

感度解析技法을 이용한 構造物의 振動特性 最適化 手法의 실제 機械에의 應用*

朴錫柱** · 長松昭男***

The Application of Structural Dynamic Optimization for the Actual Machine Using Sensitive Analysis Techniques

S. Ch. Park · A. Nagamatsu

Abstract

Authors had analyzed the Press machine's vibrational characteristics by Substructure Synthesis Method. This paper describes the Structural Dynamic Optimization for the machine using Sensitive Analysis Method. The substructure synthesis method and sensitive analysis methods are used for the vibration analysis and structural modification.

The results obtained are as follows ;

1. The tooling precision of the press machine is ruled by the bending vibration of the slide.
2. The Structural Modification Method for minimizing impact responses is proposed, and modal analysis and sensitive analysis method are introduced to solve it.
3. The impact responses of running machine were reduced to 40% of the unmodified machine by using the proposed method.

1. 서 론

최근 전자계산기를 이용한 진동해석 방법이 눈부시게 발달하여, 일반 구조물이나, 기계구조물 등의 정적·동적인 특성을 설계단계에서 상당히 정도 높게 예측하는 것이 가능하여 지게 되었다. 유한요소법이 그 대표적인 해결 수단으로 등장하게 된 것이다. 그러나, 이러한 해석적 방법에 의한 예측값은 실제 구조물의

경우 이 예측값을 빗나가는 경우도 허다하다. 유한요소법에서의 가정과 실제구조물을 단순화시키는 과정에서의 형상의 차이나, 선형 미분방정식으로 가정함으로써 실제 구조물에 존재하는 여러가지 형태의 감쇠나 결합부의 특성을 고려할 수 없는 점등으로 인하여 예측이 맞아 떨어지기는 어려운 것이다. 이러한 실제 일어나는 문제를 보완하는 것이 실험에 의한 검증 작업이다. 이 검증 작업에 의하여 모델화에 잘

* 이 논문은 1991년도 교육부지원 한국학술진흥재단의 자유공모(지방대학육성)과제 학술연구조성비에 의하여 연구되었음.

** 正會員, 工學博士, 韓國海洋大學校, 船舶工學科

*** 工學博士, 日本 東京工業大學, 機械工學科

못이 있으면 수정하여 실제 구조물을 더욱 정확히 표현할 수 있는 모델을 찾아낼 수 있을 것이다.

구조해석은 이렇게 모델화를 정확히 하여 정도 높은 해석을 하는 것만으로는 만족스러운 해석방법이 될 수 없다. 보다 좋은 구조물을 만들 수 있는 개선법을 제시할 수 있을 때만이 그 가치가 있는 것이다. 여기에서 최적 구조 설계법이 등장하게 된다. 일반적으로 확대하면 최적화 수법인 것이다. 구조물의 최적화란 소프트웨어적으로 말하면 가장 외관이 좋은 형태나 사용하기 좋은 형태로 설계하는 것이 될 것이고, 하야드적으로 말하면 강도 개선이나 재료 절감을 통한 원가절감 및 중량 최소화 문제, 동적인 특성의 개선 차원에서는 가장 진동이 적고 조용한 특성을 가지는 구조물을 설계하는 문제등으로 나누어 생각할 수 있을 것이다. 여기에서는 진동특성의 정확한 파악과 진동특성을 개선하기 위한 구조 변경 문제에 초점을 맞추어 논하기로 한다.

먼저 진동특성의 정확한 파악을 위하여서는 앞에서 언급한 구조물의 정확한 모델화가 선행되어야 한다. 해석결과와 실험결과가 서로 일치하는 그러한 모델화를 일컫는다. 여기에서 시행착오를 거치는 횟수를 줄이고 정확한 모델화를 하는 데 최적화 수법을 동원하게 되는 것이다.

다음으로는 특성의 개선문제이다. 이에선 조용하고 진동이 적은 기계를 만드는 문제와 중량을 최소화함으로써 기계를 가볍게 하고, 또 원가를 절감시키는 문제등이 해당한다.

