

## 海底斷涯 地形 및 흐름에 의한 抑留波浪 Trapped Water Waves due to Depth and Current Discontinuities

徐承男\* · 田錡天\*

Seung Nam Seo\* and Ki Cheon Jun\*

**要旨:** 海底溪谷 위를 지나는 微小振幅波의 變形을 계산하기 위해 固有函數 展開法과 進行波 近似法이 사용되었다. 흐름과 地形의 變化에 의해 抑留되는 波浪의 特性和 波浪變形에 대한 evanescent mode의 影響을 調査하였다. 특히 3次元 뿐 아니라 2次元 波浪 變形을 圖示하여 抑留波浪의 特性을 分析하였다.

**Abstract** □ Eigen Function Expansion Method(EFEM) and Plane Wave Approximation are employed to study the propagation of linear water waves over trenches. The properties of trapped waves due to depth and ambient current discontinuities and the effect of evanescent modes on wave propagations are investigated. Special attention is paid to the trapped waves, and not only 3-D plots but also 2-D plots of wave propagation are presented.

### 1. 緒 論

일반적으로 沿岸의 地形과 흐름의 形態는 매우 복잡하며 이들과의 相互作用에 의해 변하는 波浪 역시 복잡한 형태를 보이게 된다. 따라서 이와 같은 沿岸의 波浪 變形過程을 再現하는 데는 많은 어려움이 있으며 이를 극복하기 위한 方便으로 복잡한 環境因子를 單純化시켜 波浪 變形過程을 이해하려는 시도가 꾸준히 이루어져 오고있다. 본 연구도 이러한 시도의 하나로 지형을 여러 개의 區域으로 나누고 각 구역에서는 水深과 흐름이 일정하다는 조건하에서 微小 振幅波의 變形을 계산하고자 한다.

水深이 일정하기 때문에 水深 方向에 대한 固有函數가 존재하며, 이를 展開하여 級數로 만든 뒤 각 區域의 境界에서 整合條件을 이용하여 未知數를 구하는 固有函數 展開法을 사용했다. 이러한 類型의 波浪 計算은 Lamb(1932)에 의해 처음 시도되어 階段式 地形에서 淺海波浪의 變形을 계산하였다. Newman(1965)은 階段式 無限 海底 斷涯地形에 대한 과랑변형 문제를 다루었고, Miles(1967)는 이를 발전시켜 階段式 有限 斷涯地形에 적용하였다. 한편 Evans

(1975)는 水深은 일정하나 각기 다른 크기의 흐름이 존재하는 單一 vortex sheet 문제를 다루었고 無限 水深에 대한 계산 결과를 제시하였다. 비교적 최근의 연구로는 Kirby와 Dalrymple(1983)이 單一 海底 溪谷 위를 지나는 波浪의 變形에 대한 결과를 발표하였으며, Kirby 등(1987)은 흐름이 존재하는 경우를 포함시켜 이를 발전시켰다.

본 방법은 Kirby 등(1987)이 사용한 방법을 따랐고 急激하게 변하는 環境因子(地形과 海流)에 의한 抑留波의 特性을 밝히고, 環境因子의 急激한 變化로 생성되는 evanescent mode의 波浪 變形에 대한 影響을 분석하는데 중점을 두었다.

제 2절에서는 微小振幅波의 運動 方程式 및 境界條件 그리고 境界에서의 整合條件을 誘導한 뒤 과랑의 變位에 대한 식을 제시하였다. 제 3절에서 境界 整合條件으로부터 固有函數의 未知數를 數值的으로 계산하는 방법을 기술한 뒤 進行波에 대한 식을 유도하였다. 제 4절에서는 海底溪谷 위를 지나는 과랑의 反射率과 通過率을 계산하여 도시하였고, 入射波浪條件이 全反射를 허용하는 경우에 생성되는 抑留波에 대한 分析과 波浪 變形에 미치는 evanescent mode의

\*韓國海洋研究所 海洋環境工學研究室(Ocean Environmental Engineering Laboratory, