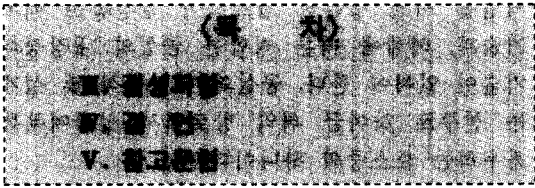


선박 저항에 관련된 최근연구동향(II)

이 승 회
(인하대학교 교수)



III. 점성저항(Viscous Resistance)

III.1 서 언

상용 선박은 대부분 비교적 낮은 Reynolds수에서 운항되기 때문에 일반적으로 점성에 의한 저항성분이 전절에서 다른 조파현상에 의한 저항 성분에 비하여 크며, 저속 비대선과 같은 경우에는 저항의 대부분을 점성에 의한 성분이 차지한다. 본 장에서는 전 절에서 언급한 조파 저항에 이어서 그 나머지 부분, 즉, 점성저항에 대한 연구동향을 살펴보고자 한다.

D'Alembert가 이미 밝혔듯이 비점성유체로 채워진 무한한(즉, 다른 경계면이 존재하지 않는) 유체영역에서 움직이고 있는 물체는 전혀 저항을 받지 않는다. 그러나 점성유체 중에서 운동하는 물체는 유체영역이 무한한 경우에도 저항을 받게 되는데 이것이 바로 '점성저항(viscous resistance)'이다.

점성저항은 보통 두 성분으로 나누어 생각할 수 있다. 우선, 점성유체 중에서 운동하고 있는 물체의 표면에는 유체와의 마찰로 인하여 전단력이 작용하게 되는데 그 적분값의 운동방향 성분을 '마찰저항(frictional resistance)'이라고 부른다. 마찰전단력은 속도 구배와 밀접한 관

계를 갖고 있으므로 마찰저항은 당연히 물체의 형상, 즉, 곡률(curvature)에 의한 영향을 받으나 모형시험에서는 동일한 표면적과 Reynolds 수를 갖는 평판의 마찰저항과 같다고 가정되기도 한다. 또 다른 한 성분은 물체의 표면에 수직하게 작용하는 압력을 적분한 값의 운동방향 성분으로써 경계층과 후류(wake)의 영향으로 인하여 비점성 유동의 경우와는 달리 유체 영역이 무한한 경우에도 영이 아닌 값을 갖게 된다. 이 성분을 '점성압력저항(viscous pressure resistance)'이라고 하는데 압력분포는 물체형상과 밀접한 관련을 갖고 있으므로 '형상저항(form drag)'이라고 부르기도 한다.

이러한 저항성분 들은 이론적으로 정의된 것이나 실용적인 이론해를 구하는 것은 불가능하며 모형시험 결과로부터 분리해 내는 것도 용이하지 않다. 수치적으로 이 성분 들을 계산하려면 선체표면에서의 압력과 전단력 분포에 대한 정보가 필요하므로 우선 선체주위의 점성유동장을 정확하게 계산할 수 있어야 한다. 더구나 경쟁력이 있는 선형을 설계하고 개발하기 위하여도 선체주위의 유동복성을 파악하여 추진성능을 비롯한 선박의 유체역학적 제성능을 추정할 수 있는 수단이 확보되어야 하기 때문에 점성저항에 대한 접근은 유동장해석이라는 맥락에서 이루어져야 한다.

현재 선박의 추진성능을 실용적으로 예측하기 위한 유일한 수단인 모형시험의 결과를 해석할 때에는 점성에 의한 저항성분은 단지 해당선형의 침수표면적과 동일한 표면적을 갖는 평판의 마찰저항 또는 이것에 경험적인 형상계

수를 고려한 형태로 가정된다. 유선형인 물체나 유선형이 아니더라도 박리현상을 무시할 수 있다면, 비교적 넓은 Reynolds수의 범위에서 형상에 따른 저항성분은 거의 일정하기 때문에 유사한 선형의 모형선-실선 상관관계에 대한 실적자료들이 축적되어 있다면 충분히 정도 높은 예측이 가능하기 때문이다.

그러나 모형시험은 상당한 경비와 시간을 필요로 하고 축적된 자료가 없는 새로운 선형의 경우에는 충분한 신뢰도를 주기 어려우며 선형의 개량에 따른 효과를 판별하기 어려울 경우가 많다. 유체역학적인 관점에서 보아도 선체 표면에 작용하는 전단응력은 Reynolds수 뿐만 아니라 표면의 거칠기, 압력이나 속도 구배 (gradient) 등의 영향을 받으며 압력이나 속도장은 물체의 형상, 유동 박리(separation) 및 경계층의 천이(transition) 위치 등과 밀접한 관계를 갖기 때문에 선박의 추진성능을 정도 높게 추정하기 위하여는 선체주위의 점성유동에 대한 보다 정확한 이해가 필요하다.

선체 주위 점성유동장이 중요한 경우는 그 밖에도 많다. 선수부에서는 경계층의 박리와 재부착(reattachment)과 같은 복잡한 유동현상이 발생한다. 또한, 쇄파현상(wave breaking)이나 비선형파와 같은 문제를 다룰 때에도 점성을 고려하여야 하며, 모형시험에서 사용되는 난류촉진장치(turbulent stimulator)의 적절한 크기와 위치를 선정하려 하여도 선수부에서의 점성유동특성을 파악하고 있지 않으면 안 된다. 선미의 난류유동장에서 작동하고 있는 추진기(propeller), 타(rudder) 또는 선체부가물(appendages)들의 성능을 파악하고 이를 선박 설계에 적용하려면 선미부에서의 유동특성을 상세히 이해하고 있어야 한다.

이와 같이 점성저항뿐만이 아니라 선박의 유체역학적 특성을 파악하기 위하여는 선체주위의 유동장을 먼저 알고 있지 않으면 안 된다. 그러나 선체주위의 유동장, 특히 선미부에서의 유동장은 너무 복잡하여 이론적으로 다루기 어렵기 때문에 물리적 또는 수치적인 실험방법에 의존하여 해석하여야 한다. 실선에 대한 물리적인 실험은 비현실적이며, 수치적인 실험은

실용적인 Reynolds수 범위에서 정량적인 결과를 주지못한다는 사실을 고려하면 예측 정도와 모형선-실선 상관관계라는 관점에서 두 방법은 상호보완적인 관계를 갖게 된다. 모형시험에 관한 논의는 본 고에서 의도하는 바가 아니므로 본 장에서는 주로 선체주위의 점성유동을 계산하기 위한 수치적인 방법들과 최근 연구 동향에 대하여 간략히 고찰하고자 한다.

