

연속체 손상역학(Continuum Damage Mechanics)을 이용한 구조손상해석의 연구동향

신 종 계 <해사기술연구소 선임연구원>

최 경 식 <한국해양대학교 교수>

1. 머릿말

“연속체 손상역학(Continuum Damage Mechanics : CDM)은 연속체역학과 파괴역학사이의 새로운 개념으로, 연속체역학의 기본개념과 이론을 바탕으로 손상을 내부상태 변수로 표시하여 연속체내에서 발생, 진전하는 손상을 이론적으로 추정하는 학문이다.”

여기서 손상(damage)이라함은 구조물의 강성이 저하되는 현상을 의미하며, 피로파괴(fatigue), 연성 및 취성파괴, 균열(crack), 스폐링(spalling), 크리이프(creep)등 구조손상에 관한 용어의 총체적인 의미이다. 일반적으로, 비선형 구조강성의 감소는 재료비선형과 기하학적 비선형으로 구분되어지는데 CDM법은 재료 비선형성을 효과적으로 정식화할 수 있는 장점을 가지고 있다.

연속체역학은 재료 내부의 불연속적인 손상의 발생을 설명하기 어렵고, 반면 파괴역학은 균열의 형상, 크기 등 개개의 균열진전(crack propagation)에 연구가 집중되어 구조물의 거시적 거동에 따른 강도 저하를 설명하기에 적합하지 못하였다. 이에 반하여 연속체 손상이론에서는 초기손상의 존재 유무에 관계없이 손상이 발생하고, 이 손상이 누적되어 증가하게 되는 과정을 연속체역학의 구성방정식(constitutive equation)이론에 따라 정식화함으로써

파괴역학에서의 균열발생 및 진전과정을 유사하게 설명할 수 있다. 손상이 발생된 구조물도 연속체로 취급되며, 응력, 변형도 등 구조응답 변수들은 손상의 함수로 표시된다. Fig. 1은 CDM과 파괴역학의 적용한계를 균열 크기로서 구분하고 있다. 그림에서 보이듯 연속체물질 내부에 전위이동, 동공생성, 미소균열 발생 및 진전, 대균열 발생 및 진전 등의 과정을 거쳐 연속체는 파단에 이르게 된다. 가시적인 크기의 균열은 0.1~1mm이며, CDM은 미소균열의 진전 초기까지의 현상을 표현할 수 있는데 최근에는 파괴역학의 영역까지 포함할 수 있는 이론이 연구되고 있다.

CDM관련 논문으로는 Kachanov가 1958년 러시아어로 발표된 논문이 그 효시로 인정되고 있다. 그 후 파괴역학이론과 실험기술의 발전 사이에서 크게 주목받지 못하였는데, 1980년대에 들어와 뛰어난 이론역학자들에 의해 급속히 발달되었다. 처음에는 주로 구성방정식 개발에 집중적인 연구가 이루어졌으나 요즘은 구조해석에의 응용 연구도 활발하게 수행되고 있다.

본 해설에서는, 연속체 손상역학의 기본이론을 소개하고 최근의 연구경향을 살펴본 후 선체 및 해양구조물의 구조손상해석 문제에서의 활용방안에 대해 고찰하였다. 본 내용은 1991년 11월 대한조선학회 추계학술대회에서 같은 제목으로 발표된 논문보다 상세한 해설을 담고

있으며, 그 이후에 발표된 자료도 수록하였다.

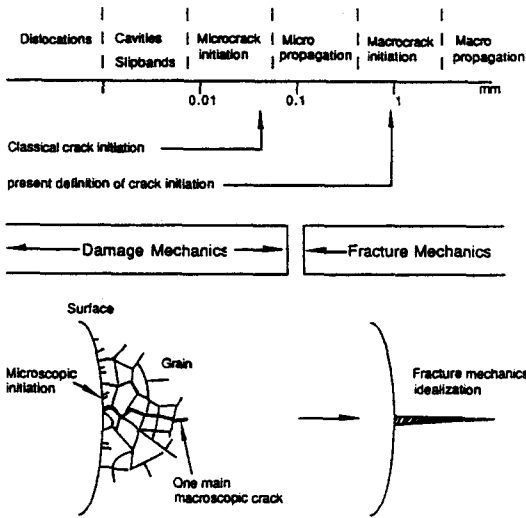


Fig. 1 Concept of Micro-crack Initiation and CDM (Chaboche [1982])

2. 연속체 손상역학의 이론적 배경

2.1 기본 개념

복합재료나 콘크리트 또는 저온에서의 금속과 같은 몇 가지 구조재료의 기계적특성(mechanical property)은 응력-변형도 곡선의 후반기 거동에 있어서 재료의 강성이 점차적으로 감소하다가 음의 값을 갖게 되는 성질을 보인다(Fig. 2).

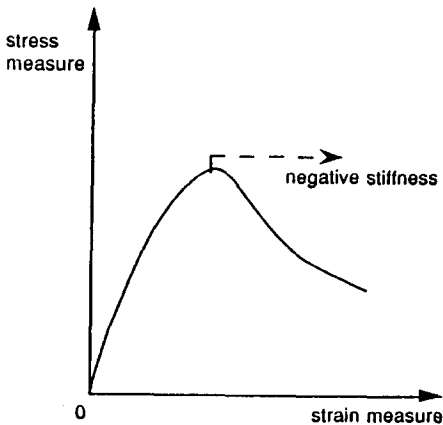


Fig. 2 Typical constitutive relationship

이러한 비가역적인 손상(damage)현상은 구조재료의 내부에서 발생하는 복잡한 현상, 다시 말하면 하중과 변형의 증가에 따라 결정입자 사이사이에 미세한 결함들이 계속 발생하고 또한 끊임없이 성장하는 현상으로서 고전적인 탄소성이론에 의해서 설명하기에는 많은 무리가 있다. 소성이론에 있어서 재료의 변형현상은 결정구조 사이에서의 선상결함(line defects)인 전위의 이동(dislocation movement)에 의해서 설명되는데, 주로 연성(ductility)을 나타내는 일반 금속재료의 거동을 기술하는데 유용하게 사용되고 있는 이론이다. 그러나 이러한 변형형식과는 근본적으로 다른 메카니즘으로서, 소성이론은 미세균열(microcracks)의 발생과 성장에 기인한 점진적인 파괴(progressive failure) 현상을 기술하기에는 적합치 못하다. 재료내부의 결정구조 수준에서 발생하는 microcracking 현상이 외부적으로 나타나는 재료의 기계적 특성을 결정하기 때문에 이러한 종류의 구조재료의 변형현상을 이해하기 위해서는 주된 변형형식인 미세균열의 발생(nucleation)과 성장(growth)에 기인한 독특한 과정을 설명할 수 있는 이론이 사용되어야 한다. 비손상재료가 점진적으로 손상을 입어가는 불명확한 과정에 대하여 연속체 손상역학(Continuum Damage Mechanics)은 재료내부에서의 미세균열의 발생과 성장으로써 설명하고 있다. 여기서 미세균열이라 함은 면적균열(planar cracks)이나 공동(cavity) 등을 뜻한다.

