

비선형 가격정책에 의한 생산자와 다수 구매자간의 양 계층 재고관리모형[†]

이경근*

Two-Echelon Inventory Model for a Manufacturer with Multiple Customers through Nonlinear Pricing[†]

Kyung Keun Lee*

Abstract

The efficiency of marketing channel of distribution between a manufacturer with several customers can be increased by influencing the order quantity of customer. Manufacturer reduces average inventory holding cost by penalizing the large order quantity from the customer. Such a penalty is significant only if the manufacturer's unit inventory holding cost is relatively large. Conditions under which such penalizing can be beneficial to both parties are derived.

1. 서 론

생산시스템의 합리화의 일환으로 재고관리의 중요성에 대한 관심이 증가하고 있으며 이러한 요구에 따른 MRP, JIT등의 관리시스템들이 모두 기업의 중요 자산의 하나인 재고 자산의 중요성을 인식한 생산관리 기법이라고 할 수

있다.

이러한 관리시스템의 목표는 기업 내부의 재공품 재고 및 최종제품 재고의 수준을 관리하여 기업의 재고자산 회전율을 제고하고자 함에 있으나 각기 그 한계성이 지적되고 있는 실정이다[6].

재공품 재고의 합리적인 관리를 위하여 생산 설비와 연계된 재공품 재고에 대한 연구의 필

[†] 이 연구는 1991년도 한국과학재단 연구비 지원에 의한 결과임(과제번호: 911-0913-008-1)

* 부산대학교 산업공학과

요로부터 불확실한 수요에 대비한 재공품 재고의 합리적인 관리나 고장 가능성있는 생산설비와 재공품 재고사이의 관계 파악에 대한 연구가 이루어지고 있으며[12], 또한 불확실한 수요에 대한 조립 라인에서의 최적 재고정책[11], 생산능력 변화가 재고관리에 미치는 영향분석[1], 다단계 생산라인에서의 최적 완충저장 공간크기 결정 문제[5] 등 생산설비와 재공품 재고 정책에 관한 연구가 되어 왔으나 이들의 경제성 검토에 대한 언급은 찾아보기 어려운 실정이다.

한편 최종제품의 재고에 관한 연구는 생산속도의 변화에 따르는 재고관리[1], 일시적 가격할인에 대응한 최적 재고정책[8], 서비스 수준 유지를 위한 다품종 재고관리시스템[9] 등 기존의 EOQ 모형으로부터 여러가지 조건의 변화에 따르는 연구가 진행되고 있다.

이러한 재공품 또는 최종제품에 대한 재고관리의 연구는 주로 기업 내부 재고관리의 합리화에 초점이 맞추어져 있다.

최근 기업의 관리형태가 대량생산 시대의 생산자 주도형에서 다품종 소량생산의 소비자 주도형으로 전환되는 시점에서 재고관리에 대한 연구도 소비자의 구매동태를 고려한 새로운 시도가 필요하다. 새로운 각도에서의 연구는 부분적으로 이루어지고 있으나 주로 도매업자와 도매자와의 양 계층간 유통 Channel에 대한 연구나 재고의 공동관리 방식에 의한 유통시스템의 합리화 방안이 나타나고 있을뿐 생산자와 그에 따르는 복수 구매자가 연계된 생산자의 재고관리 정책은 고려되고 있지 않을 뿐 아니라 이러한 생산자와 구매자로 이루어지는 유통 Channel의 경제적 효과에 대한 연구는 이루어지지 않고 있다.

한편 양 계층간 유통 Channel의 효율 증대를 위한 재고 정책의 연구는 전통적 재고관리의 역사에 비하면 상당히 최근에 시작되었다. Lee & Rosenblatt[7], Axsaster[2] 등에 의하여 주로 도매상과 그에 따르는 구매자의 유통 Channel 전체시스템의 효율 증대를 다루고 있으며 Jackson & Muckstadt[4], Tagaras[13] 등은 재고자산의 공동 운영에 대한 문제를 다루고 있다.

양 계층간 재고관리의 효율증대를 위한 상기 연구들은 복수 구매자의 특성을 개별적으로 정확하게 파악 가능하다는 기본 가정에서 출발하고 있고 또한 재고자산의 공동 관리로 얻어지는 경제적 이득의 효과적인 배분이라는 어려운 문제에 봉착하게 된다. 이러한 현실적인 어려움을 제거하기 위한 복수 구매자의 특성곡선 개념을 도입, 도매상과 복수 구매자의 양 계층간 재고관리 문제는 모형의 분석은 이루어지고 있으나 재고관리의 개선 방향은 제시하지 못하고 있다[14]. 특히 생산자와 복수 구매자 간의 양 계층 유통 Channel의 효율 증대를 위한 재고관리 모형은 아직 찾아보기 어려운 실정이다.

생산자와 이에 따르는 복수 구매자가 연계된 양 계층간 재고관리의 경제적 분석을 위한 각 당사자의 재고관리 비용을 고려하여 구해지는 유통 Channel에서의 재고관리 정책을 생산자 또는 구매자 각각에 대한 독립된 기존의 재고관리 정책과 비교 검토하고자 한다.

