

## 펌프회전체의 임계속도해석

전오성\* · 김정태\* · 임병덕\*

Critical Speed Analysis of a Vertical Pump

O.S. Jeon · J.T. Kim · B.D. Lim

### Abstract

A critical speed analysis of a pump shaft has been investigated. Among various methods in the shaft critical speed calculation, a transfer matrix method has been examined in this research.

After a brief review on the transfer matrix method, a modeling procedure for a continuous structure has been discussed. Then, a critical speed of a multistage pump shaft has been estimated up to several low modes. Throughout an analysis, parametric effects on the bearing stiffness, a degree of the modeling order, and attachment of the impeller have been investigated.

As an application example, a critical speed analysis of a vertical pump which has been implemented in domestic electric power plants for cooling water circulation has been conducted in order to provide a safe operation as far as a pump vibration is concerned.

### I. 서 론

회전체역학의 연구에는 여러가지 해석방법이 개발되어 왔으며, 연구 대상이 되는 모델도 단순한 것에서부터 시작하여 실제의 형상에 이르기까지 계속 발전되어왔다. 이와같은 회전체역학의 연구는 설계, 운전 및 고장진단 등에 유용하게 사용되고 있다. 회전체역학에 대한 많은 연구분야중 공학설계와 산업응용측면에서 관심있는 항목을 대별해 보면 다음과 같다.

- 임계속도 해석
- 비대칭질량 응답
- 연성회전체 밸런싱
- 회전체-베어링 시스템의 안정성
- 과도 응답
- 유체베어링과 구름베어링 동특성
- 이중에서 특히 회전체 임계속도의 예측방법에 대한 연구는 Rankine 이후 많은 연구결과가 발표되어오고 있다. 임계속도라 함은 주기적인 강제진동의 주파수성분이 회전체의 고유

\* 한국 표준과학 연구원

진동모드와 일치하거나 균접할 때에 특정한 회전속도에서 공진이 나타나는 주파수(critical speed) 값이다. 대부분의 회전체 진동은 임계속도에 도달할 때까지 계속 증가하는 특성을 나타내며, 진동진폭이 지나치게 증가하게 되면 회전체의 운전상태가 위험하게 되므로 회전체의 임계속도에 대한 사전 지식이 요구된다. 실험적으로 임계속도를 측정할 수도 있으나 터어빈이나 펌프 등과 같이 실험적인 테스트가 불가능한 경우에는 계산에 의한 예측이 필요하다.

이와같이 임계속도를 예측하게되면 설계자료로부터 회전체 비대칭질량에 의한 진동이 최대가 되는 속도를 계산할 수 있을 뿐만 아니라, 응답이 큰 회전속도에서의 운전을 피할 수 있다. 또 설계단계에서 기계의 운전속도를 변경하기 원하는 경우 임계속도에 대한 정보를 근거로 설계변경이 이루어져야하므로 공학에서 가장 관심있는 연구주제라 할 수 있다.

임계속도의 예측을 위해 현재 소개되어 있는 기법은 Rayleigh 방법, Galerkin 방법, Rayleigh-Ritz 방법, Dunkerley 방법, Stodola 방법, Matrix Iteration 방법, Impedance Matching 방법, 모달 해석 방법, 전달행렬 방법 및 유한요소법이 있으며 이중에서 실제의 회전체를 대상으로 널리 사용되는 방법은 전달행렬 방법과 유한요소법이다. 앞의 나머지 방법들은 임계속도의 최대 또는 최소값에 대한 근사치 계산을 수행할 수 있지만, 복잡한 구조의 실제 회전체에 대한 임계속도 예측에는 많은 제약을 가지고 있다<sup>1~3)</sup>.

따라서 본 연구에서는 회전체의 임계속도 계산방법중 전달행렬방법을 이용한 임계속도의 해석방법을 검토하였다. 간략하게 전달행렬방법을 설명한 후, 복잡한 형상을 가지고 있는 다단 회전체 모델인 펌프축을 대상으로 하여 저차 모드에 대한 임계속도를 예측하였다. 이와함께 펌프시스템에 대한 모델링과정에서 베어링 탄성계수의 영향, 사용하는 절점수를 변화시켜서 단순화된 회전체로 바꾸었을 때의 영향 및 펌프축의 양단에 임펠러가 부착되었을 때의 영향 등을 비교분석하고 그 결과를 검토

하였다. 끝으로, 국내발전소에서 많이 쓰이고 있는 수직펌프를 대상으로 임계속도를 계산하여 현장에서 유용한 정보를 사용할 수 있도록 하였다.

## 2. 전달행렬을 이용한 임계속도 해석기법

### 가. 이론

전달행렬 방법은 몇가지로 분류되는데, Holzer 방법, HMP(Holzer-Myklestad-Prohl) 방법 등이다. 전달행렬 방법은 실제 회전체의 임계속도 계산에 현재 가장 보편적으로 사용되고 있는데, 임계속도계산과 비대칭질량 응답계산은 이 방법에 의존하고 있다<sup>4~9)</sup>.

