

Fraunhofer 근사로 해석한 회절격자 무늬의 복제에 관한 연구

전영석 · 이성목 · 신희명

서울대학교 물리교육과

정 해 빈

삼양광학공업주식회사

(1992년 7월 8일 받음)

평행한 단색광이 회절격자에 입사하면 회절격자의 뒷쪽 공간의 특정한 위치마다 반복하여 격자선 무늬를 본뜬 그림자가 생기는 지점이 나타난다. 빛의 회절로 인하여 렌즈없이도 격자선의 상이 만들어지는 이 현상은 흥미로울뿐만 아니라 회절격자를 사용한 미세거리의 측정에 응용될 수 있다.

본 연구에서는 간단한 Fraunhofer 근사를 사용해도 이러한 현상을 해석할 수 있음을 보였고 실험을 통하여 예측한 대로 특정한 영역에서 격자선 복제가 일어나는 것을 확인하였다.

I. 서 론

1836년 H. Talbot는 그의 논문 "Facts Relating to Optical science No. IV,"에서 회절격자나 pinhole면에 빛이 입사하는 경우 그 뒷면으로부터 일정한 거리를 두고 반복되는 어느 특정한 영역에 자신의 무늬선을 그대로 본뜬 그림자가 존재함을 밝혔고 이후로 많은 사람들이 Self Image, 혹은 Talbot Image라고 하는 빛의 회절로 인하여 렌즈 없이도 회절격자선이나 pinhole의 상이 생기는 현상을 관찰하고 해석해 왔다. 이러한 현상은 두 장의 회절격자를 사용한 미세거리 이동의 측정에 있어서 회절격자의 적절한 배치방안을 찾는 데 응용될 수 있다.

본 논문에서는 Fraunhofer 근사를 사용하여 격자선 모양이 그대로 복제되는 영역이 존재한다는 것을 밝히고 그 응용방안을 간단히 소개하였다.

실험에서는 실제로 이러한 회절격자의 상이 특정한 영역에 존재함을 확인하였고 회절격자선이 복제된 영역에서 재생된 격자선 무늬의 특징을 살펴보았다.

II. 이 론

본 논문에 사용된 용어와 문자를 설명하기 위하여 미세거리이동의 측정에 흔히 사용되는 격자의 일부를 확대하면 그림 1과 같다.

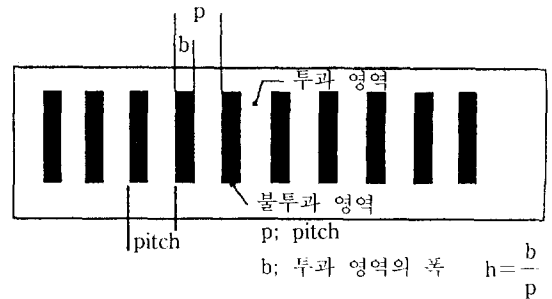


그림 1. 회절격자의 일부를 확대한 그림. 투과, 불투과의 영역이 반복된다.

그림 1에서 보인 바와 같이 회절격자는 투과, 불투과의 선(격자선)들이 반복되게끔 이루어져 있는데 한쌍의 투과, 불투과 영역의 폭을 합쳐서 pitch(p)라 하며 투과영역의 폭을 선폭(b)이라 한다. 또 pitch에 대한 투과영역의 비(b/p)를 선폭비(h)라 하였다.

1 무늬선 복제의 이론

회절격자의 뒷쪽에 격자선의 모양을 본뜬 그림자가 어떻게 해서 생기게 되는지 그림 2를 이용하여 간단히 설명할 수 있다.

