 격자평판의 전체길이
$[E]_{eq}$	: 연속체 구조물의 등가 강성치(rigidity)	m	: 단위면적당 질량
$[F]$	: 인장-횡방향전단에 대한 연계강성행렬	$[me]$	: 단위격자의 질량행렬
$[H]$	: 횡방향전단-굽힘에 대한 연계강성행렬	$[m]_{eq}$	: 연속체 구조물의 등가 질량행렬
		$\{M\}$	: 모멘트벡터(moment vector)
		$[M_C]$	: 축소된 연속체 질량행렬
		$[M_L]$	: 격자평판의 축소된 등가연속체

*정회원, 인하대학교 기계공학과
**정회원, 인하대학교 대학원

질량행렬

$\{N\}$: 평면인장력벡터(membrane force vector)

$N_i(x,y)$: 형상함수(shape funcition)

$\{Q\}$: 횡방향 전단력벡터(transverse shear force vector)

$[S]$: 횡방향 전단에 대한 강성행렬

$\{\delta_i\}$: 절점변위벡터($i=1, 2, 3\cdots$)

$\{\triangle\}$: 연속체 자유도(continuum DOF)

$\{\varepsilon\}$: 평면상의 탄성변형률벡터

$\{\gamma\}$: 횡방향 전단변형률벡터

$\{\chi\}$: 굽힘(bending) 및 비틀림곡률(twisting curvature) 벡터

ρ : 격자부재의 단위체적당 질량밀도(mass density)

1. 서 론

트러스형태의 격자구조물(lattice structure)은 시공의 간편성 뿐만 아니라 중량의 경량화는 물론 구조물의 강도를 보다 경제적으로 향상시킬 수 있다는 장점때문에 이미 오래전부터 건축기술의 일환으로써 널리 응용되고 있다. 대형다리, 대규모의 실내체육관 및 공장의 천정구조물 등은 지상에서 쉽게 볼 수 있는 대표적인 격자구조물이며 이러한 격자구조물은 첨단 과학기술의 발전과 더불어 우주개발의 중추적 역활을 하게 되는 우주정거장, 우주안테나, 태양전지 및 집열판 등과 같은 거대한 우주구조물(large space structure : LSS)에 활용됨으로써 더욱 그 중요성이 강조되고 있다. 특히 이러한 빔형(beamlike) 또는 평판형(platelike)의 격자구조물들은 조립의 편이성을 위해 수많은 동일한 형태의 단위격자(repeating cell) 또는 요소로 조립되는 것이 일반적이다. 우주라는 독특한 환경속에서 조립되어지는 까닭에 LSS의 구조적, 동적특성은 설계 초기단계에서 가급적 정확히 예측할 수 있어야 하나, 실제의 우주환경 하에서 실물크기(10^2-10^3M)에 대한 실험은 거의 불가능한 실정이다. 또한 격자구조물 자체의 불연속성 때문에 유한요소법과 같은 특별한 해석방법이 사용되어야 하지만, 일반적인 유한요소법을 이용하여 신뢰성있는 해를 구하기 위해서는 구조물 자체의 거대한 규모와 높은 구조적 유연성 때문에 과도한 자유도가 불가피하므로 엄청난 컴퓨터용량과 계산시간이 요구된다. 동적해석에 있어서는 이러한 경향이 더욱 심각하여 엄청난 전산경비가 소요되기 때문에 이러한 문제점을 극복하기 위해 LSS를 보다 단순화된 구조물로 모델링하기 위한 대처방안들이 꾸준히 연구되어 오고 있다.[1] 특히 주기성을 갖는 형태의 격자구조물을 등가 연속체모델(equivalent continuum model)로 단순화시킬 경우, 보다 실용적이고 실뢰할 만한 진동모우드와 구조적특성을 얻을 수 있는 것으로 밝혀졌다.[2] 연속체 모델링기법의 가장 중요한 핵심은 격자구조물과 연속체모델간의 기하학적 특성과 물성치를 어떻게 적절한 관계로 연결시켜 주느냐 하는 문제이다.

「에너지 동등개념」이란 격자구조물과 연속체모델이 동일한 운동을 할때, 동일한 크기의 운동에너지와 탄성에너지를 갖게 된다는 것을 의미하며, 「에너지 동등개념」에 근거한 연속체모델링은 진동모우드의 파장이 격자구조물의 단위격자의 크기에 비해 상대적으로 클수록 보다 만족스러운 결과를 얻을 수 있음이 알려져 있다.[7] 이러한 「에너지 동등개념」에 입각한 새로운 모델링기법이 거대한 빔형 격자구조물에 대하여는 이미 연구된 바 있으며,[3] 그 정확성과 적용의 간편성은 어떻게 하면 격자구조물의 운동에너지와 탄성에너지를 보다 쉽게 구해낼 수 있느냐 하는데 좌우된다.