III.2 점성유동의 특성

선박유체역학에서 사용하고 있는 비압축성 유체의 유동은 온도와 밀도의 변화에 따른 영향을 받지 않으며 질량보존의 법칙과 뉴턴(Newton)법칙의 지배를 받는다. 질량보존의 법칙은 잘 알려진 바와 같이 '연속방정식'으로 만족되며 포텐셜 유동의 경우에는 이러한 운동학(kinematics)만으로도 모든 유동을 해석할 수 있다. 또한, 뉴턴의 법칙은 선운동량 보존을 뜻하며 이 개념을 점성유동장 해석에 이용하기 위하여는 미소한 유체요소 내에서의 응력과 변형을 사이의 관계를 정립할 필요가 있다.

대부분의 유체는 상당히 넓은 온도의 범위에서 등방성(isotropic)이며, 각 응력 성분들은 변형률과 선형적인 관계를 갖는데 이 때 필요한 경험적인 비례상수를 점성계수(viscosity, 또는 coefficient of viscosity), 이러한 성질을 갖는 유체는 뉴턴유체, 그리고 이러한 관계를 이용하여 얻어진 방정식을 비압축성 뉴턴 유체에 대한 Navier-Stokes 방정식이라고 부른다.

M.Navier와 S.D.Poisson에 의하여 독립적으로 도출되어 Saint Venant와 G.G.Stokes에 의하여 체계화 된 Navier-Stokes 방정식은 미소한 유체요소 내에서의 체적력, 표면력 그리고 관성력 사이의 평형을 나타내는 비선형 편미분 방정식으로서 초기조건과 경계조건이 주어지면 수학적으로 완전히 정의된다. 그러나 수학적인 어려움 때문에 완전한 방정식, 즉, 대류항(convection)과 확산항(diffusion)이 상호작용 할 때의 이론해는 전혀 구하여진 바 없으며 이차원이나 원형관 내에서의 층류 유동 등과 같이 지극히 단순한 물리적 환경, 즉, 대류항이 소거될 경우에 대한 이론해가 존재할 뿐이다.

Navier-Stokes 방정식을 엄밀히 해석하는데 따른 이러한 어려움 때문에 이론 또는 수치적으로 근사적인 접근방법을 많이 사용하게 된다. 비압축성 뉴턴유체에 대한 Navier-Stokes 방정식의 근사해를 대별하면 우선 점성을 무시하였을 경우에는 유체입자의 회전유무에 따라 각각 '포텐셜(potential)유동'과 '전단(shear)유동'으로 나눌 수 있고 점성이 매우 작거나 유속이 매우 큰 경우, 즉 Reynolds수가 큰 경우에는 '경계층 유동', 점성이 매우 크거나 유속이 매우 작은 경우, 즉, Reynolds수가 작은 경우에는 'Stokes 유동'으로 단순화 할 수 있다. 물론, 박리현상(separation)이 발생하여 점성과 비점성유동이 혼재되어 있는 경우도 있다.

포텐셜유동이 과연 Navier-Stokes 방정식의 근사해가 될 수 있는가에 대하여는 논의의 여지가 있다. 즉, 단순히 점성만을 무시하면 지배방정식의 차수가 낮아지므로 물리적으로 요구되는 모든 경계조건을 동시에 만족시켜 줄 수가 없다. 따라서 경계면 근방에 점성이 중요한 역할을 하는 좁은 영역이 존재하여야 하는데 이것이 L.Prandtl[1]에 의하여 도입된 경계층(boundary layer) 개념으로써 경계층 밖에서는 점성을 완전히 무시할 수 있다. 그러나 점성이 매우 큰 경우에는 점성에 의한 마찰력은 유속에 비해하고 관성력은 유속의 제곱에 비해하므로 후자를 상대적으로 무시할 수 있게 되며 이 때에는 운동방정식의 차수에 변화가 없다.

Reynolds가 원형관 내에서의 염료실험(dye experiment) [2]에서 보인 바와 같이 유동역은 그 특성에 따라 층류(laminar), 천이(transition) 그리고 난류역으로 세분할 수 있다. 실험실에서 우리가 경험할 수 있는 유동은 거의 대부분 난류유동이며 층류유동은 오히려 조심스럽게 제어된 실험실 내에서 보다 용이하게 관찰될 수 있다. 그러나 유동을 해석하고자 할 경우, Navier-Stokes 방정식으로는 층류문제만을 다룰 수 있을 뿐이며 난류유동을 해석할 때에는 통계학적인 방법이나 평균유동(mean flow)해석과 같은 근사적인 방법을 사용하여야 한다.

난류유동은 매 순간 비정상 Navier-Stokes 방정식을 만족하고 있으므로 이론적으로는 이

방정식으로 층류 뿐만 아니라 난류유동 까지도 해석할 수 있다. 그러나 이 때 필요한 격자(grid)수는 난류유동의 특성장이 Reynolds수의 $-3/4$ 승에 비례함을 [3] 고려하면 3차원 문제의 경우 Reynolds수의 $9/4$ 승 개에 달한다. 이를 수치적으로 해석하는데 소요되는 계산시간과 기억용량은 너무 막대하여 현금의 초고속 전산기를 이용하여도 난류유동해석은 현실적으로 불가능하다.

공학적으로는 계산시간을 현실화하기 위하여 통상 속도벡터 bold를 시간평균 \bar{V} 와 변동성분 v' 의 합으로 정의하고 이를 Navier-Stokes 방정식에 대입한 후 다시 시간평균을 취하는 소위 평균유동개념(mean velocity model)을 적용하여 RANS(Reynolds Averaged Navier Stokes) 방정식을 유도한다. 이 때 대류항에서 파생되는 Reynolds 응력항은 적절한 방법을 택하여 근사하여야 하며 계산시간을 더욱 줄이기 위하여 점성의 영향이 선체부근에 집중되어 있다고 가정하거나(경계층 근사) RANS 방정식의 주유동 방향의 최고차 미분항을 무시(parabolize)하기도 한다. 같은 이유로 자유수면의 영향은 고려하지 않는 것이 일반적인 경향이나 전산기 성능의 급격한 향상에 따라 최근에는 자유수면을 고려한 연구도 활발히 진행되고 있다.

III.3 난류모형(Turbulence Model)

RANS 방정식을 해석하려면 Reynolds 응력항을 근사적으로 표현하기 위한 난류모형을 선택하여야 한다. 선체 주위의 점성유동을 해석할 때 자주 사용되는 난류모형은 다음과 같으며 3 또는 4개의 방정식을 이용하는 모형 등 널리 쓰이지 않는 모형에 대한 설명은 포함하지 않았다.