연속체 손상역학은 재료의 외적변형이 현시점에서의 재료내부의 손상정도에 의해 결정된다고 보고 이를 손상변수라는 내부상태변수(internal state variables)를 도입함으로써 그 손상상태를 정의한다. 그러나 일반적으로 적절한 실험에 의해 결정되는 값인 이 손상변수는, 우리가 이들 재료내부의 미세균열이나 불연속결함 등의 분포와 크기들에 관한 정확한 정보를 알 수 없기 때문에 어떤 의미에서는 평균화 과정을 거친 근사함수라 볼 수 있다. 즉 재료내부에서 개개의 미시적(microscopic)균열분포에 대한 정보를 알아야 하는 대신 이들의 전체적 영향에 의한 재료의 거시적 거동(macro-

scopic behavior)을 근사적으로 나타낼 수 있는 변수를 도입하는 문제를 해결하는 것이다. 연속체 손상역학의 적용범위는 일반적으로 재료를 중단하는 대균열(macrocracks)이 발생하기 전까지로, 취급하는 미세균열이나 불연속 결합의 크기는 보통 결정입자(grain size)의 수준이다. 이런 점에서 손상역학은 불연속 결합을 다루는 연속체역학(continuum mechanics)임과 동시에 파괴역학(fracture mechanics)으로 연결되는 위치에 놓여 있다고 할 수 있다. 이러한 개념은 최초 Kachanov[1958]에 의해 인식되어진 것으로 그는 1축하중을 받는 금속재료의 크리이프 특성을 기술하는데 이러한 수학적 모델을 사용하였다. Kachanov는 재료단면의 미세한 공동의 밀도(void density)를 나타내는 무차원 스칼라 손상변수를 도입하여 재료강성의 감소를 설명하였다.

연속체 손상역학의 근간을 이루는 것은 재료에 대한 손상변수의 물리적 의미를 규명하고 수학적으로 표현하는데 있다. 다시 말해 연속체 손상역학의 실질적인 유용성은 재료내부에서 미세균열의 밀도변화를 도입된 손상변수를 통해 얼마나 정교하게 표현할 수 있는냐에 달려 있다. 연속체 손상역학 이론이 발전되어 온 과정 속에서 볼 때 손상변수의 선택은 종종 직관적으로서, 물리적 의미보다는 수식적인 연산 과정의 용이함에 따라 결정되어 온 감이 있으며 이로 인해 손상변수의 정의도 연구자들 사이에 많은 혼란을 주고 있다. 초기 손상역학 연구에서는 대체로 스칼라(scalar)를 이용하여 손상변수를 정의했던 반면 휨차 응용의 범위를 확대하면서 손상변수도 벡터(vector)와 텐서(tensor)를 사용하여 정의하는 경향을 보이고 있다. 앞서 언급한 몇몇 구조재료의 기계적 특성과 구성방정식 도출에 새롭게 적용되고 있는 연속체 손상역학 이론의 발전과정을 이해하기 위해서는 이들 손상변수들의 수학적, 물리적 본질에 대한 이해가 앞서야 하며 본장에서는 이와 관련하여 초기부터 현재까지의 연속체 손상역학의 연구동향에 대한 문헌을 상세하게 살펴 보도록 한다.

2.2 Kachanov의 최초 손상 모델

Kachanov [1958]의 최초 모델은 1차원 크리이프(creep)문제에 대한 것으로서 시편 재료의 횡단면에 분포된 공동의 상대면적비(relative area of voids)를 손상변수로서 사용하였다. 이러한 개념은 물리적으로 쉽게 인식될 수 있는 성질의 것으로서 이후로도 많은 연구자들이 이 개념을 확장하여 사용하였다. Kachanov의 스칼라 손상모델은 응력-변형도 관계의 간단한 표현을 빌리면 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다(Fig. 3).

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E(1-\omega)} = \frac{\sigma}{E_d} \quad (1)$$

여기서 ω 는 손상변수를 나타내고 E는 비손상재료의 탄성계수, E_d 는 손상이 진행되는 재료의 탄성계수를 나타낸다. 여기서 만일 손상변수 ω 가 응력이나 변형도의 함수로 정의된다면 이 재료의 응력-변형도 관계는 완전하게 표현된다.

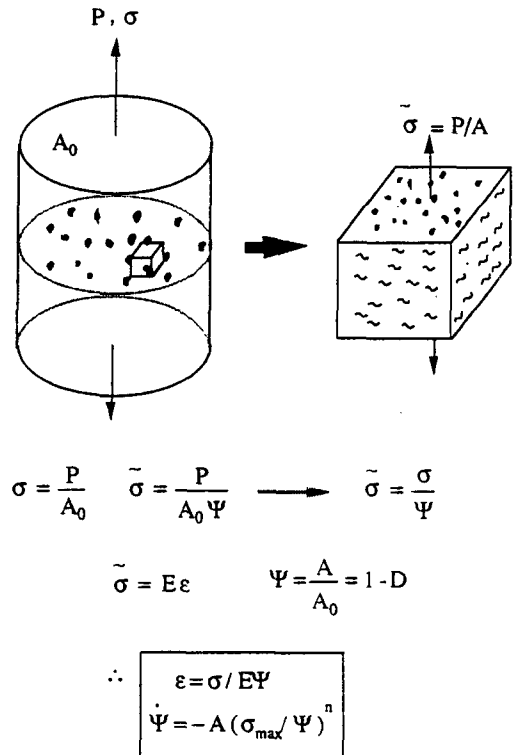


Fig. 3 Damage Model of Kachanov[1958]

2. 3 Scalar Damage Models

Rabotnov [1963, 1969, 1971]는 금속재료의 크리이프 파단에 관한 연구를 통하여 재료의 구성방정식으로 다음과 같은 연립미분방정식을 도입하였다. 즉 크리이프의 변형율속도와 손상 변수의 시간변화율을 동일한 형식의 미분식으로서 응력 σ , 온도 T , 재료의 현재 손상상태의 정도 ω 의 함수로써 나타내었다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \phi(\sigma, T, \omega) \\ \dot{\omega} &= \varphi(\sigma, T, \omega) \end{aligned} \quad (2)$$

이들 함수 ϕ, φ 의 형태 중 가장 간단한 가정으로 Rabotnov는 다음과 같이 사용한 바 있다. 아래에서 a, b, n, k 는 온도와 밀접한 관계를 갖는 재료상수를 의미한다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= a \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^n \\ \dot{\omega} &= b \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^k \end{aligned} \quad (3)$$

만일 재료의 손상이 존재하지 않을 때 식 (3)은 1축하중에 대하여 소위 power-law에 따른 크리이프 식으로 귀착됨을 주목할 수 있다. 즉 $\omega=0$ 일 때, $\dot{\epsilon} = a\sigma^n$ 가 되고 $\omega=1$ 이면 재료의 완전파괴를 의미한다. Rabotnov는 단면의 상대균열면적, ω 를 재료의 취성강도의 척도 (measure of brittleness)로 사용하였는데 이러한 표현방법은 1축하중의 경우를 해석하는데 비교적 유용하게 사용할 수 있지만 다축하중조건에서는 제한적으로만 사용될 수 있을 뿐이다. 따라서 후에는 이를 3차원하중조건에 확장하여 일반화된 변형도를 주응력방향의 등가응력 (equivalent stress)으로 나타내는 방법을 제안하였다. 스칼라 손상변수에 의한 다축하중문제의 확장은 Leckie and Hayhurst[1974, 1977]을 비롯한 많은 연구자들에 의해 식 (4)와 같이 사용되었다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij} &= \dot{\epsilon}_0 (\bar{\sigma}/\sigma_0)^{n-1} \sigma'_{ij}/\sigma_0 (1-\omega)^n \\ \dot{\omega} &= \dot{\omega}_0 (\bar{\sigma}/\sigma_0)^m \sigma'_{ij}/\sigma_0 (1-\omega)^k \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\bar{\sigma}$ 는 von Mises의 등가응력 $\left(\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} \right)^{1/2}$ 을 나타내는데 소성이론에서와 마찬가지로 변형율속도의 성분 $\dot{\epsilon}_{ij}$ 은 편차응력 (deviatoric stress)

σ'_{ij} 의 n, k, m 승에 비례하는 것으로 나타내었다. $\dot{\epsilon}_0, \dot{\omega}_0, \sigma_0$ 들은 식 (4)에서 차원을 맞추기 위해 도입된 기준값을 의미한다.

