

철근 콘크리트 골조 비선형 해석의 새로운 기법

New Approach for Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Frames

김	진	근*
Kim,	Jin	Keun
이	태	규**
Lee,	Tae	Gyu
양	주	경**
Yang,	Joo	Kyoung

국문요약

변형연화(strain-softening)현상을 보이는 철근 콘크리트 구조물의 실제 파괴 발생시까지의 거동을 해석하기 위하여 변위제어법을 사용하고, 해석결과와 신뢰도가 떨어지지 않으면서도 해석 수행시간을 줄이기 위하여 기존의 층상화 방법과 비층상화 방법의 장점을 조합한 새로운 기법에 의하여 구조물의 해석을 실시하였다. 또한 선택된 요소의 크기에 따라 해석결과가 다르게 나타나는 현상을 보정해 주기 위한 방법으로 파괴 에너지의 개념을 도입하여 단면의 변형도 분포를 바꾸어 주는 방식을 제안하였으며, 이에 의한 해석을 실시하여 실험치와 비교하였다.

Abstract

The entire nonlinear behavior of reinforced concrete frames up to collapse, is analyzed by the displacement control method and the combined layered and nonlayered method. All of the rigidities of section are calculated approximately by a sum over all the layers for the layered method, are used the integral values over the cross section area for the nonlayered method. The spurious sensitivity to the chosen element size in the result of analysis by finite element method for the materials with strain-softening can be overcome by modifying the strain distribution based on the concept of fracture energy at plastic hinge considering the applied axial load.

1. 서 론

철근 콘크리트 구조물의 유한요소에 의한 비선형 해석 방법은 단면을 층으로 나누어 사용하는 층상화 방법(layered method)과 단면의 강성을

모델화하여 사용하는 비층상화 방법(nonlayered method)의 두가지로 나뉘어진다.

층상화 방법은 단면을 여러 개의 층으로 구분하여 각 층에서의 값들을 합하는 방식으로 단면의 강성들을 계산한다. 이 방법은 수치해석적으로 근

* 정회원, 한국과학기술원 토목공학과 부교수, 공학박사
 ** 한국과학기술원 토목공학과 박사과정

이 논문에 대한 토론을 1992년 9월 30일까지 본 학회에 보내주시면 1993년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

사적인 방법이지만¹⁾ 하중이력(loading history)에 따른 변형도 증감(unloading, reloading)의 효과를 정확하게 산정하여 줌으로써 해석결과와 신뢰도가 매우 높다. 그러나 단면을 층으로 나누어 각 층마다 계산을 수행하기 때문에 해석시 매우 많은 시간을 필요로 하고 컴퓨터의 기억 용량을 많이 차지하여 작은 구조물이나 전체 구조물의 일부분에만 국한하여 적용시키고 있는 실정이다.

비층상화 방법은 단면의 강성들을 계산할 때 위에서와 같이 여러 개의 층으로 나누는 방식을 적용하지 않고 모델식을 사용하여 바로 임의의 상태에서의 강성들을 구하는 방법이다. 이 방법은 해석에 소요되는 시간은 비교적 적으나, 하중이력에 따라 단면의 성질을 모델화하기 위하여서는 많은 가정과 제약이 뒤따르기 때문에 해석결과와 신뢰도는 떨어지게 된다. 따라서 이 방법은 모멘트-곡률 관계의 모델만을 이용하여 보(beam)에서와 같이 축력이 작용하지 않는 경우의 휨과 좌기동 해석에 많이 사용되며, 골조와 같이 축력이 작용하는 부재가 있는 경우에는 일반적으로 사용되지 않는다.

그러므로 본 논문에서는 해석에 소요되는 시간을 줄이면서 해석결과와 신뢰도를 높이기 위하여 위의 두 가지 방법을 조합하는 새로운 방식을 적용하여 구조물을 해석하고자 한다. 또한 유한요소 해석에 의하면 선택된 요소의 크기에 따라서 해석결과가 다르게 나타나는 현상이 있으므로 이를 보정하여 주기 위하여 단면의 변형도의 분포를 바꾸어 주는 새로운 방식을 제안하고자 하며 이를 사용하여 실험치와 비교하고자 한다.