전달행렬방법을 이용한 회전체 임계속도해석 과정을 개략적으로 살펴보자. 그림 1과 같은 단면축에서 K 번째 절점과 K+1번째 절점의 상태변수 사이의 관계를 유도해 보기로 한다. K 번째 절점 좌측변수는 K-1번째 요소의 우

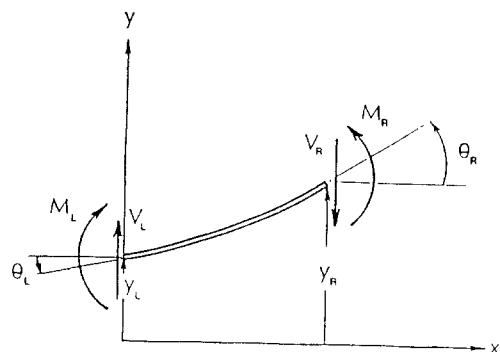


Fig. 1 Element of a rotating part.

축변수이므로 하첨자  $r$ 을 사용하고 K 절점 우측의 요소가 K 번째 요소이므로 좌, 우 변수를 하첨자 L과 R을 써서 구별한다. 축의 물리적 변수를 나타내는 처짐, 처짐각, 모멘트 및 전단력 등 4개의 요소를 갖는 상태변수벡터를  $q$ 라 하면 K 절점 우측변수는  $q_r$ , 좌측변수는  $q_L$  등으로 표시된다.  $q_r$ 과  $q_L$ 은

$$q_L = P_k q_r \quad (1)$$

로 표현되며 여기서  $P_k$ 는 K 절점의 절점의 행렬이다. 같은 방법으로  $q_R$ 과  $q_L$  사이의 관계는

$$q_R = F_k q_L \quad (2)$$

이며,  $F_k$ 는 K 요소의 요소행렬이다. 이 두식을 결합하면서  $q_L$ 을 소거하면  $q_R$ 과  $q_r$ 의 관계를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$q_R = F_k P_k q_r \quad (3)$$

이와같이 요소 하나를 좌우에 두고있는 두점간의 관계식은 요소행렬과 절점행렬의 곱한 값으로 표현할 수 있다. 따라서 1번 절점과 N번 째 절점사이의 관계는 다음과 같이 된다.

$$q_N = F_N P_N F_{N-1} P_{N-1} \cdots F_1 P_1 q_1 = T q_1 \quad (4)$$

여기서 T는 전체 계의 전달행렬이며  $F_N$ 은 길이가 0인 N번째 요소가 있다고 하고 일반화된 전달행렬의 모양을 나타내기 위해 사용한 것으로써 실제로는 단위행렬이다.  $q_N$ 과  $q_1$ 의 요소들 중 몇개는 경계조건으로부터 결정될 수 있다. 예를 들어 왼쪽 끝이 단순지지되고 오른쪽 끝이 고정단인 경우에 다음과 같은 식이 된다.

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ c \\ d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ a \\ 0 \\ b \end{Bmatrix} \quad (5)$$

여기서 a, b, c, d는 각각 0이 아닌 값들이다.

전달요소 행렬 방법의 마지막 단계는 위의 예에서 보인 것과 같은 방정식으로부터 전달행렬의 조건식을 구하는 것이다. 위 식에서 N번째 상태변수 가운데 0인 변수와 1번째 상태변수 중 0이 아닌 변수사이의 방정식은

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T_{12} & T_{14} \\ T_{22} & T_{24} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

과 같이 되므로  $a_1, b_1$ 이 해를 갖기 위해서는 부분전달행렬의 행렬식이 0이 되어야 한다. 즉

$$T_{12} T_{24} - T_{14} T_{22} = 0 \quad (7)$$

의 조건을 만족해야 하는데  $T_{12}, \dots, T_{24}$  등이 축계의 조화 굽힘 진동주파수의 함수가 되므로 (7)식으로부터 임계속도 이외에도 불평형 질량에 대한 응답 특성을 계산할 수 있다.

#### 나. 전달행렬에서 사용하는 모델링 방법

회전체는 연속계(continuous system)이지만 많은 수의 짧은 회전체가 종적으로 연결된 것으로 생각할 수 있다. 전달행렬 방법은 회전체 각각의 요소에 대한 변형과 역학적 상태를 나타내는 변수들이 다른 요소의 변수들과 어떠한 관계에 있는가를 규정하고 이들이 전체 계의 경계조건을 만족시키는 조건으로부터 임계속도를 구하게 된다.