재고관리 비용으로서 제품 단위당 재고유지 비용, 재고부족비용 및 생산자의 판매가격 및 제품제조비용, 구매자의 주문비용 등을 고려하여 Channel에서의 각각의 독립된 종래 재고관리 정책보다 유통 Channel에 관련되는 모든

당사자들에게 유리한 재고관리 모형을 구하고자 한다.

유통 Channel 모형에서의 다수의 구매자는 서로 다른 재고관리 비용의 특성을 지녔고 이에 따라 서로 상이한 구매정책 및 재고관리 정책을 갖게 된다. 그러나 각 구매자 별로 상이한 특성을 생산자의 입장에서 각각 고려하기는 현실적으로 불가능할 뿐 아니라 이러한 특성을 구매자 별로 정확하게 파악하기는 더 큰 어려움이 따른다.

이러한 문제를 구매자의 특성곡성(Characteristic Function)으로 나타내어 분석함으로써 [3, 10] 복수 구매자의 구매 및 재고정책의 현실적이고 합리적인 설명이 가능하여 이를 토대로 생산자와 복수 구매자간 유통 Channel의 Global Optimal한 재고관리 모형의 평가분석이 가능하다.

2. 양 계층 재고관리의 경제적 모형

단일 생산자와 상이한 구매특성을 갖는 복수 구매자간의 양 계층 유통 Channel의 효율증대를 꾀하며 이 때의 모든 관련 당사자의 재고관리 형태와 기존의 EOQ에 의한 재고관리를 비교 검토한다.

각 당사자의 재고부족은 고려하지 않고 단일 품목을 생산하는 생산자는 다수 구매자의 주문에 충분한 생산능력을 갖고 있으며, 구매자의 재고정책은 EOQ 방식에 의한다고 가정하면 Channel 당사자의 재고수준의 변화를 그래프로 나타내면 [그림 1]과 같다.

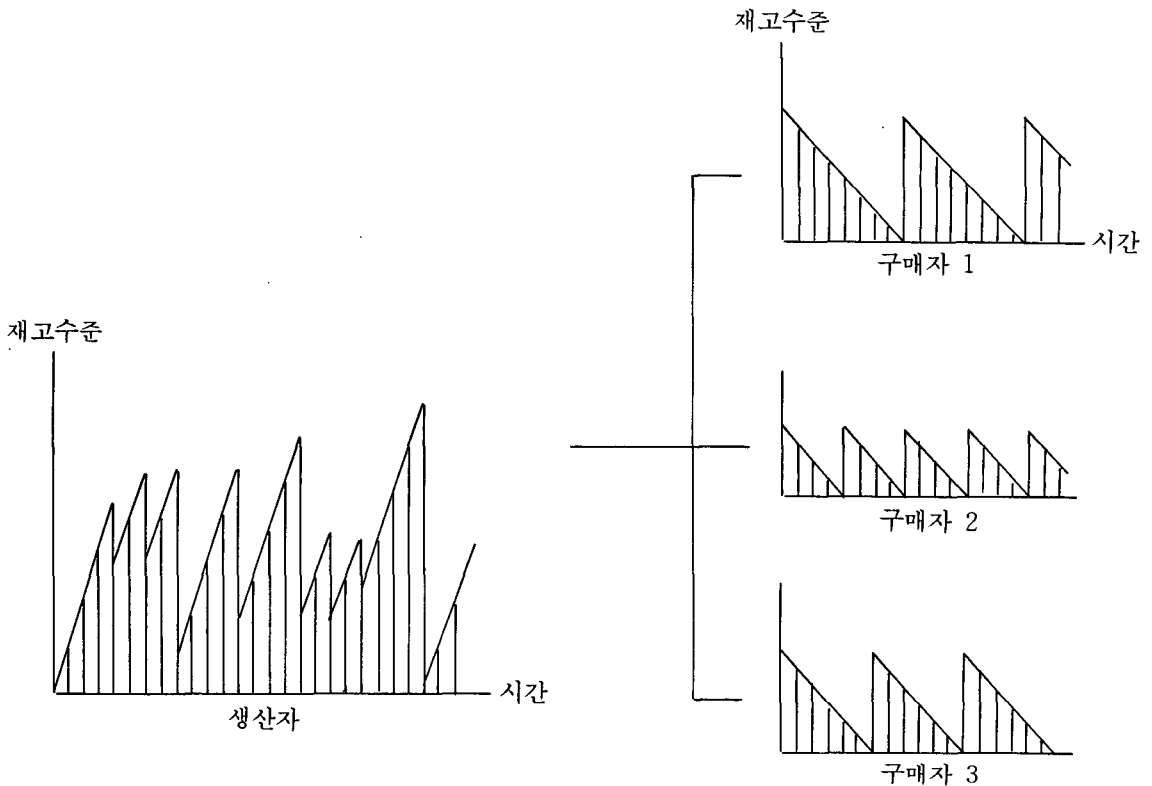
유통 Channel 당사자간의 재고자산의 공동관리 방식은 공동이익의 합리적인 배분이라는 문제가 제기되나, 금번 연구는 관련 당사자가 각기 독립된 목적함수의 최대 또는 최소화를 위한 독립된 재고 의사결정을 하며 목적함수에 고려되는 재고관련비용 및 생산 또는 구매비용 등은 아래와 같다.

