論 文

SIMPLE Algorithm을 이용한 火災室의 熱 流體의 數値解析

Numerical Analysis of Heat Flow in Fire Compartment using SIMPLE Algorithm

金 光 宣*
Kim, Kwang Sun
孫 鳳 世**
Son, Bong Sei

Abstract

We have derived the general tansfer equation for governing the continuity, energy transfer, mass and momentum transfer, and turbulent energy dissipation rate within the fire compartment which has the 800℃ fire source at the center of the floor. The governing transfer equations have been descretized using the finite volume approach and numerically experimented under the SIMPLE algorithm. In order for the SIMPLE algorithm approach to be physically reliable, the test results are compared with those of Morita's SOR Method using Conjugate Residual Method and found to be close to physical values though the computational convergence time still remains to be upgraded. The treatment of source terms in the system of finite difference equations has been critical in order to converge the governing equations within the appropriate time steps. The criteria of convergence allowance for the whole domain have been checked and the sudden change of the non-linear effects from the source term have been avoided. The criteria has been allowed to be for 5×10^{-5}.

KEYWORDS

Numerical Analysis, SIMPLE Algorithm, Fire Compartment, Compressible Fluid, K−ε Model, Fire Simulation

1. 序論

화재의 연소현상은 물질전달 열전달 화학반응 등이 포함된 매우 복잡한 메카니즘에 의하여 발생

* 正會員 : 韓國技術教育大 教授, 工博
** 正會員 : 曙園專門大 教授, 技術士

성장하며 특히 화재실내의 가연물 착화원 주위조건에 따라 연소성이 좌우될 뿐만 아니라 다양한 연소생성물질의 유동현상에도 큰 영향을 미치게 된다. 따라서 화재 현상은 다양한 형태로 나타나므로 화재실(Fire Compartment)내의 열 유동 현상을 공학적으로 해석하기 위하여 각 조건에 따라 시험 연구를 한다는 것이 불가능하기 때문에 Fire Dynamics 분야에서도 컴퓨터를 이용한 수치적 해석 방법이 도입되어지고 있는 실정이다. Numerical Computation은 주로 자연대류에 의한 (유체유동) 현상 해석에 많이 이용되었으며[1] 이는 Navier-Stokes 방정식 (N−S 방정식)에 관해 수학적 이론과 수치적 해석 방법을 적용시키기 위한 연구였다.

Ladyzhenskaya[2]는 높은 Reynolds수에서는 적용되지 않는 비압축성 유체유동에 대한 N−S 방정식의 수치적인 해를 제안하였으나 이 경우도 Reynolds수가 적은(Re수가 100이하) 경우에만 타당성이 있는 것으로 제시하였다. 또한 Morita 등은 화재실을 수치해석함에 있어서 일반 2차원 지배 방정식에 Reynolds Stress를 활용하여 유한차분화 하였으며 대류항을 중앙차와 Upwind 차분화를 한후 Successive Over Relaxation Method (SORM)를 Poisson방정식에 적용하였고 다른 유한차 방정식에는 Conjugate Residual방법을 도입하였다. 본 연구에서는 화재실의 열 · 유체 흐름을 기술하기 위한 연속, 에너지, 와류, 운동방정식의 지배 방정식을 일반적인 전달 방정식의 형태로 유도하고 유한 체적을 활용하여 유한 차분화 함으로써 SIMPLE 알고리즘을 도입하였다. 비선형적인 영향이 큰 Source항은 Program이 안정화되도록 일정한 시간후 검사하면서 물리적으로 타당하고 수치적으로 안정화된 해를 주도록 조정하였다.

2. 지배 방정식

지배 방정식은 일반적인 에너지 전달방정식을 이용한다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)+div(\rho u\phi)=div(\Gamma grad\ \phi)+S \qquad (1)$$

상기 방정식에서 Γ는 Diffusion 상수이고 종속변수 ϕ는 연속 방정식에서는 1, 운동방정식에서는 속도, 에너지 방정식에서는 엔탈피나 온도, 와류 에너지 전달 방정식에서는 와류 에너지, 질량 전달 방정식에서는 질량비를 나타내며, S는 생성항(Source Term)으로써 중력이나 유체의 전단력, 화학반응열, 와류에 의한 생성 및 소멸에너지에 의한 지배 방정식에 미치는 영향을 나타낸다. 상기의 일반적인 에너지 미분 방정식은 상태방정식과 와류 점성 및 에너지 소멸 관계식과 더불어 본 연구 과제를 수치해석하기 위한 지배 방정식을 구성하게 된다. 따라서 2차원의 X, Y의 직각 좌표에 적용하면[3,4,5]

