

비선형 다변수 발사대의 위치 제어시스템 설계

김 종 식\*, 한 성 익\*, 심 우 전\*\*, 김 청 균\*\*\*

Design of the Position Control System for a Nonlinear Multivariable Launcher

Jong-Shik Kim\*, Seong-Ik Han\*, Woo-Jeon Sim\*\*, Chung-Kyun Kim\*\*\*

ABSTRACT

A kinematic nonlinear multivariable launcher is modeled of which the azimuth and elevation axes are driven simultaneously and position control systems are designed for this system by the PD and LQG/LTR control methods. Also, the suitable command input function is suggested for the desired command following performance and the two control systems with disturbances and load variation are evaluated for the entire operating range by computer simulation. It is found that the two linear controllers can be used for the kinematic nonlinear multivariable launcher in the entire operating range and LQG/LTR controller is more effective for disturbance rejection.

기호설명

b., b.	: 방위각, 고각의 부하 점성감쇠계수 (N · m/rad/sec)	K <sub>v</sub>	: 모터 속도상수 (V/rad/sec)
d	: 케이지 좌표계에서 질량중심까지의 거리 (m)	K <sub>t</sub>	: 모터 토크상수 (N · m/Amp)
I <sub>x</sub> , I <sub>y</sub> , I <sub>z</sub>	: 케이지의 x, y, z 방향 관성 모멘트 (kg · m <sup>2</sup> )	L <sub>m</sub>	: 모터 인덕턴스 (mH)
I <sub>ax</sub> , I <sub>ay</sub>	: 방위각, 고각의 모터 아마튜어 전류 (Amp)	M	: 케이지 질량 (Kg)
I <sub>ax</sub> , I <sub>az</sub>	: 방위각, 고각의 제어입력 전류 (Amp)	N	: 기어비
J <sub>z</sub>	: 부하 관성 모멘트 (Kg · m <sup>2</sup> )	R <sub>m</sub>	: 모터 저항 (ohm)
J <sub>m</sub>	: 모터 회전자 관성 모멘트 (Kg · m <sup>2</sup> )	T <sub>m</sub>	: 모터 토크 (N · m)
K <sub>v</sub>	: 앰프게인 (V/Amp)	T <sub>ax</sub> , T <sub>az</sub>	: 방위각, 고각의 부하 토크 (N · m)
K <sub>t</sub>	: 축 강성 (N · m/sec <sup>2</sup> )	V <sub>m</sub>	: 모터 전압 (V)
		α, β	: 지면이 관성좌표계 X, Y축으로 기울어진 각도 (rad)
		φ <sub>ax</sub> , φ <sub>az</sub>	: 방위각 모터 축변위 및 각속도 (rad, rad/sec)

\* 부산대학교 기계설계학과 및 기계기술연구소 (정회원)

\*\* 국방과학연구소 (정회원)

\*\*\* 용인대학교 기계공학과 (정회원)

$\phi, \dot{\phi}$	: 방위각 부하 변위 및 각속도 (rad, rad/sec)	$\theta, \dot{\theta}$	: 고각 부하 변위 및 각속도 (rad, rad/sec)
$\theta_m, \dot{\theta}_m$	: 고각 모터 축변위 및 각속도 (rad, rad/sec)	$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	: 케이지의 x, y, z 방향 각속도 (rad/sec)

1. 서 론

발사대는 발사통제장치로부터 명령신호에 따라 표적방향으로 지향시키는 구동시스템으로서 수평축(azimuth axis)과 수직축(elevation axis)을 갖는 2 자유도 시스템이다. 발사대의 위치제어기 설계에서 문제점으로는 발사대의 회전위치에 따른 자중 관성 모멘트 값의 변화에 의한 부하의 변동과 축 기어의 백래쉬, 부하의 쿨롱마찰, 전류제어기의 포화 및 히스테리시스 등과 같은 운동역학적 및 하드웨어적인 비선형성 문제, 그리고 방위각과 고각을 동시 구동할 때 발생하는 기하학적 비선형성 및 다변수 제어문제 등이 있다.

자중 모멘트에 의한 부하 변동은 입력보상기를 사용하여 해결할 수 있고<sup>(1)</sup>, 운동역학적 및 하드웨어적인 비선형성 문제는 기술함수 기법<sup>(2)</sup>이나 QLQG/LTR 제어방법<sup>(3)</sup>을 이용하여 해결할 수 있다. 그리고 기하학적 비선형성과 다변수 제어 문제는 방위각과 고각의 구동을 완전히 분리시켜 순차적으로 두개의 단일입출력 제어문제로 해결할 수 있다. 그렇지만 신속하고 정밀한 제어가 요구된다면, 방위각과 고각을 동시에 구동해야 한다. 이러한 관점에서 본 연구에서는 발사대 위치제어시스템 설계시 고려되어야 할 문제중에서 기하학적 비선형성 문제와 다변수 제어문제를 연구목표로 하였다.

연구내용은 우선 방위각과 고각을 동시에 구동하는 발사대 시스템의 비선형 운동방정식을 유도한다. 그리고 선형제어 방법을 적용하기 위하여 한 작동점에서 선형화된 모델을 설정한다. 선형화된 모델에 대하여 PD 제어를 설계하여 기어축강성의 효과를 분석하여 모델 축소의 가능성을 제시한다. 다음, 축소된 모델에 대하여 LQG/LTR 제어를 설계하고 PD 및 LQG/LTR 제어시스템의 성능을 비교검토한다. 끝으로 설계된 선형제어를 전 작동범위에서 부하변동과 기하학적 비선형성을 고려한 비선형 다변수 발사대 시스템에서도 사용할 수 있는지를 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 그 가능성을 입증한다. 또한 방위각 고각 동시 구동시에 요구되는 적절

한 명령입력함수를 제시한다.

2. 발사대 및 구동시스템에 대한 모델링

우선 관성-터릿-케이지에 대한 좌표변환과 지면이 경사진 경우에 대한 좌표변환에 대하여 생각하기로 한다. 그림1은 발사대 시스템의 관성-터릿-케이지 좌표계를 나타낸다.

