

## Multi-h CPM의 차동 검파에 관한 연구

## (A Study on the Differential Detection of Multi-h Continuous Phase Modulation)

洪 羲 植\*, 韓 榮 烈\*\*

(Hee Sik Hong and Young Yearl Han)

## 要 約

본 논문에서는 multi-h CPM 신호의 차동 검파 방식을 제안하고 이에 적합한 변조지수 집합을 도출하였다. 여러 종류의 변조 지수 집합을 갖는 Multi-h CPM 신호의 전력 스펙트럼을 MSK나 QPSK 등의 경우와 비교하였고 2-h CPM과 3-h CPM 신호에 대한 일반적인 차동 검파기의 오율 성능 및 비터비 알고리즘을 이용한 차동 검파기의 오율 성능을 비교 분석하였다.

## Abstract

In this paper, the differential detection technique of multi-h CPM is introduced and described. We derived the sets of modulation index of multi-h phase codes adequate to the differential detection. The power spectra of multi-h signals with various sets of modulation index are presented and compared to those of MSK and QPSK. Error rate performances of the conventional detector and Viterbi algorithm detector of 2-h and 3-h CPM are evaluated and compared.

## I. 서 론

J. B. Anderson과 D. P. Talyor에 의해 처음으로 제안된 multi-h 위상 부호는<sup>[1]</sup> 부호와 변조가 하나의 과정으로 이루어지며 정진폭 특성과 연속위상 특성으로 인해 디지털 이동통신 및 위성통신에 적합한 변조 방식으로 인정되고 있다. Multi-h CPM 신호는 신호 구간마다 변조 지수가 주기적으로 변화하도록 한

것으로 MSK와 CPFSK의 일반화된 형태로 표현된다. 주기성을 갖는 k개의 변조 지수 집합  $\{h_i\}$ , ( $i=1, 2, \dots, k$ )에 의한 부호화로 인해 위상 트렐리스(phase trellis) 상의 최초의 merger를 지연시켜 신호간의 유클리드 거리(Euclidean distance)를 증가 시키므로써 오율 성능을 개선할 수 있게 된다.<sup>[2]</sup> Multi-h CPM 신호의 검파는 비터비 알고리즘을 이용한 동기 검파방식<sup>[3,4]</sup>이 주로 연구되었으나 반송파 위상 재생회로 등으로 인한 수신기의 복잡성과 힘대역 케이딩 채널하에서의 구현상의 어려움이 있다.<sup>[5]</sup> 본 논문에서는 multi-h CPM 신호의 일반적인 차동 검파 방식을 제안하고 동기 검파에 비해 상대적으로 저하되는 오율 성능을 개선하기 위해 비터비 알고리즘을 2-h와 3-h CPM 차동 검파기에 적용시켜 시뮬레이션하였다.

\*正會員, 東洋工業專門大學 通信科  
(Dept. of Commu. Eng., Dongyang Technical College)

\*\*正會員, 漢陽大學校 電子通信工學科  
(Dept. of Electronic Commu. Eng., Hanyang Univ.)  
接受日字: 1991年 11月 12日

II. Multi-h CPM의 차동 검파기

1. Multi-h CPM 신호

일반적으로 multi-h CPM 신호는

$$s(t, \underline{a}) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(2\pi f_0 t + \phi(t, \underline{a}) + \phi_0) \quad (1)$$

로 표현되며 이때 E와 T는 각각 신호의 에너지와 심볼 주기를 나타낸다. 정보 비트를 포함하는 위상 함수는

$$\phi(t, \underline{a}) = 2\pi \int_{-\infty}^t \sum_{i=1}^k h_i a_i g(\tau - iT) d\tau \quad (2)$$

로 표현되고 정보 비트열  $\underline{a} = \{ \dots, a_{-2}, a_{-1}, a_0, a_1, a_2, \dots \}$ 는 각각  $\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)$ 의 값을 갖는다. 또한 변조 지수  $h_i (i=1, 2, \dots, k)$ 는 k를 주기로 같은 값을 갖는다. 즉,

$$h_i = h_{1+k} \quad (3)$$

주파수 성형함수  $g(t)$ 는  $0 \leq t \leq LT (L; \text{정수})$  구간에 서 구형파, raised cosine 파 또는 가우시안 함수등이 사용되며 나머지 구간에서는 영이 된다.<sup>[6]</sup> 본 논문에서는 구형파의 주파수 성형 함수를 갖고  $L=1$ 인 full response multi-h CPM 신호의 차동 검파에 대해 고찰하였다.