본 논문의 목적은 (1) 거대한 평판형 격자구조물에 대한 등가 연속체모델을 유도하기 위한 보다 간편하고 합리적인 방법을 개발하고, (2) 예제해석을 통해 새로이 개발된 방법의 타당성을 보이는데 있다.

2. 동적 등가 연속체모델의 개발

본 논문에서는 많은 단위격자로 구성된 거대한 평판형 격자구조물(간단히, 격자평판)을 대신할 수 있는 균일한 등가 이방성 연속체평판(equivalent homogeneous anisotropic continuum plate : 간단히, 연속체평판)으로 모델링하기 위해 다음과 같은 몇가지 가정을 전제로 하고 있다. (1) 격자평판은 특히 낮은 진동모우드에서 대체적으로 연속체평판과 유사한 운동양상을 보인다. (2) 평판의 두께에 대한 폭의 비(L_x/h 또는 L_y/h)가 매우 크다. (일반적으로 20이상) (3) 평판의 두께에 비하여 변형량이 매우 작다. 이러한 가정하에서 격자평판은 횡방향 전단변형(transverse shear deformation)과

회전 관성력(rotatory inertia)을 무시한 기존의 얇은 평판(thin plate)으로써 근사적으로 모델링할 수 있다. 그러나, 트러스형태의 격자 구조물을 평판이론에 의해 모델링하는 경우에는 때때로 횡방향 전단변형이 매우 중요시되며, 또한 격자평판이 중앙면에 대해 대칭이 아닌 경우에는 인장과 횡방향 전단, 굽힘등에 의한 변형이 서로 연계되어 나타나게 되는데 그 영향이 매우 중요시 되기 때문에 모델링 과정에 이러한 점이 고려되어야 한다.

「에너지 동등개념」에 근거한 연속체 모델링기법을 적용하기 위해서는 각각의 단위 격자내에 저장되는 탄성변형에너지 및 운동에너지를 계산할 필요가 있으며, 어떻게 하면 이 에너지들을 보다 쉽게 계산해 낼 수 있느냐 하는 것이 매우 중요한 내용중의 하나가 된다. 유한요소에 대한 강성행렬과 질량행렬은 변위에 대한 적절한 가정에 근거하여 유한요소가 갖는 탄성변형에너지와 운동에너지로 부터 직접 구해질 수 있다. 따라서, 격자구조물을 대표하는 단위격자의 탄성변형에너지와 운동에너지를 근사적으로 계산하기 위하여 본 논문에서는 기존의 잘 알려진 유한요소행렬을 이용하였다. 이에 따른 등가연속체 모델링과정은 대략 다음과 같은 단계로 나눌 수 있다.

① 격자평판을 대표할 수 있는 반복적인 단위격자를 본래의 격자평판으로 부터 분리시킨다.

② 연속체평판의 등가물성치를 쉽게 계산할 수 있도록 적당한 연속체자유도(continuum DOF)를 설정한다.

③ 격자평판의 절점에 대한 절점자유도(nodal DOF)와 연속체자유도를 서로 관련 지을 수 있는 변환행렬을 유도하여 공식화 한다.

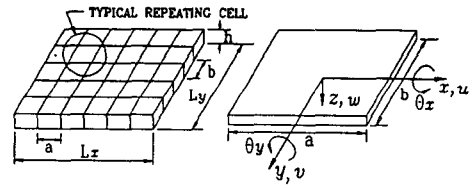
④ 기존의 잘 정립된 유한요소행렬식을 이용하여 단위격자에 저장되는 탄성변형에너지 및 운동에너지를 연속체자유도에 사응하도록 환산하여 구하고 이때의 에너지표현식으로 부터 등가 연속체평판의 강성행렬 및 유도한다.

⑤ 균일한 이방성 연속체평판 요소의 축소된 강성 및 질량행렬은 연속체자유도의 함수로써 표현되며, 이 행렬들은 이미 거론 되었던 등가 연속체평판의 모든 강성(rigidity)항과 관성(inertia)항을 포함하게 된다.

