

# 삼차원 물체 표현방법의 기본원리와 그 응용분야

李 玄 燦

弘益大學校 産業工學科

## I. 서 론

제품경쟁이 점점 치열해짐에 따라 제품의 수명이 단축되어, 보다 빠른 시간내에 보다 우수한 제품을 시장에 내놓기 위해서는 제품의 설계 시간을 단축하는 것이 무엇보다도 중요하다. 그러나 제품의 설계는 창조적인 노력과 개선을 반복적으로 수행하여야 하기 때문에 설계 시간을 단축하기 위하여는 보다 체계적인 설계 절차를 확립해야 한다.

일반적인 설계 절차를 정리해보면 그림 1과 같다. 주어진 사양을 만족하는 제품을 설계하기 위하여는 synthesis, 분석, 최적화 및 평가 단계를 반복적으로 수행하게 된다. 여기서 synthesis 과정을 뒷받침하는 것이 기하학적 모형인데 본고에서는 이의 컴퓨터 내부에서의 체계에 대하여 자세히 알아보려고 한다.

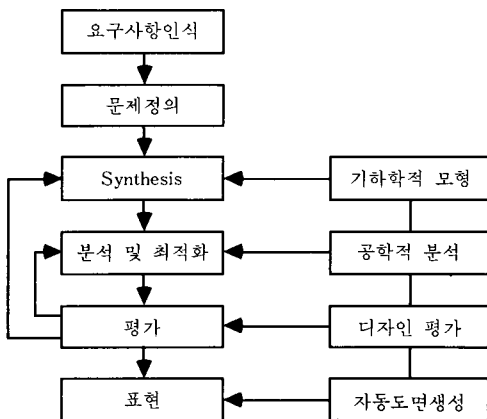


그림 1. 일반적 설계 절차

본 고에서는 우선 삼차원 물체의 표현체계를 정립한 후 물체를 분류한다. 이중 곡선과 곡면 표현 방법은 별도로 다룬다. 그리고, CAD의 근간이 되는 삼차원 물체의 컴퓨터 내부에서의 표현 방법들의 기본원리에 대하여 자세히 알아보고 각 방법의 주요 응용분야에 대하여 알아본다. 여기에서 구체적으로 거론되는 물체 표현 방법은 boundary representation, constructive solid geometry, volume decomposition, spatial decomposition 및 sweep representation 등이다.

## II. 물체의 표현 체계 및 분류

컴퓨터를 이용하여 제품을 설계한다는 것은 설계자의 아이디어내에 있는 추상적 물체(imaginary object)를 컴퓨터가 이해할 수 있는 체계로의 구체화하는 과정이다. 이 과정에는 추상적인 개념을 컴퓨터를 이용하여 표현하는 체계화된 정의 변환(definition translation)과 이의 결과물을 컴퓨터내에 체계적으로 저장시키는 물체 표현(representation) 방법이 포함되며 이를 기하학적 모형 체계(geometric modeling system)라 한다.

컴퓨터내에 체계적으로 저장되어 있는 정보를 이용하여 설계된 제품의 특성 파악 및 부분적인 제품 정보를 컴퓨터에서 추출하기 위하여는 이와 연관된 기하학적 질문(geometric query)에 효과적으로 답할 수 있는 체계가 있어야 한다. 우선 기하학적 질문을 컴퓨터가 인지할 수 있는 언어로 바꾸어 주는 질문변환(query translation)이 필요하다. 변환된 질문의 해를 찾기 위하여는 컴퓨터내에 저장된 물체표현을 이용하여 원하는 정보를 찾아내는 processor를 만들어야 한다. Processor는 컴퓨터 알

고리들을 말하는데 이에 속하는 분야로는 computational geometry, computer graphics 알고리즘등이다.

이상의 내용을 포괄적으로 제품의 기하학적 체계(geometric system)라 하는데 앞에서 설명한 내용을 정리하면 그림 2와 같다. 이중에서도 CAD의 핵심이 되는 것은 기하학적 모형체계인데 이중 정의변환은 설계자와 컴퓨터와의 interface 체계로 물체 표현 방법에 따라 그 용이성이 결정되기 때문에 CAD system의 근본은 물체 표현 방법이라 할 수 있다.

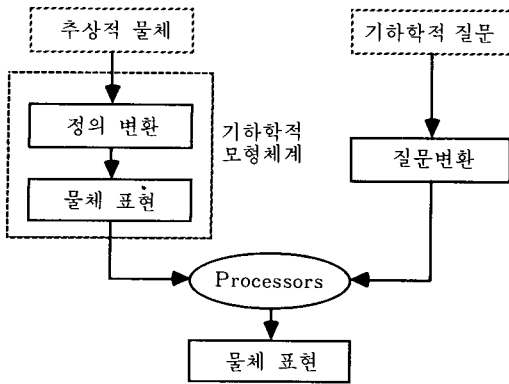


그림 2. 기하학적 체계

물체 표현 방법(representation scheme)의 수학적 정의의 도식화하면 그림 3과 같다.<sup>[1]</sup> 즉, 물체 표현 방법 S란 존재하는 물체들이 형성하는 모형공간 M(modeling space)을 구체화하여 코드로 변환된 표현공간 R(representation space)로 mapping하는 함수라 할 수 있다. 그러나, 특정 물체 표현 방법이 존재하는 모든 물체를 표현할 수 있지는 않다. 그 방법이 표현 가능한 물체의 집합이 그 방법의 domain이다. 표현공간은 특정 표현 방법의 문법에 맞는 모든 코드의 집합인데, 어떤 코드가 문법에 맞는 다하여 이 코드에 해당되는 물체가 항상 존재 가능한 것은 아니다. 문법적으로 오류가 없고 현실적으로 존재 가능한 물체에 해당되는 코드의 집합이 그 방법의 range다. 즉 S의 domain과 range가 넓을 수록 S에 의해 표현될 수 있는 물체는 많아진다.

표현 방법의 선약을 거론하기 위하여는 이의 특성을 파악해야 한다. 물체 표현 방법의 특성에 대하여는 참고문헌 [1]에 잘 설명되어 있는데 여기서는 구체적인 설명은 생략하고 그 내용만 거론한다. 우선 물체 표현 방법의 특성은 formal property와 informal property로 나누어

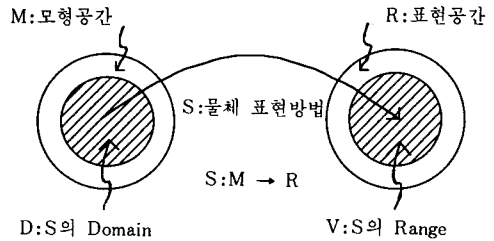


그림 3. 물체 표현 방법

진다. Formal property에는 domain, validity, completeness 및 uniqueness등이 포함되며 informal property는 conciseness, ease of creation 및 응용의 용이성 등이다.