2. 2-h CPM 차동 검파기

차동 부호화된 정보 계열에 대해 변조 지수가  $\{h_1\} = \{L_i/q\} (L_i, q; \text{정수})$ 인 2-h CPM 신호의 차동 검파를 수행하기 위해서는 아래의 식을 만족시켜야 한다.<sup>[7]</sup> 즉,

$$\cos|h_1+h_2|\pi = -\cos|h_1-h_2|\pi \quad (4)$$

이 식을 만족시키는 4종류의 변조 지수 집합은 다음과 같이 표현될 수 있다.

Type1)  $h_1 = (2^{n-1}-p)/2^n (n \geq 2, h_1 < h_2)$   
 $h_2 = 2^{n-1}/2^n (p=1, 2, \dots, 2^{n-1}-1)$

Type2)  $h_1 = 2^{n-1}/2^n$   
 $h_2 = (2^{n-1}+p)/2^n$

Type3)  $h_1 = p/2^n$   
 $h_2 = 2^{n-1}/2^n$

Type4)  $h_1 = 2^{n-1}/2^n$   
 $h_2 = (2^n-p)/2^n$

여기서 Type1)과 Type3) 그리고 Type2)와 Type4)끼리는 순서만 다를뿐 변조 지수 집합은 같은 값을 갖는다. 그러므로 여기서는 Type1)과 Type2)의 경우에 대해 고찰하였다. 위의 2가지 형태로 부터 n이 무한대로 가면 2-h CPM 신호는 MSK ( $h_1=h_2=1/2$ )

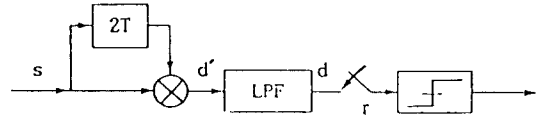


그림 1. 2-h CPM의 차동 검파기  
 Fig. 1. Differential detector of 2-h CPM.

에 근접하게 됨을 알 수 있다. 그림1에 간단한 차동 검파기를 나타내었다. 잡음이 없는 상태에서 수신 신호와의 승적을 통해 얻어진 합성 신호는 각각

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(2\pi f_0 t + \phi(t)) \quad (5)$$

$$d'(t) = s(t) * s(t-2T) \\ = 2E/T \cos(2\pi f_0 t + \phi(t)) \cos(2\pi f_0(t-2T) + \phi(t-2T)) \quad (6)$$

로 표현되며 저역 여파기를 통과한 신호는

$$d(t) = \frac{E}{T} \cos[4\pi f_0 T + \Delta\phi(2T)] \quad (7)$$

이 되고, 이때 위상차  $\Delta\phi(2T)$ 는

$$\Delta\phi(2T) = \phi(t) - \phi(t-2T) \quad (8)$$

로 나타낸다. 여기서 반송파 주파수를  $\omega_0 T = 2\pi k (k; \text{정수})$ 로 선택하면 식(7)은

$$d(t) = \frac{E}{T} \cos\Delta\phi(2T) \quad (9)$$

이 되어 각 표본점  $t=mT (m=2, 3, \dots)$ 마다  $2T$  구간의 위상차로 부터 원래의 정보계열이 얻어진다.

3. 3-h CPM 차동 검파기

표본점  $t=nT$ 에서의 excess phase는

$$\phi_n = \pi \sum_{i=0}^{n-1} h_i a_i, a_i = \pm 1 \quad (10)$$

이 되며 단위원상에 등간격의 위상차 배열을 하는 경우에 변조 지수는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$h_i = \frac{2^i}{2^n}, i=0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (11)$$

3-h CPM의 의 경우,  $3T$  구간동안의 ( $n=3$ ) 위상차를 표1에 나타내었다. 3-bits 정보 계열에 대한 위상차 배열을 이용한 차동 검파기를 그림2와 같이 구성할 수 있다.

$3T$  구간의 위상차에 대한 sine 값과 cosine 값을 통해 3bits의 정보 계열이 검출된다. 또한 위상차  $\Delta\phi$ 와 그 2배수 ( $2\Delta\phi$ ) 그리고 4배수 ( $4\Delta\phi$ )에 대한

표 1. 3-h CPM의 위상차

Table 1. Phase difference of 3-h CPM during 3T intervals.