Leckie and Hayhurst[1977] 그리고 Leckie [1978]는 손상변수에 대하여 명확한 물리적 의미를 부여하지는 않았지만 내용상 $1-\omega$ 를 손상에 의해 재료의 유효단면적이 감소된 비율로 해석할 수 있다. 훨씬 후에 이들은 거시적 현상 (engineering approach)과 미시적 현상 (material scientist approach)의 복합해석을 시도하면서 손상변수를 재료내부에 분포되어 존재하는 실제 결함들의 평균화된 값이라고 해석하였고 이러한 해석은 손상이라는 물리현상을 수학적으로 엄밀하게 정식화할 수 있는 방법을 찾아나가기 위하여 최근에는 비가역반응을 다루는 연속체역학에 기초를 두는 열역학적 정식화 (thermodynamical formulation)을 채용하고 벡터와 텐서에 의한 일반화된 손상변수의 정의를 시도하게 되었다 [Leckie, 1986; Hayhurst and Felce, 1986].

이와는 좀 다른 방법으로 일단의 프랑스 연구자들에 의해 스칼라 손상변수를 이용한 손상 모델이 제시되었다. Lemaitre and Chaboche [1978]는 연성재료의 점진적인 손상에 의한 강성의 감소를 연구하면서 손상변수와 변형도를 연속체역학의 정식화 과정속에 포함시켜 구성방정식을 유도하였다. 이들의 손상모델은 후에 소성, 피로, 크리이프 등 여러 가지의 손상 현상 해석에 응용되었다 [Chaboche, 1982; Lemaitre, 1984]. 이들이 사용한 손상변수는 매 순간의 재료의 탄성계수를 측정함으로써 간접적으로 결정할 수 있도록 했는데 식 (5)와 같이 손상변수 d 는 손상을 입은 재료의 탄성계수 \tilde{E} 를 손상을 입지 않은 재료의 원래 탄성계수 E 와 비교하는 것으로 정의된다.

$$d = 1 - \frac{\tilde{E}}{E} \quad (5)$$

또한 Lemaitre와 Chaboche는 등방성 손상 (isotropic damage)의 개념을 사용하였는데 이는 재료내부의 공동이나 균열등의 결함이 아주 고르게 분포하여 방향에 관계없이 손상변수를

재료단면의 유효면적 (즉 감소된 면적)의 함수로 표시할 수 있다는 가정인데 따라서 등방성 손상을 스칼라로써 나타내는 근거가 된다. 후에 Lemaitre[1985, 1986], Tai and Yang[1986] 역시 이러한 등방성 개념의 스칼라 손상변수를 사용하였다. 이들의 손상모델은 재료시편에 대균열이 발생하기 까지 소성변형도에 선형으로 비례하거나 지수함수 형태로 가정한 손상변수를 각각 이용하여 재료의 손상진전(damage evolution) 상황을 파악하였다. 이들 모델의 문제점은 등방성손상이라는 가정에 의해 변형이 진행된 이후에도 재료시편의 주응력방향이 불변이라는 결론과 재료의 실제 거동과는 달리 인장과 압축에 대해 손상의 효과가 동일하게 나타날 수 밖에 없는데 있다. 더우기 간접적인 손상측정지수인 d 의 계산에 있어서 연성재료의 강성 감소는 손상진전에 의해서만 생기는 것이 아니라 necking과 같이 재료의 외부 단면이 축소됨으로써 생길 수도 있다는 사실을 무시하고 있다는 점이다.

Bodner and Partom[1975], Bodner[1981, 1985]는 점탄소성 변형경화 재료의 구성방정식을 유도하면서 스칼라 손상변수와 변형경화지수를 병행하여 사용하였다. 즉 손상변수는 변형경화지수의 경화(hardening)에 대한 상대역으로 연화(softening)를 나타내기 위하여 도입되었다. 이들은 손상현상이 3기 크리이프 변형에 있어 주된 물리현상으로 파악하고 초경합금의 크리이프 변형을 예측하는 지수증가함수 형태의 손상진전식(damage evolution equation)을 사용하였다. 후에 Bodner and Chan[1986]은 초기의 등방성 손상변수를 확장하여 방향성 손상(directional damage)의 효과를 포함시키도록 수정된 등가의 스칼라 손상변수를 사용하였다.

Levy[1985] 역시 금속의 크리이프 손상현상을 연구하면서 스칼라의 손상변수를 사용하였다. 그는 손상변수를 재료의 결정경계면(grain boundary)에서의 균열면적비로 나타내면서 spring-dashpot 모델과 확률의 개념을 도입하여 지수감소함수 형태의 손상진전식을 사용하였다. 그는 균열의 발생이 연속적으로 일어난

다고 보고 변형도의 함수인 손상변수를 Poisson random process에 의해 표현되도록 하였다. 확률강도이론(statistical strength theory) 개념의 도입은 Krajcinovic and Silva[1982], Karr[1985]에 의해 콘크리트와 얼음과 같은 취성재료에도 응용되었다.

Kachanov 이후의 대부분의 손상역학이론 연구는 금속재료의 크리이프 거동을 다루고 있다. 콘크리트와 같은 취성재료의 손상현상은 미세균열의 발생이 보다 명확함에 비해 연구는 다소간 늦은 편이라 할 수 있다. 취성재료에 대한 구성방정식의 연구는 Hult[1974], Broberg[1974]에 이어 Janson and Hult[1977], Krajcinovic[1979], Loland[1980], Mazars[1981] 그리고 Tomin et al.[1986] 등에 의해 손상역학에 의한 연구가 되었는데 종종 파괴역학과 병행하여 다루어졌다.

Loland[1980]는 1축인장을 받는 콘크리트의 경험식을 통해 손상진전식을 가정하고 최대강도에 이르기까지는 지수함수 꼴로 그 이후는 선형으로 증가하는 형태를 사용하였다. 그는 압축에 대하여 손상역학을 사용하기 위해 응력보다는 인장변형도에 좌우되는 손상변수를 채택하였다. Mazars[1981], Mazars and Lemaitre[1984] 그리고 Legendre and Mazars[1984]는 등방성 손상의 개념을 사용하여 다축하중 상태의 콘크리트의 거동을 나타내었는데 여기에는 비가역적 열역학이론과 소성항복기준과 유사한 손상기준(damage surface)을 사용하였다. 대체로 인장에 있어서 미세균열의 발생과 성장은 인장하중과 같은 방향인 최대 주변형도의 방향으로 배열하며 압축시에는 Poisson 비의 효과에 의해 압축하중의 방향에 수직한 인장변형도의 방향으로 배열하는 것이 보통이므로 Mazars[1986]는 인장과 압축에 의한 손상현상의 차이를 고려하여 식 (6)과 같은 손상진전식을 제시하였다.

$$D = \alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2 \quad (6)$$

여기서 α_1 와 α_2 는 각각 인장과 압축에 관계되는 손상변수 D_1 와 D_2 에 대응하는 상수이다.

이상 살펴 본 바와 같이 스칼라에 의한 손상변수의 정의 방법은 연성 금속재료의 1축하중

뿐만아니라 다축하중 경우까지 유용하게 적용되어 온 것을 알 수 있으나 이는 재료내부의 미세균열의 형태가 방향성을 무시할 수 있을 정도로, 구형공간(spherical voids)이고 비교적 균열분포의 밀도가 작은 경우에만 적합한 가정이라 할 수 있다. 그러나 실제 많은 구조재료 특히 취성재료의 균열발생 형태는 동전과 같은 형태로 평면상으로 나타나고 (penny-shaped and planar), 인장응력이나 인장변형도의 방향으로 배열되는 방향성을 갖는 것으로 알려져 있다. 따라서 손상의 효과도 변형이 진행되면서 주변형도의 방향에 따라 달리 나타나는 손상유발 이방성 (damage-induced anisotropy)의 특성을 보이게 된다. 이런 경우 스칼라에 의한 손상변수 정의는 한계를 가질 수 밖에 없음을 많은 연구자들이 인정하고 있으며 콘크리트, 암석, 얼음 그리고 금속재료의 경우에 대하여서도 재료의 거동을 기술하기 위해서는 벡터와 텐서 정의에 따른 손상변수를 사용하는 추세에 있다.