보다 효율적인 물체 표현 방법을 고안하기 위하여는 이의 대상인 모형공간에 대한 체계적인 분석이 필요하다. 즉, 물체의 분류체계에 대하여 알아보자. 물체를 분류하는 dimension으로는 크게 세가지가 있다. 이는 topology, geometry 및 dimensionality이다. Topology는 물체의 복잡성(combinatorial complexity)에 관련된 것으로 그 근거를 Euler formula에 두고 있으며, geometry는 물체의 표면의 복잡도(analytic complexity)에 의한 분류를 위한 것이며, dimensionality는 물체의 차원(dimensional complexity)을 정의한다. 이 세가지 dimension을 삼차원 물체를 예를 들어 도식화한 것이 그림 4이고 그림 5에는 모든 차원 물체들의 geometry 관점의 복잡성에 대한 예시이다. 여기서 물체를 operand로 표기한 것은 물체가 geometric 알고리즘의 operation 대상이기 때

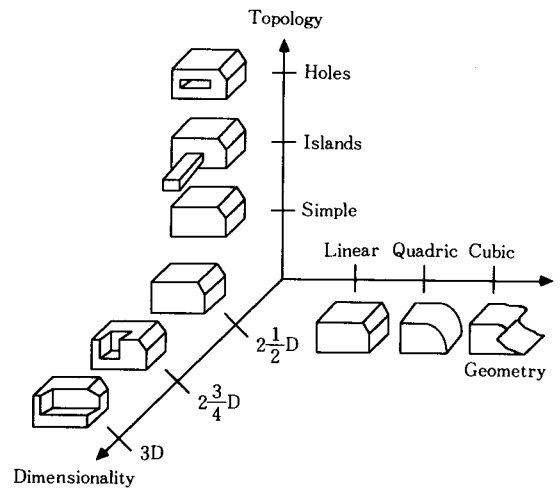


그림 4. 물체 분류 체계

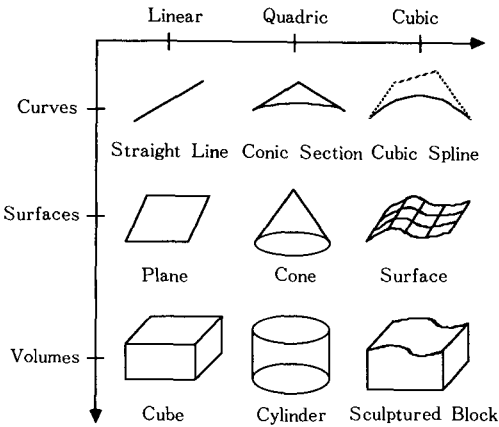


그림 5. Operands의 분류

문이다.

이러한 분류 체계 하에서 하나의 표면의 analytic difficulty에 따른 표현방법에 대한 내용으로 III장에서는 곡선과 곡면만을 분리하여 이의 표현 방법에 대하여 알아 본다. IV장에서는 이러한 개별 geometric 요소가 모여 형성된 삼차원 물체 전체를 표현하는 방법들에 대하여 자세히 알아본다.

### III. 곡선과 곡면

곡선과 곡면을 별도로 다루는 이유는 이는 전체 물체의 한 요소가 되면서 그 자체의 복잡성을 가지기 때문이다. 곡선과 곡면은 자체의 차원을 가지고 있어 이에 따라 복잡성이 결정된다. 이를 분석하기 위하여는 우선 곡선과 곡면의 모양을 결정하는 공식을 표현하는 기준이 되는 좌표계(coordinate system)를 정의해야 한다.

곡선과 곡면의 좌표계는 Euclidean 공간을 세개의 직교좌표축으로 표현하는 Cartesian 좌표계(그림 6(a) 참조)가 가장 일반적이다. Cartesian 좌표계를 이용하여 곡선과 곡면의 공식을 표현하면

$$F(x, y, z) = 0$$

과 같이 되는데 이를 곡선과 곡면의 intrinsic representation이라 한다. 그러나, 이 식에 의한 곡선과 곡면은 일반적으로 무한정한 (infinite)영역에서 정의되기 때문에 한

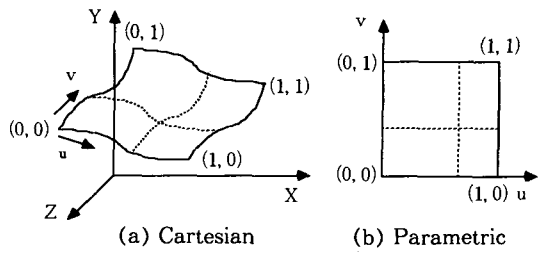


그림 6. 곡선과 곡면의 표현 좌표계

물체의 부분적인 요소로서의 한정된(finite) 영역에서의 곡선과 곡면을 표현하는데는 불편한 점이 많다. 그래서 도입된 좌표계가 parametric 좌표계다.

Parametric 좌표계는 한정된 영역에서 정의된 곡선과 곡면의 영역을 새로운 parameter를 도입하여 주어진 영역에서만 정의되도록 제한시켜 준다. 일례로 그림 6에서 보여주는 바와 같이 하나의 곡면을 u와 v라는 parameter를 이용하여 주어진 곡면의 모든 점이 u와 v의 값이 0과 1사이의 영역내에 표현되도록 mapping시켜주는 것이다. 즉 parametric 좌표계에서는 주어진 곡면이

$$G(u, v) = 0$$

으로 표현되나 u와 v의 domain이 [0, 1]이 된다. 이와 같이 parametric 좌표계에서 표현된 곡선과 곡면의 공식이 parametric representation이다.