전달행렬방법을 사용하기 위해서는 우선 모델링에 사용되는 여러 가지 요소들을 이해하여야 한다. 그림 2는 여러가지 요소들에 대한 내

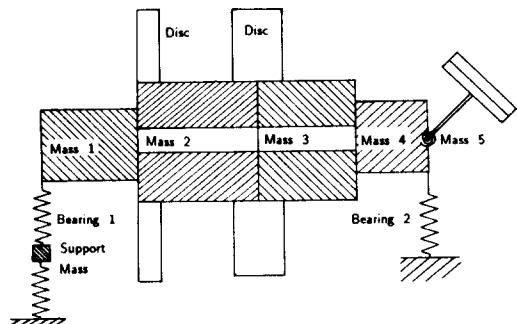


Fig. 2 Diagram of the model.

용을 도식적으로 그려놓은 것이다. 임계속도를 구하기 위해서는 모델링 과정에서 회전체 형상과 함께 베어링이나 wheel 및 임펠러부착구조물 등의 위치에 대한 정확한 거리뿐만 아니라 축 직경의 변화 등도 입력시켜야 한다. 모델링 과정에서 특히 주의해야 할 점은 회전체를 여러 개의 원주형 질량요소로 구분해서 입력시켜야 하며 축직경이 바뀔 때마다 적어도 하나의 요소(station)가 있어야 한다. 모델링의 과정은 다음과 같다.

전달행렬 방법을 사용하기 위한 첫번째 단계는 회전체를 여러 개의 짧은 원통형 요소로 분

할하는 것이다. 분할의 원칙은 회전체의 단면이 총계모양으로 급격히 변하거나 바퀴, 회전익 또는 베어링 등이 붙어 있는 위치에서는 새로운 요소가 시작되도록 해야 한다. 각 요소들의 길이/직경 비는 가능하면 비슷하도록 설정해야 한다. 각 요소들은 양 끝에 질량이 집중되어 있고 양끝점 사이에는 무게가 없는 보(beam)로 간주된다. 각 요소 양단의 집중 질량인자에는 질량, 극관성모멘트가 모두 포함된다. 바퀴나 회전익 등은 요소의 강성과는 상관없이 질량과 회전관성만 가지고 있는 부가질량으로 단순화되며 베어링은 부가 질량과 부가강성으로 표현된다. 요소의 양 끝점들을 절점이라 하고 N개의 절점으로 분할된 회전체는 N-1개의 요소들을 갖게 된다. 이상과 같이 분할된 각 요소들은 하나의 균일단면보(beam)와 같은 역할을 하며 보의 역학적 상태는 처짐(deflection), 처짐각(slope), 모멘트 및 전단력으로 표현되므로 이들을 상태 변수 벡터로 사용한다.

두번째 단계는 한 절점에서 상태변수와 질량인자들을 이용하여 동적인 힘의 평형과 모멘트 평형 방정식을 세우는 것이다. 선형 가속도, 가속도, 각각속도는 처짐과 처짐각의 시간 미분으로 표현되며 조화적인 운동 (time harmonic)이라고 가정할 수 있으므로 선형운동과 각운동에 대한 평형 방정식은 절점 좌우의 상태변수들과 질량 및 조화운동의 주파수 만으로 표현될 수 있다. 한편 절점은 두 이웃한 요소들의 경계이므로 절점 좌우의 처짐과 처짐각은 같아야 한다는 연속조건을 만족시켜야 한다. 따라서 좌우 상태 변수들에 대한 4개의 방정식으로부터 우측(절점번호가 좌측으로부터 우측으로 진행하는 것으로 가정함) 상태변수를 좌측 상태변수들의 선형조합으로 쓸 수 있으며 식 (1)에 보여져 있는 것과 같이 표현된다. 이 때 계수행렬을 절점행렬(point matrix) P라고 부른다.

세번째 단계는 유한한 길이를 가지고 있는 균일 단면보의 변형—평형방정식을 이용하여 한 요소내에서 좌측 상태변수와 우측 상태변수

사이의 관계를 유도하는 것이며 식(2)에 표현되어 있다. 이때 우측 상태변수와 좌측 상태변수 사이의 계수행렬을 요소행렬(field matrix) F라고 한다. 요소행렬과 절점행렬의 일반적인 표현식은 부록에 나타나 있다.

네번째 단계는 두번째와 세번째 단계를 연속적으로 적용하여 선체계의 전달행렬을 구하는 것 하는 것으로 식(3)에 보여져 있는 과정을 수행하게 된다.

전달행렬방법을 이용한 모델링과정에서 특히 주의 하여야 할 사항은 각 요소의 길이와 직경의 비(L/D)는 가능한한 일정하게 해주어야 하며 요소의 수는 해석코자하는 임계속도의 차수보다는 3배 이상을 가지고 해야 한다는 점이다. 또 베어링이나 부가질량(external mass)이 있는 곳에서는 새로운 요소를 설정해야 한다.

한편 회전체의 임계속도해석을 위한 모델링 과정은 실험적인 방법을 통해 보완, 수정시킬 수 있다. 즉, 회전체를 매달린 채로 가진시켜 고유 진동수와 모드 현상을 FFT 분석기를 이용하여 측정한 후 회전체 모델을 수정함으로서 해석 및 실험치의 고유 진동수와 모드 형상이 일치하도록 수정될 수 있다<sup>7)</sup>.