2. 4 Vectorial Damage Models

평면균열의 발생으로 점진적인 손상효과를 보이는 취성재료의 거동을 손상역학을 이용해서 풀어보려는 노력은 Davison and Stevens [1972, 1973]에 의해 시도되었다. 그들은 재료가 부스러져 파괴에 이르는 spalling현상이 재료의 연속적인 손상현상으로 파악하고 손상변수로서 벡터를 사용하였다. 하나의 평면균열은 균열이 위치한 평면의 방향과 동일한 방향을 갖고 균열의 면적과 같은 크기의 벡터로서 정의된다. 구성방정식은 식 (7)과 같이 자유에너지함수(free energy function)인 Ψ 로 부터 얻어지며 손상변수 ω_i 는 식 (8)과 같이 Ψ 함수에 변형도와 함께 불변량(invariants)으로서 도입된다. 따라서 응력-변형도 관계식에서 손상변수는 재료의 강성을 감소시키는 역할을 하게 되며 이러한 정식화 과정을 거쳐 손상을 받는 재료가 보여주는 손상유발 이방성의 특징을 표현할 수 있게 된다. Davison and Stevens는 취성재료의 거동에 대하여 이러한 방법을 사용했으나 소성유동성과의 연성효과를 설명하는데도

응용할 수 있음을 밝혔다.

$$\sigma_{ij} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon_{ij}} \quad (7)$$

$$\Psi = \Psi(\epsilon_{ij}, \omega_i) \quad (8)$$

연속체역학의 정연한 정식화 과정 [Coleman and Gurtin, 1967; Krajcinovic and Dillon, 1969; Malvern, 1969 등 참조]을 통해 구성방정식을 결정하는 과정은 Krajcinovic and Fonseka [1981]를 통해 정리되고 그 응용의 폭이 넓어졌다. 이들은 재료내부의 물리적인 손상현상을 개별균열의 성장과정과 연결시켜 파악하고 이 현상과 일치하는 벡터 표현으로 손상변수를 정의하였다. 그들이 정의한 평면에서의 균열을 나타내는 손상벡터는 $\omega = \omega_0 \mathbf{N}$ 으로 표시되고 여기서 ω_0 는 미세균열의 밀도 그리고 \mathbf{N} 는 균열이 배열된 평면의 법선방향을 나타낸다. Krajcinovic and Selvaraj [1983]은 소성유동이론에서와 동일한 형식으로 주변형도 평면상에서 정의되는 손상 기준면(damage surface)을 선택하여 변형의 증가에 따른 손상의 진전을 계산하고 1축인장과 압축을 받는 콘크리트의 거동을 실험결과와 동일하게 예측할 수 있었다. 비록 간단한 시뮬레이션에 지나지 않으나 적은 수의 재료상수를 도입하여 실험결과에 근사하게 재료의 거동을 예측하였다는 사실은 벡터에 의한 손상변수의 사용에 상당히 긍정적인 평가를 가져다 주었으며 이러한 표현방법은 그 물리적 의미의 단순함 때문에 많은 연구자들이 채택하게 되었다.

그러나 균열의 방향 \mathbf{N} 는 사실상 균열표면의 위 아래 쪽으로 양방향성을 갖기 때문에 엄밀한 의미에서는 벡터에 의한 표현이 균열의 방향에 대한 유일한 정의를 나타낸다고는 말할 수 없다. 또한 균열의 벡터 표현은 스칼라 표현에 비해 균열분포의 수직방향 정보를 추가했다는 점이지만 평면균열의 굽어진 형상 등의 정보에는 아무런 도움을 줄 수가 없다. 사실상 균열의 기하학적 형상의 변화는 균열면적의 증가와 균열표면의 상대적인 미끄러짐으로 구성된다고 볼 때 벡터에 의한 표현보다는 2차의 텐서에 의한 표현이 적합하다. 이런 이유로 벡터 정의에 의한 손상변수 파악은 3차원화 수식

과정을 통해 여러 가지 제한이 있어서 연구자들의 궁극적인 방향은 텐서표현에 의한 손상변수의 채택으로 나가는 추세이다.

내부상태함수로서 손상변수를 이해하는 방법은 Krajcinovic[1983a, 1983b], Krajcinovic and Ilankamban[1985] 등에 의해 좀더 일반화되고 정리되어 취성과 연성을 동시에 고려하는 경우도 취급하였다. 소성유동과 균열축적에 의한 점진적 손상을 표현하기 위해 보통 두 가지의 독립적인 상태함수를 정의하는데 이 경우 변형도는 소성변형도성분과 탄성성분으로 나누어 취급한다. 또한 소성유동해석을 위해 유동포텐셜(flow potential)을 정의하는 것과 마찬가지로 균열축적에 의해 손상해석 역시 유사한 포텐셜 함수를 정의함으로써 연성에서 취성에 이르는 일반재료의 거동을 일관성 있게 예측할 수 있었다. 그러나 이는 이론상의 결론으로서 실제 재료에 적용한 사례는 제시되지 않았다.

재료내부의 손상정도를 측정하는 지수(measure of damage)로서 Krajcinovic[1984, 1985]는 측정하려는 단면의 앞뒤로 특성길이를 설정하고 그 중간부에 위치한 균열중 active한 평면균열의 분포에 가중치를 곱하여 그 평균치로서 손상변수를 정의하였다. 실제로 재료내부의 이러한 균열분포를 알아내는 것은 쉽지 않은 일이지만 Krajcinovic의 손상모델에 있어서 가장 흥미있는 사항은 물리적인 균열의 분포와 그것들의 실질적인 측정지수로서 손상변수를 구별하였다는 것이다. 그는 관심을 둔 방향으로의 손상변수 D (이 경우 텐서임)를, 균열표면에 인장응력이 작용하는 active한 평면 균열분포를 나타내는 벡터인 $\omega = \omega_0 N$ 의 그 평면에 대한 투영에 의해 계산하도록 정의한다.

$$D_{KL} = \sum \omega_0 N_K N_L \quad (9)$$

이상에 살펴 본 바와 같이 대부분의 벡터 손상모델은 금속재료의 크리이프 변형이나 준정적(quasi-static) 상태를 다루고 있는데 Sjolind[1987]는 얼음에 대하여 Talreja[1983]는 복합재료에 대해서 적용한 바 있다. 또한 Suaris[1983] 그리고 Suaris and Shah[1984]는 콘크리트의 동역학적 거동을 손상역학을 사용

하여 기술하고 있다. 이들은 Krajcinovic의 벡터 손상변수 모델을 이용하여 손상진전식에 관성력항을 추가한 2차미분방식의 형태로 유도하였다. 이러한 균열관성력(crack inertia)의 도입으로 콘크리트의 변형율속도에 민감한(strain-rate sensitive) 거동이 기술되었지만 그 계산과정은 상당히 복잡하여 1축하중의 경우에만 계산여를 보여 주고 있다.