이와 같은 두가지의 곡선과 곡면의 표현방법과 복잡도를 나타내는 차원에 근거하여 기본적으로 많이 쓰이는 곡선과 곡면의 가지수와 특수한 형태의 곡선과 곡면을 분류해 보면 그림 7과 같다. 물론 여기에서 거론된 것이 모든 경우의 수를 대변하지는 못한다. 본 고에서는 여기서 거

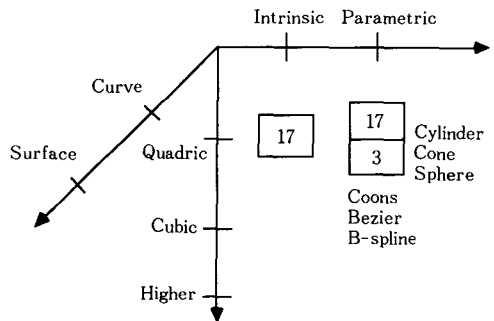


그림 7. 곡선과 곡면의 표현 가지수

론된 모든 곡선과 곡면을 설명하지는 않고 대표적인 경우로 삼차원 곡선의 parametric representation에 대해 보다 자세히 알아본다.

삼차원 곡선(cubic curve)의 parametric representation은 다음과 같다.

$$V(u) = Au^3 + Bu^2 + Cu + D$$

$$= [u^3 \ u^2 \ u \ 1] [A \ B \ C \ D]^T \quad (\text{공식 1})$$

(공식 1)을 parametric cubic curve의 algebraic form이라 한다. 이러한 공식에 의해 parametric cubic curve를 설계할 때 사용자가 입력시켜야 할 자료는 V(u)의 coefficient matrix인 [A B C D]<sup>T</sup>인데 이는 개념적으로 매우 어렵다. 그래서, 곡선의 두 끝점(endpoint)인 u=0과 u=1에서의 정보로 대체하기 위한 변환이 필요하다. 변환을 위해 V(u)의 1차 derivative를 구하면 다음과 같다.

$$V'(u) = 3Au^2 + 2Bu + C$$

$$= [3u^2 \ 2u \ 1 \ 0] [A \ B \ C \ D]^T \quad (\text{공식 2})$$

이 (공식 2)와 (공식 1)에 두 끝점 u=0과 u=1을 대입하여 보면 다음과 같은 matrix 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{matrix} V(0)=D \\ V(1)=A+B+C+D \\ V'(0)=C \\ V'(1)=3A+2B+C \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} V(0) \\ V(1) \\ V'(0) \\ V'(1) \end{matrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} \quad (\text{공식 3})$$

(공식 3)을 matrix [A B C D]<sup>T</sup>에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(0) \\ V(1) \\ V'(0) \\ V'(1) \end{bmatrix} \quad (\text{공식 4})$$

이제 (공식 4)에서 보면 두 끝점에서의 좌표 및 tangent vector가 주어지면 coefficient matrix [A B C D]<sup>T</sup>가 정해지고 따라서 곡선이 정의됨을 알 수 있다. 이를 x, y, z 좌표로 나누어 도식화한 것이 그림 8이다. 즉, 두 끝점에서의 좌표 및 tangent vector를 변화시켜 감으로써 원하는 곡선의 모양을 얻을 수 있다.

이상은 삼차원 곡선을 예로 들어 보다 편리한 설계 방

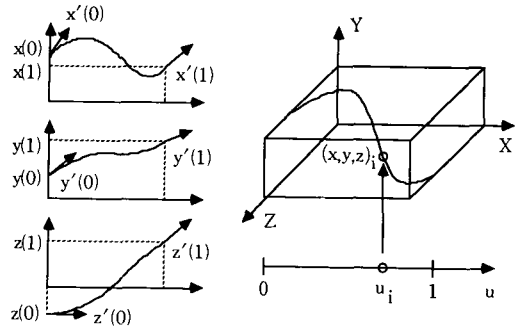


그림 8. 삼차원 곡선의 정의

법을 고안할 수 있음을 보였는데 이와 같은 논리는 곡면에 대하여도 성립한다. 물론 곡면의 경우 네개의 corner points에서의 point data, tangent(rate data) 및 cross derivatives(twist data)등 보다 복잡한 데이터를 요구하게 된다.

지금까지는 하나의 곡선 및 곡면을 설계하는 방법에 대하여 간략히 알아 보았는데, 보다 복잡한 곡선이나 곡면은 이렇게 설계된 여러개의 곡선 및 곡면을 blending하여 설계할 수 있다.<sup>[2]</sup> 이 경우 두 개의 곡선이나 곡면이 인접하는 부분에서의 continuity 문제를 어떻게 처리하느냐에 따라 얼마나 양질의 곡선이나 곡면이 설계되는지 결정된다.

Parametric representation은 computer graphics에서 매우 보편적으로 사용되고 있는데, 이는 한정적인 domain에서의 표현이 쉽다는 장점 이외에도 graphic을 컴퓨터 화면에 display할 때 보다 현실성이 있는 결과를 얻을 수 있기 때문이다. 즉, graphic 화면이 pixel로 나누어져 있기 때문에 직선이나 곡선을 display할 때 이에 적절한 parametric representation을 쓰면 intrinsic representation을 쓰는 것보다 좋은 결과를 얻을 수 있다.

곡선과 곡면의 보다 자세한 내용은 참고문헌 [3, 4]에 체계적으로 잘 설명되어 있으니 관심있는 독자는 이를 참고하기 바란다.

#### IV. 삼차원 물체 표현 방법

삼차원 물체는 여러 구성요소를 갖기 때문에 이러한 구성요소를 어떻게 표현할 것이며 이들 구성요소가 어떠한 관계를 이루어 설계하고자 하는 물체를 형성하는가를 정의하는 것이 표현 방법이다. 이에는 대표적으로 다섯가지

를 꼽을 수 있는데 이는 boundary representation, constructive solid geometry, volume decomposition, spatial decomposition 및 sweep representation이다.<sup>[5,6]</sup> 본 장에서는 이들 다섯가지 방법의 기본원리와 응용분야에 대하여 알아보고 이외에 연구되고 있는 내용들을 간략히 소개하고 이들간의 conversion 알고리즘의 현황에 대하여 알아본다.

**1. Boundary Representation**

Boundary representation(B-Rep.)은 geometric modeling system에서 가장 일반적으로 많이 쓰이는 방법으로 물체의 boundary를 형성하고 있는 요소들을 이용하여 물체의 형태를 컴퓨터내에 표현하는 방법이다. 이는 Euclid가 기하학을 정립할 당시부터의 관행을 컴퓨터를 이용하여 물체를 표현할 때에도 따르는 방법이다. 여기서 기본요소에 해당하는 것으로는 꼭지점(vertex), 변(edge) 및 면(face)이다.

B-Rep.의 간단한 예시가 그림 9이다. 우선 주어진 물체를 이를 구성하는 면으로 나누고, 각 면은 이를 구성하는 변들로 표현된다. 각 변은 항상 두개의 꼭지점으로 정의되며 이러한 요소들간의 구성관계를 나타내는 정보가 topological information이다. 즉, topological information은 물체가 좌표계의 어디에 놓이든지 상관없이 항상 일정하다.