그림 2의 A지역에는 회절격자를 이루는 슬릿 중 a슬릿에서 +1차로 회절된 빛과 b슬릿의 0차, c슬릿의 -1차

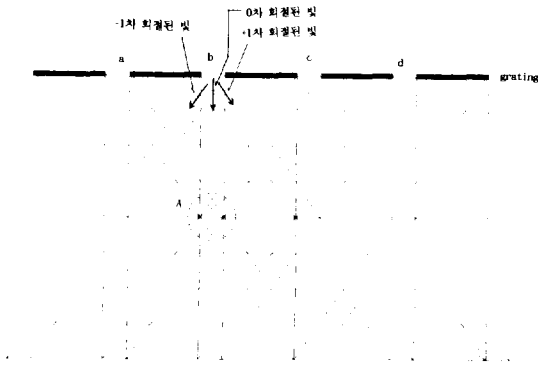


그림 2. 그림을 통한 격자선 복제의 간단한 설명

회절된 빛들이 만나며 d, e, ... 슬릿에서의 -2, -3, ... 차 회절된 빛이 모이게 된다. 이처럼 모든 차수로 회절한 빛들이 투과영역의 뒷쪽에서만 오게되어 원래의 격자무늬를 복사하게 되며 그 거리의 두배인 곳에서는 한칸씩 더 비껴서 만나 원래 격자모양을 재현하게 된다. 이러한 현상은 Fraunhofer의 근사계산을 이용하여 아래와 같이 해석할 수 있다. 회절격자면에 평행한 단색광이 입사했을 때 빛의 진행경로를 그림 3으로 보았다.

입사하는 빛의 진행방향을 z축, 격자면위의 격자선에 수직인 방향을 x축으로 두면 격자면에서 n-order로 회절하는 빛의 진폭은 거리 r만큼 떨어진 곳에서 식 (1)로 주어지고 회절조건을 이용하여 회절각은 식 (2)와 같이 구할 수 있다.¹⁸ 회절차수와 회절각은 다중 슬릿의 식을 이용하였고 빛의 진폭은 각각의 격자선에 대한 단일슬릿의 회절이론을 따라 구했다. 식 (1)에서 h는 그림 1에서 설명한 대로 주기에 대한 투과영역의 비를 뜻한다.(h = b/p)

n-order로 회절하는 빛의 진폭;

$$A_n(r) = I_n \left(\frac{\sin nh\pi}{nh\pi} \right) e^{ikr}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1)$$

r; 원점에서 파면까지의 거리

n-order로 회절하는 빛의 회절각;

$$\alpha_n = \sin^{-1} \left(\frac{n\lambda}{p} \right) \quad (2)$$

그림 3에서처럼 평행한 단색광이 격자면에서 회절하여 진행할 때, 격자 뒷면 R(x, z) 위치에서의 합성진폭은 0, 1, -1차 회절만 선택하면 식 (3)으로 주어진다.

$$A(x, z)_{total} = A_0 + A_{-1} + A_{+1}$$

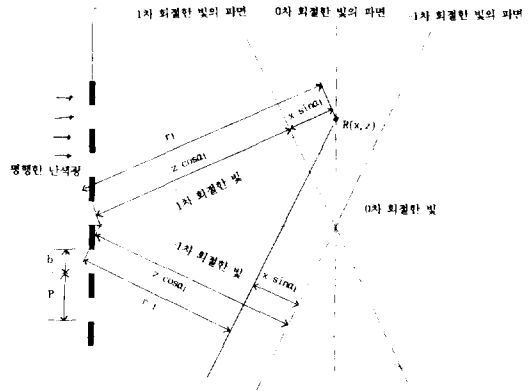


그림 3. 회절격자 뒷면 R(x, z)점까지 -1, 0, 1차 회절한 빛의 경로

$$\begin{aligned} &= I_0 \exp(ikr_0) + \left(\frac{\sin h\pi}{h\pi} \right) \exp(ikr_{-1}) + \left(\frac{\sin h\pi}{h\pi} \right) \exp(ikr_{+1}) \\ &= I_0 \exp(i\pi z/\lambda) + \frac{\sin h\pi}{h\pi} I_0 \exp[i\pi(z \cos \alpha_1 + x \sin \alpha_1)/\lambda] \\ &\quad + \frac{\sin h\pi}{h\pi} I_0 \exp[i2\pi(z \cos \alpha_1 - x \sin \alpha_1)/\lambda] \quad (3) \end{aligned}$$