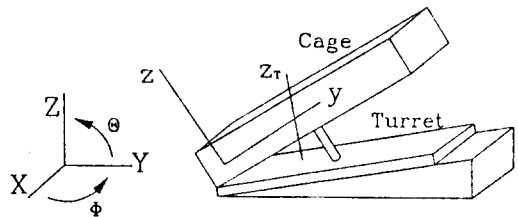


Fig.1 Coordinates of inertia-turret-cage

1) 관성-터릿 좌표계

관성좌표계  $e_1$ 로부터 Z축에 대해  $\phi$ 만큼 회전한 터릿 좌표계  $e$ 의 좌표변환 관계식은 다음과 같다.<sup>(4)</sup>

$$e_T = [L]_T e_1 \tag{1}$$

여기서,

$$[L]_T = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$e_1 = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, \quad e_T = \begin{bmatrix} X_T \\ Y_T \\ Z_T \end{bmatrix}$$

2) 터릿-케이지 좌표계

마찬가지로, 터릿좌표계  $e$ 의 x-축에 대하여  $\theta$ 만큼 회전한 케이지좌표계  $e_c$ 의 좌표변환 관계식은 다음과 같다.

$$e_c = [L]_{TC} e_T \tag{2}$$

여기서,

$$[L]_{TC} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix},$$

$$e_c = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

3) 지면이 관성좌표계의 X축으로  $\alpha$ , Y축으로  $\beta$ 만큼 경사진 경우

$$e_B = [L]_B e_I \quad (3)$$

여기서,

$$[L]_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos\beta & 0 & \sin\beta \end{bmatrix}$$

최종적으로 관성좌표계  $e_I$ 로부터 케이지좌표계  $e_C$ 로 변환하는 관계식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$e_c = [L]_{TC} [L]_T [L]_B e_I \quad (4)$$

혹은

$$e_I = ([L]_{TC} [L]_T [L]_B)^T e_c \quad (5)$$

그리고 위와 같은 좌표계 변환행렬을 이용하여 다음과 같은 터릿의 각속도  $\omega_T$ 와 케이지의 각속도  $\omega_C$ 에 관한 식을 얻을 수 있다.

$$\omega_T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} e_I \quad (6)$$

$$\omega_C = [L]_{TC} \omega_T + \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e_I$$

$$= \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \sin\theta \\ \dot{\Phi} \cos\theta \end{bmatrix} e_I \quad (7)$$

본 연구에서는 발사대 시스템의 모델링을 위하여 위의 좌표변환식들과 Lagrange 운동방정식을 이용하기로 한다.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = 1, 2 \quad (8)$$

여기서,

$$\mathcal{L} = T - V$$

T (시스템의 운동에너지)

$$= 1/2(I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2)$$

V (시스템의 위치에너지) = MgZ

$$Q_i = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_\theta \dot{\theta} + T_\theta \\ -b_\alpha \dot{\Phi} + T_\alpha + Md^2 \cos^2 \theta \ddot{\Phi} \end{bmatrix}$$

따라서 Lagrange 운동방정식으로부터 다음과 같은 발사대에 관한 비선형 운동 방정식을 얻을 수 있다.

$$I_x \ddot{\theta} + (I_z - I_y) \dot{\Phi}^2 \cos\theta \sin\theta + b_\theta \dot{\theta} + Mgd\{\cos\theta \cos\alpha \cos\beta - \sin\theta(\sin\Phi \sin\beta + \cos\Phi \sin\alpha \cos\beta)\} = T_\theta \quad (9a)$$

$$(I_y \sin^2 \theta + (I_z - Md^2) \cos^2 \theta) \ddot{\Phi} + 2(I_z - I_y) \cos\theta \sin\theta \dot{\Phi} \dot{\theta} + b_\alpha \dot{\Phi} + Mgd \cos\theta (\cos\Phi \sin\beta - \sin\Phi \sin\alpha \sin\beta) = T_\alpha \quad (9b)$$

이제 비선형 운동방정식을 평형상태 근처에서 선형화하기 위하여 다음과 같은 일반적인 비선형 시스템의 상태방정식을 생각하기로 한다.

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (10)$$

평형상태에서 상태벡터와 입력벡터를 각각  $x_0$ 와  $u_0$ 라고 하면, 평형조건식은 다음과 같다.

$$f(x_0, u_0) = 0 \quad (11)$$

그리고 상태벡터  $x(t)$ 와 입력벡터  $u(t)$ 에 대한 섭동(perturbation)을 다음과 같이 정의한다.

$$\delta x(t) = x(t) - x_0 \quad (12)$$

$$\delta u(t) = u(t) - u_0 \quad (13)$$

이제 비선형 상태방정식 (10)을 평형상태 ( $x_0, u_0$ )에서 Taylor 급수전개하고 고차항을 무시하면, 이때 평형상태 ( $x_0, u_0$ )에서 선형화된 상태방정식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta \dot{x}(t) = A \delta x(t) + B \delta u(t) \quad (14)$$

여기서,

$$A = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{\substack{x=x_0 \\ u=u_0}}, \quad B = \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_{\substack{x=x_0 \\ u=u_0}}$$

이제 방위각과 고각이 동시에 구동되는 비선형 다변수 발사대 시스템에 대한 선형 위치제어기 설계를 위한 선형모델식을 얻기 위하여 구체적인 한 발사대 시스템에 대하여 위의 선형화 방법을 적용하여 특정 작동조건에서 식 (9)에 표시된 발사대의 비선형 운동방정식을 선형화한 운동방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{\theta} + 0.144\dot{\theta} + 2.585 \times 10^{-4}\ddot{\Phi} - 1.836 \times 10^{-5}\theta = 1.437 \times 10^{-5} T_e \quad (15a)$$

$$\ddot{\Phi} + 0.1835\dot{\Phi} - 3.318 \times 10^{-3}\dot{\theta} + 2.107 \times 10^{-5}\theta = 1.845 \times 10^{-5} T_a \quad (15b)$$

여기서는 지면이 관성좌표계에 대해 경사가 지지않았다고 가정하였고, 중력에 의한 효과는 외란으로 처리하여 별도의 입력보상기로 고려하기로 하고 중력항은 무시되었다.

또한 발사대의 고각 및 방위각 구동 제어시스템을 설계하기 위해서는 구동시스템에 대한 수학적 모델식이 요구된다. 우선 방위각 구동시스템에 대하여 생각하기로 한다. 방위각 구동시스템은 전류제어기 및 증폭기, 전기 모터, 기어 박스 및 랭기어로 구성되어 있다. 구동시스템의 운동역학적 및 하드웨어적인 비선형요소(백래쉬, 포화, 히스테리시스)들을 무시한 구동시스템에 대한 수학적 모델식을 요약하면 다음과 같다.<sup>(5)</sup>

$$V_a = K_a(I_{ca} - I_{aa}) \quad (16)$$

$$V_a = I_{aa}(R_a + sL_a) + K_{ms}\dot{\Phi}_m \quad (17)$$

$$T_m = K_T I_{aa} \quad (18)$$

$$T_m = J_{ms}^2 \dot{\Phi}_m + T_a/N \quad (19)$$

$$T_a = K_L(\dot{\Phi}_m/N - \dot{\Phi}) \quad (20)$$

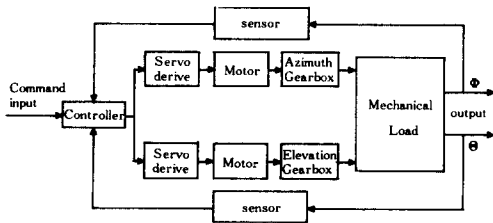


Fig. 2 Schematic diagram of the launcher control system

고각 구동시스템의 구조는 토크변환 장치만 방위각 구동시스템과 다르다. 일반적으로 방위각의 경우에는 랭기어 그리고 고각의 경우에는 볼스크류를 이용하고 있다. 따라서 고각 구동시스템의 수학적 모델도 방위각 구동시스템의 경우와 같이 유도될 수 있다. 그림 2는 발사대 구동 제어시스템의 개략도이다.