### 3. 펌프 회전체의 임계속도 해석

앞 절에서 서술한 바와 같이, 회전체의 임계속도는 회전체가 갖는 진동 특성 중 사용자가 알아야 할 가장 중요한 정보이다. 본 연구에서는 상용프로그램<sup>8)</sup>을 활용하여 실제 펌프 회전체의 임계속도를 계산해 보도록 한다.

계산의 대상이 된 회전축은 그림 3에서 보여져 있다. 이것은 실제로 13개의 작은 동일직경 원형보의 집합으로 이루어져 있는데, 좌로부터 4번째와 10번째 요소 중앙에 베어링이 있어서, 이 요소들을 각각 둘로 나누어 베어링 효과가 고려되도록 하였다. 따라서 15개의 요소로 나누어지기 때문에 절점수는 16이 된다. 베어링의 탄성계수는  $k = 2 \times 10^5 \text{ kg/mm}$ 을 사용하였다. 계산된 저차모드인 1차에서 4차까지의 임

Station No.: 16, Length: 2032 mm, Weight: 512.34 Kg.

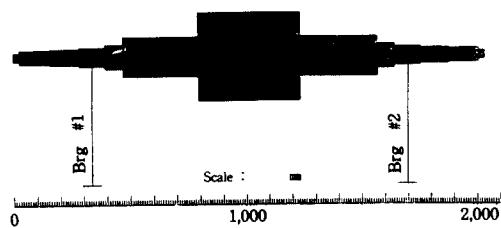


Fig. 3 Cross section of the rotor.

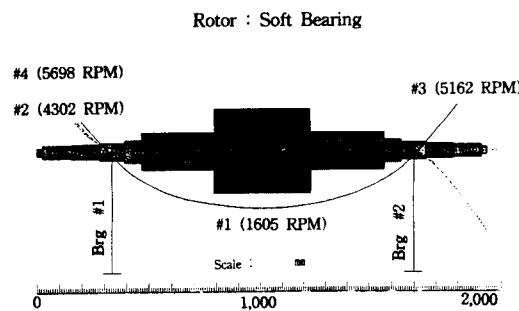


Fig. 4 Critical speed of the rotor: Soft bearing

계속도와 굽힘모드는 그림 4에 보여져 있다.

#### (1) 베어링 탄성계수의 영향.

앞에서 사용된 베어링  $k = 2 \times 10^5 \text{ kg/mm}$  보다 10배가 큰  $2 \times 10^6 \text{ kg/mm}$ 인 베어링을 사용하여 임계속도를 구하고 두 경우의 결과치를 비교하였다. 베어링 간의 상대비교를 위해 강성이 작은 베어링을 연성베어링, 강성이 큰 베어링을 강성베어링이라고 한다. 강성베어링에 대한 임계속도와 굽힘모드는 그림 5에 보여지

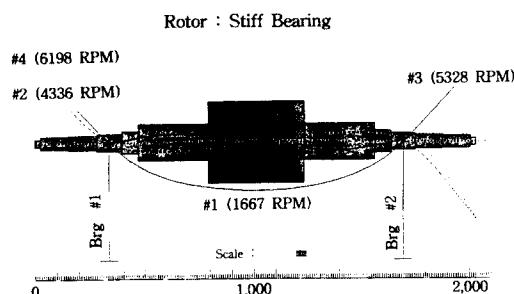


Fig. 5 critical speed of the rotor: Stiff bearing.

Table 1. Bearing stiffness effect on the critical speed.

Modes	$k = 2 \times 10^5 \text{ kg/mm}$	$k = 2 \times 10^6 \text{ kg/mm}$	Increment (%)
1	1605RPM	1667RPM	3.8%
2	4302	4336	0.8
3	5162	5326	3.1
4	5698	6198	8.7

있으며 일정 및 강성 베어링 간의 임계속도 해석 결과는 표 1에 비교되어 있다. 베어링의 강성이 회전체 임계속도에 영향을 미치는 것을 보여주고 있는데, 차수가 높아질수록 베어링의 강성증가 영향이 크게 나타나 고차항에서는 임계속도의 심한 변화를 가지게 된다.

#### (2) 모델 단순화의 영향

일단 정확한 회전체 모델을 만들었어도 모델에서 사용하는 단계수를 줄여서 해석하면 편리하다. 이는 계산속도를 높여줄 뿐만 아니고 연달아 연결된 두개 이상의 회전체(예를 들면 turbine-generator set)를 함께 처리 할 수 있게 된다. 정확도에 손실없이 모델을 줄이는 가장 좋은 방법은 유사한 직경의 인접한 단계를 하나로 만드는 것이다. 이는 두 단계의 평균직경을 사용함으로써 가능해진다.