Boussinesq의 와점성(eddy viscosity)개념은 난류유동을 층류유동과 같은 방법으로 해석할 수 있도록 하여 준다. 수학적으로는 층류와 난류를 동일한 형태의 미분방정식과 해법을 사용하여 해석할 수 있다. 이 이론에서는 유동은 거의 평형상태에 도달하고 Reynolds수는 매우 크다는 가정하에 난류전단응력은 단순히 평균 속도구배, 난류에너지 그리고 와(eddy)의 특성

장과 비례관계에 있다고 생각한다.

0-방정식(Zero-equation) 모형은 난류모형 중에서 가장 단순한 형태로서 평균유동은 난류의 세기에 영향을 받지 않는다고 가정한다. 또한 난류운동량이 서로 교환되는 구간인 혼합길이(mixing length)는 대수적으로 이미 정의되어 있다고 가정하고 있으며 와점성계수(eddy viscosity)는 Prandtl의 혼합길이 모형으로 정의된다. 따라서 난류특성은 국부적인 평균유동에 의하여 결정되며 기억효과(memory effect)는 도입되고 있다. Cahci [4]와 Baldwin & Lomax [5] 등에 의한 모형이 가장 흔히 사용되고 있으나 Van Driest의 벽함수(6)도 사용되고 있으며 Granville(7)은 이를 두꺼운 층대형 경계층에 확장한 모형을 제안한 바 있다.

1-방정식(One-equation) 모형을 이용하려면 난류운동에너지의 전달(transport)에 관한 방정식을 풀어야 한다. 그 해를 이용하여 와점성계수를 0-방정식 모형에서와 마찬가지로 Prandtl의 모형 또는 전달용력이 에너지에 비례한다는 간단한 관계식으로부터 결정한다. 이 모형에서도 혼합길이는 대수적인 경험식으로 결정해 주어야 하며 간단한 0-방정식 모형보다 더 좋은 결과를 주지 못하기 때문에 잘 사용되지 않는다.

2-방정식(Two-equation) 모형에서는 운동에너지와 그 소산률(또는 혼합길이)을 각각 전달방정식을 풀어 계산하기 때문에 전술한 모형들 보다 일반적이며 비 제한적이다. 흔히 사용되는 2-방정식 모형으로는 난류에너지 k 와 그 소산률 ϵ 을 사용하는 소위, $k-\epsilon$ 모형이 있다. 이 모형은 Harlow 등 [8]에 의하여 처음 제안되었으며 5개의 경험상수들이 필요한데 현재에는 Launder와 Spalding[9]과 Lumley[10] 등이 실험적으로 구한 상수들이 주로 사용되고 있다. 이 경험상수들은 평판 또는 축대칭 물체등 단순한 기하학적 형상 주위의 유동장에 대한 값이므로 엄밀한 의미에서는 복잡한 유동장 계산에 사용될수 없다. 그러나 이 모형은 경험적 벽함수(wall function)와 더불어 많은 경우 공학적으로 만족할만한 결과를 주므로 선체주위의 점성유동장 계산에도 많이 이용되고 있다.

Navier-Stokes 방정식을 직접 계산하는 'Large-eddy simulation'[55, 56, 57, 58]을 이용하여 난류유동을 수치적으로 해석할 경우에는 결정된 수치격자의 크기보다 큰(grid scale) 와(eddy)와 작은(subgrid scale)와를 구분하고 격자의 크기보다 작은 와는 큰 와의 운동에 영향을 미치지 못하기 때문에 무시할 수 있다고 가정한다. 또한 큰 와와 작은 와 사이의 비선형적인 상호작용은 큰 와만의 함수, 즉, subgrid 모형으로 근사할 수 있다고 가정한다. 이 방법에서는 결국 큰 와의 운동만을 나타내도록 공간적으로 filtering된 Navier-Stokes 방정식의 수치해를 구하고 있는 셈이 된다. 그러나 subgrid 모형의 채택에 이 방법의 성패가 달려 있음에도 불구하고 어떤 조합의 subgrid 모형, filter, 경계조건 그리고 수치해석법이 주어진 유동해석에 적합한지 명확하게 선택할 수 없는 경우가 많다[11].

물론, Navier-Stokes 방정식으로 부터 Reynolds용력의 전달(transport) 방정식, 즉, Reynolds 용력방정식을 유도할 수도 있다. 그러나 이 방정식을 계산하려면 몇가지 변수들의 값을 미리 알고 있어야 하므로 이 변수들에 대한 방정식들을 먼저 풀지 않으면 안된다. 이러한 악순환을 피하기 위하여 난류에너지의 소산(dissipation)에 관한 식을 유도하고 그때 나타나는 새로운 변수들을 경험적으로 결정해 주는 방법이 사용되기도 한다. 이 방법은 현재 공학적으로 자주 사용되고 있지 않다[12].

III.4 경계층 방정식의 수치해석

경계층의 경계(boundary layer edge)에 주 유동방향의 압력구배만 존재하는 2차원 경계층 문제와 달리 3차원 경계층문제에서는 주 유동 방향에 직교하는 횡방향으로도 압력구배가 존재한다. 따라서 3차원 경계층 내에는 주 유동 방향의 속도성분만 아니라 그와 직교하는 방향의 속도성분(교차류, cross flow)도 존재하게 되며, 경계층 외부의 유선(streamline)은 원심력이 횡방향 압력구배와 평형을 이룰 때까지 휘어지게 된다.

일반적인 비직교 곡선 좌표계에서 표현된

RANS방정식에 경계층의 두께 δ 이 경계면의 곡률반경에 비하여 매우 작다는 경계층 이론의 기본가정을 대입하면 3차원 난류 경계층유동을 계산하기 위한 방정식이 얻어진다. 따라서 좌표계의 기하학적 특성으로부터 결정되는 변수들(metric coefficient, 곡률 등)과 경계층 외부에서의 속도, 압력구배 등의 포텐셜 유동 특성이 주어지면 3차원 경계층 내에서의 난류유동을 계산할 수 있다.

경계층 유동을 계산할 때에는 경계층 바로 밖에서의 유선과 등 포텐셜선(equi-potential line)을 물체 표면에 투영시켜 얻어지는 직교좌표계인 유선좌표계가 편리할 경우가 많다. 유선좌표계에서는 유선방향의 속도성분들이 횡방향(즉, 등 포텐셜선 방향)의 속도성분들의 영향을 받지 않는다고 가정하므로 삼차원 경계층 방정식을 2차원 문제로 단순화하여 용이하게 계산할 수 있다.(small cross-flow approximation) 그러나 횡방향 속도성분의 미분치는 무시할 수 없는 경우가 많아 계산 결과에 큰 오차가 초래되기도 하고, 유선좌표계 자체도 물체표면상에서 항상 직교성을 갖지 못하며 적자간격을 조절하기 어려운 경우가 많은 등의 단점이 있다. 그러므로 두꺼운 경계층 유동을 계산할 경우나 뒤에서 설명할 편미분법에서는 기하학적 형상만을 고려한 일반적인 비직교좌표계가 주로 이용되고 있다.