생산자측 : 단위당 제품제조비용(C), 제품단위당 재고유지비용(h_m)

구매자측(r번째) : 제품단위당 재고유지비용(h_r), 주문비용(S_r), 수요(D_r), q 단위당 구매비용($P(q)$)

$P(q) = pq(p \cdot \text{제품구매단가})$, 즉 구매비용이 고정단가에 의한다고 하면 구매자의 EOQ는 $[\frac{2S_r D_r}{h_r}]^{1/2}$ 로 표시되며 각 구매자의 관련비용이 상이한 경우 EOQ의 양은 각기 다르게 나타나게 되며 따라서 생산자의 재고수준의 변화도 복잡한 형태를 보이게 된다.

생산자가 구매자에게 제공하는 제품의 구매비용함수($P(q)$)를 조정하여 구매자로 하여금 더욱 빈번하게 주문할 수 있도록 한다면 생산자 측의 재고유지비용의 감소가 제품의 판매비용변화를 상쇄하고도 남게 될 수도 있다. 또한 이와 같은 새로운 구매비용함수가 구매자의 빈번한 주문으로 인한 주문비용의 증대를 재고유지비용의 감소와 구매비용 등으로 상쇄하고도 구매자측에 유리하게 제시된다면 결국 유통 Channel 당사자 모두에게 유리한 새로운 재고관리가 가능케 되는 것이다. 이러한 구매비용함수를 찾고 이로 인한 구매자의 주문량의 변화와 이로 인한 경제적 이득효과를 구하고자 한다.



[그림 1] 생산자와 복수 구매자의 재고수준

모델의 분석을 위하여 다음과 같은 가정을 한다.

1. 생산자는 단일 품목을 계속적으로 생산하며 복수 구매자의 주문에 충분한 생산능력을 보유하고 있다.
2. 제품 단위당 제조비용은 생산량에 관계없이 일정하다.
3. 관련 당사자 모두 재고부족은 없다.
4. 복수 구매자의 재고관련비용 및 수요는 현실적으로 동일하지 않으나 본 연구에서는 각 구매자의 수요(D)와 주문비용(S)는 동일하며

제품 단위당 재고유지비용만 상이하다고 가정한다.

5. 구매자는 당사자의 제품 단위당 재고유지비용을 알고 있으며, 생산자는 구매자 각각의 제품 단위당 재고유지비용의 개별적인 파악은 곤란하며 복수구매자의 제품 단위당 재고유지비용의 확률분포함수 $f(h_i)$ 을 알고 있다.

즉 구매자의 수가 상당히 많은 경우, 구매자 별로 각각 재고유지비용을 정확하게 구분하기에는 생산자 측으로서는 상당한 어려움이 있다.

6. 구매비용함수 $P(q)$ 는 q 에 대하여 미분가능하다.

2.1 구매자의 재고의사결정

먼저 구매자의 재고의사결정을 위한 목적함수에 대해서 생각한다. 구매자의 구매의사결정(구매량)은 생산자로부터 주어지는 구매비용함수와 구매자의 재고관련비용에 근거하게 되며 제품 단위당 재고유지비가 h_r 인 구매자의 구매량은 총구매비용, 주문비용 및 재고유지비의 합계를 최소로 하는 양으로 결정된다.

$$q^*(h_r) = \arg \text{Min}_{q(h_r) > 0} \left[P(q(h_r)) \frac{D}{q(h_r)} + S \frac{D}{q(h_r)} + \frac{q(h_r)}{2} h_r \right]$$

$q^*(h_r)$: 제품 단위당 재고유지비 h_r 인 구매자의 최적구매량

$P(q(h_r))$: 주문량 $q(h_r)$ 인 경우의 제품구매비용

즉 구매자는 아래의 조건을 만족시키는 $q(h_r)$ 만큼을 구매량으로 결정할 것이다.

$$\frac{d}{dq(h_r)} (P(q(h_r))) \frac{D}{q(h_r)} - (P(q(h_r)) + S) \frac{D}{q(h_r)^2} + \frac{h_r}{2} = 0$$

2.2 생산자의 재고의사결정

한편 생산자는 구매자의 상기와 같은 구매량을 전제로 목적이익함수의 최대화를 추구하게

되며 이익함수는 제품판매대금에서 재고유지비용 및 제품생산비용을 빼면 된다.

$$\text{Max } \Pi = \int_{h_0}^{h_1} P(q(h_r)) \frac{D}{q(h_r)} f(h_r) dh_r - k \int_{h_0}^{h_1} \frac{q(h_r)}{2} h_m f(h_r) dh_r - CkD$$

k : 구매자의 수

h_1, h_0 : 구매자의 제품 단위당 재고유지비용의 최대, 최소치

결국 구매자의 최적구매량이 전제된(Self-Selection Condition) 생산자의 목적함수를 최대로 하는 $P(q)$ 를 결정할 수 있으면 이에 따라 각 당사자의 재고수준의 변화가 결정되게 된다.