2. 비선형 해석 기법

2.1 강성행렬의 유도

그림 1과 같이 임의의 요소에서의 강성행렬을 구하기 위하여 y-방향의 변위를 3차 다항식(cubic polynomial)으로 가정하면 임의의 위치에서의 변형도²⁾는 다음과 같다.

$$\epsilon(x, y) = \frac{1}{l} \left[-1, 6\frac{y}{l}(1-2\frac{x}{l}), 2y(2-3\frac{x}{l}), 1, 6\frac{y}{l}(2\frac{x}{l}-1), 2y(1-3\frac{x}{l}) \right] \{u\} \quad (1)$$

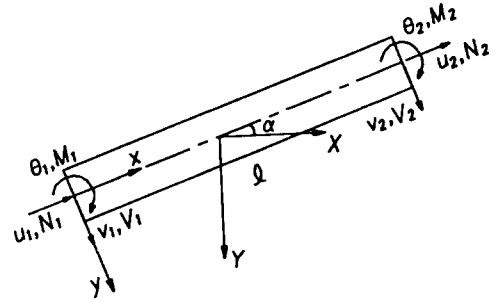


그림 1. 요소의 정의

이로부터 가상 일의 원리를 적용하여 임의의 요소에서의 강성행렬은 다음 식과 같은 형태로 유도된다.

$$[K] = \begin{bmatrix} EA/l & 0 & -ER/l & -EA/l & 0 & ER/l \\ & 12EI/l^3 & 6EI/l^2 & 0 & -12EI/l^3 & 6EI/l^2 \\ & & 4EI/l & ER/l & -6EI/l^2 & 2EI/l \\ & & & EA/l & 0 & -ER/l \\ Sym. & & & & 12EI/l^3 & -EI/l^2 \\ & & & & & 4EI/l \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서, EA 는 축방향 강성, EI 는 휨 강성, ER 은 휨과 축력의 조합에 의한 강성이며, 이 값들은 층상화 방법에 의해서는 각 층에서의 합으로, 비층상화 방법에 의해서는 적분식의 형태로 계산된다.

2.2 변위제어법에 의한 해석 방법

구조물이 실제 파괴에 이를 때까지의 해석을 수행하기 위하여서는 변위제어법을 사용하여야 한다. 본 논문에서는 전체 작용하중을 임의의 한 위치(j)에서 작용되는 하중의 비례하중(proportional load)으로 치환하여³⁾ 해석을 수행한다.

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_j \\ \vdots \\ f_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ a_n \end{Bmatrix} f \quad (3)$$

여기서, a_i 는 상수이다. 이와 같은 해석 방법을 사용하는 프로그래밍 과정을 요약하여 순서대로 나타내면 그림 2와 같다.

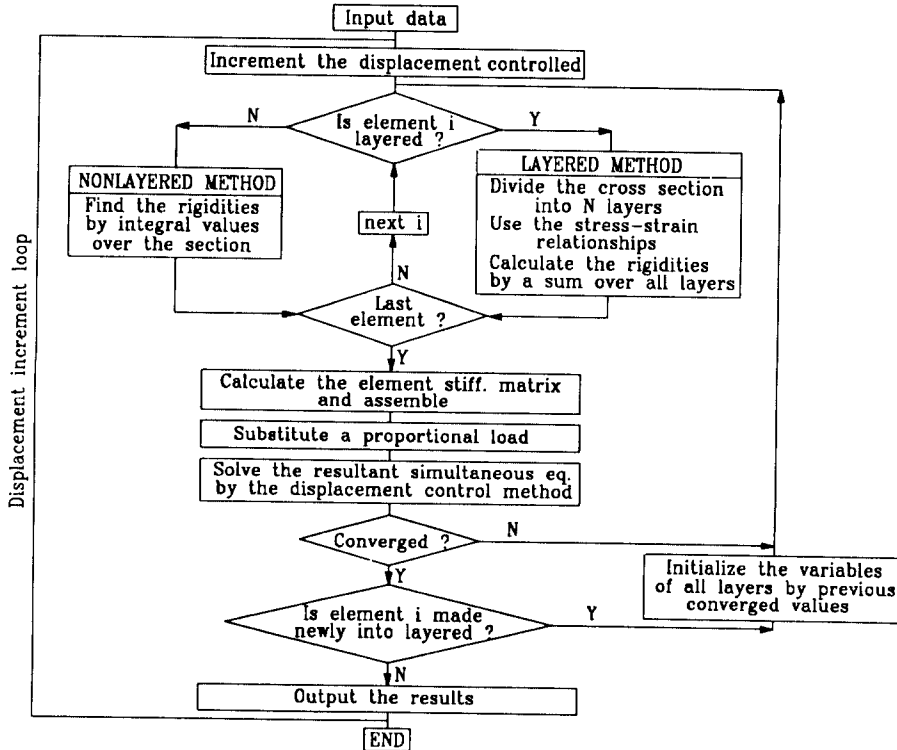


그림 2. 프로그래밍 과정의 순서도

3. 단면의 거동

3.1 재료의 응력-변형도 관계

콘크리트의 압축에 대한 응력-변형도 관계는 그림 3(a)와 같이 상승부분(ascending part)에서는 Hognestad의 식⁶⁾을, 하강부분(descending part)에서는 Fafitis와 Shah의 식⁷⁾을 사용한다. 단, 하강부분에서 사용되는 변수들은 실험치와의 수치해석⁸⁾을 통하여 새롭게 제시하였다.