$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_0h_0 + a_1h_1 + a_2h_2$	$\Delta\phi$
-1	-1	-1	$(-1/8 - 2/8 - 4/8)$	$-7/8 \pi$
1	-1	-1	$(1/8 - 2/8 - 4/8)$	$-5/8 \pi$
-1	1	-1	$(-1/8 + 2/8 - 4/8)$	$-3/8 \pi$
1	1	-1	$(1/8 + 2/8 - 4/8)$	$-1/8 \pi$
-1	-1	1	$(-1/8 - 2/8 + 4/8)$	$1/8 \pi$
1	-1	1	$(1/8 - 2/8 + 4/8)$	$3/8 \pi$
-1	1	1	$(-1/8 + 2/8 + 4/8)$	$5/8 \pi$
1	1	1	$(1/8 + 2/8 + 4/8)$	$7/8 \pi$

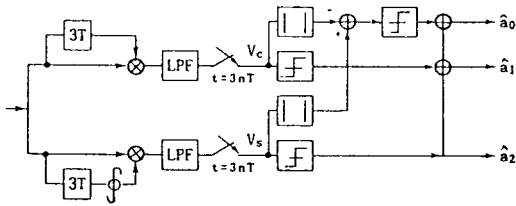


그림 2. 3-h CPM의 차동 검파기  
Fig. 2. Differential detector of 3-h CPM.

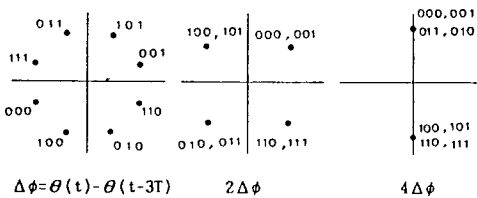


그림 3. 3T 구간의 위상차와 그 배수에 대한 신호점 배치  
Fig. 3. Signal constellations for phase differences during 3T intervals and its multiples.

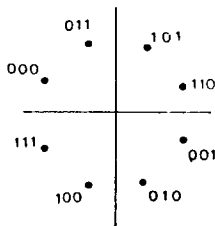


그림 4. 3T 구간의 위상차에 대한 신호점 배치 {2/8, 3/8, 4/8}  
Fig. 4. Signal constellation for phase difference during 3T intervals with modulation index set. {2/8, 3/8, 4/8}

신호점 배열을 그림3과 같이 나타낼 수 있으므로 이를 이용한 차동 검파기의 구성이 가능하다. 즉, 3비트 중의 최하위 비트는  $\sin(\Delta\phi)$ 에 의해서, 가운데 비트는  $\sin(2\Delta\phi)$ 에 의해서 그리고 최상위 비트는  $\sin(4\Delta\phi)$ 에 의해서 검출될 수 있다. 3T 구간 마다의 3비트 정보 검출이 아닌 T구간 마다의 1비트 정보 검출을 위해서는 변조전에 차동 부호화가 선행되어야 한다. 차동 부호화는 다음과 같은 규칙에 따라 수행된다.<sup>10)</sup> 즉,

$$a_i = -a_{i-1}a_{i-2}m_i \quad (12)$$

여기서  $m_i$ 는  $t=iT$  인 순간의 정보 비트를 나타낸다. 3T 구간의 위상차로부터 1비트 정보 검출이 가능한 차동 검파기의 변조 지수 집합은 {2/8, 3/8, 4/8}, {2/8, 4/8, 5/8}, {3/8, 4/8, 6/8} 그리고 {4/8, 5/8, 6/8} 등이 있을 수 있다. 이들 중에서 {2/8, 3/8, 4/8}의 변조 지수를 갖는 3-h CPM 신호의 위상차 배열이 그림4에 나타나 있다. 식(12)로부터 단위원의 상반부 ( $0 \sim \pi$ )에 위치한 정보 계열은 1로 검출되며 하반부 ( $\pi \sim 2\pi$ )에 위치한 정보 계열은 -1로 검출된다.