단순화하는 방법으로는 길이는 전체 길이  $\Sigma l_i$ 를 사용하되, 직경은

$$\frac{\sum l_i d_i}{\sum l_i}$$

의 방법으로 구하여 사용하였다. 여기서  $l_i$ 는 각 단의 길이,  $d_i$ 는 각 단의 직경을 나타낸다.

그림 6은 그림 3의 실제 모형을 간단히 했을 때의 결과에 미치는 영향을 검토해 본 것이다. 이 단순화된 모형은 8개의 절점으로 이루어져 있는데, 베어링의 위치는 원래 모형에서의 위치와 동일한 조건에서 계산하였다. 임계속도를 계산한 것을 요약하면 표 2와 같다. 이 결과를 그림 5에서 보여진 임계속도와 비교해 보면, 모델링의 단순화과정을 통한 해석 결과는 원래의 해석모델에 비해 임계속도를 낮추는 것을

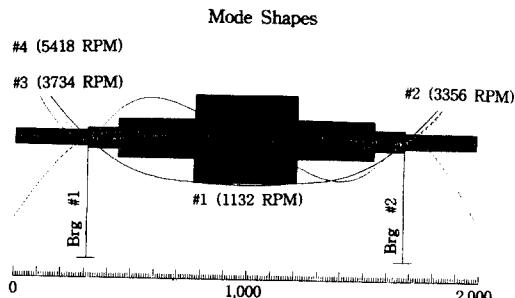


Fig. 6 Critical speed of the rotor after model simplification: Stiff bearing.

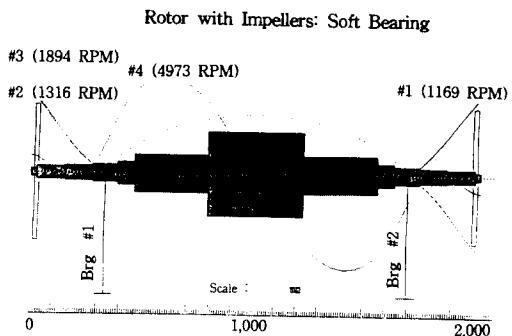


Fig. 7 Critical speed of the rotor when an impeller is attached: Soft bearing.

Table 2. Critical speed of the simplified model.  
(bearing stiffness :  $k = 2 \times 10^6 \text{ kg/mm}$ )

Modes	Critical Speed
1	1632RPM
2	3356
3	3734
4	5418

일 수 있다. 절점수가 상당히 많은 경우에는 계산상 절점수를 줄이기 위하여 이와 같은 단순화된 모형을 사용할 수 있으나, 계산의 오차를 고려할 때 주의할 필요가 있음을 보여주고 있다. 한편 베어링이 위치한 곳에서의 단면감소는 축강성을 낮추게 되므로 임계속도의 평가치를 저감시키는 것으로 판단된다.

### (3) 임펠러 부착의 영향

펌프는 회전축의 한쪽 끝에 임펠러가 부착되어 있다. 따라서 펌프 회전체축에 임펠러를 부착할 때의 영향을 고려해 보기로 한다. 임펠러의 무게가 45kg이고 직경이 80mm인 실제 임펠러의 구조를, 무게는 같고 직경이 작은 원판으로 가정하기 위해 직경 600mm, 두께 20.3 mm인 원판 도형으로 단순화하였다. 두개의 이 원판을 회전축의 양끝에 부착한 모형에 대한 계산결과는 그림 7과 그림 8에 보여져 있다. 이 두 결과는 베어링의 탄성계수가 각각  $2 \times 10^5 \text{ kg/mm}$ 와  $2 \times 10^6 \text{ kg/mm}$ 의 경우에 해당

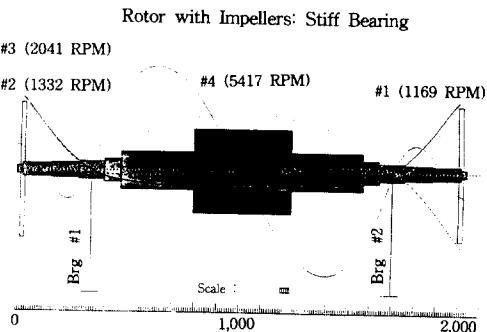


Fig. 8 Critical speed of the rotor when an impeller is attached: Stiff bearing.

Table 3. Critical speed of a rotor attached to an impeller.

Modes	$k = 2 \times 10^5 \text{ kg/mm}$	$k = 2 \times 10^6 \text{ kg/mm}$
1	1169RPM	1169RPM
2	1316	1332
3	1894	2041
4	4973	5417

하는데 임계속도를 비교하면 표 3과 같다. 임펠러 부착전의 상태인 표 2와 비교해 볼 때 전체적으로 임계속도가 감소된 것을 보여준다. 질량과 관성이 큰 원판형태의 구조물을 부착하게 되면 임계속도와 모드가 크게 영향을 받게됨을 알 수 있다. 이와같이, 설계시에 고려되지 않았던 구조물이 부착될 때에는 운전시 신중을 기해야 한다.