이제 식 (15)에 표시된 구체적인 발사대 시스템의 방위각과 고각을 동시에 구동할 수 있는 발사대 위치 제어시스템 설계를 위한 수학적 모델식을 얻기 위하여, 특정 작동조건에서 선형화된 발사대 및 구동시스템을 상태방정식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \quad (21)$$

$$y(t) = C x(t)$$

여기서,

$$x = [ I_{aa} \quad \Phi_m \quad \dot{\Phi}_m \quad \Phi \quad \dot{\Phi} \quad I_{ae} \quad \theta_m \quad \dot{\theta}_m \quad \theta \quad \dot{\theta} ]^T$$

$$u = [ I_{ca} \quad I_{ce} ]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} -1955 & 0 & -83.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 736.5 & -82879 & 0 & 5.22e7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4.304 & 0 & -271.2 & -.269 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -793.2 & 0 & -171.1 & 0 & 0 & .00283 & .00488 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 368.4 & -7004 & 0 & 1.52e7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -.663 & 0 & -1437 & -.144 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1923 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7895 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

### 3. 발사대 위치 제어시스템 설계

#### 3.1 단일입출력 제어시스템 설계

앞장에서 모델링한 방위각 및 고각 구동시스템은 각각 5차 시스템이나 설계목적상 기어축의 탄성효과를 무시하면 플랜트 모델식을 3차 시스템으로 설정할 수 있다. 이때 방위각과 고각 구동시스템의 전달함수  $G_a(s)$  와  $G_e(s)$  는 각각 다음과 같다.

$$G_a(s) = \frac{87.87}{s(s^2 + 1955s + 3032)} \quad (22)$$

$$G_e(s) = \frac{228.5}{s(s^2 + 7931s + 11674)} \quad (23)$$

본 연구에서는 시스템 자체에 자유적분요소를 가지고 있기 때문에 보상기에 적분요소가 첨가되지 않은 보상기 형태인 PD 보상기를 설계하기로 한다. 우선 Ziegler-Nichols 조정방법<sup>(6)</sup>을 이용하여 보상기의 파라미터를 선정하고 이 파라미터를 근거로 하여 미세조정을 거친후 바람직한 설계파라미터를 얻는다. 이와같이 얻은 순수한 PD 보상기는 하드웨어적으로 제작하기 힘들다. 또한 모델링 오차에 대한 안정도-강인성과 센서잡음에 대한 저감도를 크게 하기 위하여 고주파역에서 분리도를 증가시킬 필요가 있다. 따라서 미분요소를 제어시스템의 대역폭  $\omega_c$ 의 10배의 주파수를 갖는 극점을 첨가시킨 가-미분(pseudo-derivative) 요소로 대치하는 것이 일반적이다. 다시말하면, 미분요소  $s$ 를  $s/(s/10\omega_c + 1)$ 로 대치한다. 여기서  $\omega_c$ 값은 방위각의 경우 4rad/sec 그리고 고각의 경우는 2rad/sec이 되도록 설계하기로 한다. 이와같이 설계된 방위각 및 고각 구동 제어시스템의 보상기의 전달함수  $K_a(s)$ 와  $K_e(s)$ 는 각각 다음과 같다.

$$K_a(s) = 145(1 + 0.6s/(s/40 + 1)) = 145(1 + 0.625s)/(1 + 0.025s) \quad (24)$$

$$K_e(s) = 110(1 + 0.6s/(s/20 + 1)) = 110(1 + 0.65s)/(1 + 0.05s) \quad (25)$$

그림3과 그림4는 각각 PD 제어시스템에 대한 Bode 선도와 단위시스템응답을 나타낸다.

이제 제어시스템 설계시 무시된 기어축의 탄성이 시스템에 어떤 영향을 주는지 알아보기로 한다. 그림 5와 그림 6은 각각 축강성  $K_t$ 의 변화에 따른 방위각 및 고각 방향에 대한 PD 제어시스템의 단위시스템응답을 나타낸다. 이 그림들로부터 축강성  $K_t$ 이 작아짐에 따라

과도응답 성능이 나빠지는 것을 알 수 있다. 방위각의 경우에는  $K_t > 10^6$ 일 때 그리고 고각의 경우에는  $K_t > 10^7$ 에서 거의 동일한 시간응답을 보여주므로  $K_t > 10^7$ 이면 기어축의 탄성효과를 무시한 플랜트 모델식을 사용하여 제어시스템을 설계할 수 있다.

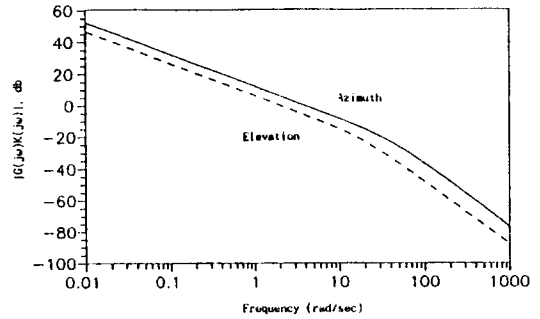


Fig. 3 Bode plots of the PD control system

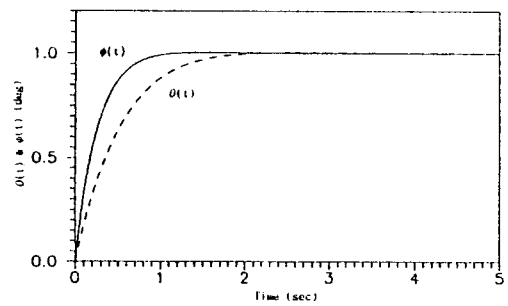


Fig. 4 Unit step responses of the PD control system

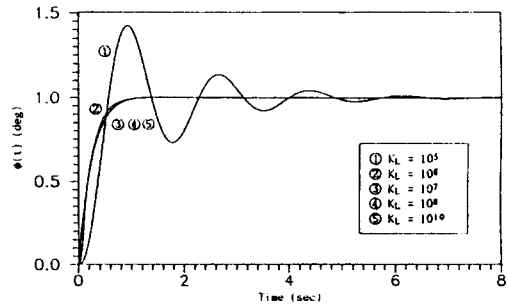


Fig. 5 Unit step responses of the PD control system according to gear shaft stiffness (azimuth direction)

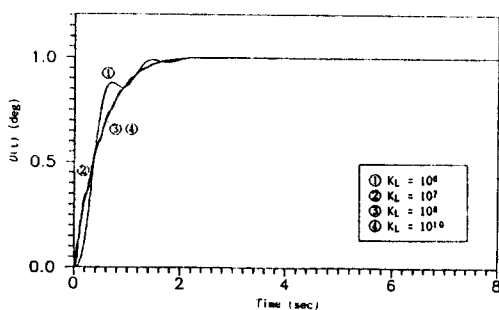


Fig.6 Unit step responses of the PD control system according to gear shaft stiffness (elevation direction)

### 3.2 다변수 제어시스템 설계

본절에서는 앞장에서 모델링한 선형 다변수 발사대 시스템의 방위각 및 고각축을 동시에 구동시킬 수 있는 다변수 제어를 LQG/LTR 제어방법<sup>(7,8)</sup>을 이용하여 설계하기로 한다.