2.3 모형의 분석

아래의 조건을 만족시키는 $P(q)$ 를 먼저 결정하면 이에 의해서 구매자의 최적구매량이 결정되며, 이에 따라 생산자의 재고수준의 변화가 결정된다. 제품 단위당 제조비용(C)이 일정하고 제품 수요량을 알고 있다고 하면 생산자의 목적함수는 아래와 같이 정리된다.

$$\text{Max } \Pi' = \int_{h_0}^{h_1} [P(q(h_r)) \frac{D}{q(h_r)} - \frac{q(h_r)}{2} h_m] f(h_r) dh_r$$

$$\text{s.t. } \frac{d}{dq(h_r)} (P(q(h_r))) \frac{D}{q(h_r)}$$

$$- (P(q(h_r)) + S) \frac{D}{q(h_r)^2} + \frac{h_r}{2} = 0$$

$P(q)$ 를 결정하기 위하여 생산자의 목적함수 Π' 를 부분적분후 구매자의 최적구매량 결정조건(Self-Selection Condition)을 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \Pi' &= [P(q(h_r)) \frac{D}{q(h_r)} - \frac{q(h_r)}{2} h_m] F(h_r) \Big|_{h_0}^{h_1} \\ &+ \int_{q_0}^{q_1} F(h_r) \left[\frac{d}{dq} (P(q)) \frac{D}{q} - P(q) \frac{D}{q^2} - \frac{h_m}{2} \right] dq \\ &= P(q_0) \frac{D}{q_0} - \frac{q_0}{2} h_m \\ &+ \int_{q_0}^{q_1} F(h_r) \left[\frac{SD}{q^2} - \frac{h_r}{2} - \frac{h_m}{2} \right] dq \end{aligned}$$

q_0 : 제품단위당 재고유지비용 h_1 인 구매자의 주문량= $q(h_1)$

q_1 : 제품단위당 재고유지비용 h_0 인 구매자의 주문량= $q(h_0)$

상기 식의 Interior Local Maximum을 위한 Euler의 1차 필요조건은 아래와 같다.

$$f(h_r) \left[\frac{SD}{q^2} - \frac{h_r}{2} - \frac{h_m}{2} \right] - \frac{1}{2} F(h_r) = 0$$

위로부터 h_r 과 q 의 상호관계식 $h(q) = h_r$ 즉 위의 식을 만족시키는 Inverse Mapping을 구하여 구매자의 Self-Selection Condition에 대입하면 아래 식을 구한다.

$$\frac{d}{dq} P(q) = \frac{P(q)}{q} + \frac{S}{q} - \frac{q}{2D} h(q)$$

생산자의 목적함수 Π' 는 q_0 와 q_1 의 함수로 표시되어 있기 때문에 최대 또는 최소를 위한 필요 Boundary Condition을 구해 보면 아래의 두 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dq_0} (P(q_0)) \frac{D}{q_0} - P(q_0) \frac{S}{q_0^2} - \frac{h_m}{2} \\ - F(h_1) \left[\frac{SD}{q_0^2} - \frac{h_1}{2} - \frac{h_m}{2} \right] = 0 \end{aligned}$$

$$F(h_0) \left[\frac{SD}{q_1^2} - \frac{h_0}{2} - \frac{h_m}{2} \right] = 0$$

여기에서 $F(h_0) = 0$, $F(h_1) = 1$ 이므로 상기 두 식을 정리하면

$$\frac{d}{dq_0} (P(q_0)) = \frac{P(q_0)}{q_0} + \frac{S}{q_0} - \frac{h_1 q_0}{2D}$$

로 표시되며 $F(h_0)$ 를 포함한 식은 항상 만족되므로 결국 $h(q) = h_r$ 을 대입한 구매자의 Self-Selection Condition과 동일하게 된다.

$P(q)$ 를 구하기 위하여 $\frac{d}{dq} p(q)$ 로 표시된 미분방정식을 풀면 생산자가 구매자에게 제공하는 제품의 구매비용함수 $P(q)$ 는 아래와 같은 비선형함수로 구해진다.

$$\begin{aligned} P(q) = -S - \frac{q}{2D} \int h(q) dq + C_0 q \\ (C_0: 적분으로 인한 임의의 상수) \end{aligned}$$

총수요를 일정하게 가정하였으므로 생산자의 목적함수를 최대로 하기 위하여는 C_0 를 무한대로 하여야 할 것이나 이러한 비합리화를 제거시키기 위하여 C_0 는 아래의 조건을 만족시키는 Satisfying 접근방법으로 결정기로 한다.

즉 생산자는 새로운 구매비용함수에 의한 재고정책에 따른 이익이 기존의 고정단가에 의한 재고정책에 따른 이익보다 커야 하며 구매자는 새로운 구매비용함수에 의한 총비용은 기존의 고정단가에 의한 재고관련 총비용보다 적어야 하는 C_0 의 범위를 구하도록 한다.

2.4 비선형 구매비용함수 및 구매자의 최적구매량 결정

먼저 생산자의 새로운 구매비용함수에 따른 이익증가조건에 대해서 검토한다. 생산자의 기존의 고정단가 방식에 의한 재고정책에 따른 이익은 아래와 같이 표시된다.

$$\Pi_{old} = (p - C)kD - k \int_{h_0}^{h_1} \frac{q^+}{2} h_m f(h_r) dh_r$$

p는 생산자에 의해서 제시되는 고정단가이며 q⁺는 생산자의 고정단가방식에 의한 구매비용함수 제공에 따른 구매자의 Self-Selection Condition에 의한 최적주문량으로 q⁺ = [$\frac{2SD}{h_r}$]^{1/2}으로 표시된다.