$\sin \alpha_1 = \lambda/p \approx \alpha_1$ 으로 두고 또 $\cos \alpha_1$ 을 급수전개하여

$$\cos \alpha_1 = 1 - \frac{\alpha_1^2}{2} \text{로 놓고 이들을 대입하여 격자로부터}$$

z만큼 떨어진 곳에서 x에 따른 intensity를 구하면 식 (4)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} I &= A A^* = I_0^2 + 2 I_0^2 \left(\frac{\sin h\pi}{h\pi} \right)^2 \\ &\quad (i) \quad (ii) \\ &\quad + 2 I_0^2 \left(\frac{\sin h\pi}{h\pi} \right)^2 \cos \left(\frac{\pi \lambda z}{p^2} \right) \cos \left(\frac{2\pi x}{p} \right) \\ &\quad (iii) \\ &\quad + 2 I_0^2 \left(\frac{\sin h\pi}{h\pi} \right)^2 \cos \left(\frac{4\pi x}{p} \right) \quad (iv) \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)에서 회절격자로부터의 거리 z와 관계있는 부분(은) 밑줄 친 $\cos(\frac{\pi \lambda z}{p^2})$ 인데 z가 $\frac{2np^2}{\lambda}$ (n은 정수)이 되면 z=0일때와 동등한 식이 된다.

이곳에서는 회절격자 자신의 무늬가 복제된다. $z = \frac{p^2}{\lambda}$ 인 곳에서는 식 (4)의 밑줄 친 $\cos = (\frac{\pi \lambda z}{p^2})$ 의 값이 -1 이다.

이 때 식 (4)의 (i), (ii)항은 상수항이고 (iv)항은 (iii)항에 비하여 x 축 방향 intensity의 주기가 $1/2$ 이므로 (iii)항의 밑줄친 부분이 $+1$ 에서 -1 로 변하면 전체의 명암이 뒤

바뀌게 된다.(그림 4의 설명 참조) 따라서 회절격자무늬가 복제되는 영역은 식 (5)로 정리할 수 있다.

회절격자무늬의 복제가 나타나는 영역;

$$z = \frac{np^2}{\lambda},$$

(n 이 홀수이면 명암 역전)

(5)

회절격자로부터의 거리에 따라 빛의 밝기분포가 어떻게 나타나는지를 식 (4)에 몇가지 z 값을 대입하여 그림 5로 보였다. 회절격자의 pitch는 $8 \mu\text{m}$ 로 하였고 투과, 불투과 영역의 크기가 같은 격자를 사용한다고 두었다. ($h=0.5$, $p=8 \mu\text{m}$) 식 (5)에 의하면 이 경우 $z=128 \mu\text{m}$ 일 때 명암이 뒤바뀌며 $z=256 \mu\text{m}$ 인 곳에서 $z=0$ (회절격자의 바로 뒷면)에서와 동일한 밝기분포를 가지는데 그림 5로 이를 확인할 수 있다.

2. 무늬복제 효과의 응용방안

회절격자의 무늬선 복제현상은 미세한 거리의 측정을 위한 Moire'무늬의 형성과정에 응용될 수 있다.

그림 6과 같이 두장의 회절격자를 그 격자선들이 서로 약간 어긋나게 겹치면 이들 격자선들과 거의 수직인 방향으로 큰 pitch의 Moire'무늬가 나타나고 격자 G_2 가