III. 전력 스펙트럼 분석

Multi-h CPM 신호는 신호 구간마다 변조 지수가 주기적으로 변하므로 excess phase는 상호 의존적으로 되어 전력 스펙트럼은 PSK나 MSK의 경우와 같이 쉽게 얻어지지 않는다. 일반적으로 시뮬레이션 방법, 마르코프 연쇄 (Markov chain) 접근 방법, 그리고 직접법 (Direct method) 등이 사용되고 있다.<sup>11)</sup> 본 논문에서는 CPFSK 신호의 전력 스펙트럼 결과식을 2가지 방법을 통해 multi-h CPM 신호에 적용하여 얻었다.<sup>10)</sup>

첫째로, 각각의  $h_i (i=1, 2, \dots, k)$ 에 대한 스펙트럼의 평균으로부터 근사적으로 얻는다. 즉,

$$G(f) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k G_{hi}(f) \quad (13)$$

둘째로, 각 변조 지수의 평균값을 CPFSK 전력 스펙트럼 분포식에 적용하므로써 근사적으로 얻을 수 있다. 즉,

$$\bar{h} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k h_i \quad (14)$$

그림5에서는 2-h CPM과 MSK 그리고 QPSK 신호의 전력 스펙트럼을 서로 비교하였고 그림6에서는 multi-h CPM (2-h, 3-h, 4-h) 사이의 전력 스펙트럼을 비교하였다. 2-h CPM의 경우 MSK에 비해 사이드 로브의 침투치가 약 3.5dB 정도 낮아졌으며

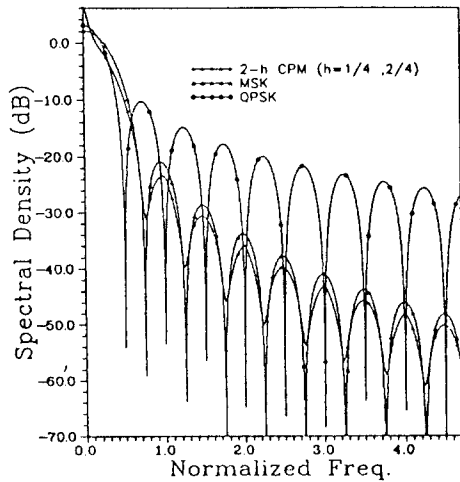


그림 5. 2-h CPM, MSK 및 QPSK의 전력 스펙트럼  
Fig. 5. Power spectral density for 2-h CPM, MSK and QPSK.

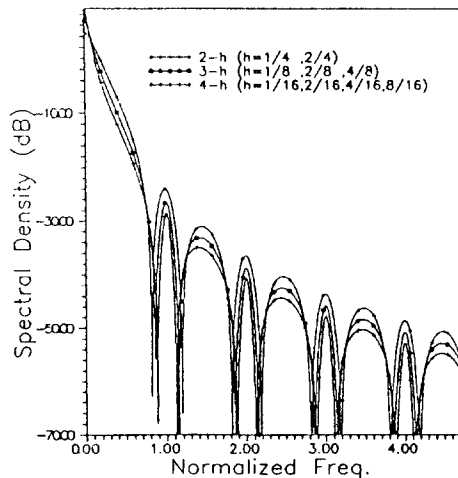


그림 6. Multi-h CPM의 전력 스펙트럼  
Fig. 6. Power spectral density for multi-h CPM.

표 2. Multi-h CPM의 대역폭 효율

Table 2. BW efficiencies of multi-h CPM including the MSK.

Bandwidth efficiency	90%	99%
M S K	0.7766	1.182
2-h (1/4, 2/4)	0.5916	1.081
3-h (1/8, 2/8, 4/8)	0.4462	0.972
4-h (1/16, 2/16, 4/16, 8/16)	0.3381	0.8659

스펙트럼 효율이 표2에서 보는바와 같이 k가 증가함에 따라 향상되었다.

#### IV. 시뮬레이션

##### 1. 수치해석

동기 검파시 가산성 가우시안 잡음(AWGN) 하에서 위상 오류에 대한 PDF는 아래의 식과 같이 표현된다.<sup>11)</sup> 즉,

$$f(\phi) = \frac{e^{-R}}{2\pi} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R}{\pi}} \exp(-R \sin^2 \phi) \cos \phi [1 + \operatorname{erf}(\sqrt{R} \cos \phi)] \quad (15)$$

여기서 R은 신호대 잡음비를 나타낸다. 차동 검파에서는 연속되는 위상 오류의 합이 신호 위상을 오류 영역으로 천이 시킬때 오류가 발생하므로 원래의 신호와 지연된 신호의 양쪽에서 위상 오류의 합으로 고려해야 하므로 convolution 형태로 표현할 수 있다. 즉,

$$f(\Delta\phi) = \int_{-\pi}^{\pi} f(\phi) f(\phi + \Delta\phi) d\phi \quad (16)$$

그러므로 2-h CPM에서의 비트 오류율은

$$Pe = 1 - \int_{-\pi/2+1/2^n\pi}^{\pi/2-1/2^n\pi} f(\Delta\phi) d\Delta\phi, \quad n \geq 2 \quad (17)$$

으로 표현되고 multi-h CPM에서의 부호 오류율은

$$Pe = 1 - \int_{-\pi/2^n}^{\pi/2^n} f(\Delta\phi) d\Delta\phi, \quad n \geq 3 \quad (18)$$

와 같이 나타낼 수 있다.