연속 방정식은

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial\rho u_i}{\partial x_i}=0 \quad (i=1,2) \qquad (2)$$

운동방정식은

$$\frac{\partial\rho u_i}{\partial t}+\frac{\partial\rho u_i u_j}{\partial x_j}=\frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_j}+\text{Source Term} \qquad (3)$$

$$\text{Source Term}=-\frac{\partial P}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[K\left(\frac{\partial\rho u_j}{\partial x_i}+\frac{\partial\rho u_i}{\partial x_j}\right)\right]-\delta_{i2}\rho g \quad (i,j=1,2)$$

에너지 방정식은

$$\frac{\partial\rho h}{\partial t}+\frac{\partial\rho u_i h}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x_i}\right)+\text{Source Term} \qquad (4)$$

$$\text{Source Term}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho K\frac{\partial h}{\partial x_i}\right)+Q \quad (i=1,2)$$

와류 방정식은

$$\frac{\partial\rho q}{\partial t}+\frac{\partial\rho u_j q}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho K\frac{\partial q}{\partial x_j}\right)+\text{Source Term} \qquad (5)$$

$$\text{Source Term}=\mu\frac{\partial^2 q}{\partial x_j^2}+gK\frac{\partial\rho}{\partial x_2}-\rho\varepsilon+K\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\left(\frac{\partial\rho u_j}{\partial x_i}+\frac{\partial\rho u_i}{\partial x_j}\right) \quad (i,j=1,2)$$

상태 방정식은

$$P=\rho RT \tag{7}$$

와류에 의한 점성 및 에너지 소멸율은

$$K=C\ q^2/\varepsilon \tag{8}$$

$$\varepsilon=C\ q^{3/2}/L$$

이 된다. 상기 식에서 ρ는 유체의 밀도, K는 와류 점성계수, S는 Kronecker 델타, g는 중력가속도, μ는 동점성 계수, Cp는 열용량 계수, T는 온도, q는 와류에너지, ε는 와류 소멸율, λ는 열전도 계수, h는 엔탈피(CpT), P는 압력, Q는 열반응 생성율, L은 Prandtle길이, C는 와류 상수, R은 가스상수, τ는 전단 응력을 나타낸다.

3. 수치해석 방법

지배 방정식에서 유도된 미분 방정식은 일반적인 에너지 전달 미분 방정식에 도입될 수 있으며 상태 방정식과 와류에 의한 점성 및 에너지 소멸율 관계식이 Prandtl 길이와 함께 보조 방정식을 형성함으로써 7개의 미지 변수가 7개의 식으로써 해결될 수가 있다. 지배 방정식은 유체 변수를 포함하고 있는 제어체적(Control Volume)에 관하여 적분을 취함으로써 유한차 방정식으로 변환시킨다. 속도 변수를 제외한 모든 유체 변수를 각 격자점에서 저장값으로 취하고 속도 변수는 격자점 사이의 값으로 처리하며 대류항(Convective Flux)는 Upwind차분을 취하고, 전도항(Diffusional Flux)과 Source항에서는 중앙 차분을 취한다. 속도 변수의 격자점에서의 위치를 아래 그림에 나타낸다.[5,6]

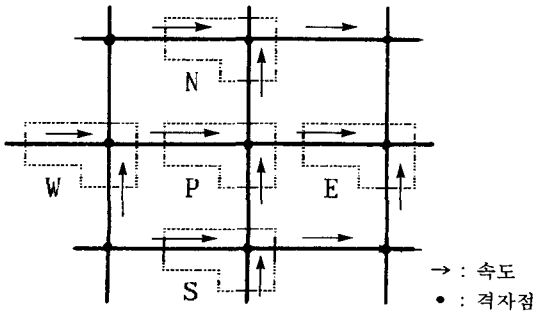

그림1. 격자 상태

Upwind 차분의 경우 O(Δx) 혹은 O(Δy)의 허용오차를 취하고 중앙차분의 경우 O((Δx)²) 혹은 O((Δy)²)의 오차를 취하면 보조 방정식으로 사용되는 상태 방정식과 와류에 의한 점성 및 에너지 소멸율식을 제외한 지배 방정식은 다음과 같은 유한차 형태로 나타낼 수 있다. 일반적인 에너지 전달 미분 방정식을 2차원 X, Y좌표계에 적용하면

$$\rho\frac{\partial\phi}{\partial t}+\rho u_i\frac{\partial\phi}{\partial x_i}=\frac{\partial\phi}{\partial x_i}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x_i}\right)+S \tag{9}$$