2.5 Tensorial Damage Models

손상변수를 텐서의 형태로 나타낸 최초의 연구는 Vakulenko and Kachanov[1971]로서 평면균열의 기하학적 형상변화를 나타내는 두 벡터의 텐서곱으로 나타내고 있다. 즉 재료의 강성에 영향을 주는 손상변수로서 균열밀도(crack density) 텐서 ω_{ij} 는 균열의 표면에 수직인 벡터 n_i 와 균열표면의 상대적변위를 나타내는 벡터 b_j 의 dyadic product로서 기준이 되는 부피 V_c 에 대한 평균값으로 정의된다.

$$\omega_{ij} = \frac{1}{V_c} \int \int n_i b_j dS \quad (10)$$

Dragon and Mroz[1979]는 텐서에 의한 손상모델을 암석이나 콘크리트의 거동을 연구하는데 사용하였는데 손상변수와 응력의 불변량으로 표시되는 변형에너지의 존재를 가정하고 소성이론에서와 유사한 방법으로 비손상 상태와 손상된 상태를 구분하는 파괴면(fracture surface) 개념을 도입하였다. 후에 Dragon[1980]은 동일한 모델을 이용하여 암석의 취성파괴현상을 다루었으며 Mroz and Angelillo[1982]는 이를 변형율속도에 따라 거동이 달라지는 재료에 응용하였다. Dragon and Mroz에 의해 사용된 파괴면의 개념은 Dougill[1975]에 의해서도 제안되었는데 그는 변형도 평면상에서 이를 정의하였다. Dougill[1975]과 Dougill et al.[1976]의 연구는 손상역학 이론과는 다른 것이었지만 파괴면을 정의한 것과 소성이론의 확장으로서 경화현상(hardening)에 추가로 연화현상(sofening) 항을 도입한 점이 주목할 만하다.

한편 Murakami and Ohno[1981], Murakami[1983]에 의해서 이방성 크리이프 특성을 다루기 위해 2차의 텐서로 표시된 또 다른 손상

모델이 제안되었는데 이들은 손상된 재료의 이방성 (damage-induced anisotropy) 특성을 다루기 위해서는 단순히 재료내부의 균열공동의 밀도만으로는 곤란하고 진응력과 손상된 부재의 유효응력을 연결하는 유효단면적의 개념을 도입하였다. 이들의 크리이프 손상에 관한 이론은 연속체역학에 기초를 둔 가장 일반화된 텐서이론을 사용하고 있다. 후에 Murakami and Sanomura[1985, 1986]는 동일한 손상모델을 이용하여 시간변화에 무관한 소성손상(plastic damage)와 시간함수인 크리이프 손상(creep damage)이 복합된 효과에 대한 연구를 한 바 있다. 또한 이방성 크리이프 거동에 대한 연구는 Betten[1980, 1981]에 의해서도 유사하게 다루어 진 바 있다.

Leckie and Onat[1981] 그리고 Onat [1982, 1986]에 의해서도 텐서 손상모델이 제안되었는데 여기에서는 결정입자 사이에서 발생하는 균열공동의 성장과 전위의 이동에 의한 소성유동을 각각 나타내는 두 종류의 내부상태함수를 도입하여 이방성 손상현상을 다루고 있다.

스칼라 손상모델을 수학적으로 엄밀하게 확장한 연구로 Chaboche[1978]에 의한 8차의 텐서를 사용한 손상모델과 후에 Chaboche[1979, 1984]에 의한 4차의 텐서 표현이 있다. 그는 이방성 크리이프 손상을 다루며 4차의 비대칭 텐서를 이용하여 진응력과 유효응력 텐서 사이의 관계를 다음과 같이 표현하였다.

$$\bar{\sigma} = (\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1} : \sigma \quad (11)$$

Chaboche는 소성변형도를 나타내기 위하여 소성유동의 법칙을 이용하고 power-law를 사용한 크리이프 구성방정식을 유도하였는데 그는 이방성 손상의 존재로 인하여 소성유동이 발생할 때라도 일정한 부피를 유지하지 않는다는 것을 설명하고 있다.

텐서를 사용한 손상모델 중 가장 단순한 형태는 2차의 텐서를 이용한 것으로서 몇가지 제한점에도 불구하고 가장 널리 사용되고 있다. Cordebois and Sidoroff [1979], Sidoroff [1981]에 의해서 2차의 텐서를 사용한 손상모델이 제시되었는데 그들은 기존의 손상모델이 보통 온전한 재료와 손상된 재료의 변형도를

등가로 놓는 상황에서 손상변수를 결정하고 있는데 그 대신 두 경우의 변형에너지를 등가로 놓는 상태에서 손상변수와 구성방정식을 유도하고 있다. 그러나 텐서 손상변수를 주변형도 방향에서만 취급하는 것이 편리하긴 하지만 주변형도의 방향과 손상텐서의 방향이 반드시 일치하지 않기 때문에 어려움이 있다.

최근 Chow and Wang [1987]은 연성재료의 이방성 손상현상을 다루면서 포괄적이고도 복잡한 형태의 손상모델을 제시하였다. 이들의 이론은 Cordebois와 Sidoroff의 모델을 확장하여 개발한 것으로서 재료의 탄성과 소성에 대응하는 강성의 감소를 대변하는 두 가지의 변수를 도입하고 이들 변수에 대한 손상진전식을 유사하게 가정하였다. 비록 인장과 압축에 대해 동일한 거동을 보이는 연성재료에만 적용되었지만 이들은 간략한 1축인장 실험에 의하여 이들 손상변수들의 규명을 시도하였다.

3. 최근의 국내외 연구동향

CDM에 관한 연구활동이 활발해짐에 따라 미국기계학회(ASME)는 1990년 Winter Annual Meeting에서 CDM에 관한 전문학술회의 "Symposium on Damage Mechanics in Engineering Materials"를 개최하였으며, 이어서 1992년 5월 Summer Mechanics and Materials Conference에서 "Symposium on Recent Advances in Damage Mechanics and Plasticity"를, 11월 Winter Annual Meeting에서는 "Symposium on Damage Mechanics and Plasticity"를 개최한다. 현재 CDM 논문들은 여러 학술지에 발표되고 있는데, 관련 논문의 체계적 발전을 위하여 1992년 중에 새로운 국제학술지인 International Journal of Continuum Damage Mechanics가 창간될 예정이다.

CDM은 비교적 새로운 개념의 해석방법이기 때문에 국내에서의 연구는 현재 손에 꼽을 수 있을 정도로 드문데, 손상역학 이론에 대한 간략한 문헌소개로 대한기계학회지에 기고된 호 광일[1990]의 연구가 있고, 실제 구조재료에 적용한 사례로 취성재료인 얼음에 대해 해

석한 최 경식[한국해양해양공학회지, 1990]의 연구, 해양구조물에 적용한 신 종계[해양공학연구회, 1991]의 연구, 그리고 항공기용 구조재료인 알루미늄에 대해 적용한 박 승배 등[한국항공우주학회지, 1990]의 연구, 유한요소법에 적용한 김 승조 등[한국자동차공학회지, 1991]의 논문이었다. 노 인식 등[1991]은 CDM을 이용하여 대변형 탄소성문제를 체계적으로 정식화하였다.

최근까지 발표된 논문으로부터 최근의 해외 연구동향을 정리하면 다음과 같다.

(1) CDM 이론연구

- CDM 기본개념의 확장

[DiPasquale et al., 1990][Kracjinovic et al., 1991][Zhang and Sandor, 1990][Grabacki, 1991]

- 다양한 재료에의 응용(복합재료, 극지얼음, 고온 재료, 비철금속, 콘크리트, 인체 등) [Yazdani and Schreyer, 1990]

- 연성파괴와 피로파괴의 지속적 연구

[Ju and Lee, 1991]

(2) CDM 응용연구

- 유한요소법과의 결합

[Chow and Wang, 1991]

- 응력과 문제제의 이용을 통한 손상전달 해석

[Shin and Karr, 1990, 1991][Valanis, 1991]

- 최종강도 해석

[Jubran and Cofer, 1991]

- 확률론적 CDM

[Breyse, 1990]

4. 선체 및 해양구조물의 구조손상해석에의 응용

연속체 손상역학이 선체구조해석에 적용된 예는 아직까지 없다. 선체는 재질이 주로 연강이며 재료 비선형보다는 기하학적 비선형에 의한 손상이 지배하고 있기 때문이다. 최근 고장력강, TMCP강 사용 부분에서 피로 파괴현상이 증가함에 따라 이를 이론적으로 예측하기 위해 CDM이 유용하게 사용될 것이다. 또한 선

체의 최종강도 계산에도 응용될 것이다.