##### 2. 시뮬레이션 결과

본 논문에서는 2-h와 3-h CPM의 차동 검파시 오율 성능을 분석하였다. 그림7에 시뮬레이션 모델을 나타내었다. 수신 신호는

$$r(t) = \sqrt{2} \cos(2\pi f_0 t + \phi(t)) + n(t) \quad (19)$$

이 되며, 이때 n(t)는 협대역 가우시안 잡음을 나타낸다. t=kT에서 저역 여파기를 통과한 각 단의 신호들은

$$d1(kT) = \sin[\phi(kT) - \phi((k-1)T)] + n1(kT) = a_k + n1(kT) \quad (20)$$

$$d2(kT) = \cos[\phi(kT) - \phi((k-2)T)] + n2(kT) = -a_k a_{k-1} + n2(kT) \quad (21)$$

$$d3(kT) = \sin[\phi(kT) - \phi((k-3)T)] + n3(kT) = -a_k a_{k-1} a_{k-2} + n3(kT) \quad (22)$$

와 같이 표현된다. 정보 비트 a<sub>k</sub>는 ±1의 값을 가지므로 2상태 비터비 검파를 통해 a<sub>k</sub>를 검출할 수 있

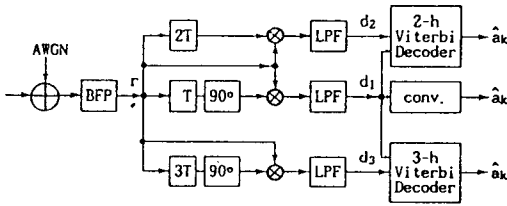


그림 7. 2-h와 3-h CPM의 차동 검파기 (시뮬레이션 모델)

Fig. 7. Differential detector for 2-h and 3-h CPM (Simulation model).

다!<sup>12)</sup> 수신 신호에 가장 근접한 정보 계열을 얻기 위해 MLSE(maximum likelihood sequence estimation) 방법을 이용한다. 2-h CPM의 경우  $t=kT$ 인 순간의 branch metric은 다음과 같이 정의될 수 있다. 즉,

$$B(k) = [d_1(k) - a_k]^2 + [d_2(k) + a_{k-1}a_k]^2 + a_{k-1} \cdot [d_1(k) - a_k] \cdot [d_2(k) + a_{k-1}a_k] \quad (23)$$

$a_k$ 와  $a_{k-1}$ 의 값에 따라서  $B(k)$ 는 그림8과 같이 4가지가 존재한다. 그림9에서는 변조 지수가  $\{1/4, 2/4\}$ 인 2-h CPM에 대해 수치적 해석과 일반적인 검파 그리고 비터비 검파를 통해 얻은 오율 성능을 나타내었다. 수치적 해석과 시뮬레이션 결과가 거의 일치하고 있음을 알 수 있으며 비터비 검파를 통해  $10^{-4}$ 에서 약 3dB 정도의 오율 개선이 이루어짐을 알 수 있다. 그림10에서는 변조 지수가 다른 여러 종류의 3-h CPM에 대한 비터비 검파시의 오율 성능을 나타내었다.  $\{3/8, 4/8, 5/8\}$ 인 경우 위상차 배열이 등간격은 아니나 표본주기  $T$ 마다의 정보 비트 검출이 가능하고 오율 성능도 우수하다. 동일한 대역폭 효율을 갖는 2-h와 3-h CPM에 대한 오율 성능을 그림11에서 비교하였다. 일반적인 차동 검파에서는 3-h CPM이 2-h CPM에 비해 다소 좋게 나타났

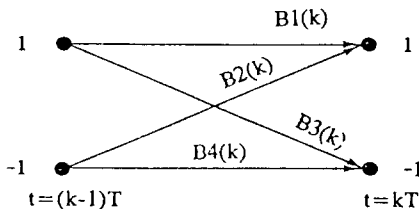


그림 8. 4종류의 branch metrics

Fig. 8. Four kinds of branch metrics at  $t=kT$ .