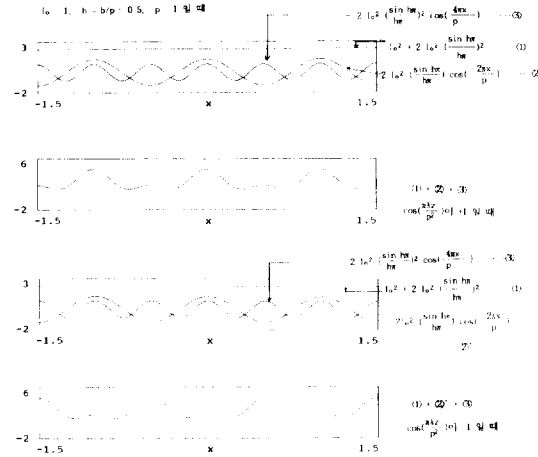


그림 4. 명암이 뒤바뀌는 원리

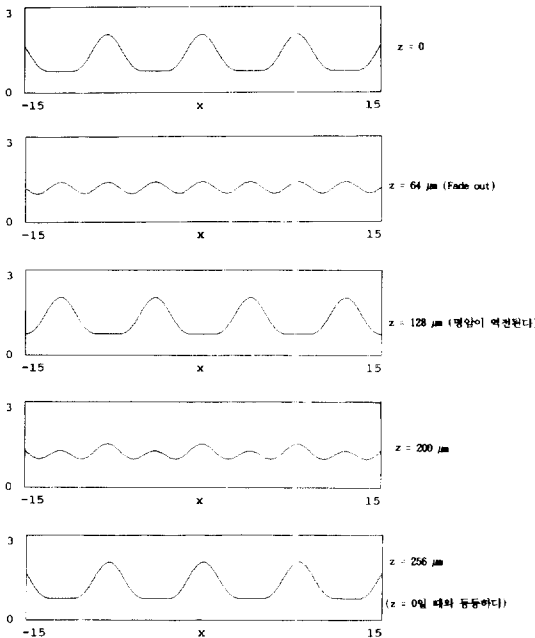


그림 5. 회절격자로부터의 거리에 따른 빛의 밝기

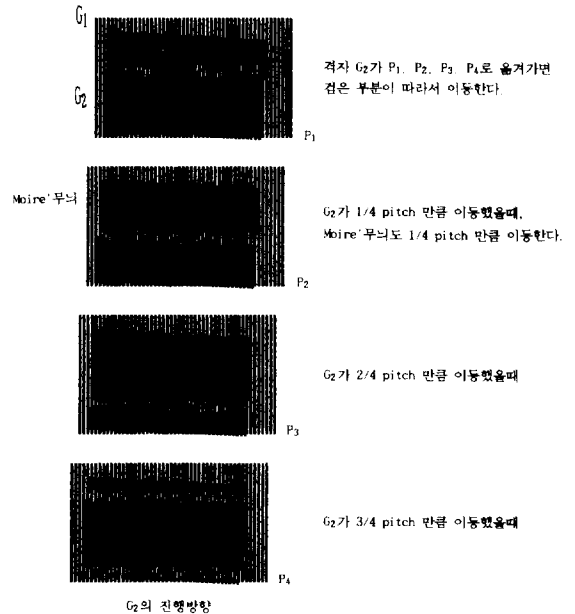


그림 6. Moire'무늬를 이용한 이동거리 측정의 원리 격자 G_2 가 격자 G_1 에 대하여 상대적으로 이동하면 그에 대응하여 Moire'무늬도 이동한다.

P_1 에서 격자선에 수직인 방향인 P_2, P_3, P_4 의 위치로 이동해 감에 따라 Moire'무늬도 격자의 이동거리에 비례하여 자신의 무늬선에 수직인 방향으로 이동한다.

Moire'무늬가 지나간 갯수를 읽어서 미세한 거리의 이동을 계산할 수 있다. 그림 6과 같이 회절격자가 이동하면서 미세한 거리의 측정이 이루어질 때 두장의 회절격자가 맞붙어 있으면 격자의 손상이 일어나서 측정이 곤란해진다. 따라서 두 격자 사이에는 약간의 거리를 두어야 하는데 두번째 격자면에 첫번째 격자의 모양을 닮은 그림자가 겹쳐서 맺혀 생겨야만 Moire'무늬를 관찰할 수 있으므로 다음과 같은 두가지 해법이 있다.

(1) 근접 해법

회절격자를 지난 빛이 회절의 영향없이 격자선 모양 그대로의 밝기분포를 가지는 한계 안에 두번째 회절격자를 두는 방법이 있는데 그 거리의 한계는 식 (6)으로 주어진다.^[2]

$$g \leq \frac{4b^2}{9\lambda} \quad (6)$$

단 g 는 회절격자면으로부터의 거리이며 b 는 격자선의 폭(투과영역)이고 λ 는 입사된 빛의 파장이다. 예를 들어 회절격자의 선폭이 $4 \mu\text{m}$ 이고 사용한 빛의 파장이 $0.5 \mu\text{m}$ 였다면($b=4 \mu\text{m}$, $\lambda=0.5 \mu\text{m}$) 간격 g 는 $14.2 \mu\text{m}$ 이내로 하여야 한다.