이러한 문제를 보다 간단히 해결하는 데는 역시 감도해석 기법이 가장 강력할 것이다. 중량 최소화 문제라면 다른 강도나 진동 특성을 건드리지 않는 부분이 어디인가를 찾아내는 문제, 바꾸어 말하면 감도가 가장 적은 부분을 찾아내어 그부분에서 중량을 덜어 내면 될 것이다. 고유진동수와 고유진동모우드의 변경 문제 같으면 목적하는 고유진동수나 고유진동모우드를 가장 크게 변경시킬 수 있는 장소를 찾아내는 문제, 바꾸어 말하면 감도가 가장 큰 부분을 찾아내어 그 부분의 치수를 바꾸면 될

것이다.

또 다른 문제는 거의 모든 구조물이 결합부를 가지고 있는데 이 결합부의 강성이나 감쇠 특성에 대하여 거의 알려져 있지 않다는 것이다. 이러한 결합부 특성을 현재로는 정확히 파악할 수 없기 때문에 리베트나 보울트나 어떤 특수한 형태 결합부가 구조물의 특성에 주는 영향을 예측하기 어렵다는 것이다. 이러한 결합부의 특성을 알아내는 데도 감도 해석법이 아주 유효하게 쓰일 것이다.

여기에서는 저자가 부분구조합성법을 적용하여 해석한 결과와 실측 실험 결과가 좋은 일치를 보인 프레스 기계¹⁾에 대하여 이 기계의 진동특성을 보다 면밀하게 분석하고, 또 이의 특성개선을 위한 구조변경에 감도해석기법을 이용한 최적구조변경법²⁾을 적용하여 보기로 한다. 프레스 기계의 동적특성이 제품 제작정도 및 금형수명에 미치는 영향등에는 지금까지 많은 연구들이 있었으나³⁾⁻¹⁰⁾, 이방법들은 대개가 실험적 수법이나 정적해석 정도에 지나지 아니해서, 설계단계에서 기계 전체의 동적해석을 하는 것은 곤란하였다. 여기에 저자는 실제 작동중인 프레스 기계를 대상으로 힘과 변위를 측정하고, 또 부분구조합성법을 적용하여 해석하였던 것이다. 저자는 여기에 그치지 아니하고, 부분구조합성법에 감도해석기법을 도입하고 충격력을 받았을 경우의 기계진동을 최소화하는 기계구조의 최적구조변경법을 제안하고자 한다.

2. 모우드 해석법

비감쇠 다자유도계의 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[M]\{x\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (1)$$

여기에서 $[M]$, $[K]$ 는 각각 질량행렬, 강성행렬을 나타내고, $\{f\}$, $\{x\}$ 는 외력과 응답 벡터를 나타내고 있다.

여기에

$$\{f\} = \{F\}e^{j\omega t} \quad (2)$$

의 외력이 가하여 지면

$$\{x\} = \{X\} e^{j\omega t} \quad (3)$$

의 응답이 생길 것이고, 이것을 (1)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} (-\omega^2 [M] + [K]) \{X\} e^{j\omega t} &= \{F\} e^{j\omega t} \\ (-\omega^2 [M] + [K]) \{X\} &= \{F\} \end{aligned} \quad (4)$$

가 되어, 외력이 가해지지 않을 경우에 이것은 고유치 문제가 된다. 고유치와 고유벡터를 $\Omega_i^2, \{\phi_i\}$ 라 하면

$$(-\Omega_i^2 [M] + [K]) \{\phi_i\} = \{0\} \quad (5)$$

이 되고, 이 $\{\phi_i\}$ 가 다음식을 만족하도록 정규화하기로 한다.

$$\begin{aligned} \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_i\} &= 1 \\ \{\phi_i\}^T [K] \{\phi_i\} &= \Omega_i^2 \end{aligned} \quad (6)$$

한편 고유모우드의 직교성에 의하여

$$\begin{aligned} \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_j\} &= \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \\ \{\phi_i\}^T [K] \{\phi_j\} &= \begin{cases} 0 & i \neq j \\ \Omega_i^2 & i = j \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

의 관계를 만족한다.