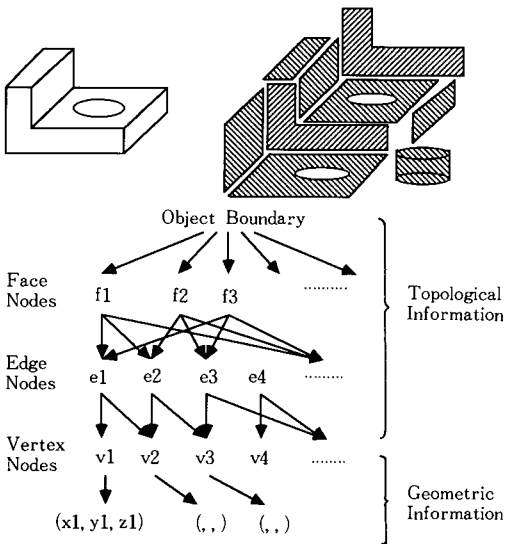


그림 9. Boundary representation

반면 물체가 주어진 좌표계의 어디에 놓여 있는가를 정의하여 주는 정보가 geometric information으로 그림 9에서는 꼭지점의 좌표로 나타나 있다. Geometric information에는 꼭지점의 좌표뿐만 아니라 II장에서 설명한 변 및 면을 나타내는 식들도 포함된다. 그러므로, 본 절에서는 geometric information에 대한 설명은 생략하고 topological information을 정의하는 방법들에 대하여 알아본다.

우선 topological information이 어떻게 쓰이는 것을 알아야 이 정보의 정의 방법에 대한 이해가 쉽다. Topological information은 물체의 여러 특성을 추출하기 위한 processor들이 해를 구하는 과정에서 요소들간의 인접성을 찾을 때 이용된다. 즉, 주어진 요소(꼭지점, 변 및 면)와 인접하는 여러요소들을 찾는 데 사용된다. 이를 꼭지점(V), 변(E) 및 면(F)에 대한 9가지 topological 질문으로 정리한 것이 그림 10이다. 한 예로 주어진 면과 인접한 모든 변을 찾는 질문은 F로부터 E로의 화살표로 대변된다.

그러나, 9가지 topological 질문에 응답이 되는 정보를 모두 컴퓨터내에 저장을 하면 topological 질문에 대한 응답은 빠른 시간에 할 수 있는 반면 정보가 중복됨으로써 저장공간의 증가를 초래한다. 즉, processing time과 소요저장공간(storage space requirement)간의 trade-off 문제가 제기된다. 여기서는 이러한 trade-off를 자세히 분석하지는 않고 이를 고려하여 고안되어 실제 geometric modeling system에서 많이 쓰고 있는 대표적인 방법을 소개한다.

그 대표적인 방법은 winged-edge 데이터 구조로서 그림 11에 요약되었다. 그림 11(a)는 9가지 topological 질문중 winged-edge 데이터 구조가 갖고 있는 정보를 나타낸 것이고 이를 한 변에 대하여 도식화한 것이 (b)다. 주어진 변 E를 구성하는 상하의 두 꼭지점 V<sub>1</sub>와 V<sub>2</sub>,

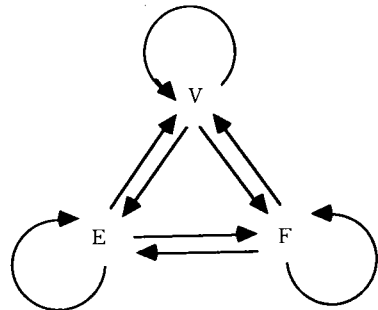


그림 10. Topological 질문

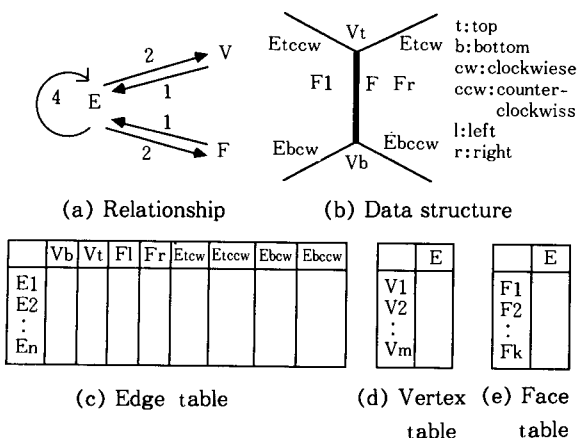


그림 11. Winged-edge 데이터 구조

좌우의 두 면  $F_1$ 과  $F_r$ ,  $V_t$ 를 중심으로 E에서 시계방향 및 반시계방향으로 가장 가까운 변  $E_{tcw}$ 와  $E_{ctcw}$ , 그리고  $V_b$ 를 중심으로 E에서 시계방향 및 반시계방향으로 가장 가까운 변  $E_{bcw}$ 와  $E_{cbcw}$ 의 8가지 요소정보를 저장한다. 즉, 변 E와 인접한 변들중 4개의 변, 2개의 꼭지점 및 2개의 면을 저장하는데 이 숫자가 (a)에 표시된 숫자이며 실질적으로 컴퓨터내에 저장되는 구조는 (c)의 edge table이다. 일반적으로 꼭지점, 변 및 면을 대변하는 index는 integer이기 때문에 edge table에 저장되는 것은 integer들이다. 또한 여기서 상하 좌우는 상징적인 방향 표시이지 좌표계상의 절대방향을 나타내는 것은 아니다. 다만 초기 데이터 구조 형성시 일정한 방향설정 규칙을 세워 모든 변에 적용해야 한다.

변을 중심으로한 정보이외에 꼭지점과 면을 중심으로한 정보로는 각 꼭지점 및 면과 인접한 변들중 임의의 한 변을 저장한다. 이것이 (a)에 1로 표시되어 있으며 실질적으로 컴퓨터내에 저장되는 구조는 (d)의 vertex table과 (e)의 face table이다. 이 winged-edge 데이터 구조를 갖고 있으면 9가지 topological 질문을 모두 효율적으로 수행할 수 있는데 이는 지면관계상 생략한다.

Winged-edge 데이터 구조이외에도 좋은 데이터 구조들이 고안되었는데 한 예가 Woo와 Wolter<sup>[7]</sup>가 고안한 symmetric 데이터 구조로 이는 winged-edge 데이터 구조보다 적은 저장공간을 이용하여 평균적인(expected) processing time이 constant인 우수한 데이터 구조이다.