⑥ ④와 ⑤에서 구한 각각의 축소된 강성행렬 및 질량행렬을 같다고 놓음으로써 연속체평판의 등가물성치를 구할 수 있다.

본 논문에서는 Fig. 1과 Fig 2에 나타낸 바와 같이 반복적인 단위격자로 조립된 사각형 격자평판에 대해 생각하였다. 단위격자는 상·하면부재, 수직부재, 대각선부재 등 여러가지 서로 다른 부재(member)로 조립되어 있으며, 각 체결부(joint)는 일반적으로 상면, 하면 또는 중앙면에 위치하고 있다. Fig. 3은 체결부가 위치하는 세면을 보여주고 있다. Fig. 1과 Fig. 3에서 u는 x방향, v는 y방향으로의 변위를 나타내며, w는 횡방향 처짐, θ_x와 θ_y는 각각 x방향, y방향에 대한 회전을 표시한다.

Fig. 3과 같이 각 절점(node)에서의 자유도는 변위벡터의 형태로 표현할 수 있으며, 상면 또는 하면상의 i-번째 절점(x_i,y_i,z_i)에 대한 절점변위벡터(nodal displacement vector)는 다음과 같이 정의



a) Rectangular Lattice Plate　　b) Equivalent Continuum Plate Element

Fig. 1 Equivalent continuum plate element for a typical repeating cell

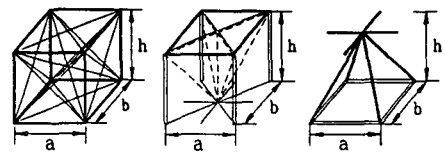


Fig. 2 Typical repeating cells used in the present study

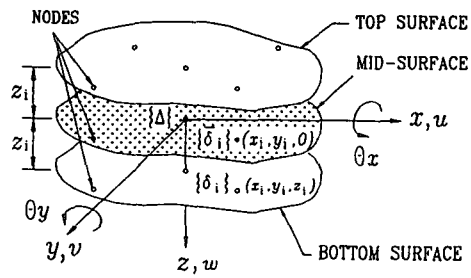


Fig. 3 Nodal DOF and sign convension

한다.

$$\{\delta_i\}=\{u_i,\ v_i,\ w_i\}^T \tag{1}$$

힌지(hinged)되지 않은 체결부의 경우 세방향의 회전자유도를 $\{\delta_i\}$에 쉽게 포함시킬 수 있다. 중앙면의 $(x_i,y_i,0)$에 위치하는 절점의 절점변위벡터는 다음과 같이 정의한다.

$$\{\bar{\delta}_i\}=\{\bar{u}_i,\ \bar{v}_i,\ \bar{w}_i,\ \bar{\theta}_{xi},\ \bar{\theta}_{yi}\}^T \tag{2}$$

변형이 매우 작다고 가정하면, $\{\delta_i\}$와 $\{\bar{\delta}_i\}$는 근사적으로 다음과 같은 형태로 표현할 수 있다:

$$\{\delta_i\}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&z_i\\0&1&0&-z_i&0\\0&0&1&0&0\end{bmatrix}\{\bar{\delta}_i\}=[A_i]\{\bar{\delta}_i\} \tag{3}$$

이제, 연속체자유도를 다음과 같은 형태로 정의하면,

$$\{\triangle\}=\begin{Bmatrix}\triangle^R\\\triangle^E\end{Bmatrix} \tag{4}$$

여기서,

$$\{\triangle^R\}=\{u_o,\ v_o,\ w_o,\ \theta_{xo},\ \theta_{yo}\}^T \tag{5}$$

$$\{\triangle^E\}=\{\epsilon_{xo},\epsilon_{yo},\ \epsilon_{xyo},\ \gamma_{xzo},\gamma_{yzo},\kappa_{xo},\kappa_{yo},\kappa_{xyo}\}^T \tag{6}$$

벡터 $\{\triangle^R\}$는 중앙면 중심에서의 강체변위를 표시하고, 벡터 $\{\triangle^E\}$는 탄성변형율과 곡률을 나타낸다. 이때, 탄성변형벡터 $\{\triangle^E\}$는 평판의 탄성변형에너지를 발생시키는 원인이 되며, 강체변위벡터 $\{\triangle^R\}$는 주로 운동에너지의 원인이 된다. Taylor급수전개에 의하여 $\{\bar{\delta}_i\}$는 $\{\triangle\}$와 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\{\bar{\delta}_i\}=[B_i]\{\triangle\}=[B_i^B\ B_i^E]\{\triangle\} \tag{7}$$

이때, 변환행렬 $[B_i]$은 Table1과 같다. 식(4)와 식(7)을 연결하면, 절점의 변위를 나타내는 식은 다음과 같이 두 부분 즉, 강체변위를 나타내는 부분과 탄성변형을 나타내는 부분의 합으로써 표현될 수 있다.

$$\{\delta_i\}=\{\delta_i^R\}+\{\delta_i^E\} \tag{8}$$

식(8)를 이용하면, 각 절점에서의 강체 및 탄성변형변위는 연속체자유도에 대한 함수로써 표현될 수 있다.