고유모우드의 독립성을 이용하면 응답은 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\{X\} = [\phi] \{\xi\} \quad (8)$$

여기에서 $[\phi]$ 는 고유모우드 벡터를 전부 합하여 놓은 고유모우드 행렬이다. (8)을 (4)에 대입하고, 앞에 $[\phi]^T$ 를 곱하여 정리하면

$$\begin{pmatrix} -\omega^2 & & & & \\ & -\omega^2 & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & -\omega^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Omega_1^2 & & & & \\ & \Omega^2 & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & \Omega_n^2 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_n \end{Bmatrix} = [\phi]^T \{F\} \quad (9)$$

이 되어 독립된 n개의 비연성방정식이 된다.

한편, i점 가진의 전달함수는 (9)에서 $F_i=1$ 로 두고 나머지 F항을 0으로하여 구한 $\{\xi\}$ 를 (8)에 대입함으로써 구할 수 있다. 예를 들어 i점 가진 j점응답에 의한 전달함수는

$$G_{ji}(\omega) = \sum_r \frac{\phi_{jr} \cdot \phi_{ir}}{\Omega_r^2 - \omega^2} \quad (10)$$

이 되고, 이 전달함수를 역푸리에 변환함으로써 단위 충격응답을 구할 수 있다.

$$h_{ji}(t) = \sum_r \frac{\phi_{jr} \cdot \phi_{ir}}{\Omega_r} \sin \Omega_r t \quad (11)$$

만약 감쇠를 고려하면

$$h_{ji}(t) = \sum_r \frac{\phi_{jr} \cdot \phi_{ir}}{\Omega_r} e^{-\sigma_r t} \sin \Omega_r t \quad (12)$$

가 될 것이고, 여기에서 σ_r 을 모우드 감쇠율(modal decay rate)이라 부른다.

3. 감도해석 기법에 의한 충격응답을 최소로 하는 최적구조변경법

공작기계나 굴삭기등 많은 기계들은 작동할 때 일정한 부위에 충격력이 가해지는 경우가 많다. 이러한 경우에는 충격력에 의한 응답을 최소로 하는 구조가 최적구조가 될 것이다. 바꾸어 말하자면 (11)식의 $h(t)$ 값을 최소로 하는 $\Omega_r, \{\phi_r\}$ 을 구하는 문제가 되고, 이것을 만족시키는 구조를 찾는 문제가 최적 구조 설계법이나 최적설계변경법이 될 것이다.

3.1 특정 2 점간의 충격응답을 최소로 하는 구조변경법

식(11)과 (12)에서 충격응답이 모우드 특성에 의하여 표시될 수 있음을 알았다. 임의의 점간의 단위 충격응답은 두점의 모우드 성분의 곱을 그 고유진동수로 나눈 값을 전 고유진동수에 대하여 합산한 것으로 표시된다는 사실이다. 따라서 ϕ_{jr} 이나 ϕ_{ir} 이 0이 되는 구조를 만들면 $h(t)$ 가 0이 되지만, 모든 고유진동수에

대하여 이 값이 0이 되는 구조물이란 존재할 수 없다. 고차의 성분은 분모의 Ω_r 가 크기때문에 그리 큰 영향을 주지 않을 것이고, 저차의 성분만이 응답에 크게 영향을 주게된다. 따라서 저차의 고유모우드에 대하여서만 주목하여 구조변경을 하면 될것이다. 설계변수 γ 에 대하여 응답의 감도를 생각하여 보면

$$\frac{\partial h_{ji}}{\partial \gamma} = \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\sum_r \frac{\phi_{ir} \cdot \phi_{jr}}{\Omega_r} \sin \Omega_r t \right) \quad (13)$$

이 된다.

그러나 이 미분은 상당히 복잡한 형태를 나타내고 있어 전 고유진동수와 고유모우드에 대하여 고려한다는 것은 어렵다. 그래서 이중 i점과 j점에 지배적인 영향을 주는 모우드에 대하여서 고려하는 것이 계산상 유리하고, 지배적인 모우드가 r차의 하나일 경우에는 단지 $\sin \Omega_r t$ 의 계수에 대하여서만 고려하면 될 것이다.

또, 여러개의 모우드에 대하여서 고려할 때에도 $\sin \Omega_r t$ 항은 떼어내고 각각의 진폭이 작은 방향으로의 구조변경을 하면 된다.