LQG/LTR 제어시스템을 설계하기 위해서는, 우선 설계플랜트 모델을 설정해야 한다. 앞에서 모델링한 방위각 및 고각의 다변수 구동시스템은 10차 시스템이나 앞절에서 보여준 탄성의 효과가 무시된 기어축의 강성이 큰 강체로 생각하고 부하가 장전된 6차 시스템을 설계플랜트 모델로 설정하였다. 이때 상태공간 모델식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \quad (26)$$

여기서,

$$x = [ I_{aa} \ \Phi \ \dot{\Phi} \ I_{a\theta} \ \theta \ \dot{\theta} ]^T$$

$$u = [ I_{ca} \ I_{c\theta} ]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} -1955 & 0 & -52500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ .037 & 0 & -.261 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -.0021 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3e-5 & .0047 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -7931 & -37070 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ .029 & -1.5e-5 & -.012 & 0 & 0 & 0 \\ 1923 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7895 & 0 & 0 \end{bmatrix}^1$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

그림 7은 LQG/LTR 제어시스템의 개략도이다. 그리고 LQG/LTR 보상기의 전달함수행렬  $K(s)$ 는 다음과 같다.

$$K(s) = G(sI - A + BG + HC)^{-1}H \quad (27)$$

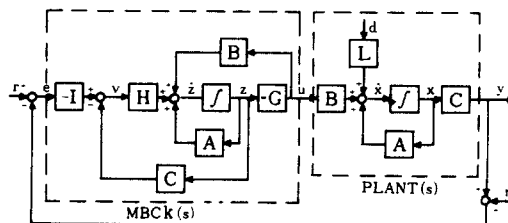


Fig.7 Block diagram of the LQG/LTR control system

이 시스템은 제어가가능하고 관측가능하므로 설계파라미터 H와 G를 다음과 같이 목표필터루프 설계와 루프전달회복을 수행함으로써 각각 선정할 수 있다.

#### 1) 목표필터루프 설계

목표필터루프의 설계는 바람직한 루프형상을 얻도록 가상적인 센서잡음에 대한 Kalman 필터의 설계로부터 바람직한 루프형상을 얻고 필터계인행렬 H를 선정하는 과정이다.

목표필터루프 설계를 위하여 프로세스(process)와 센서에 가상적인 백색잡음(white noise)를 고려한 상태공간 모델식을 정의한다.

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + L \xi(t) \quad (28)$$

$$y(t) = C x(t) + \theta(t)$$

여기서  $\xi(t)$ 와  $\theta(t)$ 는 각각 강도(intensity)가 1과  $\mu$ 인 0-평균 백색잡음이다. 그리고  $\mu$ 와 L은 설계파라미터로 이용되며, 다음과 같은 Kalman 필터 주파수역 동가식<sup>(9)</sup>으로부터 목표필터루프 설계가 이루어진다.

$$\sigma_i[G_F(s)] \approx \sigma_i[G_{FOL}(s)] \quad (29)$$

여기서,

$$G_F(s) = C(sI - A)^{-1}H \quad (30)$$

$$G_{FOL}(s) = \frac{1}{\sqrt{\mu}} C(sI - A)^{-1}L \quad (31)$$

설계파라미터 L은 바람직한 루프형상이 되도록 그리고  $\mu$ 는 요구되는 대역폭 혹은 교차주파수를 만족하도록 선정된 후 다음과 같은 필터대수 Riccati식 (filter algebraic Riccati equation)을 이용하여 필터계인행렬 H를 선정한다.

$$AP + PAT + LL^T - \frac{1}{\mu} PCTCP = 0 \quad (32)$$

$$H = \frac{1}{\mu} PCT \quad (33)$$

본 연구에서는 발사대 구동시스템의 특성상 방위각 및 고각의 대역폭이 각각 4rad/sec, 2rad/sec로 다른 경우에 대하여 생각하기로 한다. 이때는 고주파 및 저주파에서 동시에 특이값이 일치되는 루프형상을 얻을 수 있는 행렬 L에 가중행렬  $W_{BW}$ 를 곱하여 다음과 같이 행렬 L을 선정하여 바람직한 루프형상을 얻을 수 있다.

$$L = \begin{bmatrix} L_L \\ L_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(CA^{-1}B)^{-1}W_{BW} \\ CT(CCT)^{-1}W_{BW} \end{bmatrix} \quad (34)$$

여기서,

$$W_{BW} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

또한 바람직한 루프형상을 얻기 위하여 단일입출력 시스템에 대한 최적루프형상 기법<sup>(9)</sup>을 이용하여 방위각 및 고각 구동시스템 각각에 대한 단일입출력 시스템에서 선정된  $L_a$ ,  $L_e$  값을 대각 행렬로 만든 새로운 L을 선정하는 방법을 식(34)에서 선정된 L과 비교 검토한 결과 최적루프형상 기법을 이용하는 경우가 보다 바람직한 루프형상을 얻을 수 있었다. 위와 같이 하여 선정된 설계파라미터 L은 다음과 같다.

$$L = \begin{bmatrix} L_a & 0 \\ 0 & L_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 55455 & 0 \\ 4 & 0 \\ -1.3 & 0 \\ 0 & -36257 \\ 0 & 1.5 \\ 0 & -1323 \end{bmatrix}$$

그리고 설계파라미터  $\mu$ 는 시스템의 대역폭을 만족시키도록 0.4로 선정되었으며, 이때 식(32)와 (33)을 이용하여 필터계인행렬 H는 다음과 같이 선정된다.

$$H = \begin{bmatrix} 291.5 & -0.0005 \\ 6.27 & 0 \\ -0.33 & 0 \\ -0.0042 & -17.14 \\ 0 & 2.3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2) 루프전달회복

루프전달회복은 저가제어 LQR(cheap control linear quadratic regulator) 문제를 이용한다. 루프전달회복 뿐만 아니라 설계파라미터인 제어계인행렬 G를 선정하기 위해서는 제어대수 Riccati식 (control algebraic Riccati equation)에서 가중행렬  $Q=C^TC$ 와  $R=\rho I$ 를 대입하고 그 해를 구한다.

$$KA + ATK + CTC - \frac{1}{\rho} KBB^TK = 0 \quad (35)$$

$$G = \frac{1}{\rho} B^TK \quad (36)$$

루프전달회복 결과식<sup>(8,9)</sup>에 의하면,  $\rho \rightarrow 0$ 으로 접근할 때 보상된 루프 전달함수행렬  $G(s)K(s)$ 가 바람직한 루프형상을 갖는 목표필터루프 전달함수행렬  $G_r(s)$ 로 회복된다. 시스템 성능과 제어입력을 고려하여 일반적으로 교차주파수 위로 한 데케이드(decade) 정도까지 회복할 수 있는  $\rho$ 값을 선정한다. 이와같이 선정된  $\rho$ 값과 제어계인행렬 G는 다음과 같다.

$$\rho = 10^{-8}$$

$$G = \begin{bmatrix} .013 & 10000 & 712.1 \\ 0 & 1.258 & .0242 \\ 0 & -1.257 & .031 \\ .003 & 10000 & 784.9 \end{bmatrix}$$

그리고 그림 8은 목표필터루프 전달함수행렬  $G_r(j\omega)$ 와 회복된 루프 전달함수행렬  $T(j\omega)$ 의 특이값 선도를 나타내며, 그림 9는 LQG/LTR 제어시스템의 단위스텝 응답을 나타낸다.