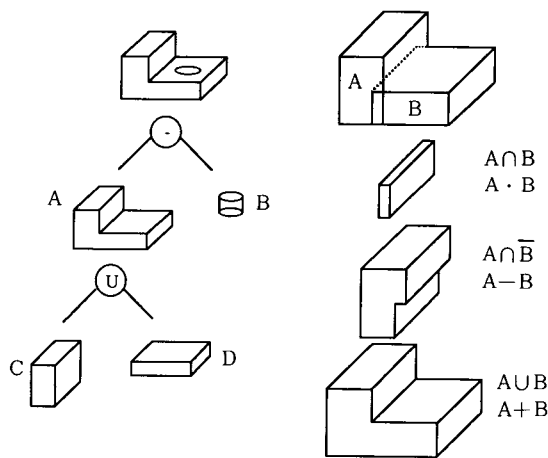
물체를 설계하는 과정에서 이러한 데이터 구조를 형성하는 방법은 여러가지가 있으나 그 중 대표적인 방법이 Euler operator를 이용하는 방법이다.<sup>[8,9]</sup> 이 방법은 물체가 항상 Euler formula를 만족한다는 성질을 이용하여

부분적으로 형성된 물체에 새로운 요소들을 추가하여 원하는 물체를 설계한다.

이상과 같은 B-Rep.은 거의 모든 geometric modeling system의 핵심을 이루고 있어 그 응용분야가 가장 넓다. 특히 computer graphics에서는 B-Rep.이 거의 독보적인 위치를 차지하고 있다. 이는 앞에서도 거론한 바와 같이 display에 매우 유리할 뿐만 아니라 기존의 기하학적 개념들과 일치하는 방법이기 때문이다.

2. Constructive Solid Geometry

Constructive solid geometry(CSG)는 B-Rep.이 물체의 volume을 고려하지 않고 있는 단점을 제거하려는 노력에서 파생된 방법이다. CSG는 70년대 초에 본격적으로 거론되기 시작되었다. CSG는 물체를 volume을 갖는 primitive들로 나누어 이들간의 관계로 표시하는 방법으로 그림 12에 예시되었다.



(a) Binary tree representation (b) Set operators

그림 12. Constructive solid geometry

CSG에서 기본적으로 많이 쓰이는 primitive는 cube, cylinder, cone, sphere, torus등으로 이의 선택이 이 방법의 domain을 결정한다. 이러한 primitive에 그림 12(b)와 같은 set operators를 적용하면 구하고자 하는 물체를 설계할 수 있다. 다만 set operator는 항상 두개의 대상에 대하여 적용하기 때문에 최종적으로 CSG에 의한 물체표현은 (a)와 같이 binary tree로 나타내 진다. 즉, binary tree의 terminal node는 primitive, non-terminal node는 set operator이다. 그림 12(a) 예시에서 non-terminal node에 해당되는 그림은 실제 컴퓨터내에 저장되어 있는

것이 아니고 set operator의 중간 결과를 이해를 위해 도식화한 것 뿐이다.

CSG에서 쓰이는 set operator들 중에는 intersection이 가장 중요한데 그 이유는 다른 set operator들은 intersection과 complement를 이용하여 모두 표현 가능하기 때문이다. 그러나, 일반적인 set에 적용하는 intersection을 geometry에 적용하면 비현실적인 물체가 출현할 수 있는데 이를 해결하여 CSG에 적용할 수 있는 normalized intersection의 이론적인 정립에 크게 공헌한 사람이 Tilove이다.<sup>[10]</sup>

CSG에서 geometric information을 포함시키기 위하여는 CSG binary tree의 non-terminal node에 set operators 이외에 translation, rotation등의 rigid motion에 관계된 operator의 적용이 가능해야 한다. 또한, terminal node에도 primitive 이외에 translation argument가 추가된다. 이의 이차원에서의 예가 그림 13이다.

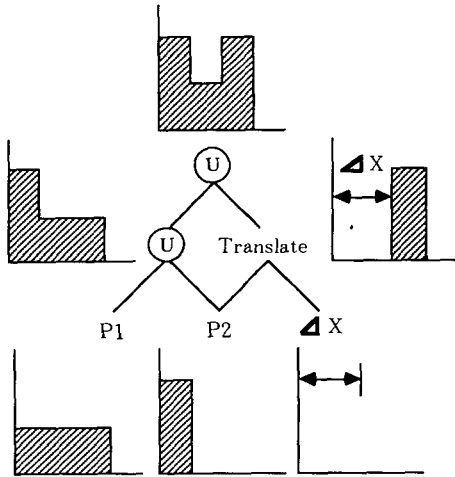


그림 13. 이차원의 예

CSG는 개념적으로는 매우 잘 정립되어 있으나 한 물체를 표현하는 방법이 유일하지 않다는 단점이 있다. 즉, 한 물체를 표현하는 CSG binary tree가 무한대로 존재할 수 있기 때문에 system 설계시 이를 단순화하는 체계가 필요하다. 또한 실제 두 물체의 intersection operation이 매우 시간이 많이 걸리고 어려운 작업이기 때문에 널리 보급되는데 제약이 되고 있다.

그러나, 물체를 형성하는 단계가 실제로 인간이 물체를 설계할 때의 개념과 유사한 장점을 살려 많은 geometric modeling system에서 CSG를 user interface 단계에서

많이 이용하고 있다. 이외에 CSG를 computer graphics에 이용하려는 시도는 매우 활발하다.<sup>[11, 12, 13]</sup> 그러나, 아직까지는 그 응용도가 B-Rep.에 크게 뒤져있다. 또한 feature extraction<sup>[14]</sup>, offset 및 blending<sup>[15, 16]</sup>에 이용해 보려는 시도가 계속되고 있으나 아직 CSG 단독으로 이를 해결하지는 못하고 있으며 system 내부에서 부분적으로 B-Rep.를 이용하여 해결하고 있다. 최근에는 concurrent engineering 개념이 CAD/CAM에 도입되면서 이에 CSG를 이용해 보려는 시도가 활발하다.

### 3. Volume Decomposition

Volume decomposition(VD)은 CSG와는 달리 primitive를 topology 또는 convexity 등으로 정의하여 주어진 물체를 서로 disjoint한 primitive들로 나누어 이들간의 연관관계를 정의하여 표현하는 방법이다. Primitive로는 이차원에서는 triangle, convex polygon등, 삼차원에서는 tetrahedron, convex polyhedron등이 쓰인다. 삼차원 물체를 tetrahedron으로 분할한 예가 그림 14이다.