3.2 특정 2점간의 상대진동을 최소로 하는 구조변경법

식(12)로부터 i점에 단위충격력이 가해졌을 때의 p점과 q점의 상대진동을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} h_{rel}(t) &= h_{pi} - h_{qi} \\ &= \sum_r \frac{\phi_{ir} \cdot \phi_{pr} - \phi_{ir} \cdot \phi_{qr}}{\Omega_r} \sin \Omega_r t \end{aligned} \quad (14)$$

여기에서는 특수한 경우로 프레스 기계와 같이 충격력이 작용력과 반작용력으로 주어지는 경우에 대하여 생각하기로 한다. 바꾸어 말하자면, i점, j점에 각각 단위충격력과 음의 단위 충격력이 동시에 작용할 때 p, q점의 상대진동을 구하는 경우이다.

$$\begin{aligned} h_{rel}(t) &= h_p - h_q \\ &= h_{pi} - h_{qi} - (h_{pj} - h_{qj}) \end{aligned} \quad (184)$$

$$= \sum_r \frac{\phi_{ir} \phi_{pr} - \phi_{ir} \phi_{qr} - \phi_{jr} \phi_{pr} + \phi_{jr} \phi_{qr}}{\Omega_r} \sin \Omega_r t \quad (15)$$

여기에서 p, q를 i, j와 구별하여 쓴 이유는 충격점과 응답점이 다른 일반적인 모든 경우에 대하여 고려하였기 때문이고, 작용점과 반작용점의 응답이라 하더라도 충격방향과 구하고자하는 응답방향이 다른 경우를 상정하였기 때문이다.

충격응답을 최소로 하기 위해서는 (15)식의 $h_{rel}(t)$ 를 최소로 하는 ϕ_{ir} , ϕ_{jr} , ϕ_{pr} , ϕ_{qr} 을 구하여야 한다. 설계변수에 대하여 미분하여 보면

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_{rel}(t)}{\partial \gamma} &= \\ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\sum_r \frac{\phi_{ir} \phi_{pr} - \phi_{ir} \phi_{qr} - \phi_{jr} \phi_{pr} + \phi_{jr} \phi_{qr}}{\Omega_r} \sin \Omega_r t \right) \end{aligned} \quad (16)$$

가 되는데, 이 식은 결국 정현함수의 합으로 주어지기 때문에 꽤 복잡한 형태로 나타나게 되고, 시간축상에서 정현함수의 합을 감소하는 방향으로 만드는 것은 정현함수의 특성상 곤란하다. 따라서 각각의 고유진동수에 대한 진폭이 최소가 되는 ϕ , Ω 를 찾는 것이 바람직하다. 아무튼 (13)식과 (16)식은 충격점과 응답점의 고유모우드와 고유진동수에 대한 감도, 즉 미분값을 알아야 된다는 것을 말하여 주고 있다. 고유모우드와 고유진동수의 감도를 구하는 방법은 저자의 논문²⁾에 상세히 기술되어 있으므로 여기에서는 생략하기로 한다.

4. 실제 구조물에서의 적용

저자는 감도해석 기법에 의한 최적구조변경법의 적용에 대하여 C형 구조물의 해석에 적용하여 좋은 결과를 얻은 바 있다¹⁾. 여기에서는 저자가 해석한 바 있는 시판되고 있는 프레스기계의 성능향상을 위한 진동최소화 문제에 대하여 앞절의 이론을 적용하여 보고자 한다.

저자는 유한 요소법의 한 종류인 부분구조합성법을 적용하여 고유진동수, 고유모우드, 또 충격응답에 대하여서까지 아주 좋은 해석 결과를 얻을 수 있었음을 밝힌 바 있다.

Fig. 1은 프레스 기계의 개략을 보이고 있고, Fig. 2는 부분구조합성법을 적용하여 해석한 전달함수와 실험에 의하여 얻은 전달함수를 보이고 있으며, Fig. 3은 펀치와 다이사이의 프레스기계의 전후방향 상대변위를 나타내고 있다. 프레스 기계에서의 펀치의 진동은 가공정도를 떨어 뜨릴 뿐 아니라, 심지어 펀치가 튀어 나와서 인명, 기계, 제품등에 심각한 손상을 주는 경우도 있다.