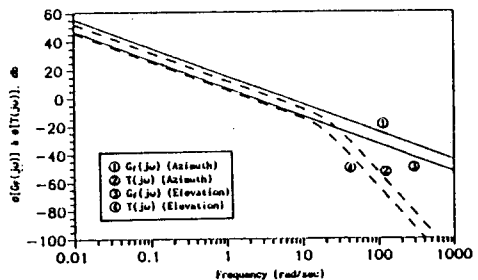


Fig.8 Singular values of the target filter loop and recovered loop TFM

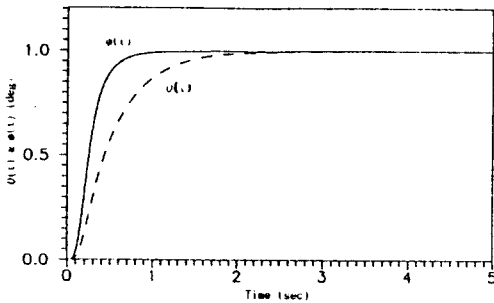


Fig. 9 Unit step responses of the LQG/LTR control system

3. 3 다변수 제어시스템의 안정도-강인성 평가

부하가 장전(I.=69589, I.=58339, I.=75223) 되고 탄성이 무시된 6차 시스템을 공칭 모델로 설정하여 LQG/LTR 제어시스템이 설계되었다. 이제 부하가 비장전(I.=51081, I.=39240, I.=55625)시에 약 30%의 케이지 관성모멘트의 변동이 있고 선형화 점에서 구동속도 변화가 2배이며 기어축의 탄성을 고려한 10차 시스템을 실제 시스템으로 간주하고 다변수 발사대 제어시스템에 대한 안정도-강인성 문제를 조사하기로 한다.

다변수 제어시스템에 대한 안정도-강인성 판별조건식은 다음과 같다. (11)

$$\sigma_{\max}[C(j\omega)] < \sigma_{\max}^{-1}[E(j\omega)] \quad (37)$$

여기서,

$$\sigma_{\max}[\cdot] = [\cdot] \text{의 최대특이값}$$

$$E(j\omega) = [\hat{G}(j\omega) - G(j\omega)] G(j\omega)^{-1}$$

(곱셈형 모델링 오차)

$$\hat{G}(j\omega) = \text{실제 시스템}$$

(10차 시스템의 전달함수행렬)

$$G(j\omega) = \text{공칭 시스템}$$

(6차 시스템의 전달함수행렬)

$$C(j\omega) = [I + G(j\omega)K(j\omega)]^{-1}G(j\omega)$$

(페루프 전달함수행렬)

그림 10은 모델링 오차에 대한 안정도-강인성을 나타내며, 강성이 10<sup>6</sup> 이상일때 안정도-강인성이 보장됨을 알 수 있다. 따라서, 부하의 변동(30%), 발사대의 강성의 변화(K.>10<sup>6</sup>), 선형화점에서의 구동속도의 변화(2배)에 대해서도 6차 시스템에 대해 설계된 제어시스템은 안정하다는 것을 알 수 있다.

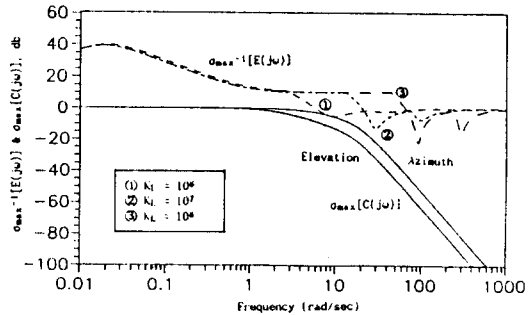


Fig. 10 Singular values plot for the closed-loop TFM and modeling errors

3. 4 LQG/LTR의 단일입출력 시스템 적용

앞절에서는 다변수 발사대 시스템에 대한 다변수 LQG/LTR 제어를 설계하였지만, 여기서는 방위각 및 고각 구동시스템에 대한 각각 단일입출력 LQG/LTR 제어를 설계하여 다변수 발사대 시스템에 적용하여 보기로 한다. 특히 단일입출력 시스템의 경우에는 목표 필터루프의 설계과정에서 최적루프 형성기법<sup>(9)</sup>을 이용할 수 있다. 이 방법은 첨가된 자유적분요소 (혹은 플랜트 자체의 자유적분요소)만 남겨놓고 단일입출력 플랜트의 모든 극점이 제거되도록 설계파라미터 L을 선정하여 바람직한 루프형상을 얻는 방법이다. 이때 원하지 않는 플랜트의 동역학이 모든 주파수에서 제거될 수 있으므로 바람직한 루프형상을 얻을 수 있게 된다.

단일입출력 시스템에서 설계파라미터 L은 (n×1) 벡터로서 n개의 요소가 n개의 독립적인 설계파라미터 L을 선정하기 위하여 필터 개루프 전달함수 G<sub>FDL</sub>(s)에 대하여 생각하기로 한다.

$$G_{FDL}(s) = C(sI - A)^{-1}L \quad (38)$$

연속적으로 L의 각 요소를 1로 하고 나머지 요소는 0으로 하여 n개의 필터 개루프 전달함수 G<sub>FDL</sub>(s)의 영점 다항식을 얻기 위하여 선형결합을 할 수 있는 성분(constituent) 영점다항식의 요소가 된다. 이 성분 영점다항식의 계수를 이용함으로써, 다음과 같이 설계파라미터 L을 선정할 수 있는 선형방정식의 계수를 만들 수 있다.

$$Z_c L = z_d \quad (39)$$

여기서 Z<sub>c</sub>는 전달함수 G<sub>FDL</sub>(s)의 성분 영점다항식의 계수가 열벡터의 요소가 되는 (n×n) 행렬이다. 행렬



Z의 첫번째 열벡터는  $C(sI-A)^{-1}[1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ 의 분자가 계수로 이루는 벡터이다. 그리고  $z_i$ 는 바람직한 영점다항식 즉, 첨가된 자유적분요소가 없는 개루프 특성방정식의 계수로 이루는 벡터이다. 이때 설계파라미터 L은 다음과 같이 선정된다.