그러나 실제의 측정과정에서는 이렇게 작은 간격을 유지하기가 상당히 곤란하다. 특히 격자를 꼭 조여서 장치하면 격자의 strain으로 인하여 격자선의 평행상태가 나빠지고 특히 정밀한 측정을 위하여 아주 미세한 pitch의 격자를 사용하면 strain은 더욱 더 Moire'무늬에 영향을 끼치게 된다.^[4] 따라서 정확한 측정을 위해서는 회절격자가 다소 자유롭게 꼬막기될수 있도록 장치하고 회절격자와 무늬이동 검출장치의 모양과 배치를 조정하여 이동방향에 대한 좌우 흔들림의 영향을 최소화 해야한다. 이러한 이유로 인하여 두장의 회절격자 사이에는 회절을 고려할 정도로 비교적 큰 간격이 필요하다.

(2) Talbot Image를 이용하는 방법

반면에 앞에서 밝힌 바와 같이 회절격자 뒷면의 어느 특정한 영역에서는 빛의 회절현상으로 인하여 격자선의 모양을 그대로 본뜬 그림자가 생기는 곳이 존재하기 때문에 이 위치에 회절격자를 두면 두 격자사이의 간격이 비교적 멀리 떨어져도 좋은 Moire'무늬를 얻을 수 있다. 예를 들어 회절격자의 선폭이 $4 \mu\text{m}$, pitch가 $8 \mu\text{m}$ 이고 사용한 빛의 파장이 $0.5 \mu\text{m}$ 였다면($b=4 \mu\text{m}$, $\lambda=0.5 \mu\text{m}$)

식 (5)에 대입하여 적절한 간격 g 는 $128 \mu\text{m}$, $256 \mu\text{m}$, $384 \mu\text{m}$ 등으로 근접 해법에 비해 회절격자간의 간격을 크게 할 수 있어 미세거리 이동의 측정이 용이해진다.

III. 실험

회절격자로부터 특정한 거리만큼 떨어진 곳에서 격자선의 복제가 일어난다는 것을 고해상도 감광물질(photo resist, AZ 1512)에 나타난 사진을 통하여 확인했다. 먼저 평행광에 가까운 빛이 회절격자면에 입사하게 하기 위하여 유효광원까지의 거리를 멀리하였고 단색필터를 써서 좁은 파장영역의 빛이 입사하도록 하였다.

원판으로 사용할 회절격자($p=20 \mu\text{m}$)와 photo resist가 coating된 알루미늄 거울 사이에는 $197 \text{ mm}/7 \text{ mm}$ 배기를 두어 회절격자 뒷쪽의 거리에 따른 빛의 밝기분포가 photo resist에 기록되도록 했다. photo resist에 기록된 밝기분포에 관한 정보는 현상, etching의 전형적인 photo resist 이용과정을 거쳐 알루미늄의 벗겨진 정도로 나타나게 된다. 이 결과는 밝기분포 곡선의 어느 한 단면을 따라 ON-OFF의 형태로 나타나며 이 과정에는 노광, 현상, etching 정도가 모두 합쳐 threshold로 관여한다. 그림 8에 단일 슬릿의 밝기분포와 선택된 단면에 따라 알루미늄이 어떻게 벗겨 지는지 간단히 보였다.

본 실험에서는 선수 실험을 통하여 복제된 격자무늬의 투과, 불투과 영역의 비가 원판으로 사용한 회절격자와 일치하는 조건을 미리 찾아서 이용하였다.