생산자의 새로운 비선형 구매비용함수에 의한 재고정책에 따른 이익은 아래와 같이 표시된다.

$$\Pi_{new} = -k \int_{h_0}^{h_1} \left[\frac{SD}{q} + \frac{1}{2} \int h(q) dq + \frac{q}{2} h_m \right]_{q=q^*} f(h_r) dh_r + (C_0 - C)kD$$

q*는 생산자의 비선형 구매비용함수에 의한 구매자의 Self-Selection Condition에 의한 최적주문량으로

$$q^* = \left[\frac{2SD}{h_r + h_m + F(h_r) / f(h_r)} \right]^{1/2} \text{으로 표시된다.}$$

그러므로 생산자의 이익증가조건 $\Pi_{new} \geq \Pi_{old}$ 로부터 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$C_0 \geq p + \int_{h_0}^{h_1} \left[-\frac{q^+}{2D} h_m + \frac{S}{q^*} + \frac{1}{2D} \int h(q) dq \right]_{q=q^*} + \frac{q^*}{2D} h_m f(h_r) dh_r = C_{min}$$

다음 구매자의 새로운 구매비용함수에 따른 총재고관련 비용감소조건에 대해서 검토한다. 구매자의 기존의 고정단가방식에 의한 총재고관련비용은 아래와 같이 표시된다.

$$TC_{old} = pD + (2DSh_r)^{1/2}$$

구매자의 새로운 비선형 구매비용함수에 의한 총재고관련비용은 아래와 같이 표시된다.

$$TC_{new} = -\frac{1}{2} \int h(q) dq \Big|_{q=q^*} + C_0D + \frac{q^*}{2} h_r$$

그러므로 구매자의 총비용감소조건 $TC_{new} \leq TC_{old}$ 으로부터 다음의 식을 얻는다.

$$C_0 \leq p + \left[\frac{2Sh_r}{D} \right]^{1/2} + \frac{1}{2D} \int h(q) dq \Big|_{q=q^*} - \frac{q^*}{2D} h_r = C_{max}(h_r)$$

결국 모든 h_r에 대해서 C_{min} ≤ C₀ ≤ C_{max}(h_r)을 만족시키는 C₀을 구할 수 있다면 이로 인한 새로운 비선형 구매비용함수로 말미암아 구매자의 최적주문량은 q⁺에서 q*로 감소하게 되며 구매자의 재고관련 총비용을 절감하게 된다. 또한 구매자의 최적주문량의 변경으로 말미암아 생산자의 재고수준도 또한 변화가 일어나며 이로 인하여 생산자의 이익도 증가하게 된다.

2.5 Pareto Superior 비선형 구매비용함수의 존재

C_{min} ≤ C₀ ≤ C_{max}(h_r)의 조건을 만족시키는 C₀의 존재 여부를 검토하기 위하여는 C_{max}(h_r)

의 형태를 살펴보기로 한다.

$$\frac{d}{dh_r} C_{max}(h_r) = \frac{1}{2D}(q^+ - q^*) > 0$$

그러므로 $C_{max}(h_r)$ 는 h_r 의 변화에 따르는 증가함수이다.

C_{min} 과 $C_{max}(h_r)$ 의 상호관계에 따라 생산자 및 구매자의 조건을 만족시키는 C_0 의 존재 여부는 아래의 3가지 경우로 나눌 수 있다.

첫째) $C_{min} \leq C_{max}(h_r)$ 의 경우

이 경우는 구매자와 생산자 모두 새로운 비선형 구매비용함수에 따라 경제적 이익 증가.

둘째) $C_{min} \geq C_{max}(h_r)$ 의 경우

이 경우 유통 Channel 모든 당사자에게 유리한 비선형 구매비용함수의 존재는 불가능하다.

셋째) $C_{min}(h_0) < C_{max} < C_{max}(h_1)$ 의 경우

이 경우 생산자의 조건을 만족시키는 비선형 구매비용함수는 일부 구매자에게도 역시 경제적 이익을 가져오나 또한 일부 구매자에게는 경제적 불이익을 초래한다.

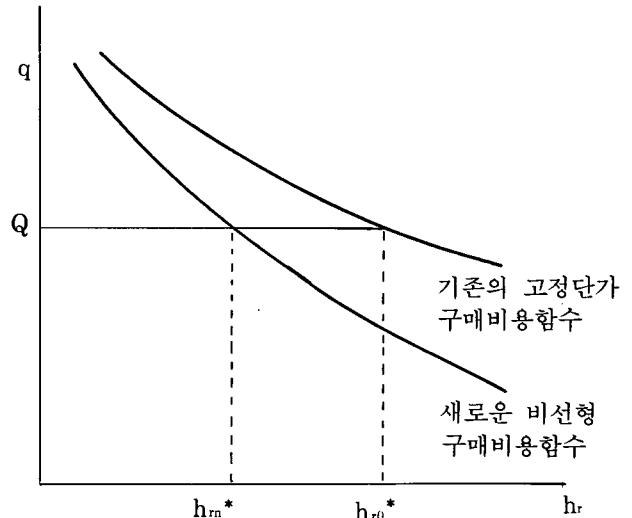
2.6 모형의 확장

구매자의 창고, 재정 또는 기타의 사유로 인하여 최적주문량에 상한이 존재하는 경우 상기 모형에 대한 변형을 검토하기로 한다.