$$\epsilon_o = 7 \times 10^{-4} \sqrt[3]{f_c} + 0.06 \frac{f_{ct}}{f_c}$$

$$f_{ct} = \frac{\rho f_{sy}}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{s}{d_c}} \right)$$

상승부분 : $\sigma_c = f_o \left[\frac{2\epsilon_c}{\epsilon_o} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^2 \right]$ (4)

하강부분 : $\sigma_c = f_o \exp[-B(\epsilon_c - \epsilon_o)^C]$ (5)

Where,

$$B = \left(260 + \frac{100}{f_c} \right) \exp \left(-30 \frac{f_{ct}}{f_c} \right)$$

$$C = 1.2 - 0.006 f_c$$

$$f_o = f_c + 4.2 f_{ct}$$

여기서, f_o 와 ϵ_o 는 콘크리트의 극한강도(MPa)와 그때의 변형도, f_c 는 콘크리트의 공칭압축도(MPa), f_{ct} 는 횡보강 응력(MPa), f_{sy} 는 횡보강근의 강도(Mpa), ρ_s 는 횡보강 철근비, d_c 와 s 는 콘크리트 코어의 깊이(mm)와 횡보강 간격(mm)이다.

콘크리트의 인장에 대하여서는 그림 3(b)에서 보는 바와 같이 인장강성증진(tension-stiffening) 효과를 고려한 Vebo와 Ghali의 모델식⁷⁾을 사용하며, 변형도의 증가(unloading, reloading)에 따른 관계식은 Otter와 Naaman의 모델⁸⁾을 사용하였다.

철근의 응력-변형도 관계는 그림 4와 같이 완전 탄-소성 곡선으로 가정하며, 소성 구간에서

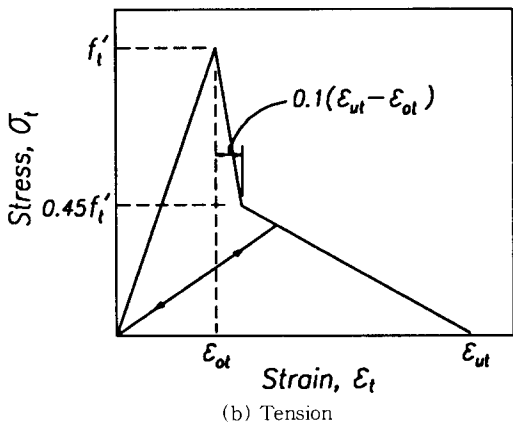
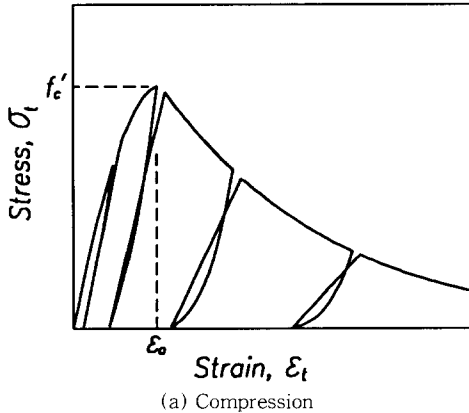


그림 3. 콘크리트의 응력-변형도 곡선

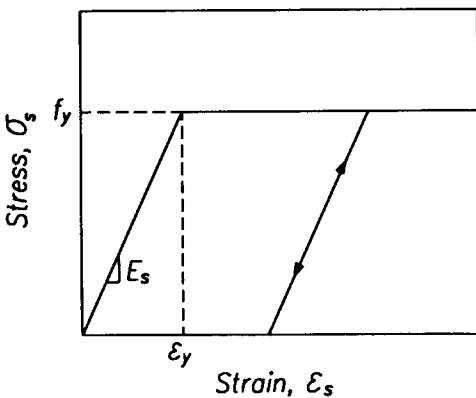


그림 4. 철근의 응력-변형도 곡선

변형도 증감에 따른 기울기는 탄성 기울기와 동일하게 가정한다.

3.2 층상화 방법과 비층상화 방법 적용의 구분

콘크리트와 철근에 대하여 각기의 재료적 특성에 따라서 탄성구간(elastic limit)과 보정한계구간(non-modified limit)을 설정하고, 현재 위치하고 있는 응력-변형도 상태에 따라 층상화 방법을 사용할 것인지 비층상화 방법을 사용할 것인지를 결정하게 된다. 비층상화 방법은 본 논문에서는 재료의 응력-변형도 곡선의 적분식을 유도하여 이용하는 방법을 사용하기로 한다. 또한 층상화 방법의 적용에는 보정을 포함하는 것과 포함하지 않는 것의 두가지로 다시 나뉘어진다. 보정을 포함한 층상화 방법에 대하여서는 다음 절에서 설명하기로 한다.