#### 4. 평택화력 수직펌프의 임계속도 해석

수직펌프의 임계속도를 예측하기 위하여 현재 평택화력에서 운전중인 펌프를 대상으로 하였다. 측정대상 펌프는 H 중공업에서 제작한 혼류형(mixed flow) 펌프 형식으로 유량은 시간당  $23,100\text{m}^3$ , 양정 7.5m, 회전수 321 RPM인 저속모터를 가지고 있다. 모터용량은 700kW급이다.

그림 9는 수직수펌프의 구성도를 보여주고 있다. 그림에서 보이는 것과 같이 위부분에는 16톤의 모터가, 그리고 아래부분은 지면을 통해 해수와 연결된 펌프의 구조가 있고 왼쪽으로 토출구가 놓여져 있다. 모터를 받쳐주는 원통은 보수 및 점검을 위한 창문이 설치되어 있다.

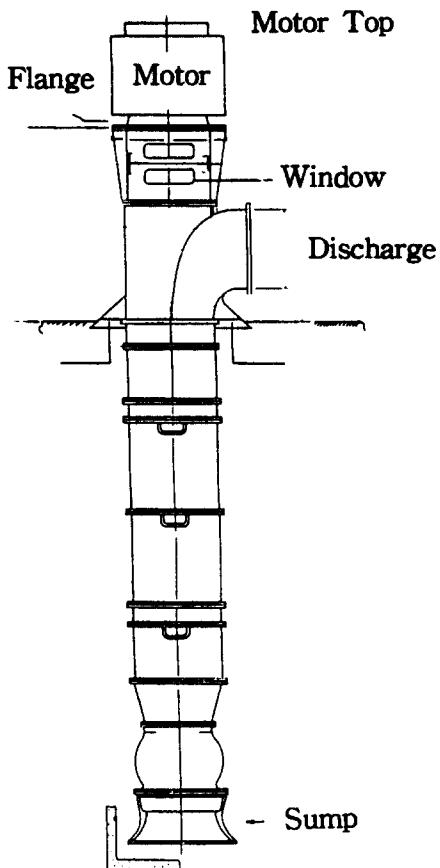


Fig. 9 Schematic diagram of a vertical pump.

펌프는 길이 8.8m를 가진 회전축이 수직으로 놓여있고 임펠러가 축의 하부끝단에 있다. 끝단은 일반적으로 고정되지 않은 형태를 갖는다. 또한 축이 물에 잠겨있어 유체에 의한 부가질량과 감쇠효과가 나타난다.

##### 가. 수직펌프의 모델링

본 계산에서는 그림 9의 회전축을 그림 10과 같이 단순화시킨 모형을 대상으로 하였다. 그림 오른쪽 끝단의 디스크는 임펠러를 단순화한 것이고, 외쪽 부분의 소형 디스크는 모터축과 펌프축을 연결하는 거울링을 나타낸다. 왼쪽끝은 모터의 코일을 나타내는데 고정지지 경계조건으로 대체하였다. 베어링 #1은 불베어링 6044, 베어링 #2는 태이파울리 베어링 320-44, 48로서  $3.5 \times 10^5 \text{ N/m}$ 의 상상을 주었고, 베어링 #3은 슬리브 베어링으로 베어링 #2강성을 100분의 1을 주었다.

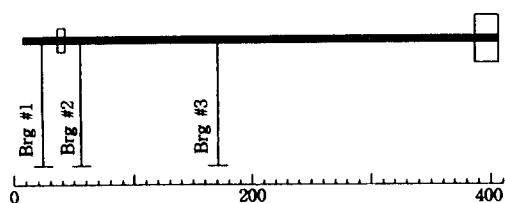


Fig. 10 Simplified shaft for the pump.

##### 나. 임계속도의 계산

임계속도의 계산 결과는 그림 11에 보여져 있다. 1차속도는 21 RPM(0.35 Hz), 2차는 308 RPM(5.13 Hz), 3차는 971 RPM(16.18 Hz), 4차는 1958 RPM(32.63 Hz)로서 네개의 임계속도가 모두 3000 RPM(50 Hz)이하에 있는 것으로 계산되었다.

그림 12는 1차부터 4차까지의 고유 모드를 나타내는데 1차를 제외하고는 양끝단이 반공진 점(nodal point)으로 작용하고 있다. 오른쪽 끝단의 임펠러보다 질량과 관성모멘트가 큰 모터의 코일부분을 고정지지단으로 가정하면 큰

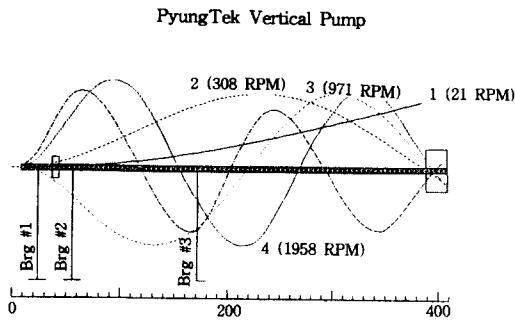


Fig. 11 Critical speed of the pump shaft.