Fig. 4는 절점 i와 j로 이루어진 전형적인 격자부재를 보여주고 있다. Global Coordinate에 대한 각 유한요소의 강성 및 질량행렬을 $[\bar{k}e]$, $[\bar{m}e]$라 하면 각 격자부재에 저장된 탄성변형에너지 V_e와 운동에너지 T_e는 다음과 같이 주어진다.

$$V_e=\frac{1}{2}\{d_e^E\}^T[\bar{k}_e]\{d_e^E\} \tag{9}$$

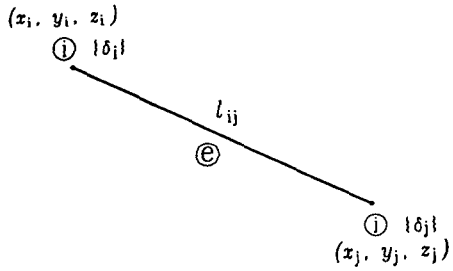


Fig. 4 A typical lattice element

Table 1 Transformation Matrix : $[B_i]=[B_i^R\ B_i^E]$

$[B_i^R]$

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&y_i&-x_i\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$[B_i^E]$

$$\begin{bmatrix}x_i&0&\frac{1}{2}y_i&0&0&0&0&0\\0&y_i&\frac{1}{2}x_i&0&0&0&0&0\\0&0&0&x_i&y_i&-\frac{1}{2}x_i^2&-\frac{1}{2}y_i^2&-\frac{1}{2}x_iy_i\\0&0&0&0&0&0&-y_i&-\frac{1}{2}x_i\\0&0&0&0&0&x_i&0&\frac{1}{2}y_i\end{bmatrix}$$

$$T_e=\frac{1}{2}\{\dot{d}_e^E\}^T[\bar{m}_e]\{\dot{d}_e^E\} \tag{10}$$

이때,

$$\{d_e^E\}=\begin{bmatrix}\delta_i^E\\ \delta_j^E\end{bmatrix}=[A_i\ A_j]\begin{bmatrix}B_i^E\\ B_j^E\end{bmatrix}\{\triangle^E\}=\begin{bmatrix}R_i^E\\ R_j^E\end{bmatrix}\{\triangle^E\}$$

$$=[R_e^E]\{\triangle^E\} \tag{11}$$

$$\{d_e^R\}=\begin{bmatrix}\delta_i^R\\ \delta_j^R\end{bmatrix}=[A_i\ A_j]\begin{bmatrix}B_i^R\\ B_j^R\end{bmatrix}\{\triangle^R\}=\begin{bmatrix}R_i^R\\ R_j^R\end{bmatrix}\{\triangle^R\}$$

$$=[R_e^R]\{\triangle^R\} \tag{12}$$

식(9)와 (10)의 유한요소에너지는 식(11)과 (12)를 이용하여 연속체 변위벡터의 함수로 표현할 수 있다. 이때 모든 요소의 에너지를 합하여, 단위격자내에 저장되는 총에너지량을 다음과 같이 구한다.

$$V_L=\sum_e V_e=\frac{1}{2}\{\triangle^E\}^T[K_L]\{\triangle^E\} \tag{13}$$

$$T_L=\sum_e T_e=\frac{1}{2}\{\dot{\triangle}^R\}^T[M_L]\{\dot{\triangle}^R\} \tag{14}$$

여기서, $[K_L]$과 $[M_L]$은 다음과 같이 정의되는 등가연속체의 강성 및 질량행렬이다.

$$[K_L]=\sum_e[R_e^E]^T[\bar{k}_e]\ [R_e^E] \tag{15}$$

$$[M_L]=\sum_e[R_e^R]^T[\bar{m}_e][R_e^R] \tag{16}$$

$[K_L]$과 $[M_L]$은 각각 8×8, 5×5의 대칭행렬이다.