(i=1,2)

이 되며 본 연구에 적용되는 지배 방정식도 이와같은 형태로 구성이 될 수 있다. 따라서 대류항과 전도항을 다음과 같이 정의하면 유한차 방정식이 유도된다. 즉

$$J_x\equiv\rho u\phi-\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x} \tag{10}$$

$$J_y\equiv\rho v\phi-\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y} \tag{11}$$

라 하고 적용하는 제어 체적에 따라 적분을 취하면

$$\frac{(\rho_p\phi_p-\rho_p^o\phi_p^o)\Delta x\ \Delta y}{\Delta t}+Je-Jw+Jn-Js$$

$$=S^*\ \Delta x\ \Delta y \tag{12}$$

가 되며 $\rho_p\phi_p$는 제어체적 전체에 적용된다고 가정한다.

ρ_p^o ρ_p^o는 Time Step 시작시 값을 나타내며 나머지값을 현재 계산되고 있는 수치들을 나타내어 함축된 유한차 방정식(Implicit Finite Difference Equation)이 유도된다. 비선형 성질에 큰 역할을 하는 Source항 S^*를 계산함에 있어서는 Time Step 값과 현재값을 혼합시키면서 유한차 방정식이 불안정되지 않도록 선형적 변화를 초기부터 가정하였다. 중앙차분 및 Upwind차분을 도입하여 정리하면 아래와 같은 유한차 방정식을 구한다.[5]

$$U_{ip}=A_N^{ui}U_{iN}+A_S^{ui}U_{is}+A_E^{ui}U_{iE}+A_W^{ui}U_{iW}$$

$$+B^{ui}+D^{ui}\left(\frac{\partial P}{\partial x_i}\right)\quad(i=1,2) \tag{13}$$

$$\phi_P = A_N^{\phi}\phi_N + A_S^{\phi}\phi_S + A_E^{\phi}\phi_E + A_W^{\phi}\phi_W + B^{\phi} \quad (14)$$

상기식에서 A는 질량유속, 점성 및 확산계수 등을 포함하고 있으며 B는 x방향에 있어서의 Upstream으로 부터의 대류 영향과 중력, 전단력 및 반응열 등의 Source 항을 포함하게 된다. D는 유체의 흐름의 단면적, 질량율과 다른 관계된 양을 나타낸다. 식(13)과 (14)의 상세한 유도방법은 이미 알려진 사항으로써 본 논문에서는 생략한다. Computer Program의 안정화 방법으로써는 SIMPLE 알고리즘을 도입하였으며 그 절차를 정리하면 다음과 같다.[8]

- 화재실내의 압력장(P^*)를 가정한다.
- 운동 방정식으로부터 상수를 계산하고 속도장(U_i)을 구한다.
- Source 항을 계산하고 식(13)로부터 P'를 구한다.
- 앞에서 구한 P'으로부터 압력장을 수정한다.
- 방정식 (14)으로 부터 ϕ 값을 구하고 물성치와 각종변수를 수정한다.
- 새로운 값을 갖고 이미 기술한 2번째 단계인 운동 방정식으로 다시 돌아가 상수 및 속도장을 구한다.
- ϕ 의 값이 수렴될 때까지 반복 실행한다.

P'은 운동량방정식의 압력 P로부터 다음 Time step에서 추측되는 압력값 P^*와의 차이며 P'의 계산은 전체를 지배하는 유한차 방정식(14)의 형태로부터 구하여진다[9]. 이와같은 압력수정은 계산된 속도 u_i가 연속방정식을 만족시키도록 Forcing하는 역할을 한다.

수렴조건은

$$E = \frac{\sum_{i,j}^{N} | \phi_{i,j}^{old} - \phi_{i,j}^{New} |}{\sum_{i,j}^{N} \phi_{i,j}^{New}} \leq 0.00005 \quad (15)$$

로 가정한다.