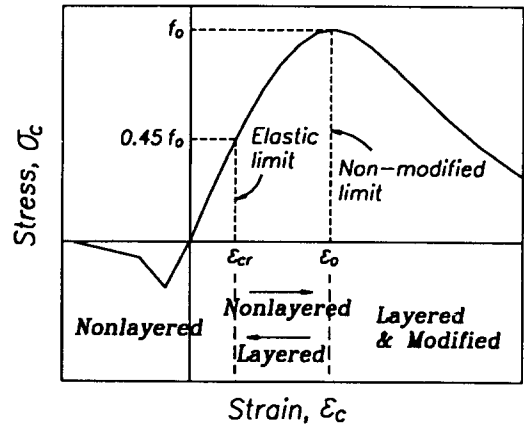


그림 5. 적용 구간의 설정

콘크리트의 경우 그림 5에서와 같이 초기의 응력이 ϵ_{cr} 이내에 있을 경우에는 비선형 탄성(nonlinear elastic) 거동으로 보아 변형도 증감에 관계없이 적분식을 사용하며, ϵ_{cr} 과 ϵ_o 사이에서는 변형도가 감소될 때 응력의 상태가 초기와는 다르게 나타나므로 변형도가 증가할 때는 적분식을, 감소할 때는 층상화 방법을 사용한다. 변형도가 ϵ_o 를 넘어서면 이 단면은 비탄성 회전(inelastic rotation)에 의한 소성힌지(plastic hinge)가 발생하였다고 생각하여 요소크기에 따른 보정을 실시하여야 하므로 변형도 증감에 관계없이 층상화 방법을 사용하였다.

철근의 경우에는, 탄성구간과 보정한계구간을 항복 변형도(yield strain)로 취하여 이 구간 내에

서는 적분식에 의한 비층상화 방법을, 이 구간을 벗어나는 경우에는 보정을 포함한 층상화 방법을 적용한다.

3.3 소성길이에 따른 보정

단면이 소성영역에 들어서면 비탄성 회전이 발생하고 이로 인하여 그 단면은 파괴가 서서히 진전되기 시작한다. 철근 콘크리트 부재의 단면이 휨에 의하여 파괴가 발생할 경우에는 선택된 요소 크기에 관계없이 [소성길이]×[비탄성곡률]로 정의되는 부재의 비탄성 회전의 값이 동일하여야 부재의 파괴 에너지가 일정하여 지며⁹⁾, 따라서 선택된 요소 크기에 관계없이 동일한 해석결과를 얻기 위해서는 소성길이를 기준으로 곡률을 다음 식과 같이 보정하여 주어야 한다.¹⁰⁾

$$\phi_m = \phi_{m-1} + (\phi_a - \phi_{a-1}) \frac{l}{l_p} \tag{6}$$

여기서, ϕ_m 은 보정된 곡률, ϕ_a 는 실제 작용된 곡률, ϕ_{m-1} 과 ϕ_{a-1} 은 각기 이전 단계에서의 수렴된(previous converged) 보정된 곡률 및 실제 곡률, l_p 는 소성길이, l 은 요소크기이다. 그러나 현재까지는 축력이 작용하지 않는 보(beam)에 대하여 행하여진 위와 같이 곡률만을 보정하여 주는 방법을 그대로 골조에 적용하여 식(7)과 같은 부재의 하중-변형 관계식에서 EI값만을 보정하여 주고 있으나²⁾, 골조와 같이 축력이 작용하는 경우에는 축력과 모멘트의 상호 연관성(dependency)으로 인하

여 곡률뿐만 아니라 축방향 변형도까지 보정되어야 한다.

$$\begin{Bmatrix} P \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & ER \\ ER & EI \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon \\ \phi \end{Bmatrix} \tag{7}$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_i E_i A_i & \sum_i E_i y_i A_i \\ \sum_i E_i y_i A_i & \sum_i E_i y_i^2 A_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon \\ \phi \end{Bmatrix}$$