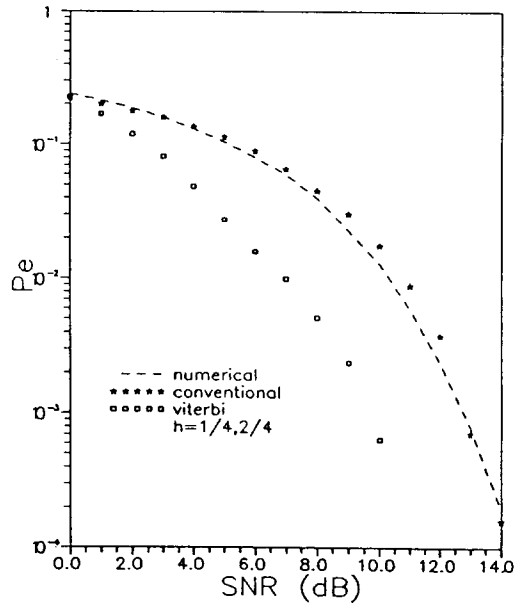


그림 9. 2-h CPM의 오율 성능  $\{1/4, 2/4\}$

Fig. 9. Error rate performance for 2-h CPM  $\{1/4, 2/4\}$ .

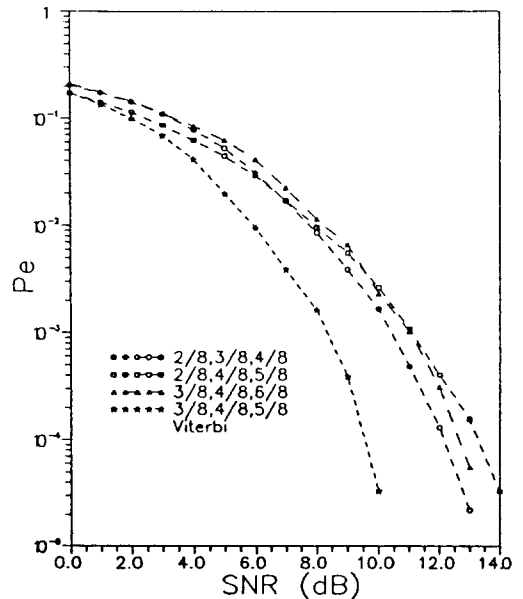


그림 10. 비터비 검파를 이용한 3-h CPM의 오율 성능

Fig. 10. Error rate performance for several 3-h CPM using the Viterbi decoding.

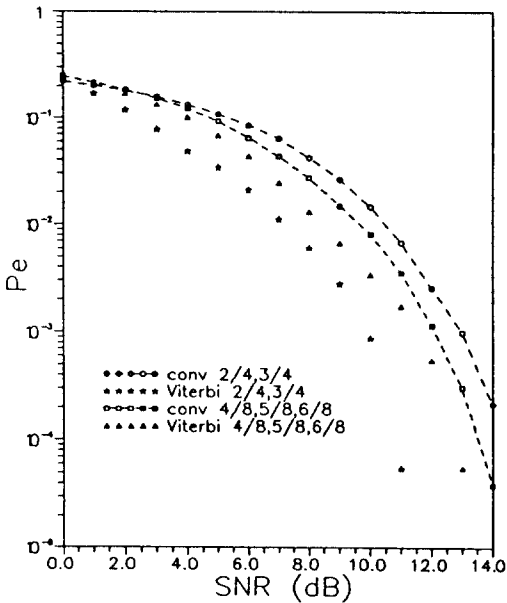
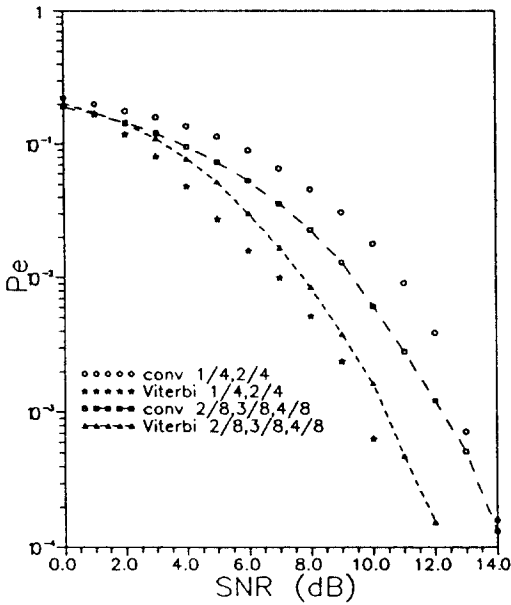


그림 11. 동일한 대역폭 효율을 갖는 2-h와 3-h CPM의 오율 성능

Fig. 11. Error rate performance for 2-h and 3-h CPM having the equal bandwidth efficiency.