구매자의 주문량 상한값을 Q 라고 하고 h_{r0}^* 와 h_{rn}^* 를 아래와 같이 표시하자.

$$\frac{2SD}{Q^2} = h_{r0}^*$$

$$\frac{2SD}{Q^2} = \frac{F(h_{rn}^*)}{f(h_{rn}^*)} + h_{rn}^* - h_m$$



[그림 2] 구매자의 최적주문량

즉 h_{r0}^* 는 기존의 고정단가 구매비용함수에서의 Q 에 해당되는 구매자의 단위당 재고비용이며 h_{rn}^* 는 새로운 비선형 구매비용함수에서의 Q 에 해당되는 구매자의 단위당 재고비용이다.

(1단계)

생산자의 이익증가 조건에 대해서 검토한다. 구매자의 주문량 상한이 Q 로 주어지는 경우 생산자의 이익도 아래와 같이 변한다.

$$\begin{aligned} \Pi_{old} = & (p - C)kD - k \left[\int_{h_0}^{h_{r0}^*} \frac{Q}{2} h_m f(h_r) dh_r \right. \\ & \left. + \int_{h_{r0}^*}^{h_1} \frac{q^+}{2} h_m f(h_r) dh_r \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_{new} = & (C_0 - C)kD - k \left[\int_{h_0}^{h_{rn}^*} \left(\frac{SD}{q} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} \int h(q) dq + \frac{q}{2} h_m \right)_{q=q^+} f(h_r) dh_r + \int_{h_{rn}^*}^{h_1} \left(\frac{SD}{q} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} \int h(q) dq + \frac{q}{2} h_m \right)_{q=q^-} f(h_r) dh_r \right] \end{aligned}$$

$\Pi_{new} \geq \Pi_{old}$ 를 정리하면

$$\begin{aligned}
 C_0 &\geq p + \int_{h_0}^{h_{ro}^*} \frac{Q}{2D} h_m f(h_r) dh_r + \int_{h_{ro}^*}^{h_l} \frac{q^+}{2D} h_m f(h_r) dh_r \\
 &+ \int_{h_0}^{h_{rn}^*} \left(\frac{S}{Q} + \frac{1}{2D} \right) \int h(q) dq \\
 &+ \frac{q}{2D} h_m \Big|_{q=q^*} f(h_r) dh_r + \int_{h_{rn}^*}^{h_l} \left(\frac{S}{Q} + \frac{1}{2D} \right) \int h(q) dq \\
 &+ \frac{q}{2D} h_m \Big|_{q=q^*} f(h_r) dh_r = C_{min}
 \end{aligned}$$

(2단계)

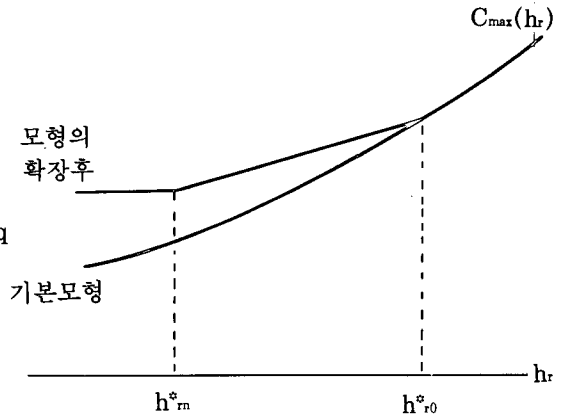
구매자의 재고관련 총비용 감소조건에 대한 함수 $C_{max}(h_r)$ 에 대해서 검토한다. [그림 2]로부터 $h_{ro}^* > h_{rn}^*$ 이므로 $C_{max}(h_r)$ 는 아래와 같이 변한다.

$$\begin{aligned}
 C_{max} &= p + \frac{S}{Q} + \frac{1}{2D} \int h(q) dq \Big|_{q=q^*} \quad \text{if } h_r < h_{rn}^* \\
 &= p + \frac{S}{Q} + \frac{Q}{2D} h_r + \frac{1}{2D} \int h(q) dq \Big|_{q=q^*} \\
 &\quad - \frac{q^*}{2D} h_r \quad \text{if } h_{rn}^* \leq h_r \leq h_{ro}^* \\
 &= p + \left(\frac{2Sh_r}{Q} \right)^{1/2} + \frac{1}{2D} \int h(q) dq \Big|_{q=q^*} \\
 &\quad - \frac{q^*}{2D} h_r \quad \text{if } h_r > h_{ro}^*
 \end{aligned}$$

[그림 3]은 원래의 $C_{max}(h_r)$ 와 구매자 주문량 상한이 존재하는 경우는 $C_{max}(h_r)$ 의 모양을 나타낸다.

(3단계)

위 두단계에서 구해진 변경된 C_{min} 과 $C_{max}(h_r)$ 로부터 C_0 의 존재 여부를 판단가능하다.



[그림 3] $C_{max}(h_r)$ 의 모양

3. 적용 사례

비선형 구매비용함수에 의한 생산자 및 구매자의 재고관련 경제성 분석의 실제예를 통하여 구매자의 특성곡선(단위당 재고유지비의 확률 분포곡선)의 형태에 따라 구매자의 최적구매량의 변화, C_0 의 범위 및 경제적 이득에 대해서 검토하기로 한다.