격자평판의 반복적인 단위격자가 균일한 이방성 평판의 사각형 유한요소로 대치되기 위해서는 구조적으로, 또한 동적으로 서로 동일한 특성을 나타내야만 한다. 유한요소의 중앙면과 단위격자의 중앙면이 서로 일치한다고 가정하면, 5개의 자유도를 갖는 절점변위벡터 $\{\bar{\delta}_i\}$는 각각의 절점에 대해 정의된다. Fig. 5는 9개의 절점을 갖는 유한요소의 한 예를 보여주고 있다. 이방성 평판의 전단변형이론에 근거하여, 면적이 A_e인 연속체유한요소의 탄성에너지는 다음의 식으로 부터 계산된다.

$$V_C=\frac{1}{2}\int_{Ae}\begin{Bmatrix}N\\ Q\\ M\end{Bmatrix}^T\begin{Bmatrix}\varepsilon\\ \gamma\\ \chi\end{Bmatrix}dA \tag{17}$$

여기서, $\{N\}$은 평면인장력(membrane force), $\{Q\}$는 횡방향 전단력(transverse shear force), $\{M\}$은 모멘트(moment)벡터를 나타내며 $\{\varepsilon\}$는 평면상의

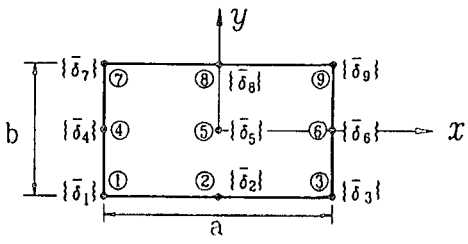


Fig. 5 9-Noded finite element of anisotropic plate

탄성변형률, $\{\gamma\}$는 횡방향 전단변형률, $\{\chi\}$는 굽힘 및 비틀림곡률벡터를 나타낸다. 이방성 평판에 대한 힘-변형관계는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix}N\\ Q\\ M\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}A & F & B\\ F^T & S & H\\ B^T & H^T & D\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon\\ \gamma\\ \chi\end{Bmatrix}=[E]\begin{Bmatrix}\varepsilon\\ \gamma\\ \chi\end{Bmatrix} \tag{18}$$

여기서, 대칭행렬 $[A]$, $[S]$와 $[D]$는 각각 인장, 횡방향전단 및 굽힘에 대한 강성행렬을 나타낸다. 또한 해렬 $[F]$, $[B]=[B]^T$와 $[H]$는 각각 인장-횡방향전단, 인장-굽힘 그리고 횡방향전단-굽힘에 대한 연계행렬을 나타낸다.[5] 이미 언급한 바와 같이 횡방향전단과 연계특성에 의한 영향들은 트러스형태의 격자구조물에 있어서, 특히 동적해석에서 매우 중요시 된다. 유한요소내의 변위와 회전은 형상함수(shape fuction) $N_i(x,y)$를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$(u,v,w,\theta_x,\theta_y)=\sum_{i=1}^{n}N_i(\bar{u}_i,\bar{v}_i,\bar{w}_i,\bar{\theta}_{xi},\bar{\theta}_{yi}) \tag{19}$$

이때, n은 유한요소가 갖는 절점의 수를 나타낸다. 식(19)를 이용하여 변형률과 곡률벡터를 다음 형태의 식으로 유도할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon\\ \gamma\\ \chi\end{Bmatrix}=\sum_{i=1}^{n}\begin{bmatrix}Q_{mi} & 0\\ 0 & Q_{si}\\ 0 & Q_{bi}\end{bmatrix}[B_i^E]\{\triangle^E\}=[\Omega]\{\triangle^E\} \tag{20}$$

식(18)과 (20)의 관계식을 이용하여 탄성변형에너지를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$V_C=\frac{1}{2}\{\triangle^E\}^T[K_C]\{\triangle^E\} \tag{21}$$

여기서, $[K_C]=\int_{Ae}[\Omega]^T[E][\Omega]dA$ (22)

행렬 [Ω]는 유한요소내의 절점들의 좌표값과 형상함수에 의해 결정되며, 4-절점, 9-절점, 16-절점의 Lagrange요소와 8-절점, 12-절점의 Serendipity요소 등 여러가지의 서로 다른 사각형 유한요소에 대해 계산하였다. 그 결과, 축소된 연속체 강성행렬은 언제나 다음과 같이 근사적으로 나타낼 수 있다.