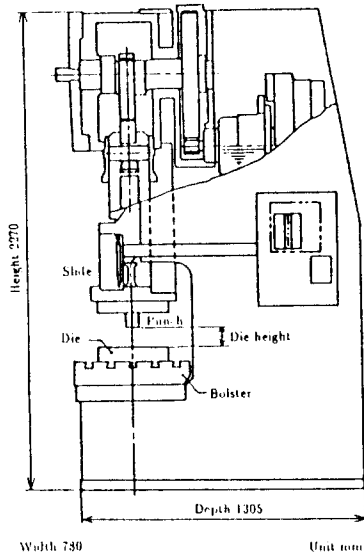


Fig. 1 Schematic diagram of the press.

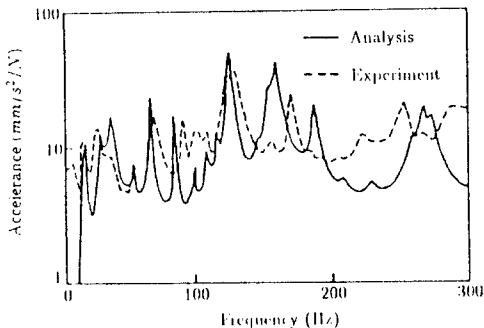


Fig. 2 Transfer functions of the press.

먼저 프레스 기계 동작중 얻은 펀치와 다이사이의 상대변위의 특성을 알아보기 위하여 Fig. 3의 실측값을 푸리에 변환하여 보았다. Fig. 4의 점선이 이의 스펙트럼을 나타내고있다. 이것으로부터 이 기계는 거의 95Hz의 성분에 의하여 진동하고 있다는 것을 알 수 있다. 이 95Hz 성분의 진동모우드를 Fig. 5에 나타나 있다. 여기에서 프레스 기계는 슬라이드의 굽힘모우드에 의하여 그 성능이 좌우되고 있다는 것을 알 수 있다. 따라서 이 프레스 기계의 경우는 전후방향의 굽힘모우드를 줄이면 성능이 개선될 것으로 사료된다. 그래서 이 경우에는 다른 진동모우드에 대하여서는 고려하지 아니하고 슬라이드의 굽힘모우드에 의하여 생긴 충격응답에 대하여서만 고려하여 구조변경을 하기로 한다. 변경장소의 선택은 감도가 큰장소를 선택하는 것이 바람직하나, 경우에 따라서는 기하학적인 제약등으로 변경할 수 없는 장소 등이 있다. 여기에서는 5군데를 선택하여 변경하였고, 구조변경후의 고유진동모드

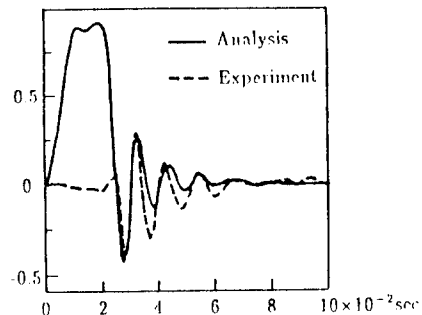


Fig. 3 Relative displacement between punch and die.

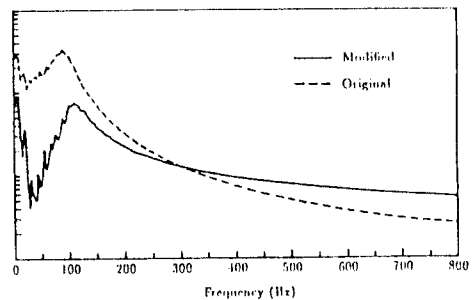


Fig. 4 Spectrum of the relative displacement.

를 Fig. 6에 나타내고, 그때의 충격응답을 Fig. 7의 실선으로 표시하였다. 점선은 구조변경하기 전의 원래구조물에 대한 해석결과와 충격응답곡선이다. 진동이 60%정도 줄어들었음을 알 수 있다. Fig. 4의 실선은 이때의 응답을 주파수 분석한 결과이다. 고유진동수가 109Hz로 변화되었고, 고유모우드는 Fig. 6에서와 같이 현저히 그 크기가 줄어들었음을 알 수 있다.