CDM의 해양구조물 분야에의 응용은 극지에서 작업하는 구조물에 부딪치는 빙하중 추정에 이용되어 왔다. Karr and Choi[1989]는 극지얼음의 구성방정식 모델링에 CDM을 이용하였고, Shin and Karr는 이를 이용하여 빙하중의 추정[1991]과 손상전파문제[1990]를 다루었다. Jubran and Cofer[1991]는 T-joint의 최종강도해석을 CDM을 이용하여 시도하였다. 앞으로 CDM은 쇄빙선 설계에 이용될 수 있으며, 콘크리트 등으로 제작되는 해상구조물의 최종강도 및 피로강도 예측에 유용하게 사용 되어질 것이다.

CDM법은 선체 및 해양구조물 구조해석에 이용하기 위해서는 유한요소법과의 결합이 필수적으로 이루어져야 한다. Jubran and Cofer[1991]와 같이 범용 유한요소법 프로그램을 이용할 수도 있고, 독자적인 프로그램을 개발하기도 하여야 한다.

5. 맺 음 말

이상과 같이 초기부터 현재까지의 연속체 손상역학에 대한 외국의 연구동향을 상세하게 살펴 보았다. 미국과 일본, 프랑스 등지에서 최근 연구동향은 이러한 이론의 실용화를 위한 다각적인 실험이 진행되고 있으며 아울러 기존의 수치해석에 의한 구조해석 방법과의 결합을 위한 노력이 진행되고 있다.

연속체 손상역학의 근저에 놓인 개념은 재료 내부의 복잡하고 미시적인 결합이 분포를 손상변수의 도입으로 재료의 현재 변형상태를 결정할 수 있다는 점이다. 다시 말해 손상역학의 실질적인 유용성은 재료내부에서의 미세균열의 밀도변화를 도입된 손상변수를 통해 얼마나 정교하게 표현할 수 있느냐에 달려 있다. 재료내부의 손상정도를 측정할 수 있는 방법으로 재료의 탄성계수의 변화를 직접 측정하는 방법이 있으나 이미 언급한 바와 같이 적용할 수 있는 재료의 종류와 하중상태에 제한이 있다. 한편 간접측정으로 재료의 손상시에 발생하는 파열음을 측정하는 Acoustic Emission방법[Holcomb

and Costin, 1986]과 투명한 재료에서 투과한 빛을 사진으로 담아 눈으로 판독하는 방법 등이 있으나 실용화되기에는 아직 많은 연구가 필요하다.

연속체 손상역학 이론이 발전되어 온 과정 속에서 볼 때 손상변수의 선택은 물리적 의미보다는 수식적인 연산 과정의 용이함에 따라 결정되어 온 감이 있다. 초기 손상역학 연구에서는 대체로 스칼라를 이용하여 손상변수를 정의했던 반면 점차 응용의 범위를 확대하면서 손상변수도 벡터와 텐서를 사용하는 경향을 보이고 있다. 스칼라나 벡터 손상모델에 비해 그 물리적인 의미의 단순함은 떨어진다 하여도 텐서에 의한 손상변수의 표현은 좀 더 많은 정보를 포함하고 있다. 특히 다축하중에 이방성 손상현상을 설명하기 위해서는 텐서표현에 의한 손상변수를 사용하는 장점이 더욱 많다고 할 수 있다.

연속체 손상역학의 발전과정과 최근의 연구 동향, 미래의 개발 분야 등을 살펴보았는데 우리나라에서도 많은 연구가 진행되어 구조손상 해석의 발전이 이루어지기를 기대해 본다.

6. 참고문헌

[1] Betten, J. (1980), "Representation of Constitutive Equations in Creep Mechanics of Isotropic and Anisotropic Materials," *3rd IUTAM Sym on Creep in Struc* (ed., A.R.S. Ponter and D.R. Hayhurst), Leicester, U.K. pp.179-201.
 [2] Betten, J. (1981), "Damage Tensor in Continuum Mechanics," *147th Euro Mech Coll on Damage Mech*, Cachan, France, (ed., J. Lemaître).
 [3] Bodner, S.R. (1981), "A Procedure for Including Damage in Constitutive Equations for Elastic-Viscoplastic Work-Hardening Materials," *IUTAM Sym on Phy Nonlinearities in Str Anal*, pp.21-28.
 [4] Bodner, S.R. (1985), "Evolution Equations for Anisotropic Hardening and Damage of Elastic-Viscoplastic Materials," *Plasticity Today - Modelling, Methods and Applications* (ed., A. Sawczuk), pp.471-482.,
 [5] Bodner, S.R. and Partom, Y. (1975), "Constitutive Equations for Elastic-Viscoplastic Strain-Hardening Materials," *J of Appl Mech*, Vol.42, pp.385-389.
 [6] Breysse, D. (1990), "Probabilistic Formulation of Damage-Evolution Law of Cementitious Composites," *ASCE J of Eng Mech*, Vol.116, No.7, pp.1489-1510.
 [7] Chaboche, J.-L. (1978), "Description Thermodynamique et Phenomenologique de la Viscoplasticite Cyclique avec Endommagement, Thesis, O.N.E.R.A.
 [8] Chaboche, J.-L. (1979), "Le Concept de Contrainte

Effective Applique a l'Elasticite la Viscoplasticite en Presence d'un Endommagement Anisotrope," *Proc of the 115th Euro Mech Colloquium on Mechanical Behavior of Anisotropic Solids* (ed., J.P. Boehler), pp.737-760.
 [9] Chaboche, J.-L. (1982), "Lifetime Predictions and Cumulative Damage under High-Temperature Conditions," *Sym on Low-Cycle Fatigue and Life Prediction*, Firminy, France, ASTM STP 770 (ed., C. Amzallag et al.), pp.81-104.
 [10] Chaboche, J.-L. (1984), "Anisotropic Creep Damage in the Framework of Continuum Damage Mechanics," *Nuclear Eng and Design*, Vol.79, pp.309-319.
 [11] Choi, Kyungsik (1989), "A Damage Mechanics Approach to the Three-Dimensional Constitutive Modelling of Ice Deformation," *Ph.D. Thesis*, Dept. of Ocean Eng, M.I.T.
 [12] Chow, C.L. and Wang, J. (1987), "An Anisotropic Theory of Continuum Damage Mechanics for Ductile Fracture," *Eng Frac Mech*, Vol.27, pp.547-558.
 [13] Chow, C.L. and Wang, J. (1991), "A Continuum Damage Mechanics Model for Crack Initiation in Mixed Mode Ductile Fracture," *Int J of Frac*, Vol.47, pp.145-160.
 [14] Coleman, B.D. and Gurtin, M.E. (1967), "Thermodynamics with Internal State Variables," *J of Chemical Physics*, Vol.47, pp.597-613.
 [15] Cordebois, J.P. and Sidoroff, F. (1979), "Damage Induced Elastic Anisotropy," *Proc of the 115th Euro Mech Coll on Mechanical Behavior of Anisotropic Solids* (ed., J.P. Boehler), pp.761-774.
 [16] Davison, L. and Stevens, A.L. (1972), "Continuum Measures of Spall Damage," *J of Appl Physics*, Vol.43, pp.988-994.
 [17] Davison, L. and Stevens, A.L. (1973), "Thermomechanical Constitution of Spalling Elastic Bodies," *J of Appl Physics*, Vol.44, pp.668-674.
 [18] DiPasquale, E., Ju, J.-W., Askar, A. and Cakmak, A.S. (1990), "Relation between Global Damage Indices and Local Stiffness Degradation," *ASCE J of Eng Mech*, Vol.116, pp.1440-1456.
 [19] Dougill, J.W. (1975), "Some Remarks on Path Independence in the Small in Plasticity," *Quarterly of Appl Mathematics*, Vol.33, pp.233-243.
 [20] Dougill, J.W., Lau, J.C. and Burt, N.J. (1976), "Towards a Theoretical Model for Progressive Failure and Softening in Rock, Concrete, and Similar Materials," *ASCE Eng Mech Division*, University of Waterloo Press (1977), pp.335-355.
 [21] Dragon, A. (1980), "Dilatational Creep in Rock-like Solids," *3rd IUTAM Sym on Creep in Struc* (ed., A.R.S. Ponter and D.R. Hayhurst), Leicester, U.K. pp.352-361.
 [22] Dragon, A. and Mroz, Z. (1979), "A Continuum Model for Plastic-Brittle Behavior of Rock and Concrete," *Int J of Eng Science*, Vol.17, pp.121-137.
 [23] Grabački, J. (1991), "Description of Damage Process," *Euro J of Mech Arch*, Vol.10, No.3, pp.309-325.
 [24] Hayhurst, D.R. and Felce, I.D. (1986), "Creep Rupture under Tri-Axial Tension," *Eng Frac Mech*, Vol.25, pp.645-664.
 [25] Holcomb, D.J. and Costin, L.S. (1986), "Detecting Damage Surfaces in Brittle Materials using Acoustic Emissions," *J of Appl Mech*, Vol.53, pp.536-544.
 [26] Huk, J. (1974), "Creep in Continua and Structures,"