오차를 발생시키지 않는다. 축의 길이가 808m에 달하는 실제 수직펌프의 고유진동수가 특히 1차, 2차 모드에서 상당히 낮으므로 주변에서의 암소음(disturbances)이 배제되도록 펌프진동의 취급시 관심을 기울여야 할 부분이다.

## 5. 결 과

회전기계의 동특성 중 가장 기본이 되고 중요한 것이 임계속도이다. 임계속도에서는 불균형질량에 의해 축의 진동응답이 증폭되기 때문에 과도한 응답을 유발할 뿐만 아니라 기계의 수명이나 안전성에 직결된다. 또한 축의 균열이나 축정열 불량 등에 의한 고주파 하모닉 성분이 공진을 유발할 수 있으므로 임계속도에 대한 정보는 매우 중요하다.

임계속도는 회전체의 회전속도를 정지 상태에서부터 시작하여 일정 속도까지 올리거나 높은 회전속도에서부터 시작하여 낮추는 방법을 사용하여 실험적으로 구할 수도 있고 계산에 의존하여 구할 수도 있다. 그러나 단순하고 조작이 용이한 회전기계를 제외하고는 임계속도를 실험적으로 구하는데는 많은 제약이 있다. 특히 터어빈이나 펌프 등의 대형 회전체는 실험을 통한 임계속도 해석이 어려우므로 해석방법을 통해 임계속도를 계산하게 된다.

연구에서는 임계속도의 계산방법을 소개 분석하였다. 회전체역학에서의 임계속도 계산 방

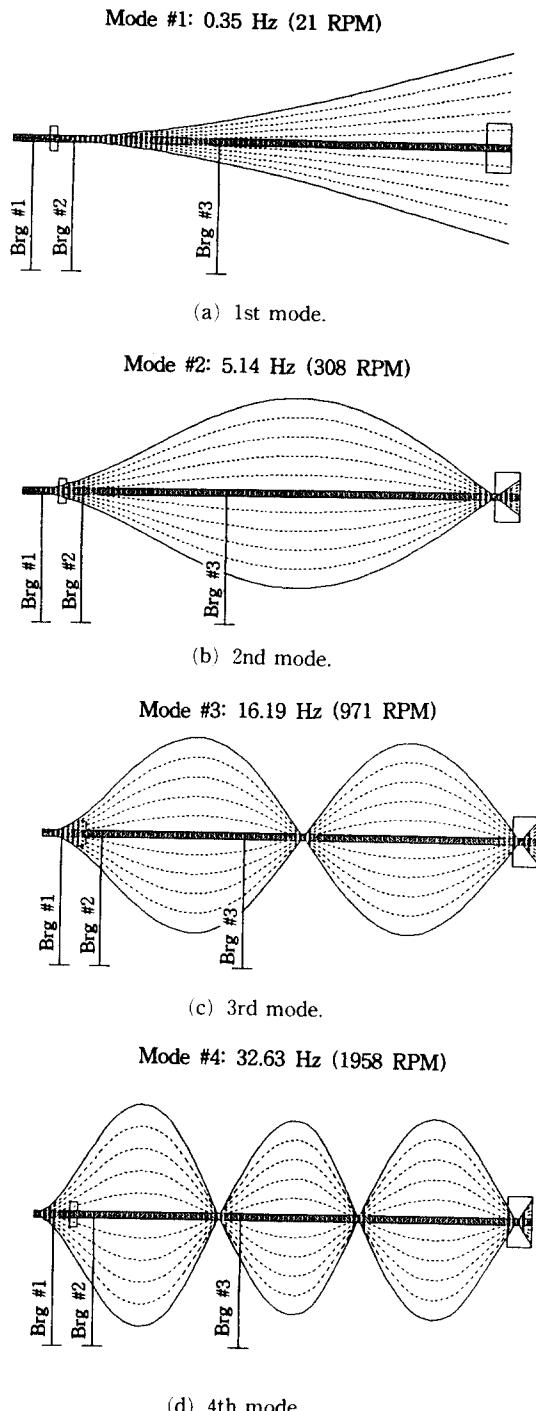


Fig. 12 Modes of the pump shaft.

법에는 현재 보편적으로 많이 사용되는 방법인 전달행렬 방법과 유한요소법 등이 있는데 본 연구에서는 전달행렬 방법을 다루고, 이 방법으로 작성된 상용프로그램을 이용하여 회전체 모델에 대한 임계속도의 예측이 수행되었다. 계산에 사용한 모델은 실제 발전소에서 사용되고 있는 펌프 모터 축과 수직펌프를 대상으로 하였다. 분석은 축단면의 단순화, 베어링의 탄성계수, 임펠러부착 등을 통하여 비교하였다. 해석결과, 베어링의 탄성계수에 따라 임계속도가 변화하며 특히 고차 임계속도에서 큰 변화가 있음을 보여주었다. 또한 축모형을 단순화시키면 임계속도의 변화를 가져올 수 있기 때문에 가능하면 단순화 작업을 피하는 것이 바람직한 것으로 밝혀졌다. 한편 질량과 관성 모멘트가 큰 임펠러 등의 부착물이 축에 추가될 때는 임계속도를 대폭 낮추기 때문에 설계에 없던 임펠러 등의 추가에 주의가 요망된다.