선체주위의 3차원 난류 경계층을 해석하는 방법에는 경계층방정식을 직접 풀거나(편미분법) 또는 경계층 두께 방향으로 적분하여 얻어진 2차원 방정식을 푸는(적분법) 방법이 있다. 편미분법에서는 편미분방정식의 형태로 주어진 경계층 방정식을 유한차분식(finite difference equation)으로 바꾸어 쓰고 이를 수치적으로 적분하여 해를 구하게 된다. 따라서 편미분법에서는 경계층 두께 방향으로 반복연산이 필요하나 적분법에서는 방정식들을 미리 적분하여 주므로 반복연산이 요구되지 않는다. 표1은 1980년에 개최된 선박경계층에 대한 SSPA-ITTC공동 Workshop(SBL)에서 전제된 것으로 선체주위의 경계층을 수치적으로 해석하기 위한 다양한 접근방법을 보여주고 있다.

적분법(13, 14, 15)에서는 경계층 두께방향으로의 연산이 필요하지 않으므로 수치적인 해석이 편미분법에 비하여 매우 용이하다. 그러나 적분을 수행하면 속도벡터와 압력 등 네개의 물리량을 변수로 하는 네개의 방정식 대신에 경계층 두께(두개의 배계두께와 네개의 운동량 두께)와 같은 여섯개의 적분량들을 변수로 하는 두개의 방정식으로 바뀌게 된다. 미지수는 4개에서 6개로 증가된 반면에 방정식은 4개에서 2개로 줄었으므로 적분법으로 삼차원 경계층문제를 해석하려면 4개의 새로운 방정식을 도출하여야 한다. 따라서 함수형태의 속도분포(profile family)를 정의하고 이때 필요한 형상계수는 auxiliary방정식을 이용하여 결정한다.

Auxiliary방정식으로는 연속방정식을 적분하여 얻어진 Head의 유입(entrainment) 방정식(16)이 주로 사용되고 있는데 이 식은 경계층 외부의 유체가 경계층 안으로 유입되는 비율을 나타내고 있다. 이 방정식을 이용하려면 유입률과 속도 형상계수와의 관계를 경험적으로 결정해 주어야 한다. Cole(17)의 속도분포는 표면마찰에 지배되는 내부 성분과(벽법칙) 압력구배에 지배되는 외부성분(law of wake)으로 이루어져 있으며 표면마찰을 경계층의 운동량 두께와 속도분포의 형상계수의 함수로 표현한 Ludwigsk Tillmann(18)의 준경험적(semi-empirical)식과 Mager(19), Thompson(20) 등에 의한 속도분포도 자주 이용된다.

편미분법(21, 22, 23)은 수치적인 어려움 때문에 적분법에 비하여 널리 사용되지 못하였다. 그러나 적분법은 기하학적 형상의 지배를 받는 경험적인 계수들을 필요로 하기 때문에 적용범위가 넓지 못하며 얇은 경계층과 같이 단순한 경우에는 두 방법간에 큰 차이가 없을 것으로 보이지만, 선박과 같이 복잡한 기하학적 형상 주위의 경계층 해석에는 편미분법이 더 좋은 결과를 보여줄 것임에 틀림 없다. 최근 전산기의 성능과 수치해석법의 급속한 발달에 따라 편미분법을 이용한 경계층방정식의 수치해도 흔히 이루어지고 있으며 선미와 선수를 제외한 대부분 영역에서 좋은 결과를 주고 있다.

(표 1) 경계층 수치해석법의 특성(SSPA-ITTC Workshop on SBL)

METHOD	COORDINATE SYSTEM					EMPIRICAL INPUT, DIFFERENT METHODS				EMPIRICAL INPUT, INTEGRAL METHOD										HIGHER ORDER EFFECTS					DIMENSION			
	Streaml and pot lines	Const polar angle and cross section	Orthog traj to c s and cross sections	Const girth fraction and Orthog traj	Distorted cylindrical	Eddy viscosity turb. model	Scalar one equation turb. model	Vector one equation turb. model	K-ε turb. model	Entrainment equation	Hom of momentum equation	Power law long profile	Coles long profile	Similarity solutions long profile	Mager cross profile	Coles cross profile	Similarity solutions cross profile	Ludwig Tillmann skin friction	Coles skin friction	Green skin friction	Similarity solutions skin friction	Pressure variation through BL	Curvature effects on turbulence	Other curvature effects	Cross-wise momentum diffusion	BL matched to pot flow at y = δ	Small cross flow approximation	Fully 3-D method
Krogstad	x					x													x								x	
Nagamatsu	x									x		x			x											x		x
Smith										x										x								
Soejima et al				x																	x				x			
Huraoka & Hirose					x				x															x				
Lebeci et al																												
Rimeno & Tanaka		x									x																	
Okuno											x															x		
Tanaka & Nimeno												x														x		
McLean																												
Hatano & Mori																												
Larsson																												
Hoekstra & Raven																												
Volheim & Hauke*																												
Krylov																												
von Kerczek & Langan																												
Johansson																												

III.5 Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) 방정식의 수치해석

Navier-Stokes 방정식 또는 RANS 방정식을 수치적으로 해석하는 데에는 상당한 어려움이 따른다. 우선 여러개의 비선형 방정식이 연성(couple)되어 있으므로 이를 효율적으로 처리할 수 있는 방안을 강구하여야 하며 단순한 직교좌표계로 표현하기 어려운 복잡한 형상의 경계면을 갖는 경우가 많다. 또한 벽(wall)근방에서는 물리량들이 급격히 변화하므로 이 부근은 특별한 취급이 필요하다. 수치해석법의 선택도 해석기법(algorithm)의 안정성, 이산화(discretization)에 따른 오차 그리고 사용가능한 전산기의 기억용량 및 계산속도 등에 따라 제한을 받는다.

Navier-Stokes 방정식 또는 RANS 방정식의 종속변수로는 속도 및 압력을 택하는 방법과 유량함수와 Vorticity를 택하는 방법이 있다. 속도-압력법은 그 적용범위에 제한이 없으며 경계조건의 적용이 용이하나 압력의 계산이 어려운 경우가 많다. 그러나 유량함수-vorticity 법은 압력을 제거하였다는 장점은 있으나 경계조건의 적용이 어려우며, 특히 3차원 문제의 경우에는 속도-압력법은 4개의 미지수를 갖는데 반하여 6개의 미지수를 갖기 때문에 거의 사용되지 않는다.