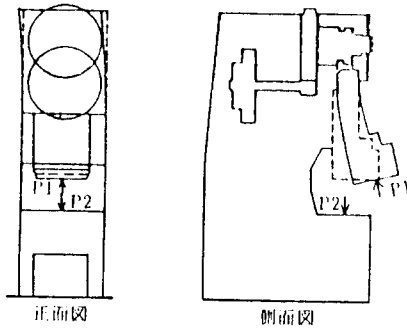


Fig. 5 Mode shapes of the ruling the machine's vibration.

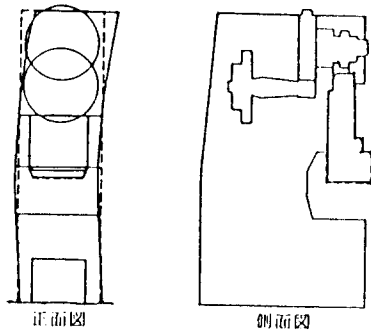


Fig. 6 Mode shapes after modification.

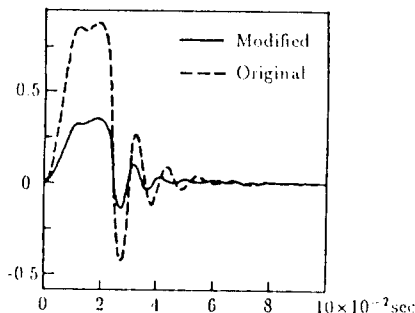


Fig. 7 Displacement reduction after modification.

이상에서 시판의 프레스 기계의 최적구조변경에 대하여 살펴 보았다. 이제까지는 프레스 기계의 주 진동 원인은 프레임의 비틀림진동에 있다고 생각되어져 왔다. 그러나, 해석결과와 슬라이드의 프레스기계의 압힘진동이 주 진동이라는 사실을 말해주고 있다. 따라서 이 슬라이드의 압힘모우드가 작아지는 방향으로의 구조변경을 하면 가공정도를 높일 수 있을 것이다. 여기에는 슬라이드의 목부분의 강도를 높이는 실제변경이라든지, 메인프레임과 슬라이드 사이의 연결방법의 재고등 여러 방안을 제시할 수 있다.

본 연구에서는 이러한 여러 방법에 대하여 감도 해석법을 이용하여 보다 정량적인 자료를 제시할 수 있었다.

5. 결 론

시판의 프레스기계의 진동 최소화문제에 대하여 살펴본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 프레스 기계의 가공정도는 슬라이드의 압힘진동에 의하여 좌우된다.
2. 충격력에 의한 응답을 최소화하는 구조변경법을 제안하였고, 여기에 모우드해석 기법과 모우드 감도해석 기법을 도입하였다.
3. 단위 충격력이 아닌 실제 작동중의 충격력을 실측하고, 이것을 외력으로 하여 해석한 결과, 구조변경후 그 응답을 40%로 줄일 수 있었다.

6. 참고 문헌

- 1) 朴錫柱, 長松昭男, "프레스 기계의 진동해석과 동특성의 최적화", 한국박용기관학지, 14-3, 1990, 34.
- 2) 박석주의 4인, "감도해석 기법에 의한 최적 구조 변경법", 한국박용기관학회, 16-1, 1992, 47.
- 3) 松野, 佐野, 塑性と加工, 28-315, 1987, 314.
- 4) 井澤, 塑性と加工, 28-315, 1987, 340.
- 5) 大出, 塑性と加工, 28-315, 1987, 347.

- 6) 輪竹, 山口, 塑性と加工, 8-82, 1967, 639.
- 7) 野池, 春日, 塑性と加工, 13-316, 1972, 339.
- 8) 神馬, 塑性と加工, 28-315, 1987, 307.
- 9) 松野, プレス技術, 22-8, 1984, 49.
- 10) 佐野, 初鹿野, 塑性と加工, 26-295, 1985, 892.