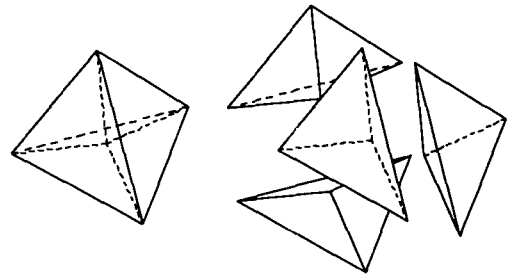


그림 14. Volume decomposition

그러나, VD에서는 분할된 primitive간의 relationship을 정의하기가 매우 어려울 뿐만 아니라 복잡한 경우가 많다. 또한 인접성과 연관된 topological 질문에 대한 해를 구하기가 어렵다. 이를 Woo와 Thomasma<sup>[17]</sup>가 convex polyhedron으로의 분할에 대해 CSG와 같은 binary tree 형태로 정립하였다. 이 방법은 제품의 조립순서를 결정하는데 매우 유용한 방법이다. 그러나, 이 방법에서 제시하는 알고리즘에 의하면 특정물체는 finite step내에 decomposition이 종료하지 않을 수 있다는 문제점과 convex hull이나 difference operation이 많은 시간을 요하기 때문에 실용화까지는 보다 많은 연구가 필요하다.

**4. Spatial Decomposition**

Spatial decomposition(SD)은 물체 자체를 표현하기 보다는 물체를 포함하고 있는 공간을 이용하여 물체를 표현하려는 방법이다. 이는 원래 computer vision에서 image data 표현하기 위하여 제시된 방법을 geometric modeling에 적용한 방법이다.

SD는 우선 설계 대상의 물체를 모두 포함하는 하나의 cell을 정의한 후 이 cell을 동일모양의 작은 sub-cell들로 분할해 나가며 그 sub-cell이 완전히 물체의 내부에 속하거나 완전히 물체의 외부에 놓일 때까지 반복하여 분할하는 방법이다. 다만 미리 최소단위의 cell 크기(resolution)를 정해 그 이하로는 더 이상 분할하지 않는다.

SD에서 많이 쓰이는 cell의 형태는 이차원에서는 square, rectangle, trepezoid, hexagon등이고, 삼차원에서는 cube, box등이 있다. 이 중 square와 cube가 가장 널리 쓰이고 있으며 이를 이용하여 물체를 표현하는 방법이 quadtree와 octree이며 그림 15에 예시되어 있다. Quadtree와 octree 이외의 방법들은 응용분야의 특성을 살려 그 분야에서 특히 효율성이 높은 경우에 고안된 방법들로 범용성이 비교적 약하다.

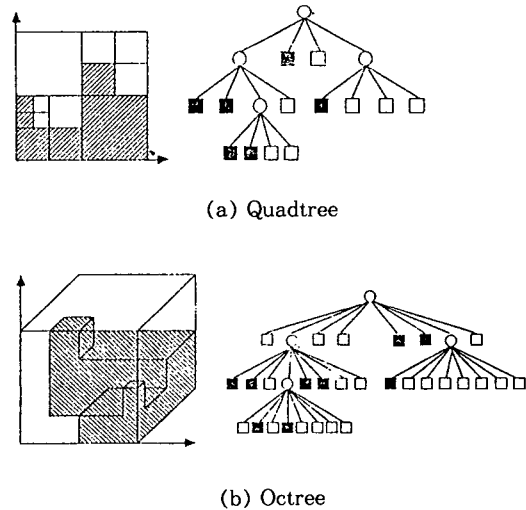


그림 15. Spatial decomposition

그림 15에서 (a)는 이차원의 경우로 기본 cell이 square이며 좌측의 물체를 tree 형태로 표현한 것이 우측의 quadtree이다. 즉, 빗금친 물체를 포함하는 square를 지속적으로 사등분하여 물체의 내외부 관계를 체계적

으로 표시한 것이다. Quadtree에서 non-terminal node는 해당 square에 물체가 부분적으로 존재하여 계속 분할된 것으로 원형으로 표시되었으며 terminal node중 black node는 해당 square가 물체의 내부임을 나타내고 white node는 해당 square가 물체의 외부임을 나타낸다. 이러한 원리를 삼차원에 적용한 것이 (b)에 예시된 octree다. 즉, cell은 cube이고 이를 지속적으로 8등분하여 물체를 표현하는 방법이다.<sup>[18, 19]</sup>

CD를 geometric modeling에 쓰기 위한 첫째 제약사항은 이 방법이 근본적으로 근사치에 근거한 방법이라는 데 있다. 그 이유는 일반적인 물체의 geometry는 rectilinear한 형태가 아니기 때문이다. 만약 어떤 polygon이 사선의 변을 갖는다면 이 변 주위에서는 cell(quadrant)이 resolution 크기에 도달하더라도 그 cell이 주어진 polygon의 완전히 내부나 외부에 포함될 수 없기 때문에 이 경우는 포함의 정도에 따라 black node나 white node로 판별하여야 하기 때문이다. 또 하나의 제약사항은 과도한 저장공간의 필요성이다. CD의 소요저장공간은 분할수에 지수적으로 증가한다. 가령 분할을 10번까지 허용한다면 quadtree의 경우 1MB, octree의 경우 1GB가 필요하다.

반면 CD는 cell간의 Boolean 연산이 매우 간단하고 빠르다. 이러한 연산의 간소성을 hardware화 함으로써 보다 빠른 연산을 실현할 수 있다. 또 하나의 장점은 tree 구조의 체계성을 연산이나 설계시 잘 이용할 수 있다는 데 있다. 즉, 부분적인 수정이나 필요정보 탐색이 매우 수월하다.

이러한 소요저장공간과 연산속도간의 trade-off와 근사성의 단점을 보완하여 geometric modeling에 이용하고자 하는 노력이 많이 이루어지고 있다.<sup>[20, 21]</sup> 또한 computer graphics에서도 octree를 이용한 display 기법들이 연구되고 있다.<sup>[22]</sup> 최근에는 robotics에서 움직이는 물체의 표현<sup>[23, 24]</sup>, 의학분야에서 단층 촬영결과를 합성하여 삼차원 형상을 구성하는데 이용하려는 시도<sup>[25]</sup>등 매우 다양한 분야에서 CD를 이용하고 있다. 특히 최근 image 데이터를 이용하는 system이 증가함에 따라 CD의 응용분야는 더욱 넓어질 전망이다.