임의의 요소에서 비탄성 회전이 시작되는 위치는 철근이 항복(yield)하거나 또는 콘크리트가 ϵ_c 를 넘어섰을 경우로 가정하며, 이때부터 요소 크기에 따른 보정을 시작한다. 즉, 그림 6에서와 같이 임의의 반복단계(iteration step)에서 철근 또는 콘크리트의 최고 변형도(extreme strain)가 보정한계구간을 넘어 날 경우 곡률은 식(6)에 의하여 보정되며, 곡률이 변화하여도 단면 내에서 작용되는 하중은 변하지 않아야 한다는 점에 근거하여 축방향 변형도는 반복기교를 사용하여 다시 산정하여 준다. 이와 같이 보정된 변형도 분포를 이용하여 각 층에서의 여현강성(secant modulus)은 m상태에서의 응력을 a 상태에서의 변형도로 나눈 값을 취하여 식(8)과 같이 단면의 강성을 보정한다. 식(8)을 식(7)에 대입하면 그림 6(a)와 같이 축력의 값은 동일하고 모멘트의 값만 바뀌게 되는 현상을 가져온다.

$$EA = \sum_i \frac{\sigma_{mi}}{\epsilon_{ai}} A_i$$

$$ER = \sum_i \frac{\sigma_{mi}}{\epsilon_{ai}} y_i A_i$$

$$EI = \sum_i \frac{\sigma_{mi}}{\epsilon_{ai}} y_i^2 A_i \tag{8}$$

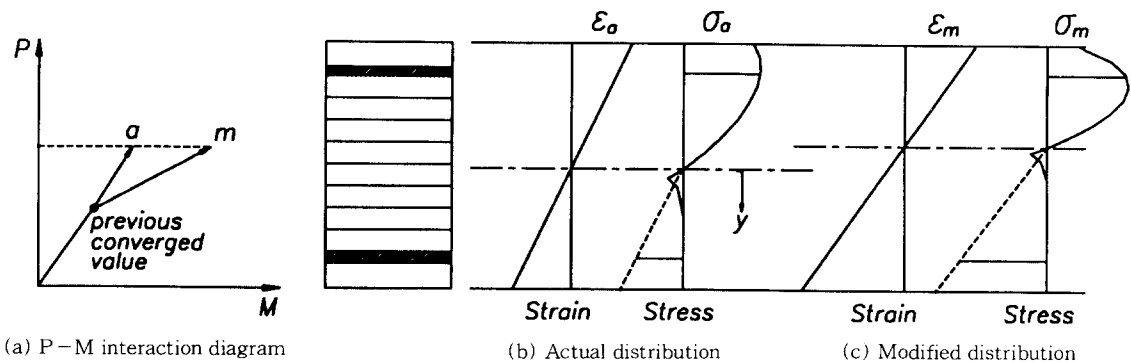


그림 6. 변형도 분포의 보정

소성길이의 산정은 기존의 모델식 중 일반적으로 많이 사용되는 식(9)의 Corely의 모델¹¹⁾과 식(10)의 Mattock의 모델¹²⁾의 평균값을 택하며, 작용하중에 따라 소성길이가 변화하는 것을 고려하여 주기 위하여 Zahn에 의한 모델¹³⁾을 사용하여 식(11)과 같이 최종적인 소성길이를 계산한다.

$$\text{Corely: } l_{p1} = 0.5d + 0.032 \frac{z}{\sqrt{d}} \quad (9)$$

$$\text{Mattock: } l_{p2} = 0.5d + 0.05 z \quad (10)$$

$$l_p = \frac{l_{p1} + l_{p2}}{2} (0.5 + 1.67 \frac{P}{f_c b h}) \quad \text{for } \frac{P}{f_c b h} \geq 0.3$$

$$\frac{l_{p1} + l_{p2}}{2} \quad \text{for } \frac{P}{f_c b h} < 0.3 \quad (11)$$

여기서, z 는 단부에서 측정된 변곡점의 길이(mm), b 는 단면의 폭(mm), d 와 h 는 단면의 유효 깊이와 깊이(mm), P 는 작용되는 압축력(N)이다.

4. 실험치와의 비교분석

먼저 Cranston의 실험치¹⁴⁾에 대하여 세가지의 서로 다른 요소크기를 취하여 보정여부에 따른 해석결과의 차이와 전체 요소에 모두 층상화 방법을 사용하는 기존의 방식과 제안된 새로운 방법과의 차이를 비교분석하고, Ernst의 실험치¹⁵⁾에 대하여도 비교한다.

4.1 Cranston의 실험치와의 비교

Cranston에 의한 실험의 단면 특성 및 구조물의 형태는 그림 7과 같으며 세가지의 서로 다른 요소크기(150, 200, 250mm)에 대하여 보정 여부에 따른 해석결과의 차이 및 기존 층상화 방법과의 해석결과의 비교는 그림 8과 같다. 그림에서 볼 수 있듯이 유한요소 해석은 사용된 요소의 크기에 따라서 실시하여 주어야 선택된 요소크기에 관계없이 동일한 해석결과를 얻을 수 있으며, 본 논문에서 제안한 보정 방식은 타당한 것으로 판단된다.