- Topics in Appl Continuum Mech* (ed., J.L. Zeman and F. Ziegler), Springer-Verlag, Wien, pp.137-155.
- [27] Janson, J. and Hult, J. (1977), "Fracture Mechanics and Damage Mech. A Combined Approach," *J de Mecanique appliquee*, Vol.1, pp.69-84.
- [28] Ju, J.W. and Lee, X. (1991), "Micromechanical Damage Models for Brittle Solids. I: Tensile Loadings, II: Compressive Loadings," *ASCE J of Eng Mech*, Vol.117, No.7, pp.1495-1536.
- [29] Jubran, J.S. and Cofer, W.F. (1991), "Ultimate Strength Analysis of Structural Components Using the Continuum Damage Mechanics Approach," *Comp & Struc*, Vol.39, No.6, pp.741-752.
- [30] Kachanov, L.M. (1958), "Time of the Rupture Process under Creep Conditions," *Izv. AN SSSR., Otd. Tekh. Nauk.*, No.8, pp.26-31.
- [31] Kachanov, L.M. (1986), *Introduction to Continuum Damage Mechanics*, Martinus Nijhoff, Dordrecht.
- [32] Karr, D.G. (1985), "A Damage Mechanics Model for Uniaxial Deformation of Ice," *J of Ener Res Tech*, Vol.107, pp.363-368.
- [33] Krajcinovic, D. (1979), "Distributed Damage Theory of Beams in Pure Bending," *J of Appl Mech*, Vol.46, pp.592-596.
- [34] Krajcinovic, D. (1983a), "Creep of Structure - A Continuous Damage Mechanics Approach," *J of Structural Mech*, Vol.11, pp.1-11.
- [35] Krajcinovic, D. (1983b), "Constitutive Equations for Damaging Materials," *J of Appl Mech*, Vol.50, pp.355-360.
- [36] Krajcinovic, D. (1984), "Continuum Damage Mechanics," *Appl Mech Rev*, Vol.37, pp.1-6.
- [37] Krajcinovic, D. (1985), "Continuous Damage Mechanics Revisited: Basic Concepts and Definitions," *J of Appl Mech*, Vol.52, pp.829-834.
- [38] Krajcinovic, D., Basista, M., and Sumarac, D. (1991), "Micromechanically Inspired Phenomenological Damage Model," *J of Appl Mech*, Vol.58, pp.305-310.
- [39] Krajcinovic, D. and Fonseka, G.U. (1981), "The Continuous Damage Theory of Brittle Materials, Part 1: General Theory, Part 2: Uniaxial and Plane Stress Modes," *J of Appl Mech*, Vol.48, pp.809-824.
- [40] Krajcinovic, D. and Ilankamban, R. (1985), "Mechanics of Solids with Defective Microstructure," *J of Structural Mech*, Vol.13, pp.267-282.
- [41] Krajcinovic, D. and Selvaraj, S. (1983), "Constitutive Equations for Concrete," *Proc. Int Sym on Constitutive Laws for Eng Mat: Theory and Appl*, Tucson, Arizona, pp.399-406.
- [42] Krajcinovic, D. and Silva, M.A.G. (1982), "Statistical Aspects of the Continuous Damage Theory," *Int J of Solids and Struc*, Vol.18, pp.551-562.
- [43] Kratochvil, J. and Dillon, O.W. Jr. (1969), "Thermodynamics of Elastic-Plastic Materials as a Theory with Internal State Variables," *J of Appl Physics*, Vol.40, pp.3207-3218.
- [44] Leckie, F.A. (1978), "The Constitutive Equations of Continuum Creep Damage Mechanics," *Creep of Eng Mat and of the Earth*, Royal Society of London, Philosophical Transaction, Series A, Vol.288, pp.27-47.
- [45] Leckie, F.A. (1986), "The Micro- and MacroMechanics of Creep Rupture," *Eng Frac Mech*, Vol.25, pp.505-521.
- [46] Leckie, F.A. and Hayhurst, D.R. (1974), "Creep Rupture of Structure," *Royal Soc of London, Proc, Series A*, Vol.340, pp.323-347.
- [47] Leckie, F.A. and Hayhurst, D.R. (1977), "Constitutive Equations for Creep Rupture," *Acta Metallurgica*, Vol.25, pp.1059-1070.
- [48] Leckie, F.A. and Onat, E.T. (1981), "Tensorial Nature of Damage Measuring Internal Variables," *IUTAM Sym on Physical Nonlinearities in Structural Analysis* (ed., J. Hult), pp.140-155.
- [49] Legendre, D. and Mazars, J. (1984), "Damage and Frac Mech for Concrete (A Combined Approach)," *Int Con on Frac* (ICF6), New Delhi, India, Advances in Fracture Research, (ed., S.R. Valluri et al.), Pergamon, New York, Vol.4, pp.2841-2848.
- [50] Lemaire, J. (1984), "How to use Damage Mechanics" *Nuclear Eng and Design*, Vol.80, pp.233-245.
- [51] Lemaire, J. (1985), "A Continuous Damage Mechanics Model for Ductile Fracture," *J of Eng Mat and Tech*, Vol. 107, pp.83-89.
- [52] Lemaire, J. (1986), "Local Approach of Fracture," *Eng Frac Mech*, Vol.25, pp.523-537.
- [53] Lemaire, J. and Chaboche, J.-L. (1978), "Phenomenological Approach of Damage Rupture," *J de Mecanique appliquee*, Vol.2, No.3, pp.317-365.
- [54] Levy, A.J. (1985), "A Physically Based Constitutive Equation for Creep-Damaging Solids," *J of Appl Mech*, Vol.52, pp.615-620.
- [55] Loland, K.E. (1980), "Continuous Damage Model for Load-Response Estimation of Concrete," *Cement and Concrete Research*, Vol.10, pp.395-402.
- [56] Malvern, L.E. (1969), *Introduction to the Mech of a Continuous Medium*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [57] Mazars, J. (1981), "Mechanical Damage and Fracture of Concrete Structures," *Int Conference on Frac* (ICF5), Cannes, France, *Adv in Frac Res* (ed., D. Francois), Pergamon, New York, Vol.4, pp.1499-1506.
- [58] Mazars, J. (1986), "A Description of Micro- and Macroscale Damage of Concrete Structures," *Eng Frac Mech*, Vol.25, pp.729-737.
- [59] Mazars, J. and Lemaire, J. (1984), "Application of Constitutive Damage Mech to Strain and Frac Behavior of Concrete," *Proc of NATO Adv Res Workshop on Appl of Frac Mech on Cementitious Composites*, Northwestern University, Evanston, Illinois (ed., S.P. Shah), Dordrecht, Netherlands, pp.507-520.
- [60] Mroz, Z. and Angelillo, M. (1982), "Rate-dependent Degradation Model for Concrete and Rock," *Int Sym on Numerical Models in GeoMech*, Zurich, Swiss, pp.208-217.
- [61] Murakami, S. (1983), "Notion of Continuum Damage Mechanics and its Application to Anisotropic Creep Damage Theory," *J of Eng Mat and Technology*, Vol.105, pp.99-105.
- [62] Murakami, S. (1988), "Mechanical Modelling of Material Damage," *J of Appl Mech*, Vol.55, pp.280-286.
- [63] Murakami, S. and Ohno, N. (1981), "A Continuum Theory of Creep and Creep Damage," *3rd IUTAM Sym on Creep in Struc* (eds., A.R.S. Ponter and D.R. Hayhurst), Springer-Verlag, pp.422-444.
- [64] Murakami, S. and Sanomura, Y. (1985), "Creep and