독립변수를 선택할 때에는, 즉, 좌표계를 결정할 때에는 되도록이면 좌표축이 경계면과 일치하도록 하고 격자점을 변화가 심한 곳에 용이하게 집중시킬 수 있도록 하여야 한다. 이때 전체적인 계산량은 크게 증가되지 않아야 하고 무엇보다도 좌표계의 생성이 용이하여야 한다. 현재 선체 주위의 난류유동장을 계산하기 위하여 주로 사용되고 있는 수치좌표계는 대수적 또는 편미분방정식을 수치적으로 계산하여 생성하는 비직교 곡선 좌표계로서 좌표축과 경계면이 일치되기 때문에 물체적합(Body-Fitted) 좌표계(24)라고 부른다. 그러나 선박에 적용될 경우 아직 선수와 선미부를 정확하게 표현하지 못하므로 이에 대한 개선이 필요하다.

기하학적으로 단순한 유동을 다룰 때에는 유한차분법(Finite Difference Method)의 적용이

가장 용이하기 때문에 초기의 Navier-Stokes 방정식의 수치해석에는 주로 유한차분법이 사용되어 왔다. 그러나 Reynolds수가 높거나 복잡한 기하학적 형상을 갖는 문제에서는 계산정도를 높이고 계산량을 줄이기 위하여 비직교 곡선좌표계나 고차방법 등을 사용하여야 하므로 가장 큰 장점인 단순성을 잃게 된다. 따라서 최근에 이르러서는 복잡한 형상 주위에는 유한요소법(Finite Element Method), 그리고 계산정도를 높이기 위하여는 Spectral방법을 사용하는 등, 다양한 수치해석법이 사용된다. 이러한 여러 수치해석법들은 결국 미분방정식을 대수(algebraic)식으로 변환하기 위한 방법들이므로 해석하고자 하는 문제에 대한 적용성(applicability), 적응성(adaptability), 계산정도(accuracy) 그리고 효율성(efficiency) 등의 관점에 따라 선택되어야 한다.

유한차분법은 미분항들을 거리(distance)의 함수로 근사하는 방법으로 적용이 용이하고 효율적이며 격자를 조밀하게 분포하여 주면 계산정도를 향상시킬 수 있으나 복잡한 기하학적 형상에 대한 적용성은 떨어지므로 좌표변환이 필요한 경우가 많다.

유한체적법(Finite Volume Method)은 미분방정식을 제어 체적(control volume)에 대하여 적분하고 이때 나타나는 flux, source 등을 유한차분법에서와 마찬가지로 Taylor급수나 국부적인 이론해를 이용하여 근사하는 방법으로 적용이 용이하고 적응성이 뛰어나며 물리적인 보존법칙이 성립된다는 장점이 있으나 근사하는 방법에 따라 계산정도가 달라지고 기억용량과 계산시간이 유한차분법보다 늘어난다는 단점을 가지고 있다.

유한요소법은 복잡한 기하학적 형상을 갖는 문제에 적용성이 뛰어나고 계산정도도 유한차분법 등에 비견할 만하나 적용이 어렵고 다른 방법들에 비하여 계산량과 기억용량이 과도하게 요구된다. 점성유동을 유한요소법으로 해석할 때에는 경계조건의 적용에 불명확한 점이 나타나기 때문에 과거에는 주로 비점성유동 해석에만 국한되었으나 최근에는 점성유동해석에도 활발히 이용되고 있다.

Spectral방법은 유한요소법과 같은 Weighted Residual기법의 일종으로 유한요소법은 국부적인데 반하여 전반적(global)이다. 일반적으로 적용성이 매우 나쁘고 많은 기억용량을 필요로 하며 물리적인 제약조건들을 강제하기가 어려우나 계산정도가 매우 높으므로 성공적일 경우에는 다른 방법들과 비교할 수 없을 정도로 효율적이다.

III.6 최근 연구동향

선미 주위의 점성유동장을 경계층 방정식으로 예측하기는 어렵기 때문에 최근에는 주로 삼차원 Navier-Stokes 또는 RANS방정식을 이용하여 점성유동장을 해석하고 있다. 표2는 제19차 ITTC의 저항 및 유동분과 보고서에서 전제된 것으로 주로 1989년 일본 히로시마에서 개최된 제 5회 국제수치선박유체역학회의(5th ICNSH)에서 발표된 선체 주위의 점성유동장을 계산하기 위한 여러 Navier-Stokes 수치해법들의 특성을 비교하고 있다. 표에서 볼 수 있듯이 Zhu et. al.(33)을 제외한 대부분의 계산 조직들은 RANS방정식을 채택하고 있다. 또한 Kodama[28]를 제외하면 대개 이중체 근사로 처리하여 자유수면을 무시하고 있으며 난류모형은 $k-\epsilon$ 모형[25, 29, 30, 31, 32]과 0-방정식 모형[26, 27, 28]을 주로 택하고 있다. 수치해석법으로는 유한차분법[26, 27, 28]과 유한체적법[25, 29, 30, 31, 32]이 주로 사용되고 있으며 물체적합좌표계와 벽함수[25, 29, 30, 32, 33]가 채용되고 있는 것이 일반적인 경향이다.

제시된 수치해석 결과를 신뢰하려면 사용된 수치해석법의 안정성(stability), 일관성(consistency), 수렴성(convergence), 그리고 수치해의 좌표계와의 독립성 등이 검증되어야 한다는 것이 기본적인 원칙이다. 표2에 열거된 수치해석법들을 포함하여 그동안 발표된 선체 주위 유동 해석에 관한 대부분의 연구들은 이 문제에 대한 언급을 하고있지 않다. 그러나 최근 자주 거론되는 수치예인수조(Numerical Towing Tank)[34]라는 개념에서처럼 수치유체역학적 기법이 선형설계에 실제적인 도움을 주려면 수치해석

결과의 신뢰도 확보가 우선되어야 할 것이다.

선체주위의 점성유동을 해석하기 위한 수치 계산조직은 우선 선체를 표현하기 위한 수치좌표계를 구성하고 좌표계가 수치해의 수렴도와 유일성(uniqueness)에 미치는 영향을 검토한 후 좌표계에 독립적인 수렴된 해를 얻을 수 있어야 하며 물리량의 변화가 큰 영역에는 격자를 집중시켜 다시 계산할 수 있어야 한다[59]. 이를 위하여는 물론 계산조직의 철저한 점검이 선행되어야 할 것이다. ITTC에서도 최근 Validation분과의 활발한 활동을 통하여 모형 시험 및 수치해석 결과에 대한 검증의 필요성을 강조하고 있다[60, 61, 62].