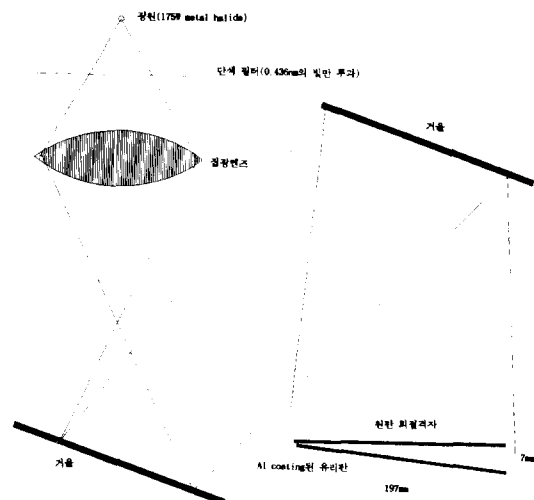


그림 7. 실험장치의 개요

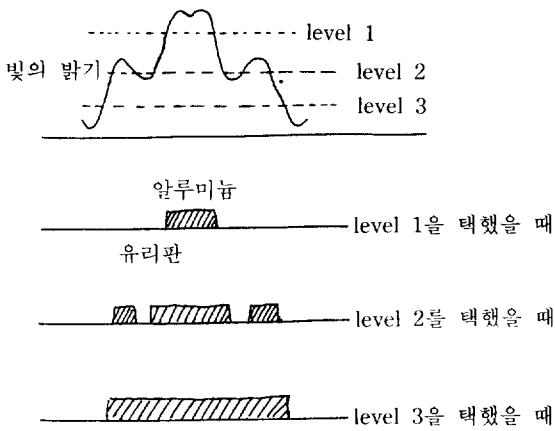


그림 8. 선택된 기준에 따른 알루미늄의 벗겨짐

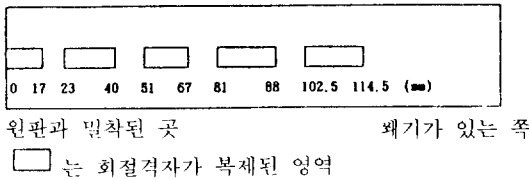


그림 9. 복제된 회절격자선의 대략적 그림

그림 7의 실험장치에 비스듬하게 놓여졌던 photo-resist가 coating된 알루미늄 거울에는 그림 9와 같이 격자선들이 띄엄띄엄 나타났다. 거울을 췌기 모양으로 두었기 때문에 그림 9에 보이는 위치는 각기 회절격자로부터의 거리와 적절히 대응된다. 이를 환산하여 복제된 영역과 원판으로부터의 거리와의 관계를 그림 10에 그래프로 보였다.

표 1에는 격자선 복제가 일어나는 영역의 중심에서 원판과의 거리와 이론적 계산값을 비교하였는데 兩者가 서로 잘 일치함을 보여준다.

복제된 격자면의 첫번째와 세번째 복제영역에서 이론적으로 예측한대로 격자선의 투과, 불투과 영역이 뒤바뀌음을 확인하였다.

한편 격자선이 복제된 영역을 보면 원판과의 거리에 따라 격자무늬가 복제된 부분의 영역이 다소 넓게 존재함을 알 수 있다. 이 허용범위를 렌즈를 이용한 상의 형성 과정에서 밀어와 depth of focus라 이름붙였다. 그림 11에 원판으로부터의 거리에 따른 depth of focus의 측정값을 그래프로 보였다. 그림 11을 통하여 볼 때 격자선의 명암이 역전된 곳에서는 depth of focus가 비교적

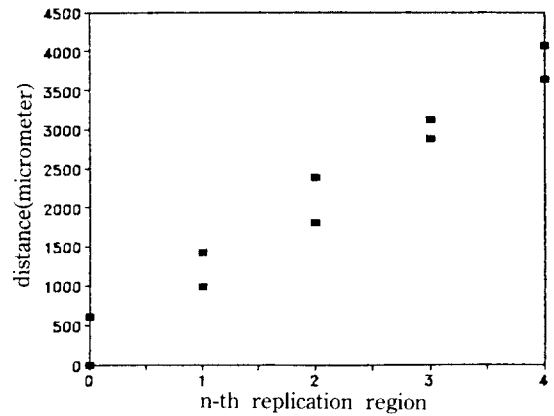


그림 10. 원판과의 거리와 격자선이 복제된 영역간의 관계 그래프

표 1. $\lambda = 0.436 \mu\text{m}$, $p = 20 \mu\text{m}$

복제된영역	원판과의 거리(μm)	이론치(μm)	차이(%)
첫번째	906.1	924.4	1.23
두번째	1794.4	1834.9	2.21
세번째	2700.5	2752.3	1.88
네번째	3553.3	3669.7	3.17