$$[K_C]=A_e[E] \tag{23}$$

마찬가지로, 유한요소가 갖는 운동에너지식

$$T_C=\frac{1}{2}\int A_e\{\dot{\delta}^R\}^T[m]\{\dot{\delta}^R\}dA \tag{24}$$

에 식(8)와 (19)를 이용하여 운동에너지를 다시 쓰면,

$$T_C=\frac{1}{2}\{\dot{\triangle}^R\}^T[M_C]\{\dot{\triangle}^R\} \tag{25}$$

여기서, $[M_C]$는 축소된 연속체 질량행렬이다.

$$[M_C]=A_e[\bar{m}] \tag{26}$$

이때, $[\bar{m}]$의 성분은 $\bar{m}_{44}$와 $\bar{m}_{55}$를 제외하고 $[m]$의 성분과 같다.

$$\bar{m}_{44}=m_{44}+\frac{b^2}{12}m_{33},\quad \bar{m}_{55}=m_{55}+\frac{a^2}{12}m_{33} \tag{27}$$

여기서, a와 b는 각각 x방향, y방향에 대한 유한요소의 길이다.

"연속체 모델링" 과정 중 이미 기술한 바와 같이, 「에너지 동등개념」에 의하여 $V_L=V_C$ 그리고 $T_L=T_C$라 놓음으로써 연속체구조물의 등가물성치를 다음과 같이 구한다.

$$[E]_{eq}=\frac{1}{A_e}[K_L],\quad [\bar{m}]_{eq}=\frac{1}{A_e}[M_L] \tag{28}$$

3. 수치해석 및 검토

본 논문에서 제안된 새로운 연속체 모델링기법의 타당성을 검토하기 위하여 Fig. 2에서와 같은 3가지 유형의 단위격자에 대해 수치해석을 수행하였다. 격자평판에 대한 기존의 연구가 그리 많지는 않으나 Noor[6], Sun[7], Flower[8]에 의하여 Type-A, Type-B 그리고 Type-C의 격자평판들이 각각 연구된 바 있다. 본 논문에서는 이들의 연구결과를 본 연속체 모델링기법에 의해 구한 결과와 비교 검토하여 정리하였다. 참고문헌[6-8]과 동일한 기하학적, 물적특성을 갖는 격자부재(lattice member)를 사용하였으며, 세부사항은 Table 2에 정리하였다. 이때, ρ는 단위체적당 질량밀도, E는 탄성계수, A는 단면적 그리고 a, b와 h는 각각 x, y, z방향에 대한 단위격자의 크기, L_x와 L_y는 x, y방향에 대한 격자평판의 전체 길이를 나타낸다.

Table 3은 세가지 격자모델의 등가 연속체평판의 물성치를 비교한 것이다. 본 논문의 모델링방법에 의해 구해진 등가평판의 물성치는 기존의 다른 방법들, 특히 Noor에 의해 구해진 결과와 매우 유사한 결과를 주고 있다. 그러나, 기존의 방법들은 몇가지의 제한된 물성치만을 제공할 수 있었던 것에 비해 새로운 방법은 가능한 모든 종류의 물성치를 동시에 제공할 수 있다. 새로운 연속체 모델링기법의 정확성과 타당성을 검토하기 위해 새로운 방법에 의한 고유진동수를 기존의 유한요소법에 의한

Table 2 Geometric and material properties of lattice elements

LATTICE PLATES	TYPE-A	TYPE-B	TYPE-C
ρ(kg/m^3)	2768	2768	2768
E(N/m^2)	71.7×10^9	71.7×10^9	71.7×10^9
a,b,h(m)	7.5, 7.5, 7.5	7.5, 7.5, 7.5	7.5, 7.5, 7.5
L_x, L_y(m)	75, 75(10 Bays)	60, 60(8 Bays)	60, 60(8 Bays)
A(m^2) ———	40×10^{-6}	40×10^{-6}	80×10^{-6}
———	5×10^{-6}	50×10^{-6}	--
═══	--	25×10^{-7}	40×10^{-6}
.....	--	10×10^{-6}	--
.....	--	80×10^{-6}	--