수치유체역학적인 방법으로 선박의 추진성능을 정량적으로 예측하기는 어렵지만 선박의 개념설계 단계에서 유사한 선형의 추진성능을 정성적으로 비교 검토하는데 사용되어 모형시험에 소요되는 시간과 경비를 절감할 수 있을 것이며 모형시험의 결과를 이해하거나 그 결과를 실선에 확장하는 데 큰 도움이 될 수 있을 것이다. 이를 위하여는 우선 정밀한 실험결과를 확보하여 수치해석 계산조직을 검증하여야 하며 이러한 의미에서 1990년에 SSPA-CTH-IIHR가 공동으로 주최한 선박점성유동에 관한 Workshop(SVF)은 매우 중요한 의의를 갖는다.

이 Workshop에는 1989년의 제 5회 ICNSH에 참여하였던 8개기관을 포함하여 모두 19개 기관 [36-54]이 참여 하였으며 실험결과가 널리 알려져 있는 HASA Tanker와 그 선미형상을 약간 변화시킨 실험결과가 알려져 있지 않은 'Mystery'선형에 대한 수치해석 결과와 비교되었다. 이 Workshop에 발표된 연구에서도 5th ICNSH에서와 마찬가지로 유한차분법과 유한요소법이 주로 사용되었으며 유한요소법은 전혀 찾아볼 수 없다. 좌표계 역시 일부 등각 사상법 [41, 42, 52]을 제외하고는 타원형 미분방정식으로 구한 물체적합좌표계가 주로 사용되고 있다. 난류모형으로는 대부분 $k-\epsilon$ 모형을 택하고 있으나 그 결과는 단순한 0-방정식 모형을 사용한 경우[36, 40, 41, 45]와 큰 차이가 없는 것으로 보이며 이중 $k-\epsilon$ 모형[42, 50]을 사용한 경우도 발견할 수 있다. 수치해석

(표 2) Navier-Stokes Solves의 특성(19차 ITTC 보고서)

	Chen and Patel	Hino	Hoekstra	Kodama	Larsson	Masuko	Piquet	Tzabiras	Zhu and Miyata
Basic Equation	RANS	RANS	Multi-block RANS	RANS	RANS	RANS	RANS	RANS	NS
Dependent Variables	V-p	V-p	V-p	V-p	V-p	V-p	V-p	V-p	V-p
Turbulence Model	k-ε	Baldwin Lomax 0-equation	0-equation	Baldwin Lomax 0-equation	k-ε	k-ε	k-ε	k-ε	SGS
Near-wall	wall-funct	no-slip	no-slip	no-slip	wall-funct	wall-funct	one equation	wall-funct	wall-funct
Free-surface	double model	kinematic	double-model	double-model	double-model	double-model	double-model	double-model	double-model
Grid Type	BFC (H-O)	BFC (H-O) Type	BFC (H-O)	BFC (H-O)	BFC (H-O)	BFC (H-O)	BFC (H-O)	BFC (H-O)	BFC (H-O)
Grid Generation	diff equation 3D	geometric FD	conformal modified	geometric 3D	diff equation 3D	diff equation 2D	diff equation 3D	conformal modified	diff equation 3D
Grid Alignment	stag	non stag	non stag	non stag	stag	stag	stag	stag	non stag
Solution Method	FV	FD	FD	FD	FV	FV	FV	FV	FD
Convective term	f anal	third order upwind	upwind	central	f anal	hybrid	f anal	hybrid	third order upwind
Pressure-velocity coupling	SIMPLER	Poisson	continuity equation	quasi compressibility	SIMPLER	SIMPLE	PISO	SIMPLE	Poisson
Time Marching	implicit	explicit	none	IAF	implicit	none	implicit	none	explicit
Ship Form	Ser 60 CB=0.6 HSVA Tanker form	Wigley Ser 60 CB=0.6	HSVA Tanker SSPA	Ser 60 CB=0.6	SSPA720	Wigley Ser 60 CB=0.6	HSVA Tanker form	Ser 60 CB=0.6 SSPA720	Wigley (complete) ship

결과 들은 대부분 실험결과와 적어도 정성적으로 잘 일치하고 있으며 선미형상의 변화를 감지할 수 있는 것으로 보인다. 그러나 선형설계시 선미의 최적형상을 결정할 때 사용할 수 있는 단계에는 미치지 못하였으며, 특히 실험결과가 미리 알려져 있지 않은 Mystery선형의 경우에는 더욱 예측정도가 떨어지는 경향이 있다(SVF).

앞에서 보았듯이 선체주위의 유동장을 계산할 때에는 과도한 계산비용이나 수치적인 어려움을 피하기 위하여 자유수면이나 추진기, 타와 같은 선체부가물의 영향을 무시하는 것이 일반적인 경향이나 Kwag et. al[63], Hino[26] 등은 자유수면을 고려 하였으며 Stern et. al [64, 65]은 추진기가 부착된 선미 주위의 유동을 해석하였다. 수치예인수조가 현실화되려면 이 분야에 대한 연구가 더욱 활발히 이루어져야 할 것이다.

국내에서도 선박수치역학분야의 연구가 앞선 미국, 일본, 스위스 등지에서 선체 주위의 점성 유동장 해석분야를 전공한 많은 연구자들이 귀국하여 활발한 연구활동을 수행하고 있으며 [49, 63, 64, 65, 66, 67] 국내에서 독자적으로 개발된 계산조직들도 비교적 좋은 결과를 보여 주고 있다[44, 68, 69].

IV. 결 언

최근 수치유체역학분야의 급격한 발전에 따라 선체주위의 점성 유동을 해석함으로써 선박의 추진성능을 예측하고자 하는 연구가 활발히 이루어지고 있으며 실제로 많은 성과를 얻고 있다. 수치예인수조라는 개념도 도입되어 선박의 유체역학적 제 성능을 값 비싼 물리적 실험 대신 수치적인 실험을 통하여 예측하고자 하는 시도도 이루어지고 있다. 수치예인수조가 가까운 장래에 모형시험수조를 대체하는 것은 불가능하지만 선형의 변화에 따른 효과를 정성적으로 예측하거나 모형선에 대한 시험결과를 실선에 확장하는데 효과적으로 이용될 때는 과히 멀지 않은 것으로 보인다. 그러나 다른 모든 분야에서처럼 이론, 실험 그리고 수치해석이

선박유체역학이라는 큰 숲을 지탱하고 있는 세 다리라고 볼 때 세 접근방법이 서로 평형과 조화를 이룰 때에만 이 분야의 진정한 발전이 있을 것이다. 수치해석법이나 수치좌표계 또는 난류모형 등에 대한 검증과 개선도 중요하지만 개념적인 선형설계에 이용할 수 있는 계산조직을 확보하려면 선체주위의 유동을 물리적이거나 수치적인 실험으로 해석하고 그 결과를 가시화하여 비교·검증하며 이론모형을 통하여 물리적인 현상을 이해하고자 하는 노력이 꾸준히 이루어져야 할 것이다.