평택화력 수직펌프의 임계속도 해석결과, 1차부터 4차 모드 모두가 3,000RPM이하에 위치하고 있어 주변에서 발생할 수 있는 저주파지반진동에 민감한 반응이 예상된다. 또한, 기동과 정지등 수직펌프의 과도 운전중에도 임계속도에 해당되는 주파수를 지나가게 되므로 펌프의 운전에 많은 주의가 요망된다.

## 부 록

전달행렬방법에서 사용되는 절점행렬  $P$ 와 요소행렬  $F$ 의 값은 다음과 같다. 상태변수인 차짐, 차짐각, 모멘트 및 전단력을  $y$ ,  $\theta$ ,  $M$ ,  $V$ 라 하면 그림 1과 같은 균일 단면축에서 축의 오른쪽 끝에서의 양들은 요소행렬을 이용하여 축 왼쪽 끝에서의 양들로부터 계산할 수 있다. 본문의 식(2)에 해당되는 요소행렬 값  $F$ 는

$$F = \frac{1}{2} [S_1][S_2][S_3][S_4]$$

$$[S_1] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & EI_n(m_n)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & EI_n(m_n)^3 \end{pmatrix}$$

$$[S_2] = \begin{pmatrix} \cosh m_n l_n & \sinh m_n l_n & & \\ \sinh m_n l_n & \cosh m_n l_n & & \\ \cosh m_n l_n & \sinh m_n l_n & & \\ \sinh m_n l_n & \cosh m_n l_n & & \end{pmatrix}$$

$$[S_3] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$[S_4] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{EI_n(m_n)^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{EI_n(m_n)^3} \end{pmatrix}$$

여기서  $\rho$ 는 균일단면축의 단위길이당 질량을,  $\omega$ 는 축의 회전각속도(rad/s)를,  $m^4 = \rho \omega^2 / EI$ 를 나타낸다. 이와같은 F행렬을 전달행렬(transfer matrix) 또는 전진행렬(progression matrix)이라 하는데, 축요소의 한쪽 끝에서부터 다른쪽 끝으로 해석적인 관계를 이어주는 역할을 한다. 이와같은 관계는 전체적인 회전체-베어링 계에 대하여 순차적으로 적용된다.

한편, 절점행렬  $P$ 의 표현은 베어링 반력, 디스크에 의한 관성력, 자이로스코픽 모멘트 등의 외부 전단력이나 모멘트의 연속성과 동특성을 고려하면 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$[P] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & I' \omega^2 & 1 & 0 \\ (m_0 \omega^2 - k_B) & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

이 값은 절점상에서의 전달 역할만 수행하게 된다. 여기서  $m_0$ 는 디스크의 질량,  $k_B$ 는 베어링의 탄성계수,  $I'$ 는 디스크의 관성모멘트이다.

전달행렬 방법에 사용되는 행렬값에 대한 자세한 내용은 참고문헌 9에 수록되어 있다.

### 참고문헌

1. Iwata, Y., Sato, H., and Tamura, A., "A Special Case of a Critical Speed of Rigid Rotors with Anisotropic Supports", JSV 121(1), 1988, 161-168.
2. Rao, J. S., Rotor Dynamics, Halsted Press India, 1983.
3. Goodwin, M. J., Dynamics of Rotor-Bearing Systems, University Press, Cambridge, 1989.
4. Thomson, W. T., Theory of Vibration with Application, Prentice Hall Inc., New Jersey, 1981.
5. Beamish, D. C., and Ma, P., "Modelling of Conical Section in Transfer Matrix Rotordynamic", Tenth Machinery Dynamics Seminar, Calgary, 1988.
6. Eckbert, W. F., and Craggs, A., "A Method of Medel Refinement for Beams and Shafts using Rayeight's Quotient", Tenth Machinery Dynamics Seminar, Calgary, 1988.
7. Vance, J. M., Murphy, B. T., and Tripp, H. A., "Critical Speeds of Turbomachinery : Computer Predictions vs. Experimental Measurements-Part I: The Rotor Mass-Elastic Model", ASME I. Vibration Acoustics, Stress, and Reliability in Design, 109, 1987, 1~7.
8. CRITSPD - PC User's Manual, Rodyn Vibration Inc., 1987.
9. 김정태 등, 저하발전소 진동 및 소음의 원인 규명과 감소방안에 관한 연구, KRC-89G-J04, 한국전력공사, 1992.