4. 수치실험(Numerical Experiments)

수치해석을 위한 화재실 크기는 2.4×2.4 미터의 2차원 직사각형을 취하였고 바닥의 중앙에는 일반 화재시의 온도인 800℃로 가정하였다.(Source 폭10센치미터) 초기조건으로써 화재실 내부 유체의 흐름은 없다고 가정 하였으며 초기 온도는 30℃로 하였고 초기 유체 압력과 밀도 분포는 상태방정식으로부터 계산되었다. 화재실은 천정과 바닥이 있고 왼쪽은 벽으로 밀폐되어 있으며 오른쪽은 개방된 구조로서 왼쪽 벽은 단열벽으로 Neumann Type의 경계조건($\dot{Q}=0$)을 만족하고 벽에서의 속도는 No-Slip조건($U_i=0$)을 도입함으로써 Dirichlet 경제조건이 성립된다. 이상의 조건은 Morita 외 2인이 실험한 화재실과 같은 조건으로써 본 연구 목표인 SIMPLE 알고리즘에 의한 화재실에서의 적용을 가능케 하기 위함이다(그림 3,4). 본 논문의 수치해석은 TDMA을 사용하여 SIMPLE방법을 적용하였으며 VAX 8600에서 41×41 그리고 61×61의 격자수를 적용하였다. 계산시간은 Source항의 비선형 영향에 의하여 1000 Sweep 이상이 걸렸으며 Time Step는 2.0, 5, 7.5, 10을 사용하였다. 그림 5,6에 41×41 격자점이용시의 수렴조건에 따른 수렴율을 나타내고 있으며 250 Sweeps 까지는 Oscillation 현상이 나타나면서 수렴조건에 근접하고 있다.

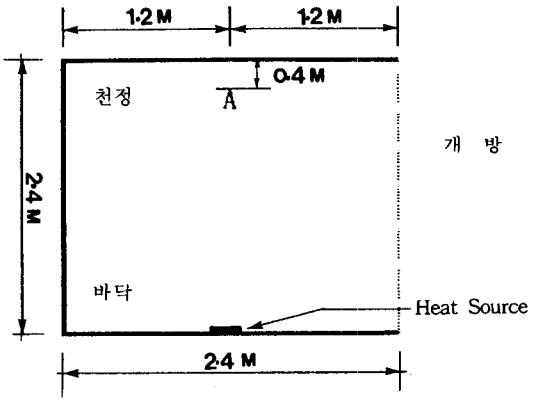

그림2. 수치 해석 영역

시간변화에 따른 그림2의 A점에 유체속도와 온도 비교

시간(sec)	본 연구 결과		Morita 결과	
	속도(m/s)	온도(℃)	속도(m/s)	온도(℃)
0	0.00005	30	0	30
2	0.0012	30	0	30
4	0.30	90	0.20	85
6	0.30	82	0.30	77
8	0.50	88	0.40	82
10	1.20	84	1.00	80
12	1.30	78	1.20	78
14	1.35	82	1.25	80
16	1.40	88	1.30	83
18	1.40	92	1.30	86
20	1.45	95	1.32	90