V. 참고문헌

Acronyms :

ICNSH International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics

SVF 'Ship Viscous Flow', Proceedings of 1990 SSPA-CTH-IIHR Workshop, Ed., Larsson, L., Patel, V.C.& Dyne, D., FlowTech International AB, 1991

SBL 'SSPA-ITTC Workshop on Ship Boundary Layers', Proceedings, Ed., Larsson, L., 1980

- [1] Prandtl, L., "Motion of Fluid with very Little Viscosity", NACA, TM No, 452, Washington, 1928
- [2] Reynolds, O., "An Experimental Investigation of Circumstances which Determine Whether the Motion of Water Shall be Direct or Sinuous, and Law of Resistance in Parallel Channel", *Phill. Trans*, Roy, Soc, 174, 1883
- [3] Kolmogorov, A.N., "Equation of Turbulent Motion of an Incompressible Fluid", *Izv. Ak. Nauk.*, USSR, 1942
- [4] Cebeci, T., "Calculation of Compressible Turbulent Boundary Layers With Heat and Mass Transfer", *AIAA Paper*, 70-741, 1970
- [5] Baldwin, B.S.& Lomax, H., "Thin Layer

- APPROXIMATION and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows”, *AIAA Paper*, 78-257, 1978
- [6] Van Driest, E.R., “On Turbulent Flow Near a Wall”, *Jour. Aero. Sci.*, Vol.123, pp. 1007~1011, 1954
- [7] Granville, P.S., “Mixing Length or Eddy Viscosities for Thin Axisymmetric Turbulent Boundary Layers Near a Wall”, *JSR*, Vol.31, No.3, 1987
- [8] Harlow F.H. & Nakayama P., “Transport of Turbulence Energy Decay Rate”, Los Alamos Science Lab., Rep. LA-3854, 1986
- [9] Launder, B.E. & Spalding, D.B., “Lecture in Mathematical Model of Turbulence”, Academic Press, London, 1972
- [10] Lumley, J.L., “Computational Modelling of Turbulent Flows”, *Adv. in Appl. Mech.*, Vol.18, Academic Press, NY, 1987
- [11] Herring, J.R., “Subgrid Scale Modeling – An Introduction and Overview”, *Turbulent Shear Flows 1*, Springer-Verlag, New York, 1979
- [12] Reynolds, A.J., “Turbulent Flow in Engineering”, John Wiley & Sons, London, 1974
- [13] Larsson, L., “Small cross-Flow and Fully Three-Dimensional Boundary Layer Calculation for Two Ship Model”, *SBL*, 1980
- [14] Smith, P.D., “Calculation with the Three-Dimensional Lag-Entrainment Method”, *SBL*, 1980
- [15] Nagamatsu, T., “Ship Boundary Layer Calculation by a Higher Order Theory”, *SBL*, 1980
- [16] Head, M.R., “Entrainment”, Von Karman Institute Short Course on Turbulence Boundary Layer, 1968
- [17] Coles, D., “The Law of Wake in the Turbulent Boundary Layer”, *JFM*, Vol.1, Part 2, 1956
- [18] Ludwig, H & Tillmann, W., “Untersuchungen Ueber die Wandschaubspannung in Turbulenten Riebungsschichten”, *Ing Arch*, XVII, Band, 1949
- [19] Mager, A., “Generalization of Boundary Layer Momentum Integral Equations to Three-Dimensional Flows Including Those of Rotating Those of Rotating System”, NACA Rpt 1067
- [20] Thompson, B.G.J., “A New Two Parameter Family of Mean Velocity Profile for Incompressible Turbulent Boundary Layers on Smooth Walls”, *ARC R&M*, 1065
- [21] Cebeci, T., Chang, K.C., & Kaups, K., “A General Method for Calculating Three-Dimensional Laminar and Turbulent Boundary layers on Ship Hulls”, 12th Symposium on Naval Hydrodynamics, Wash. D.C. 1978
- [22] Soejima, S., & Yamazaki, R., “Calculation of Three-Dimensional Boundary Layers on Ship Hull Forms”, *Trans. West-Japan Soc. of Naval Arch.*, No.55, 1978
- [23] Mclean, J.D. & Randall, J.D., “Calculations Using The Method by Mclean and Randall”, *SBL*, 1980
- [24] Thompson J.F., Warsi Z.U.A. & Mastin C. W., “Numerical Grid Generation”, North-Holland, New York, 1985
- [25] Chen, H.C. & Patel, V.C., “Calculation of Trailing-Edge, Stern and Wake Flows by a Time-Marching Solution of the Partially Parabolic Equations”, *IIHR Report No.285*, 1985
- [26] Hino, T., “Computation of Free Surface Flow Around an Advancing Ship by the Navier-Stokes Equations”, *5th ICNSH*, Hiroshima, Japan 1989.
- [27] Hoekstra, M., “Computation of Steady Viscous Flow Near a Ship Stern”, Notes in Num. Fluid Mech., Vieweg, Amsterdam,