- Creep damage of Copper under Multiaxial States of Stress," *Plasticity Today - Modelling, Methods and Applications* (ed., A. Sawczuk), pp.535-551.
- [65] Murakami, S. and Sanomura, Y. (1986), "Analysis of the Coupled Effect of Plastic Damage and Creep Damage in Nimonic 80A at Finite Deformation," *Eng Frac Mech*, Vol.25, pp.693-704.
- [66] Onat, E.T. (1982), "Representation of Inelastic Behavior in the Presence of Anisotropy and of Finite Deformations," *Recent Advances in Creep and Frac of Eng Mat and Struc* (eds., B. Wilshire and D.R.J. Owen), Pineridge Press, Swansea, U.K. pp.231-264.
- [67] Onat, E.T. (1986), "Representation of Mechanical Behavior in the Presence of Internal Damage," *Eng Frac Mech*, Vol.25, pp.605-614.
- [68] Rabotnov, Y.N. (1963), "On the Equations of State for Creep," *Progress in Appl Mech*, Prager Anniversary Volume, MacMillan, New York, pp.307-315.
- [69] Rabotnov, Y.N. (1969), *Creep Problems in Structural Members*, North-Holland, Amsterdam.
- [70] Rabotnov, Y.N. (1971), "Creep Rupture under Stress Concentration," *Advances in Creep Design* (ed., A.I. Smith and A.M. Nicolson), pp.3-19.
- [71] Shin, J.G. and Karr, D.G. (1992), "Contact Force and Damage Evolution in a Moving Uniaxial Ice Bar," *Int J of Offshore and Polar Eng*, Vol. 2, No. 1.
- [72] Shin, J.G. and Karr, D.G., (1990), "Propagation of Continuum Damage in a Nonlinear Viscoelastic Bar by Finite Difference Method," *Damage Mech in Eng Mat*, AMD-Vol. 109/MD-Vol. 24, (Editors, J.W. Ju, D. Krajcinovic, and H.L. Schreyer), American Society of Mechanical Engineers, pp 237-250.
- [73] Shin, J.G., Kim, J.D., and Karr, D.G. (1992), "Continuum Damage Propagation in a Wedge-Shape Ice Bar," *The 2nd Int Conference on Offshore and Polar Eng*'92 ISOPE), San Francisco.
- [74] Sidoroff, F. (1981), "Description of Anisotropic Damage Application to Elasticity," *IUTAM Sym on Physical Nonlinearities in Structural Analysis* (ed., J. Hult), pp.237-244.
- [75] Sjolind, S.-G. (1987), "A Constitutive Model for Ice as a Damaging Visco-Elastic Material," *Cold Regions Science and Technolgy*, Vol.41, pp.247-262.
- [76] Suaris, W. (1983), "Dynamic Behavior of Concrete," *Ph.D. Thesis*, Northwestern University.
- [77] Suaris, W. and Shah, S.P. (1984), "Rate-Sensitive Damage Theory for Brittle Solids," *ASCE J of Eng Mech*, Vol.110, pp.985-997.
- [78] Suaris, W., Ouyang, C. and Fernando, V.M. (1990), "Damage Model for Cyclic Loading of Concrete," *ASCE J of Eng Mech*, Vol.116, pp.1020-1035.
- [79] Tai, W.H. and Yang, B.X. (1986), "A New Microvoid-Damage Model for Ductile Fracture," *Eng Frac Mech*, Vol.25, pp.377-384.
- [80] Talreja, R. (1983), "A Continuum Mechanics Characterization of Damage in Composite Materials," *The Danish Center for Appl Math and Mech*, Report No.268.
- [81] Tomin, M.J., Cheung, M., Jordaan, I.J. and Corneau, A. (1986), "Analysis of Failure Modes and Damage Processes of Freshwater Ice in Indentation Tests," *Proceedings of the 5th Int Offshore Mech and Arctic Eng Sym*, Tokyo, Japan, Vol.IV, pp.453-460.
- [82] Vakulenko, A.A. and Kachanov, M.L. (1971), "Continual Theory of a Medium with Cracks," *Izv. AN SSSR., Mekhanika Tverdogo Tela*, Vol.6, pp.159-166, (*Mech of Solids*, pp.145-151, translated from Russian).
- [83] Valanis, K.C., "A Global Damage Theory and the Hyperbolicity of the Wave Problem," *J of Appl Mech*, Vol.58, pp.311-316.
- [84] Yazdani, S. and Schreyer, H.L. (1990), "Combined Plasticity and Damage Mechanics Model for Plain Concrete," *ASCE J of Eng Mech*, Vol.116, pp.1435-1450.
- [85] Zhang, D. and Sandor, B.I. (1990), "A Thermoelasticity Theory for Damage in Anisotropic Materials" *Fatigue Frac in Eng Mat and Struc*, Vol.13, No.5, pp.497-509.
- [86] 김 승조, 김 위대 (1992), "연속체 손상역학에 따른 구조재료의 유한요소 해석", 한국자동차공학회지, (발간예정)
- [87] 노 인식, 신 종계, 최 경식 (1991), "CDM법에 의한 재료의 Constitutive Model 개발", 한국해사기술연구소 연구보고서 No. UCE492-1547D.
- [88] 박 승배, 김 승조, 김 위대, 이 해경 (1990), "반복하중에 따른 손상변수 규명 및 손상해석에 관한 연구 I. 이론 및 실험 II. 유한요소 해석", 한국항공우주학회지, 제18권 제2호, pp.39-59.
- [89] 신 종계 (1991), "Prediction of Ice Forces on Offshore Structures," 해양공학연구회 제26차 Workshop 논문집, 인하대학교 선박해양공학과.
- [90] 신 종계, 최 경식 (1991), "연속체 손상역학을 이용한 선체 및 해양구조물의 구조손상해석", 대한조선학회 '91추계 학술강연논문집, pp 323-329.
- [91] 최 경식 (1990), "극지방하유동에 있어서 Polycrystalline Ice의 Creep 변형특성과 수치 시뮬레이션", 한국해양공학학회지, 제2권 제2호, pp.59-66.
- [92] 호 광일 (1990), "고온 크립현상에 응용되는 연속체 대미지 이론의 발전" 대한기계학회지, 제30권 제3호, pp. 252-257.

회원제안 및 교섭 모집합니다.

○ 행사 참여 소망
○ 학회지 기탁 소망

원고제출하길 : 수 시

원고보통 : 원고지 100부

제재된 원고에 대하여 소정의 원고료를 지급합니다.