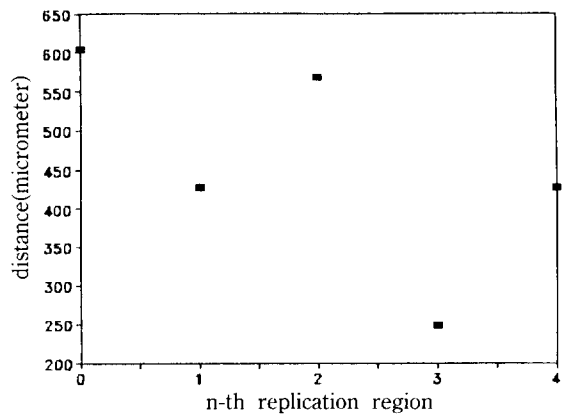


그림 11. 원판으로부터의 거리와 depth of focus와의 관계

작음을 알 수 있다. 따라서 실제 미세한 거리이동을 측정하기 위하여 장치를 꾸밀 경우 이동방향에 대해 수직방향으로의 좌우진동의 영향을 적게 하려면 첫번째 회절격자의 격자선 복제가 일어나는 곳들 중 명암의 역전이 일어나지 않는 면에 두번째 회절격자를 두어야 한다.

IV. 결 론

Fraunhofer 근사를 이용하여 회절격자 뒷면에서 회절 격자의 격자선과 똑같은 그림자가 생기는 영역이 일정한 거리를 두고 반복하여 존재함을 해석하였고 실험을 통하여 확인하였다. 어느 위치에서는 격자선의 명암이 역전되며 역전된 영역의 depth of focus는 다소 작은 값을 가진다. 본 실험에서는 네번째 위치까지의 격자무늬복제현상을 확인하였는데 간섭성이 더 좋은 평행광을 사용하면 먼 거리에서도 이러한 현상이 나타날 것이다.

격자무늬의 복제는 Moire' 무늬를 이용한 거리이동의 측정에 유용하게 응용될 수 있다. 이 때는 식 (5)의 n 값이 2일 때가 격자들 사이 간격의 최적값이다. n 이 1이면 depth of focus가 작고 n 이 2보다 크면 사용하는 광원의 파장영역이 좁아야만 무늬선 복제가 일어나기 때문이다.

참 고 문 헌

- [1] Hutley, L. M. *Diffraction Gratings*. Academic Press (1982).
- [2] Thompson, L. F. et al, *Introduction to Microlithography*. American Chemical Society (1983).
- [3] 이성목, 전영석, "고등학교 파동관련 단원의 수업에 Moire' 무늬를 활용하는 방안" 한국물리학회지 '물리교육', 제9권 1호, 1991. 4.
- [4] Burch, J. M. Metrological Applications of Diffraction Gratings. *Progress in Optics* vol. II, ed. Wolf, E. North-Holland (1965).
- [5] Wilson, Paul H. Appl. Opt. **30**, 912 (March 1991).
- [6] Goodman, Joseph W. *Introduction to Fourier Optics*. McGraw Hill (1968).
- [7] Gaskill, Jack. *Linear systems, Fourier Transforms, and Optics*. (1978).
- [8] Fowels, Grant R. *Introduction to Modern Optics*. (1968).
- [9] Kolodziejczyk, Andrzej. Optica Acta. **32**, 741-746 (1985).

The Analysis of Grating Lines' Reformation Replication Using Fraunhofer Approximation

Young-Seok Jhun, Sung-Muk Lee and Heemyung Shin
Department of Physics Education, S.N.U., Seoul 151-742, Korea

Haibin Chung
Samyang Optical Industry Co. Ltd., Masan 630-490, Korea

(Received: July 8, 1992)

When a grating is illuminated by a collimated monochromatic light, there are repeated zones of so called "self image" where the shade of grating resembles the grating lines. These zones are separated by a certain distance from the back side of the grating. Diffraction makes this lensless image formation effect and it can be used for the accurate measurement of small displacement. The Fraunhofer approximation of the diffracted light was developed to explain this result. In the experiment the existence of self image zones was confirmed which is consistent with the theoretical prediction.