그리고 전체 요소에 모두 층상화 방법을 사용하는 방식과 비교하여 볼 때 해석결과는 거의 동일하게 나타나면서 해석시간은 약 25% 정도 단축됨

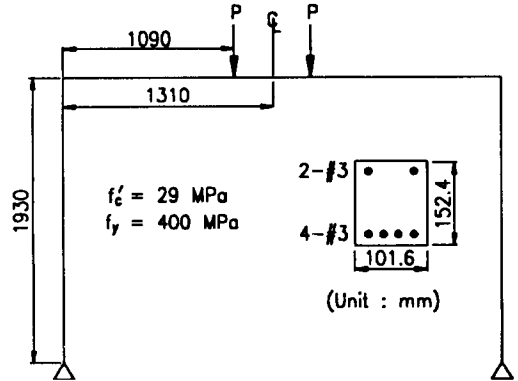
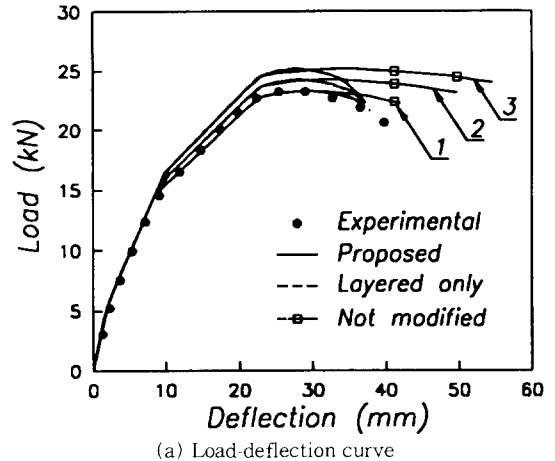
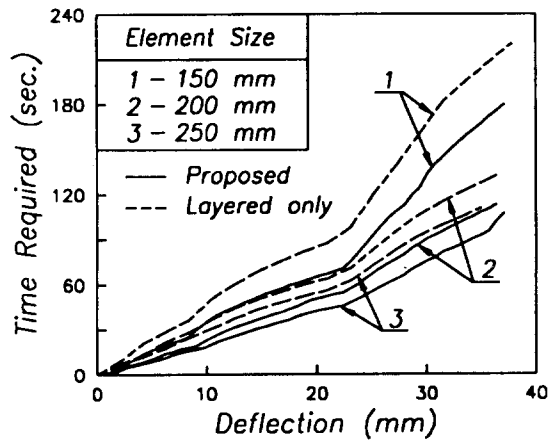


그림 7. Cranston 실험의 단면특성 및 구조형태



(a) Load-deflection curve



(b) Time-deflection curve

그림 8. Cranston 실험치와의 비교

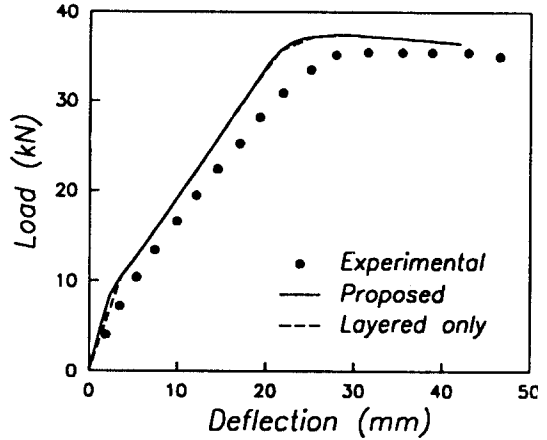
을 알 수 있다. 또한 본 제안 방법은 사용되는 컴퓨터의 기억용량이 작기 때문에 소형 컴퓨터에서도 기존의 충상화 방법으로는 불가능하던 어느 정도 큰 구조물도 해석이 가능하며, 구조물의 형태가 복잡해질수록 해석시간의 차이는 더욱 커질 것으로 사료된다.

요소크기에 따라서 최대하중의 값이 차이를 보이는 것은 요소의 중앙점에서의 강성이 요소 전체에 균일하게 분포한다는 기존의 가정에 따른 오차이며, 선택된 요소크기가 커질수록 해석에 의한 최대하중은 커지게 된다.