구매자의 특성곡선은 $\frac{F(h_r)}{f(h_r)}$ 이 h_r 에 대하여 단조증가함수인 Uniform, Truncated Normal, Truncated Exponential 분포에 대해서만 검토하기로 한다.

사례는 아래의 경우로 한다.

Parameter	S	h_m	h_0	h_l	h_{mean}	δ_{hr}^2	D	p	Q
값	200	10.0	0.5	4.0	2.25	1.0	200	10	400

(δ_{hr}^2 은 Truncated Normal 분포에 적용된다).

비선형 구매비용함수에 의한 구매자의 최적 주문량을 보면 기존의 고정단가에 의한 최적주문량보다 작아지는 것을 볼 수 있다. 이것은 새로운 비선형 구매비용함수가 구매자로 하여금 적은 양의 주문을 자주 하게 함으로써 구매자의 입장에서는 주문량 감소로 인한 재고유지비의 감소, 구매비용의 감소효과가 주문횟수 증가로 인한 주문비 인상효과를 상쇄하고도 남게 되며 생산자의 입장에서는 주문량 증가에 따른 가격할인과는 반대인 주문량 증가에 따른 가격인상의 비선형 구매비용함수를 제시함으로써 재고유지비의 감소효과가 구매비용 감소효과를 상쇄하고도 남게 되는 것이다.

결국 이러한 비선형 구매비용함수의 제공으로 말미암아 생산자, 구매자 모두 재고관련 경제적 이득을 보게 된 것이다. 아래의 Table은 위의 사례에 대한 구매자의 최적주문량이다.

또한 아래의 도표로부터 이와 같은 비선형 구매비용함수에 의한 경제적 이득은 생산자의 단위당 재고유지비가 클수록 유리하며 C_0 의 범위는 $C_{max}(h_r)$ 와 C_{min} 사이에서 결정되는바 어느 수준에서 결정되었는가에 따라 생산자와 구매자의 경제적 이득의 크기가 다르게 될 것이다. 아래 도표의 구매자의 평균이익은 C_0 를 $C_{max}(h_0)$ 에서 결정하였을 때의 경우이다.

최적주문량	Uniform	Exponential	Normal
q_0^* q_1^*	67.6 87.3	59.8 87.3	57.0 87.3
q_0^+ q_1^+	141.4 400.0	141.4 400.0	141.4 400.0

(q_0^*, q_1^* 는 비선형 구매비용함수에 의한 h_0, h_1 에 대한 최적주문량)

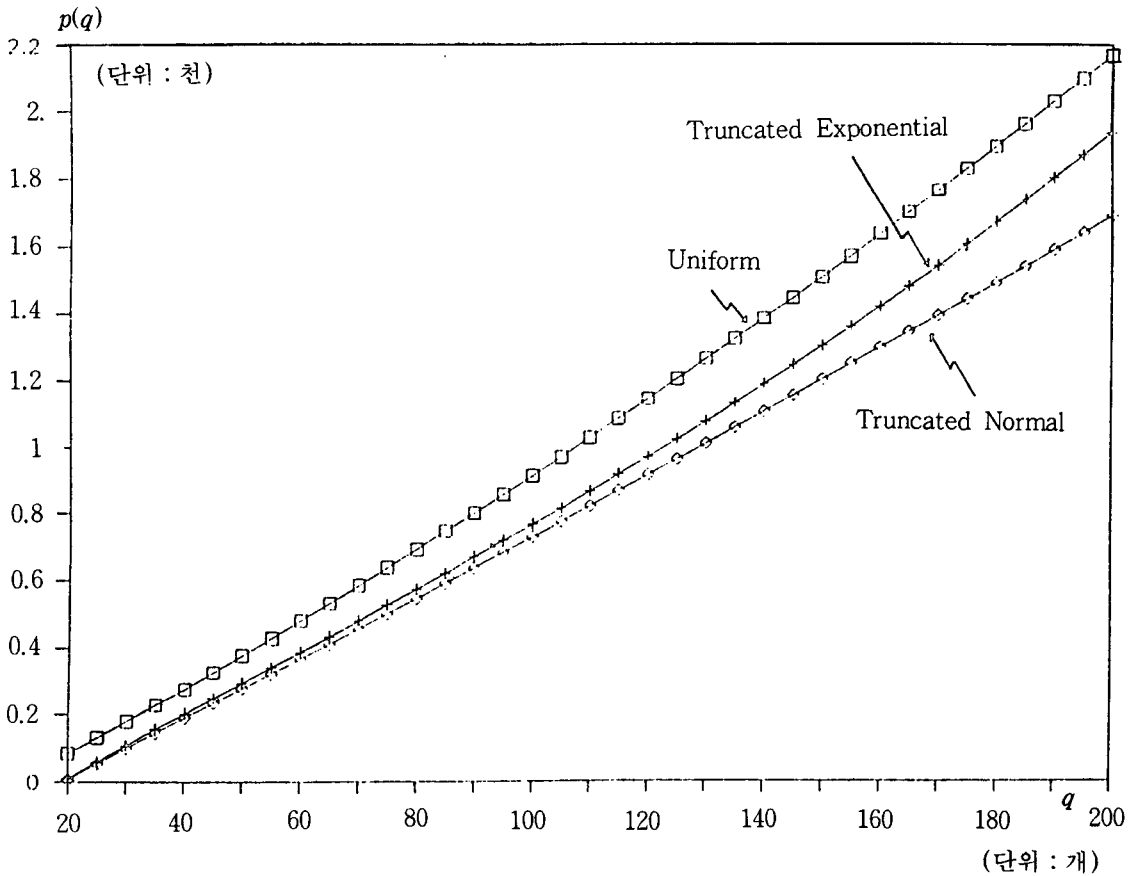
(q_0^+, q_1^+ 는 고정단가 구매비용함수에 의한 h_0, h_1 에 대한 최적주문량)

4. 결론

비선형 구매비용함수에 의한 생산자와 다수의 구매자 간의 유통 Channel에 대한 재고와 관련된 경제성분석에 대하여 연구하였다.