$$L = Z_c^{-1} z_d \quad (40)$$

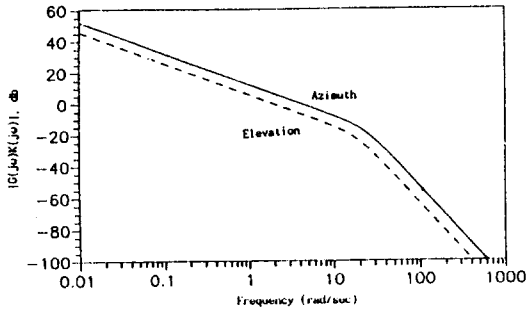


Fig. 11 Bode plots of the SISO LQG/LTR control system

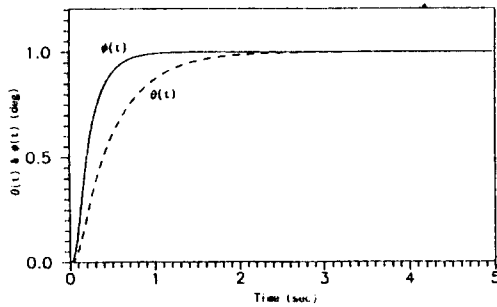


Fig. 12 Unit step response of the SISO LQG/LTR control system

표 1 단일입출력 LQG/LTR 제어시스템의 설계파라미터

방 위 각	고 각
$L = \begin{bmatrix} 1386 \\ 1 \\ -.0324 \end{bmatrix}$	$L = \begin{bmatrix} -.2418 \\ 1 \\ -.0882 \end{bmatrix}$
$\mu = .035$	$\mu = .2$
$\rho = 10^{-9}$	$\rho = 10^{-9}$
$H = \begin{bmatrix} 202.1 \\ 5.34 \\ -.0037 \end{bmatrix}$	$H = \begin{bmatrix} -.152 \\ 2.236 \\ 0 \end{bmatrix}$
$G = (.015 \ 1000 \ 638.3)$	$G = (.003 \ 10000 \ 784.9)$

따라서, 본 연구에 적용된 L,  $\mu$ ,  $\rho$ 값과 설계된 필터 게인 H와 제어게인 G가 표 1에 요약되어 있으며, 그림 11과 12는 각각 단일입출력 LQG/LTR 제어시스템에 대한 루프전달함수의 Bode 선도와 단위시스템응답이다.

### 3.5 단일입출력 LQG/LTR 보상기를 적용한 다변수 발사대 시스템의 성능평가

단일입출력 발사대 시스템에서 설계한 보상기 (PD 및 LQG/LTR)를 다변수 발사대 시스템에 적용했을 경우의 성능을 알아보기로 한다. 방위각 및 고각 구동시스템에 대하여 각각 설계된 단일입출력 제어시스템의 보상기(PD 및 LQG/LTR)를 방위각, 고각을 동시 구동하는 다변수 발사대 시스템에 적용했을 경우에 다변수 구동시스템의 연성효과를 알아보기 위하여 루프 전달함수행렬의 특이값선도와 단위시스템응답이 각각 그림 13과 그림 14에 표시되어 있다.

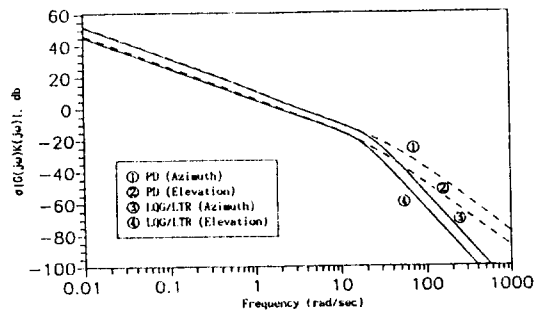


Fig. 13 Singular value plots of the control systems with SISO PD and LQG/LTR compensators

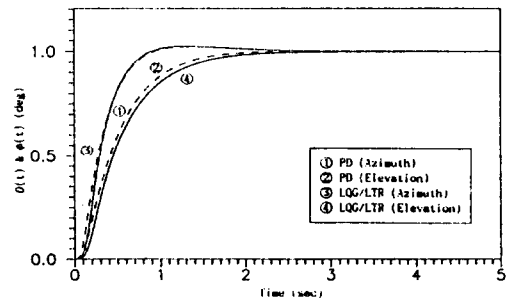


Fig. 14 Unit step responses of the control systems with SISO PD and LQG/LTR compensators

위의 그림에서 알 수 있듯이 방위각과 고각 구동의 연성 효과에 의해서 대역폭의 감소와 약간의 오버슈트가 생기는 것을 알 수 있다. 그렇지만 이 오버슈트량은 무시할 정도의 양이므로, 발사대 제어시스템은 보상기 구조가 복잡한 다변수 제어시스템보다는 2개의 단일입출력 제어시스템을 적용하는 것이 바람직하다고 사료된다.

그림 15는 PD 및 LQG/LTR 제어시스템의 단위스텝 입력에 대한 제어입력을 비교한 것이다. 이 그림으로부터 LQG/LTR 제어시스템의 PD 제어시스템 보다 갑작스런 변화에 대해서 과도한 제어입력이 요구되지 않으므로 제어입력 측면에서는 바람직하다는 것을 알 수 있다.

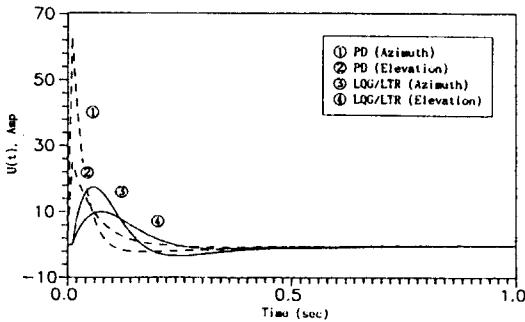


Fig. 15 Control inputs of the PD and LQG/LTR control systems

#### 4. 시뮬레이션

##### 4.1 시뮬레이션 개요

앞장에서 설계된 PD 및 LQG/LTR 제어기의 유용성과 성능을 검토하기 위하여 방위각과 고각을 동시에 구동할 때 발생하는 기하학적 비선형성을 고려한 비선형 다변수 발사대 위치 제어시스템에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 기존의 발사대의 방위각 구동과 고각 구동을 구분하는 단일입출력 제어개념과는 달리 동시에 두 방향을 구동하는 다변수 제어방식을 도입하여 신속하게 바람직한 위치제어가 이루어지도록 하였다.

일반적으로 발사대의 구동제어 방식은 global 모드와 fine 모드로 구분하여 제어하고 있다. global 모드에서는 하드웨어의 성능을 최대한으로 활용하여 최단 시간에 원하는 위치근처로 이동할 수 있도록 최대가속, 최대속도 그리고 최대감속으로 개루프 제어하고, fine 모드에서는 원하는 위치근처에서 적절하게 페루프 제어하는 방식을

취한다. 이 방법에서는 감속변환시 감속변환함수와 감속 전류를 정확히 계산하는 문제와 global 모드에서 fine 모드로 변환하는데 문제점을 갖고있다. 이러한 문제는 실제 플랜트의 파라미터 및 변수들이 정확하게 고려되어야 해결할 수 있으며 모드변환시 급격한 전류의 변화를 방지해야 하는 문제점도 있다. 그래서 본 연구에서는 전 구동구간을 피드백 제어하는 방식을 채택하였다. 이 방법에서는 과도한 포화입력전류를 유발하지 않고 방위각 및 고각 방향에서 동시에 요구하는 성능을 만족시키며 최단시간에 목표위치에 도달할 수 있는 적절한 명령 입력함수를 선정해야 한다.