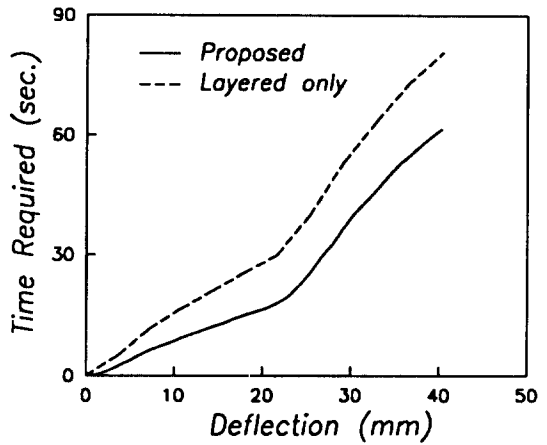
4.2 Ernst의 실험치와의 비교

Ernst의 실험치 중 두가지(A40, 18D)의 구조를 선택하여 해석결과와 비교하기로 한다. A40과 18D에 대한 단면 특성과 구조물의 형태는 각기 그림9와 그림 11과 같으며 해석결과는 그림 10과 그림12와 같다.

여기에서도 마찬가지로 해석결과는 실험치와 비슷한 거동을 보임을 알 수 있고, 본 제안 방법에 의한 해석시간이 기존 충상화 방법에 의한 것보다 약 25% 정도의 시간이 단축되고 있음을 알 수 있다. 한편 그림에서 보는 바와 같이 본 해석결과가 상층부분에 있어서 Ernst의 실험치보다 다소 높게 나타나는 경향을 보이고 있는데 이는 초기 강성이 과다하게 산정되었기 때문인 것으로 사료된다.



(a) Load-deflection curve



(b) Time-deflection curve

그림 10. Ernst(A40) 실험치와의 비교

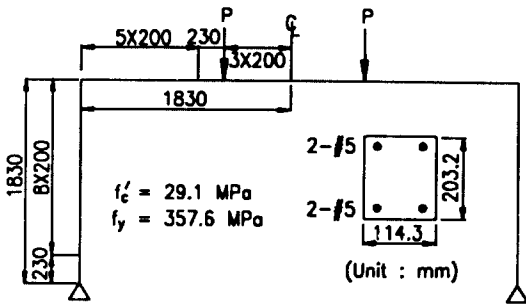


그림 9. Ernst(A40) 실험의 단면특성 및 구조형태

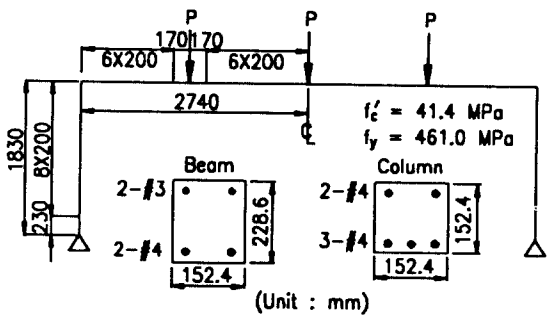
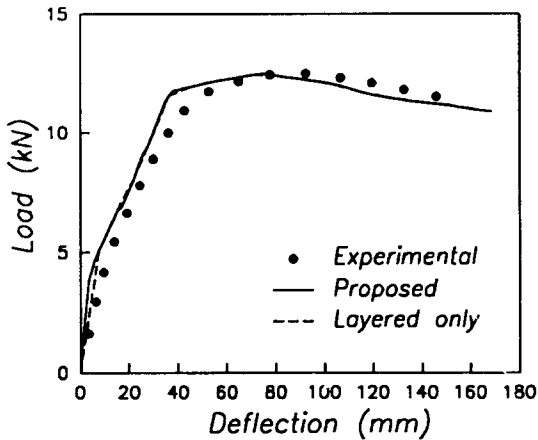
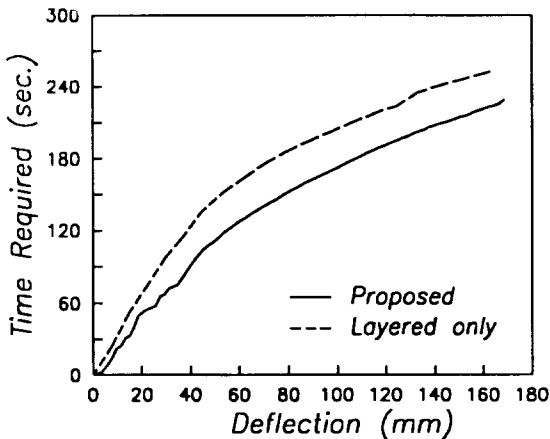


그림 11. Ernst(18D) 실험의 단면특성 및 구조형태



(a) Load-deflection curve



(b) Time-deflection curve

그림 12. Ernst(18D) 실험치와의 비교

5. 결 론

변위제어법을 사용하여 실제 구조물이 파괴에 이를 때까지의 철근 콘크리트 골조의 거동에 대한 비선형 해석을 실시하였으며, 유한요소 해석방법으로는 기존의 층상화 방법과 비층상화 방법의 장점을 조합하여 해석의 수행시간을 줄이고 컴퓨터의 기억용량을 작게 사용하면서도 해석결과의 신뢰도가 떨어지지 않는 새로운 기법을 사용함으로써 현재까지 소형 컴퓨터에서는 불가능하던 어느 정도 큰 구조물의 해석도 가능하게 되었다. 예제 해석 결과를 살펴보면 파괴에 이르기까지 전체 선