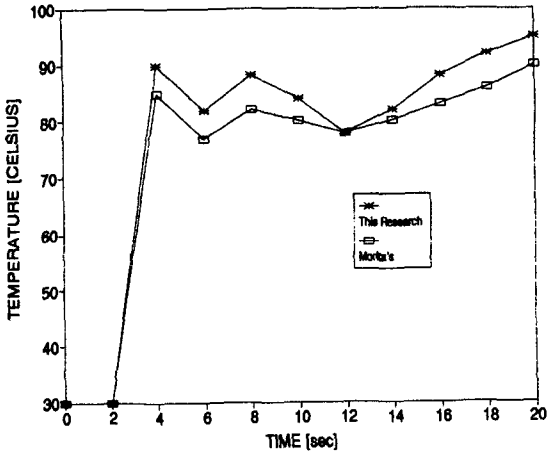

그림3. A점에서의 온도분포

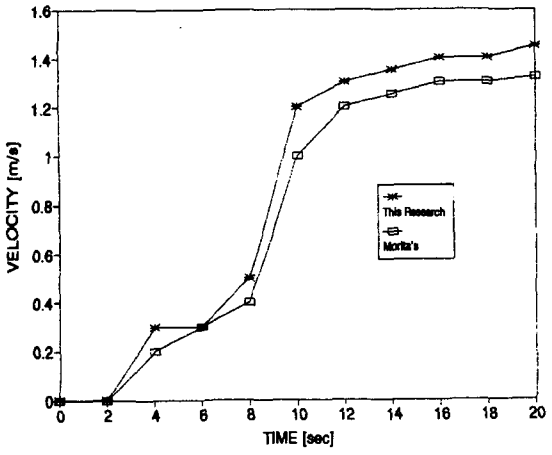

그림4. A점에서의 속도분포

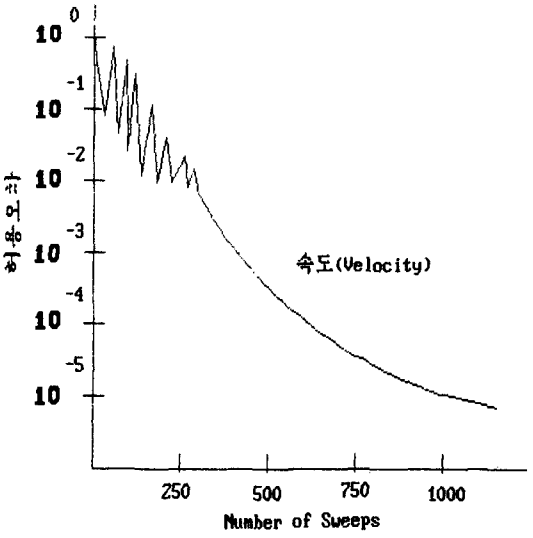

그림5. 수렴율(41×41 Grids)

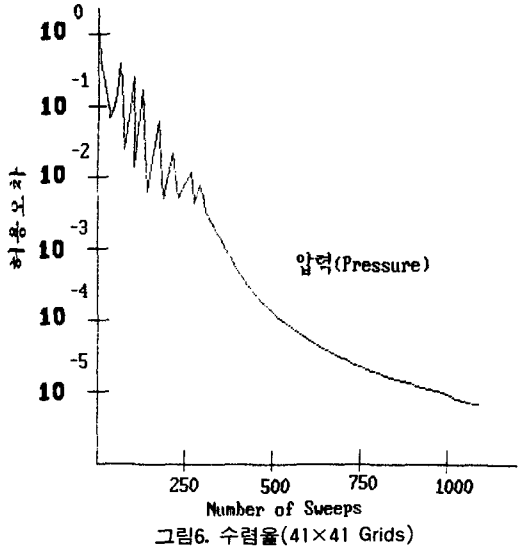

그림6. 수렴율(41×41 Grids)

5. 결론

본 연구에서는 화재실의 연소상태를 규명하기 위하여 물질전달, 열전달, 운동량전달, 와류 에너지전달, 화학 반응열을 고려한 지배방정식을 Patankar 의 SIMPLE 알고리즘에 도입하여 수치해석적으로 해를 구하기 위하여 실제 화재실을 단순 모델링하였다. 비교 모델인 Morita의 결과와 근접한 수치를 얻었으나 Computing Time이 장시간 소요되었고 Source항의 비선형 영향으로 Program Running 도중 Source 항의 크기 조절이

필요하였다. 저자가 아는 바로는 우리나라의 경우 컴퓨터를 이용한 화재 현상의 분석은 극히 초기단계에 머무르고 있는 상태이므로 향후 본 연구의 방향을 더욱 효과적인 SIMPLE 알고리즘 적용을 위하여 Conjugate Gradient 방법이나 Generalized Residual Method를 도입하므로써 실제 화재와 유사한 다양한 Modeling 도입이 경제적인 계산시간(Computing Time) 이내에 가능하게 될 것이며, 화재 현상 연구분야 분석의 기초 자료로써 많은 도움이 될 것으로 사려된다.

참 고 문 헌

1. *Fromm J.E Smolderen*, 1972, "Numerical Solution of Navier Stokes Equation at high Reynolds Number and the Problem of Discretization of Convective Derivatives", AGAD Lecture Series, No.48(1972).
2. *Ladyzhenskaya O.*, 1969, "Mathematical Theory of Viscous Incompressible Flow", Gordon and Beach.
3. *Patankar, S.V.*, 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere.
4. *Morita M., Oka Y.*, and *Hirota M.*, 1989, " Numerical Analysis and Computational Methods of Heat Flow in Fire Compartment", Fire Safety Science Second International Symposium.
5. *Hasemi Y.*, 1976, "Numerical Simulation of Natural Convection in Fire Compartment", 2nd Joint Meeting UJNR.
6. *IMK.* and *Ahluwalia R.*, 1984, "Combined Convection and Radiation in Rectangular Ducts", Int. J.Heat Mass Transfer, Vol.27, No.2, pp.221−231.
7. *Patankar S.* and *Spalding D.*, 1972, "A Calculation Precedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in 3-D Parabolic Flows", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.15, pp.1787−1806.
8. *Launder B.* and *Spalding D*, 1974, "The Numerical Computation of Turbulent Flows", Comput, Method Appl. Mech. Engang 3, pp.269−289.
9. *Doormaal J.P.* and *Raithby G.D.*, 1984, "Enhancements of SIMPLE Method for Prediciting Incompressible Fluid Flows", Numerical Heat Transfer, Vol.7, pp.147−163.