비선형 구매비용함수에 의한 구매자의 최적주문량은 기존의 고정단가에 의한 최적주문량보다 작아지는 것을 알 수 있으며, 이것은 새로운 비선형 구매비용함수가 구매자로 하여금 보다 적은 양의 주문을 자주 하게 함으로써 구매자의 입장에서는 주문량 감소로 인한 재고유지비의 감소, 구매비용의 감소효과가 주문횟수

분포	h_m	q_0^*	q_1^*	$C_{max}(h_0)$	C_{min}	구매자의 평균 경제적 이득
Uniform	7.5	73.0	100.0	9.25	8.66	118
	10.0	67.6	87.3	8.96	7.81	230
Exponential	7.5	63.4	100.0	11.13	10.45	136
	10.0	59.8	87.3	11.14	9.84	260
Normal	7.5	60.1	100.0	11.13	10.55	116
	10.0	57.0	87.3	11.14	9.98	232



[그림 4] 구매자 특성 확률분포(재고유지비)에 대한 비선형 구매비용함수

증가에 따른 주문비 인상효과를 상쇄하고도 남게 되며 생산자의 입장에서는 가격할인과는 반대인 주문량 증가에 따른 가격인상의 비선형 구매비용함수를 제시함으로써 재고유지비의 감소효과가 구매비용 감소효과를 증가하게 되어 결국 상기의 비선형 구매비용함수가 존재가능하다면 생산자, 구매자 모두에게 경제적으로

유리하게 된다.

또한 생산자의 제품 단위당 재고유지비용이 클수록 본 비선형 구매비용함수의 의미가 크게 된다. 이와 같은 비선형 구매비용함수의 존재 조건에 대해서 검토하였으며 또한 구매자의 최적주문량의 상한이 있는 경우에도 적용가능토록 모형을 확장하였다.

참 고 문 헌

- [1] Arizono, I., S. Yokoi and H. Ohta, "The Effects of Varing Production Rates on Inventory Control," *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 40, No. 9(1989), pp.789-786.
- [2] Axsater, S., "Simple Solution Procedures for a Class of Two-Echelon Inventory Problem," *Operations Research*, Vol. 38, No. 1(1990), pp.64-69.
- [3] Goldman, M.B., H.E. Leland and D.S. Sibley, "Optimal Non-Uniform Prices," *Review of Economic Studies*, LI (1984), pp.305-319.
- [4] Jackson, P.L. and J.A. Muckstadt, "Risk Pooling in a Two-Period, Two-Echelon Inventory Stocking and Allocation Problem," *Naval Research Logistics*, Vol.36 (1989), pp.1-26.
- [5] Jafari, M.A. and J.G. Shanthikumar, "Determination of Optimal Buffer Storage Capacities and Optimal Allocation in Multistage Automatic Transfer Lines," *IIE Transactions*, Vol.21, No.2(1988), pp.139-135.
- [6] Karmarkar, U., "Getting Control of Just-In-Time," *Havard Business Review*, No.5(1989), pp.122-131.
- [7] Lee, H.L. and M.J. Resenblatt, "A Generalized Quantity Discount Pricing Model to Increase Supplier's Profit," *Management Science*, Vol.32, No.9 (1986), pp.1177-1185.
- [8] Lev, B. and H.J. Weiss, "Inventory Model with Cost Changes," *Operations Research*, Vol.38, No.1(1990), pp.53-63.
- [9] Mitchell, J.C., "Multi-Item Inventory System with a Service Objective," *Operations Research*, Vol.36, No.5 (1988), pp.747-755.
- [10] Oren, S.S., S.A. Smith and R.B. Wilson, "Competitive Nonlinear Tariffs," *Journal of Economic Theory*, Vol. 29, No.1(1983), pp.49-71.
- [11] Rosling, K., "Optimal Inventory Policies for Assembly System under Random Demands," *Operations Research*, Vol. 37, No.4(1989), pp.565-579.
- [12] Sethi, S.P., C. Sriskandarajah, G.K. Tayi and M.R. Rao, "Heuristic Method for Selection and Ordering of Part-Orienting Device," *Operations Research*, Vol. 38, No.1(1990), pp.84-98.
- [13] Tagaras, G., "Effect of Pooling on the Optimization and Service Levels of Two-Location Inventory Systems," *IIE Transactions*, Vol. 21, No.3(1989), pp. 250-257.
- [14] 이경근, "Analysis of Non-Linear Quantity Discount for Heterogeneous Characteristics," 「대한산업공학회지」, 제15권, 제2호(1989), pp.23-31.