택된 요소의 갯수 중 약 40~50% 정도의 요소가 층상화 방법을 사용하게 되며, 전체 요소를 층으로 나누는 기존의 방법과 비교하여 불 때 거의 동일한 결과를 보이면서도 해석 수행시간은 약 25% 정도 단축됨을 알 수 있다.

선택된 요소크기에 관계없이 동일한 해석결과를 얻기 위한 보정방법으로 단면의 변형 분포를 바꾸어 주는 새로운 방식을 제안하였으며, 본 제안 방식은 기존의 보에서 휨에 의한 파괴에 대하여 곡률을 보정하여 주는 것¹⁰⁾을 기초로 하여 축력이 작용할 경우의 축력과 모멘트의 상관성을 고려하여 축방향 변형도를 보정하여 주는 방식을 채택하였다. 예제해석의 결과 전체의 약 5~10% 정도의 요소가 보정기법을 사용하게 되고, 본 방식에 의한 해석결과는 실험치와 유사한 결과를 보이고 있다.

본 연구에서는 변위제어법으로 변화시키는 과정에서 작용하중을 임의의 한 점에서 가해지는 하중의 비례하중으로 가정하였으며, 강성은 요소 중앙에서의 값이 요소 전체에 균일하게 분포한다고 가정하였다. 이에 대하여서는 앞으로의 추가적인 연구가 필요할 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

1. Bashur, F.K., and Darwin, D., "Nonlinear Model for Reinforced Concrete Slabs," J. of Str. Div., ASCE, Vol. 104, No. ST1, 1978, pp. 157-170.
2. Bazant, Z.P., Pan, P., and Cabot, G.P., "Softening in Reinforced Concrete Beams and Frames," J. of Str. Div., ASCE, Vol. 113, No. 12, 1987, pp.2333-2347.
3. 김진근, 이태규, "변형연화현상을 고려한 철근 콘크리트 골조의 비선형 해석", 한국 콘크리트학회지, 제1권 제1호, 1989, pp.105-114.
4. Hognestad, E., "A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members," Univ. of Illinois Engineering Experimental Station, Bulletin Series No.399, 1951, 128pp.
5. Fafitis, A., and Shah, S.P., "Predictions of Ultimate Behavior of Confined Columns

- Subjected to Large Deformations," J. of ACI, Vol.82, No.4, 1985, pp.423-433.
6. 김진근, 이태규, 서용표, "횡보강 효과를 고려한 콘크리트의 응력-변형도 관계", 한국콘크리트학회 춘계학술발표회, 1990, pp.116-121.
 7. Vebo, A., and Ghali, A, "Moment-Curvature Relationship of Reinforced Concrete Slabs," J. of Str. Div., ASCE, Vol. 113, No. ST3, 1977, pp.515-531.
 8. Otter, D.E., and Naaman, A.E., "Model for Response of Concrete to Random Compressive Loads," J. of Str. Eng., ASCE, Vol. 115, No. 11, 1989, pp.2794-2809.
 9. Park, R., and Paulay, T., "Reinforced Concrete Structures," John Wiley and Sons, New York, 761pp.
 10. 김진근, 이태규, "변위 제어법에 의한 철근 콘크리트 보의 비선형 해석법", 전산구조공학회지, 제2권 제1호, 1989, pp.71-78.
 11. Corely, W.G., "Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams," J. of Str. Div., ASCE, Vol. 92, No. ST5, 1966, pp.121-146.
 12. Mattock, A.H., "Rotational Capacity of Hinging Regions in Reinforced Concrete Beams," Proc. of Intern. Symp. on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, Miami, ACI SP-12, 1964, pp.143-182.
 13. Zahn, F.A., "Design of Reinforced Concrete Bridge Columns for Strength and Ductility," Research Report No.86-7, Univ. of Canterbury, Christchurch, 1986, 330pp.
 14. Cranston, W.B., "Tests on Reinforced Concrete Frames 1:Pinned Portal Frame," Tech. Report TRA/392, Cement and Concrete Association, London, England, 1965.
 15. Ernst, G.C., Smith, G.M., and Riveland, A. R., "Basic Reinforced Concrete Frame Performance Under Vertical and Lateral Loads," J. of ACI, Vol.70, No. 4, 1973, pp.261-269.

(접수일자 : 1992. 4. 7)