**5. Sweep Representation**

Sweep representation(SR)은 물체의 구성요소로 물체를 표현하지 않고 설계하고자하는 물체와는 전혀 다른 물체(moving object)를 주어진 궤적(trajectory)를 따라 움직여 물체를 설계하는 방법이다. 이는 궤적의 모양에 따라 translational sweep, rotational sweep 및 general



sweep으로 분류된다. Translational sweep은 궤적이 직선인 경우이고 rotational sweep은 궤적이 원형인 경우이며 이외의 일반적인 궤적의 경우 general sweep이다.

그림 16에 SR중 translational sweep과 general sweep이 간단히 예시되었다. 그림에서 볼수 있는 바와 같이 translational sweep과 rotational sweep은 개념상 매우 간단하나 general sweep에서는 궤적을 따라 형성된 물체가 매우 복잡할 수 있으며 존재하지 않을 수도 있다. 즉, (b)의 경우 dangling edge가 형성되는데 이는 실제로 존재할 수 없는 물체이다.

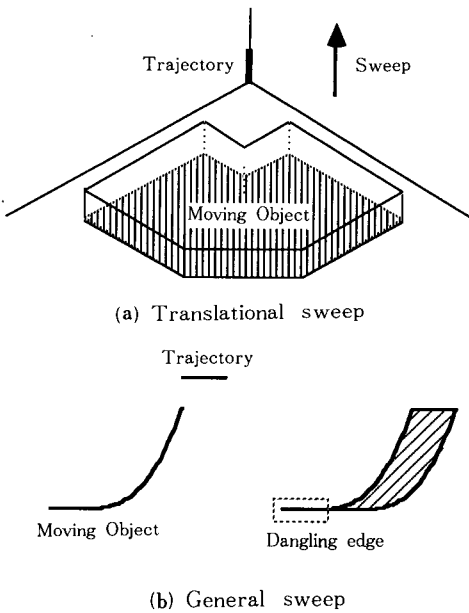


그림 16. Sweep representation

General sweep에 관한 연구는 특히 CAM에서 process planning에서 volume을 갖는 cutter의 움직임으로 material이 제거되고 남아 형성된 부분의 곡면을 표현하는데 필수적이다. 역으로 원하는 곡면을 얻기 위한 cutter의 trajectory를 구하는데 매우 중요한 연구이다. 한편 이에 응용될 수 있는 연구로 곡선과 곡면의 offset을 연구하는 연구<sup>[26, 27]</sup>가 활발히 진행되고 있다.

6. 기타 방법 및 변환 알고리즘

이상의 5가지 방법 이외에도 최근 새로운 시도가 많이 이루어지고 있다.<sup>[28]</sup> 새로운 방법들은 기존의 방법들과 완전히 다른 개념에서 출발되기 보다는 기존 방법들의 장

점을 합성하여 보다 효율적인 coding scheme을 개발하는데 역점을 두고 있기 때문에 기존의 5가지 방법을 정확히 이해하고 있으면 새로운 방법을 이해하기는 어렵지 않다. 다만 삼차원을 초월한 다차원 공간에서 표현된 물체를 graphic 화면에 표현해 보려는 신선한 시도도 있다.<sup>[29]</sup>

기존의 geometric modeling system에서는 어느 한 방법만을 이용하여 system을 형성하기 보다는 여러 방법을 혼용하여 각 방법의 장점을 살려 전체 system의 효율을 높이고 있다. 그러므로, 표현 방법들간의 conversion 알고리즘이 중요한 문제로 대두된다. 주요 5가지 표현방법들간의 conversion algorithm의 유무를 요약하면 그림 17과 같은데 여기서 실선은 exact 알고리즘을 나타내고 점선은 approximation 알고리즘이 존재함을 나타낸다.

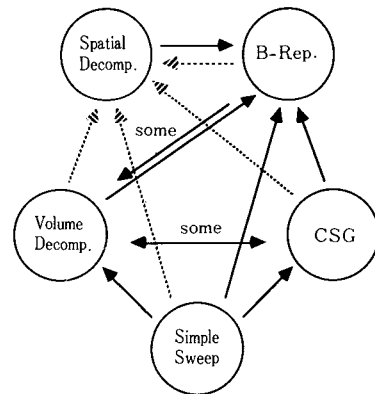


그림 17. Conversion algorithm의 존재 유무

여기에 표시된 여러 알고리즘은 각 방법에서 채택하는 primitive에 따라 매우 달라질 수 있기 때문에 별도의 reference를 제시하지 않고 앞서 설명한 5가지 방법에 대한 reference로 부분적이거나 그 해를 찾아 볼 수 있다. Conversion 알고리즘과는 별도로 geometric modeling system간의 data transfer에 대한 연구도 활발히 진행되고 있다.<sup>[30]</sup>

이상과 같은 물체 표현 방법의 기본원리에 대하여 보다 자세히 알고 싶은 독자는 참고문헌 [31], [32], [33]을 이용하기 바란다.

## V. 결 언

본 고에서는 삼차원 물체를 표현하는 대표적인 방법들과 그 응용분야에 대하여 알아 보았는데 대부분의 geometric modeling system이 어느 한 방법으로 모든 요구조건을 효율적으로 충족시킬 수 없기 때문에 여러 방법의 혼용이 불가피하다. 본 고의 결론으로서 그림 18과 같은 geometric modeling system의 high-level architecture를 제시한다.

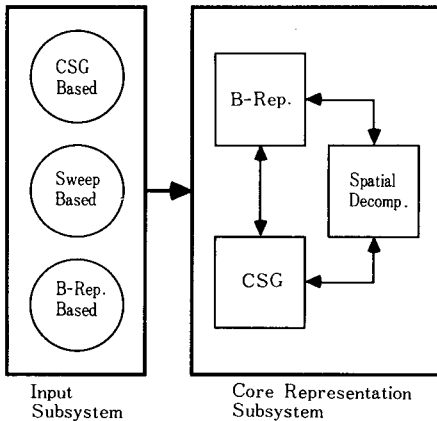


그림 18. High-level architecture


사용자와의 interface인 input subsystem은 인간의 사고와 매우 유사한 CSG와 sweep representation을 중심으로 형성되 이들 두방법으로 표현이 불가능한 물체는 B-Rep.을 허용함으로써 보완한다. 실제 컴퓨터 내의 데이터 구조인 core representation subsystem에서는 B-Rep.을 근간으로하여 개념적으로 간단한 CSG와 물체에 대한 operation이 간편한 spatial decomposition 방법으로 보완하면 매우 효율적인 system이 형성될 수 있다.