Table 3 Equivalent continuum plate rigidities ($\times 10^5$) and Inertias

EQUIVALENT RIGIDITIES AND INERTIAS	TYPE-A		TYPE-B		TYPE-C	
	PRESENT	SUN[7]	PRESENT	NOOR[6]	PRESENT	FLOWER[8]
$A_{11}=A_{22}$[N/m]	17.02	16.95	17.16	16.82	16.34	—(b)
A_{66} [N/m]	1.044	1.980	4.394	4.394	1.041	—
A_{12} [N/m]	1.044	1.044	4.394	4.394	1.041	—
$A_{16}=A_{26}$[N/m]	0.0	0.0	0.0	—	0.0	—
$B_{11}=B_{22}$[N]	0.0	0.0	14.56	14.56	0.0	—
$B_{12}=B_{66}$[N]	0.0	0.0	3.802	3.802	0.0	—
$B_{16}=B_{26}$[N]	0.0	0.0	0.0	—	0.0	—
$D_{11}=D_{22}$[N-m]	224.6	224.6	236.5	236.6	215.1	215.1
$D_{12}=D_{66}$[N-m]	9.506	9.500	61.79	61.79	0.0	—
$D_{16}=D_{26}$[N-m]	0.0	0.0	0.0	— .	0.0	—
$S_{44}=S_{55}$[N/m]	1.044	1.044	0.338	0.338	0.416	—
S_{45} [N/m]	0.0	0.0	0.0	—	0.0	—
$F_{ij}^{(a)}$[N/m]	0.0	0.0	0.0	—	0.0	—
$H_{ij}^{(a)}$[N]	0.0	0.0	0.0	—	0.0	—
m [K_g/m^2]	0.221	0.221	0.178	0.178	0.263	0.263
I [k_g/m]	0.0	0.0	0.142	0.142	0.0	—
J [N_g]	3.447	2.242	2.656	2.368	2.477	—
Other Inertias	0.0	—	0.0	—	0.0	—

(a) $i=1, 2, 6$; $j=4, 5$ (b) (—) indicates the property can't be given by the theory

결과치는 물론 참고문헌[6~8]에 의한 결과치와 비교하였다.

등가 연속체평판의 자유진동 해석을 위해 9-절점 사각형 Lagrange요소가 사용되었으며, 유한요소의 수를 증가시키면서 적어도 10개의 낮은 고유진동수가 충분히 수렴토록 하였다. Table 4의 고유진동

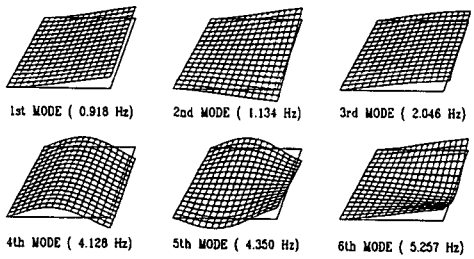


Fig. 6 Lowest six normal modes for the lattice plate of TYPE-A mclamped along one edge (The 3rd mode is the in-plane mode.)

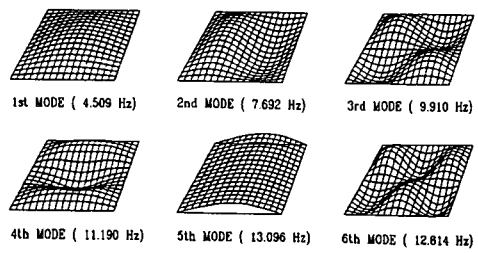


Fig. 7 Lowest six normal modes for the simply supported lattice plate of TYPE-B (The 5th mode is the in-plane mode.)

Table 4 Natural frequencies (Hz) for the lattice plates

VIBRATION MODE	TYPE-A			TYPE-B		
	DIRECT SOL.	CONTINUUM SOL.		DIRECT SOL.	CONTINUUM SOL.	
	[Ref.7]	PRESENT	SUN[7]	[Ref.6]	PRESENT	NOOR[6]
1	0.905	0.918	0.920	4.505	4.509	4.481
2	1.090	1.134	1.142	7.731	7.692	7.669
3	2.007	2.046[(a)]	2.046[(a)]	10.082	9.910	9.891
4	4.001	4.128	4.157	11.220	11.190	11.161
5	4.234	4.350	4.339	12.840	13.096[(a)]	13.094[(a)]
6	4.859	5.257	5.322	13.062	12.814	12.793
7	5.924	6.084[(a)]	6.081[(a)]	14.655	14.791	14.726
8	6.477	6.892	6.999	15.580	15.160	15.146
9	8.579	7.952	9.014	16.178	16.049	16.001
10	8.726	8.937	9.163	17.815	17.961	18.319