으나 비터비 검파에서는 3-h CPM의 경우 약 3dB의 오율이 개선된 반면 2-h CPM의 경우엔 3.5dB의 오율 개선 효과가 나타났다.

V. 결 과

본 논문에서는 multi-h CPM 신호에 대한 차동 검파 방식을 제안하였으며 이에 적합한 변조 지수 집합을 도출하였다. 여러 종류의 변조 지수 집합을 갖는 multi-h CPM 신호의 전력 스펙트럼 분석을 통해 2-h CPM이 MSK에 비해 대역폭 효율이 향상되었고 multi-h CPM의 경우 k가 클수록 향상되었다. 일반적인 차동 검파시의 오율 성능은 동일한 대역폭 효율하에서 3-h CPM이 2-h CPM에 비해 높았으나 비터비 알고리즘을 차동 검파기에 적용하여 시뮬레이션한 결과 2-h CPM의 경우가 오율 개선이 크게 이루어 졌다.

參 考 文 獻

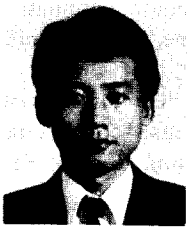
- [1] J.B. Anderson and D.P. Taylor, "A new class of signal space codes," *IEEE Trans. IT-24*, pp. 703-712, Nov. 1978.
- [2] S.G. Wilson, J.H. Highfill nad C.D. Hsu, "Error bounds for multi-h phase codes," *IEEE Trans. IT-28*, pp. 600-665, July 1982.
- [3] T. Aulin, "Symbol error probability bounds for coherently viterbi detected continuous phase modulated signals," *IEEE Trans. COM-29*, pp. 1707-1715, 1981.
- [4] T. Aulin and C.E. Sundberg, "Minimum Euclidean distance and power spectrum for a class of smoothed phase modulated codes with constant envelope," *IEEE Trans. COM-30*, pp. 1721-17, 1982.
- [5] T. Aulin, C.E. Sundberg, "On differential detection of partial response continuous phase modulated signals," *Conf. Rec ICC'81*, pp. 56.1.1-56.1.6.
- [6] T. Aulin, C.E. Sundberg, "Continuous phase modulation-part I: full response signalling," *IEEE Trans. COM-29*, 196-209, March 1981.
- [7] H.S. Hong, D.W. Yoon and Y.Y. Han, "A study on the differential demodulation of multi-h CPM," *JCCI'91* no. 1, pp. 22-26, April 1991, Korea.
- [8] A. Yongacoglu, D. Markrakis and K. Feher, "Differential detection of GMSK using decision feedback," *IEEE Trans. COM-36*, pp. 641-648, June, 1988.
- [9] S.G. Wilson and R.C. Gaus, "Power spectra of multi-h phase codes," *IEEE Trans. COM-29*, pp. 250-256, 1981.

- [10] R.E. Ziemer and R.L. Peterson, "Digital communications and spread spectrum systems," Macmillan publishing Co., N.Y. 1985.
- [11] R.W. Lucky, J. Salz and E.J. Weldon, Jr., "Principle of data communication," McGraw-Hill, 1968.
- [12] D. Markrakis, A. Yongacoglu and K. Feher, "Novel receiver structures for systems using differential detection," *IEEE Trans. VT-36*, May 1987.

---

 著 者 紹 介
 

---



洪 義 植 (正會員)

1957年 1月 15日生. 1980年 韓國항공대학 전자공학과 졸업.  
 1982年 韓國항공대학 전자공학과 석사학위 취득. 1988年 한양대학교 전자통신공학과 박사과정수료.  
 1985年 3月~현재 동양공업 전문대학 전자통신과 부교수. 주관심분야는 디지털 신호처리, 디지털 통신방식 등임.

韓 榮 烈 (正會員) 第26卷 第12號 參照

현재 한양대학교 전자통신과 교수