먼저, 고각방향으로 30° 그리고 방위각 방향으로 60° 동시구동할 수 있는 바람직한 명령입력함수를 설정하고, 설계된 LQG/LTR 및 PD 선형제어기를 이용하여 비선형 발사대의 전 작동구간에서 만족스러운 위치제어 성능을 갖는지 조사한다. 또한 설계된 선형제어기를 부하가

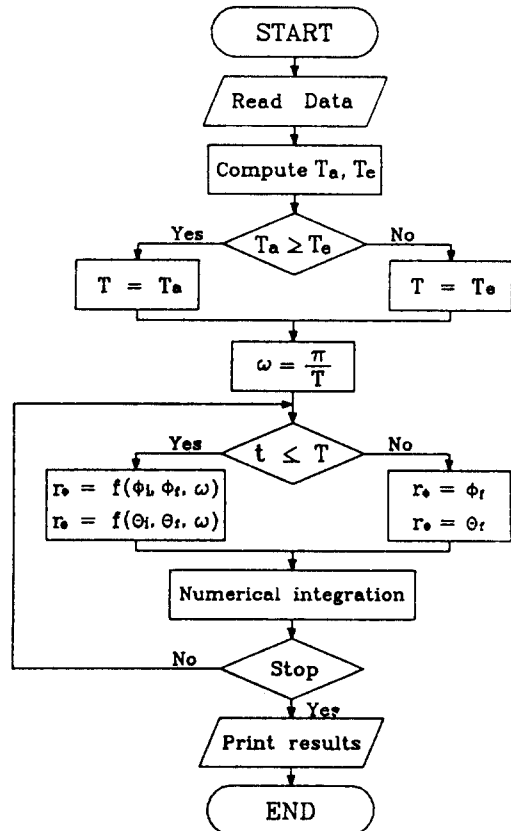


Fig. 16 Flow chart of the computer simulation for a launcher

장전되지 않은 발사대에 적용하여 부하변동에 따른 성능-강인성 그리고 외란제거 성능을 분석하기 위하여 단위 펄스 외란에 대한 응답을 조사한다.

명령입력함수는 급격한 제어입력을 방지하기 위하여 1/2 주기를 갖는 여현파를 구성하여 초기명령 구간에서는 최대가속, 중간명령 구간에서는 최대속도 그리고 최종명령 구간에서는 최대감속으로 구동되는 함수를 선정하였다. 그래서 최종명령에 도달하는 시간을 명령입력에 따라 계산하여 이 시간까지는 여현파로 구성된 명령을 가하고 이 시간 이후에는 최종명령입력을 가하는 연속함수의 형태로 구성하였으며 이러한 함수와 변환시간에 대한 계산식은 다음과 같다. 그리고 그림 16은 비선형 발사대 위치 제어시스템에 대한 컴퓨터 시뮬레이션 프로그램의 흐름도이다.

●명령입력함수 설정 :

$$T_k = \frac{\pi |A_f - A_i|}{2\omega_{kmax}} \quad (k = \phi, \theta) \quad (41)$$

$$\omega = \frac{\pi}{T} \quad (T = \max(T_\phi, T_\theta)) \quad (42)$$

$$f(A_i, A_f, \omega) = A_i + \frac{A_f - A_i}{2(1 - \cos \omega t)} \quad (43)$$

여기서,

- $T_k$  : 각 방향 명령입력 변환 시간 (sec)
- $\omega_{kmax}$  : 각 방향 최대구동속도 (rad/sec)
- $\omega$  : 명령입력의 구동속도 (rad/sec)
- $A_i, A_f$  : 초기위치, 최종위치 (rad)
- $A(A_i, A_f, \omega)$  : 명령입력함수 (rad)

4.2 결과 및 고찰

그림 17은 PD와 LQG/LTR 보상기를 사용한 비선형 다변수 발사대 제어시스템의 위치변화를 나타내고, 그림 18은 각각의 경우에 대한 제어입력을 나타낸다. 이 그림들을 분석하면 PD 및 LQG/LTR 제어시스템 모두 만족한 명령추종 성능을 보여주고 있다. 그리고 명령입력이 여현파 형태로 저주파 입력이 가해질 경우 제어입력은 PD 제어시스템이 약간 크게 나타나고 있다.

이와같이 방위각, 고각 동시 구동시 발생하는 기하학적 비선형성을 갖는 발사대 시스템이 선형제어기를 이용

하여 전 작동구간에서도 원활하게 발사대 시스템을 구동할 수 있음을 보여주고 있다.

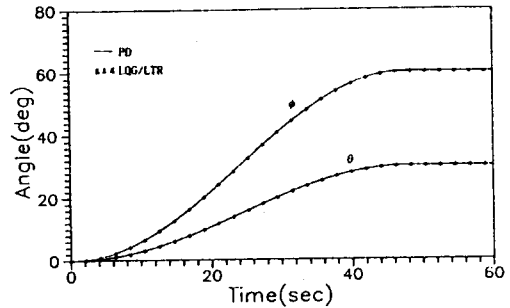


Fig. 17 Angular positions of the PD and LQG/LTR control systems

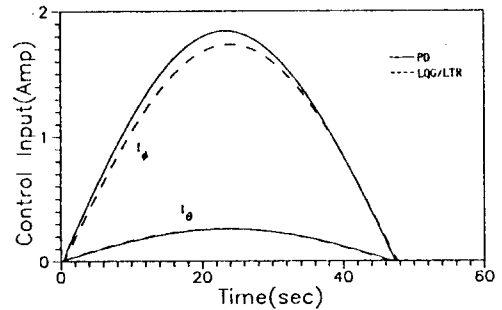


Fig. 18 Control inputs of the PD and LQG/LTR control systems

그림 19에서 그림 22는 부하 장전시/비장전시 발사대의 방위각축과 고각축이 동시에 구동을 시작한 후 30초 후에 1초 동안 1°의 펄스외란이 시스템 출력축으로 인가되었을때 LQG/LTR 및 PD 제어시스템의 외란제거 성능과 부하변동에 따른 성능-강인성을 보여주고 있다. 그림 19와 그림 21을 살펴보면 부하가 장전된 플랜트를 기준으로 설계된 LQG/LTR과 PD 제어시스템을 부하가 장전되지 않은 비선형 플랜트에 대해 위치변화를 검토한 결과 거의 차이가 없고 외란에 대해서도 안정하게 구동됨을 알 수 있다. 그래서 앞에서 선형 시스템에서 분석한 강인성 결과가 비선형 시스템에서도 그대로 나타내고 있다. 이 그림들을 살펴보면 외란이 가해졌을때 위치변동은 두 제어기 모두 크게 영향을 받지 않고 있으나 제어입력의 경우 LQG/LTR 제어기를 사용한 경우가 PD 제어기를 사용할 때보다 제어입력의 변화가 작게 나타나고 있다. 그래서 외란에 대한 시스템의 안정성은

LQG/LTR 제어를 사용할 때가 더 좋은 결과를 얻을 수 있다고 할 수 있다.