[(a)]Inplane modes

수와 Fig. 6, 7의 진동모우드는 Type-A, Type-B의 평판을 각각 8×8로 분할하고, 과도강성(overstiff)을 극복하기위해 Reduced Gaussian Integration Rule[9]방법을 수치해석에 적용하여 구하였다. 이때, 평판이 16×16으로 보이는 것은 9-절점 요소의 중앙절점들(Fig. 5에서 ②, ④, ⑤, ⑥, ⑧)이 진동모우드에 나타났기 때문이며 각각의 격자모델은 참고문헌[6~8]에서 고려된 것과 같이 Type-A는 한쪽면만 고정단이고 다른 세면은 자유단인 경계조건으로, Type-B는 모든면이 단순지지단인 경계조건으로 가정하였다. 단, Type-B에서는 보다 다양한 고찰을 위하여 양쪽면만 단순지지된 경우의 평면운동(In-plane Motion) 중 가장 낮은 진동수에 의한 진동모우드를 구하여 함께 나타내었다. 또한 평판의 단면에 대해 전단에 의한 영향을 보정하기 위한 단면계수 $k=5/6$를 전단강성행렬 $[S]$에 고려하였다. 전반적으로, 본 연구에서 개발된 새로운 연속체모델링에 의해 구해진 결과가 기존의 다른 방법에 의해 구해진 결과와 비교할때 보다 우수함을 보여주고 있다.

4. 결론

본 논문에서는 거대한 격자구조물에 대한 새로운 연속체 모델링기법이 「에너지 동등개념」을 근거로 개발되었으며, 이에 대한 결론은 다음과 같다.

(1) 모델링과정에서 기존의 잘 정립된 유한요소 행렬을 이용함으로써 단위격자가 갖는 탄성변형에너지와 운동에너지를 보다 쉽게 구하였다.

(2) 기존의 연속체 모델링기법들과 비교할때, 새로운 모델링기법이 보다 신뢰성있는 해석결과를 제공할 수 있으며, 특히 기존의 방법에서는 제공하지 못했던 구조적 물성치도 함께 제공하는 장점을 갖고 있다.

(3) 불연속적인 격자구조물에 대한 해석기법이 매우 제한되어 있음을 고려할때, 일반적인 유한요소법에서 요구되는 막대한 컴퓨터 기억용량과 전산시간 및 경비문제를 새로운 모델링기법을 통해 설계 초기단계에서 극복함으로써 보다 신속하고 경제적인 구조해석 및 진동해석을 수행할 수 있다.

(4) 새로운 모델링기법을 활용함으로써 거대한 우주구조물 뿐만아니라 대규모 실내 체육관, 전시장, 역의 플랫홈 등에서 볼 수 있는 트러스형 천정구조물등에 대한 구조적, 동적특성도 보다 쉽게 예측할 수 있다.

참고문헌

(1) "Lattice Structure : State-of-the Art Report," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 102, No. ST11, pp. 2197~2230., 1976.

(2) Nayfeh, A.M. and Hefzy, M.S., 1981, "Continuum Modeling of the Mechanical and Thermal Behavior of Discrete Large Structures," AIAA Journal, Vol.19, No.6, pp.766~773.

(3) Lee, U., 1990, "Dynamic Continuum Modeling of Beam-like Space Structure, Using Finite-Element Matrices," AIAA Journal, Vol. 28, No.4, pp. 725~731.

(4) Lee, U. and Shin, H. J., 1990, "A Study on Continuum Modeling of Large Platelike Lattice Structures," Journal of the Computational Structural Engineering Institute of Korea, Vol. 3, No. 4, pp. 105~112.

(5) Whitney, J.M, 1987, Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plate, Technomic Publishing Co., Lancaster

(6) Noor, A.K., Anderson, M.S. and Green, W.H., 1978, "Continuum Models for Beam-and Platelike Lattice Structure," AIAA Journal, Vol.16, No. 12, pp. 1219~1228.

(7) Sun, C.T., Kim, B.J. and Bogdanoff, T.L., 1981, "On the Derivation of Equivalent Simple Models Beam-like and Plate-like Structures in Dynamic Analysis," AIAA Paper 81-0624, pp. 523~532.

(8) Flower, W.R. and Schmidt, L. C., 1971, "Analysis of Space Truss as Equivalent Plate," J. of the Structural Division, Proc. of ASCE, ST12, pp. 2777~2789.

(9) Hinton, E. and Bicanic, N., 1979, "A Comparison of Lagrangian and Serendipity Mindlin Plate Elements for Free Vibration Analysis," Computers & Structures, Vol. 10, pp. 483~494.

(10) Petyt, M., 1990, Introduction to Finite Element Vibration Anlaysis, Cambridge University Press.