Vol.17, pp.45~57, 1987

- [28] Kodama, Y., "Grid Generation and Flow Computation for Practical Ship Hull Forms and Propellers Using the Geometrical Method and IAF Schemo", *5th ICNSH*, Hiroshima, Japan, 1989.
- [29] Larsson, L., Broberg, L.H., Kim, K.J. & Zhang D.H., "New Viscous and Inviscid CFD Techniques for Ship Flows", *5th ICNSH*, Hiroshima, Japan 1989.
- [30] Masuko, A. & Ogiwara. S., "Numerical Simulation of Viscous Flow around Practical Hull Forms", *5th ICNSH*, Hiroshima, Japan, 1989
- [31] Piquet, J., Visonneau, M., "Computation of the Flow Past Shiplike Hulls", *5th ICNSH*, Hiroshima, Japan, 1989.
- [32] Tzabiras, C.D. & Loukakis, T.A., "On the Numerical Simulation of the Turbulent Flow-Field Past Double Ship Hulls at Low and High Reynolds Numbers", *5th ICNSH*, Hiroshima, Japan, 1989.
- [33] Zhu, M., Miyata, H. & Kajitani, H. "Finite-difference Simulation of a Viscous Flow about a Ship of Arbitrary Configuration", *5th ICNSH*, Hiroshima, Japan, 1989.
- [34] Newman, J.N., "The Numerical Towing Tank-Fact or Fiction", *Schifftechnik*, Bd. 36, 1989.
- [35] Sotiropoulos, F. and Abdallah, S., "A Primitive Variable Method for the Solution of Three-Dimensional Viscous Flows over Ship Hulls", *SVF*, 1991.
- [36] Broberg L., Zhang, D-H., Larsson, L. and Schoon, J., "SHIPFLOW Predictions of the Flow around Two Tanker Sterns", *SVF*, 1991.
- [37] Bull, P.W., Watson, S.J.P. and Musker, A. J., "Fully Three Dimensional Reynolds Averaged Navier Stokes Flow Calculations for Two Ship Models", *SVF*, 1991
- [38] Caprino, G. and Traverso, A., "Flow Calculation Using Mixing Technique Validated in CETENA", *SVF*, 1991
- [39] Gorski, J.J., Colemac, R.M., Haussling, H. J. and Miller, R.W., "Computation of Incom-pressible Flow About Two Tanker Sterns", *SVF*, 1991
- [40] Hoekstra, M., "Some Remarks on a Stern Flow Computation for Two Tanker Hull Forms", *SVF*, 1991
- [41] Hoffman, G. and Chan, D., "Three Dimensional Viscous/Turbulent Flow Calculations About Ship Hulls", *SVF*, 1991
- [42] Ikehata, M. and Liu,H., "Calculation of Boundary Layer and Wake around Ship Model by an Integral Method", *SVF*, 1991
- [43] Kang, S.-H. and Oh,K.-J., "Fully Elliptic Viscous Flow Calculations for Two Ship Models", *SVF*, 1991
- [44] Kodama, Y., "An NS Solver with Pseudo-Compressibility and the Baldwin Lomax Turbulence Model", *SVF*, 1991
- [45] Kanevsky, G.I. and Orlov, O.P., "The Prediction of Three-dimensional Flows of Viscous Fluid in Proximity to the Ship Aft End", *SVF*, 1991
- [46] Majumdar, S., Zhu, J. and Rodi, W., "Calculation of Three-Dimensional Turbulent Flow around Ship Structures", *SVF*, 1991
- [47] Masuko, A., Shirose, Y. and Abe, A., "Numerical Simulation of Viscous Flow for the Two Ship Models", *SVF*, 1991
- [48] Patel, V.C., Ju, S. and Lew, J.M., "Calculations of Viscous Flow around Ship Hulls for the 1990 SSPA-CTH-IIHR Workshop", *SVF*, 1991
- [49] Piquet, J. and Visonneau, M., "Some Peculiarities of a Pressure Correction Method for Ship Stern Flow Computations", *SVF*, 1991
- [50] Shen, Q., Zhang, Y. and Cai, R., "Calculations of Viscous Flow, *SVF*, 1991.

- Around Two HSVA Ship Models by Solving the Reynolds Average Navier–Stokes Equation”, *SVF*, 1991
- [51] Tzabiras, G., “Stern Flow Calculations for Two Double Ship Models”, *SVF*, 1991
- [52] Zhou, L.-D. and Gao, Q., “Calculations of Stern Flows for Two Ship Models Assigned by SSPA–CTH–IIHR Workshop on Ship Viscous Flow”, *SVF*, 1991
- [53] Zhu, M. and Miyata, H., “Simulation of Longitudinal Vortices about HSVA Tankers by a Finite–Volume Method”, *SVF*, 1991
- [54] dEARDROFF, j.w., “A Numerical Study of Three–Dimensional Turbulent Channel Flow at Large Reynolds Number”, *JFM*, Vol.41, pp.453~480, 1970
- [55] Groezbach, G. & Schumann, U., “Direct Numerical Simulation of Turbulent Velocity-, Pressure-, Temperature-fields in Channel Flows”, *Turbulent Shear Flows 1*. Eds Durst F et al., Berlin, Springer Verlag, pp.413, 1979
- [56] Miyake, Y. & Keijishima, T., “Estimation of Turbulence Models by Large Eddy Simulation with High Resolution Grids”, *JSME*, Ser.B, Vol.55, No.512, 1989
- [57] Schumann, U., “Subgrid Scale Model for Finite Difference Simulations on Turbulent Flows in Plane Channel and Annuli”, *Jour Comp Phys.*, Vol.18, pp.376~404, 1975.
- [58] Carey, G.F., Wang, K.C., McLay, R. & Pardhanani, A., “Adaptive Refinement and Reliability of Flow Computation, Forum on Methods of Estimating Uncertainty Limits in Fluid Flow Computations”, *ASME Winter Annual Meeting*, San Francisco, 1989.
- [59] Celik, I., “Numerical Uncertainty in Fluid Flow Calculations, Forum on Methods of Estimating Uncertainty Limits in Fluid Flow Computations”, *ASME Winter Annual Meeting*, San Francisco, 1989.
- [60] Ferziger, J.H., “A Note on Numerical Accuracy, Forum on Methods of Estimating Uncertainty Limits in Fluid Flow Computations”, *ASME Winter Annual Meeting*, San Francisco, 1989.
- [61] Morgan, W.B., Lin, W.C., “Ship Performance Prediction : Computational Fluid Dynamics and Experiments”, *Schiffstst-technik*, Bd.36, 1989.
- [62] Kwag, S.H., Mori, K.H., Shin, M.S., “Numerical Computation of 3-D Free Surface Flows by NS Solver and Detection of Sub-breaking”, *JSNA*, Vol.166, 1989
- [63] Stern, F., Kim, H.T., Patel, V.C. & Chen, H.C., “Computation of Viscous Flow Around Propeller Shaft Configurations”, *JSR*. Vol.32, No.4, 1988.
- [64] Stern F., Kim, H.T., Patel, V.C. & Chen, H.C., “Computation of Viscous Flow around a Propeller Shaft Configuration with Infinite Pitch Rectangular Blades”, *5th ICNSH*, Hiroshima, Japan, 1989.
- [65] Kim, K.J., “Ship Flow Calculations and Resistance Minimization”, *PhD Thesis*, Chalmers Univ Tech, Gothenburg, Sweden, 1989.
- [66] Ju, S., “A Numerical Approach for Predicting Ship Nominal Wake”, *Proceedings, Korea–Japan Joint Workshop on Hydrodynamics in Ship Design*, 1991
- [67] Kang, K.J., “Numerical Simulations of the Flows around Ships in a Generalized Coordinates System”, *PhD Thesis*, Inha Univ, Korea, 1991.
- [68] Lee, S.-H. & Kang, K.J. “A Numerical Computation of the Flow Field Around a Series 60($C_b=0.8$)”, *Proceedings, Korea–Japan Joint Workshop on Hydrodynamics in Ship Design*, 1991.