지금까지의 결과들을 분석, 종합하면 기하학적인 비선형성만을 고려한 플랜트를 특정 작동조건에서 선형화하여 제어를 설계한 선형제어를 비선형 다변수 발사대 시스템에 적용할 수 있음을 시뮬레이션을 통해 입증하였

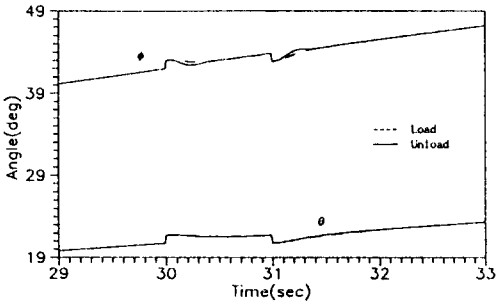


Fig. 19 Angular positions of the LQG/LTR control system with disturbances and loading variation

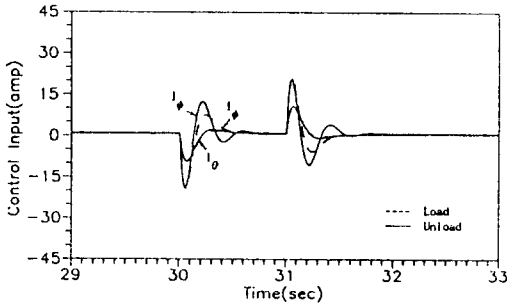


Fig. 20 Control inputs of the LQG/LTR control system with disturbances and loading variation

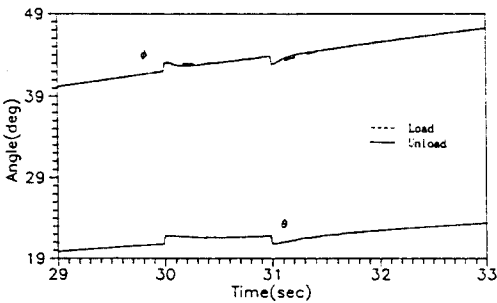


Fig. 21 Angular positions of the LQG/LTR control system with disturbances and loading variation

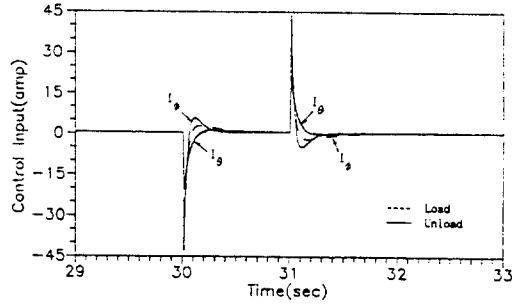


Fig. 22 Control inputs of the PD control system with disturbances and loading variation

다. 그리고 설계된 방위각 및 고각 2축을 동시에 구동하는 다변수 발사대 제어시스템은 각각의 축을 개별적으로 순차적으로 구동하는 단일입출력 제어시스템에 비해 신속하게 원하는 위치로 제어할 수 있음을 보였다.

본 연구에서 설계된 두 제어시스템인 PD와 LQG/LTR 제어시스템의 성능을 비교하면 선형 시스템에서나 비선형 시스템에서나 서로 비슷한 성능을 보여주고 있다. 제어입력은 명령입력이 외연과함수의 형태로 가해지는 경우는 거의 차이가 없으나 스텝입력이나 외란이 가해질 경우 LQG/LTR 제어가 작은 제어입력을 나타내고 있다. 주파수역 성능을 살펴보면 고주파에서 LQG/LTR 제어기의 분리도가 더 좋으므로 안정도-강인성과 센서잡음에 대한 저감도성이 좋다. 또한 PD 제어기는 수많은 시행착오를 거쳐 설계되나 LQG/LTR 제어기는 조직적으로 설계를 할 수 있는 장점도 있다. 그렇지만 LQG/LTR 제어기는 구조가 복잡하다는 단점이 있다. 따라서 큰 외란을 받는 경우에는 LQG/LTR 제어기, 그리고 외란을 무시할 만한 경우는 PD 제어기를 사용하는 것이 좋을 것으로 사료된다.

## 5. 결 론

비선형 다변수 발사대 시스템에 대해 위치 제어시스템을 설계하고 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하여 얻은 결과로부터 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

1. 선형제어기를 이용하여 기하학적 비선형성을 고려한 비선형 다변수 발사대의 전 구동영역에서도 명령추종성능, 외란제거성능, 부하변동에 따른 성능-강인성을 가질 수 있음을 입증하였다.
2. 방위각, 고각 동시구동에 의한 기하학적 비선형성을

갖는 다변수 발사대 시스템의 위치제어기는 방위각 및 고각 방향 구동의 연성효과와 제어기 구조의 복잡성을 검토한 후 선정하는 것이 바람직하다.

3. 방위각과 고각 구동을 개별적, 순차적으로 구동하는 기존방식과는 달리 2축을 동시 구동함으로써 구동시간을 줄일 수 있는 가능성을 제시하였다.
4. 시스템의 파라미터중 동력전달축의 강성값이 약  $10^7$  이상이면 강제로 생각해도 좋으므로 특히 LQG/LTR 보상기와 같은 모델기준 보상기를 설계할 경우 제어기의 구조를 간략화 할 수 있다.
5. 발사대 구동시스템에 대해 설계한 PD와 LQG/LTR 제어기의 성능을 비교하면 저주파의 명령추종 성능은 큰 차이가 없었지만 급격한 외란입력에 대해서는 LQG/LTR 제어기의 성능이 제어입력 측면에서 우수하였다.

#### 참고문헌

1. Aström, K. J. and Wittenmark, B., Computer Controlled Systems. Prentice-Hall, 1990.
2. Gelb, A. and Vander Velde, W.E., Multiple-Input Describing Functions and Nonlinear System Design, Mcgraw-Hill, 1968.
3. Kim, J. S., "Nonlinear Multivariable Control Using Statistical Linearization and Loop Transfer Recovery", Ph. D. Thesis, Dept. of Mech. Eng., M.I.T., 1987.
4. Greenwood, Principle of Dynamics, Prentice-Hall, 1988.
5. Wilson, D.R., Modern Practice in Servo Design, Pergamon Press, 1970.
6. Franklin, G.F. and Powell, J.D., Feedback Control of Dynamic Systems, Addison Wesley, 1991.
7. Doyle, J.C. and Stein, G., "Multivariable Feedback Design Concepts for a Classical/Modern Synthesis", IEEE Trans. on AC. Vol. AC-26, pp.4~16, 1981.
8. Athans, M., "A Tutorial on the LQG/LTR Method", Proc. ACC, pp.1289~1296, 1986.
9. 김종식, 선형 제어시스템 공학, 청문각, 1988.
10. Garg, S., "Turbofan Engine Control System Design Using the LQG/LTR Methodology", Proc. ACC. pp.134~141, 1989.
11. Lehtomaki, N. A., Sandell, N.R. and Athans, M., "Robustness Results in Linear-Quadratic Gaussian Based Multivariable Design", IEEE Trans. on AC. Vol. AC-26, pp.75~92, 1981.