## 參 考 文 獻

[ 1 ] A. A. G. Reguicha, "Representations for rigid solids: theory, methods, and systems," *Computing Surveys*, vol. 12, no. 4, Dec. 1980.  
 [ 2 ] S. T. Tan and K. C. Chen, "Bi-quadratic B-spline surfaces generated from arbitrary polyhedral meshes: a constructive approach," *Com-*

*puter Vision, Graphics, and Image Processing*, vol. 39, pp. 144-166, 1987.

- [ 3 ] I. D. Faux and M. J. Pratt, *Computational Geometry for Design and Manufacture*, Ellis Horwood Ltd., 1979.  
 [ 4 ] G. Farin, *Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design*, Academic Press Inc., 1990.  
 [ 5 ] A. A. G. Reguicha and H. B. Voelcker, "Solid modeling: a historical summary and contemporary assessment," *IEEE Computer Graphics and Application*, pp. 9-24, March 1982.  
 [ 6 ] A. A. G. Reguicha and H. B. Voelcker, "Solid modeling: current status and research directions," *IEEE Computer Graphics and Application*, pp. 25-37, Oct. 1983.  
 [ 7 ] T. C. Woo and J. D. Wolter, "A constant expected time, linear storage data structure for representing 3D objects," *IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics*, vol. SMC-14, no. 3, pp. 510-515, May/June 1984.  
 [ 8 ] C. Eastman and K. Weiler, "Geometric modeling using the Euler operators," Proc. of 1st Annual Conf. on Computer Graphics in CAD/CAM Systems, pp. 248-259, April 1979.  
 [ 9 ] M. Mantyla and R. Sulonen, "GWB: a solid modeler with Euler operators," *IEEE Computer Graphics and Application*, pp. 17-31, Sep. 1982.  
 [ 10 ] R. B. Tilove, "Set membership classification: a unified approach to geometric intersection problems," *IEEE Trans. on Computer*, vol. C-29, no. 10, pp. 874-883, Oct. 1980.  
 [ 11 ] S. D. Roth, "Ray casting for modeling solids," *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 18, pp. 109-144, 1982.  
 [ 12 ] P. R. Atherton, "A scan-line hidden surface removal procedure for CSG," *Computer Graphics*, vol. 17, no. 3, pp. 73-82, July 1983.  
 [ 13 ] G. Wyvill, T. Kunii, and Y. Shirai, "Space division for ray tracing in CSG," *IEEE Computer Graphics and Application*, pp. 28-34, April 1986.  
 [ 14 ] Y. C. Lee and K. S. Fu, "Machine under-

- standing of CSG: Extraction and unification of manufacturing features," *IEEE Computer Graphics and Application*, pp. 20-32, Jan. 1987.
- [15] J. R. Rossignac, *Blending and Offsetting Solid Models*, Ph. D. Dissertation, University of Rochester, New York, July 1985.
- [16] J. R. Rossignac and A. A. G. Reguicha, "Offsetting operations in solid modeling," *Computer Aided Geometric Design*, vol. 3, pp. 129-148, 1986.
- [17] T. C. Woo and T. Thomasma, "Feature extraction by volume decomposition," Proc. of Conf. on CAD/CAM Technology in Mechanical Engineering, Cambridge, Mass., March 1982.
- [18] C. L. Jackins and S. L. Tanimoto, "Octrees and their use in representing 3D objects," *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 14, pp. 249-270, 1980.
- [19] D. Meager, "Geometric modeling using octree encoding," *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 19, no. 2, pp. 129-147, 1982.
- [20] D. Ayala, P. Brunet, R. Juan, and I. Navazo, "Object representation by means of nonminimal division quadrees and octrees," *ACM Trans. on Graphics*, vol. 4, no. 1, pp. 41-49, Jan. 1985.
- [21] H. C. Lee, *Spatial Decomposition and Its Manipulation*, Ph. D. Thesis, The University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, 1988.
- [22] L. J. Doctor and J. G. Torborg, "Display Techniques for octree-encoded objects," *IEEE Computer Graphics and Application*, pp. 29-38, Sep. 1981.
- [23] N. Ahuja and C. Nash, "Octree representation of moving objects," *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, vol. 26, pp. 207-216, 1984.
- [24] J. Weng and N. Ahuja, "Octrees of objects in arbitrary motion: representation and efficiency," *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, vol. 39, pp. 167-187, 1987.
- [25] M. M. Yau, "Generating quadrees of cross sections from octrees," *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, vol. 27, pp. 211-238, 1984.
- [26] Y. J. Chen and B. Ravani, "Offset surface generation and contouring in computer-aided design," *J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, pp. 133-142, March 1987.
- [27] W. Tiller and E. G. Hanson, "Offsets of two-dimensional profiles," *IEEE Computer Graphics and Application*, pp. 36-46, Sep. 1984.
- [28] W. C. Lin and K. S. Fu, "A syntactic approach to 3D object representation," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-6, no. 3, pp. 351-364, May 1984.
- [29] A. Inselberg, "The plane with parallel coordinates," *Special Issue on Computational Geometry, The Visual Computer*, vol. 1, pp. 69-91, 1985.
- [30] P. R. Wilson, I. D. Faux, M. C. Ostrowski, and K. G. Pasquill, "Interfaces for data transfer between solid modeling systems," *IEEE Computer Graphics and Application*, pp. 41-51, Jan. 1985.
- [31] B. R. Dewey, *Computer Graphics for Engineers*, Harper & Row Publishers, New York, 1988.
- [32] C. M. Hoffmann, *Geometric and Solid Modeling*, Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Mateo, California, 1989.
- [32] M. E. Mortenson, *Geometric Modeling*, John Wiley & Sons, New York, 1985. 

筆者紹介
------

---

**李 玄 燦**

1956年 5月 5日生

1978年 2月 서울대학교 산업공학과(학사)

1980年 2月 한국과학기술원 산업공학과(석사)

1988年 4月 미국 미시간대학교 산업공학과(박사)  
(CAD/CAM 전공)

1980年 3月~1983年 6月 (주)부산과이프 기획실 대리

1988年 1月~1988年 8月 미시간대 강사 및 연구원

1988年 9月~1991年 8月 한국전자통신연구소 자동설계연구실 실장

1991年 8月~현재 홍익대학교 산업공학과 조교수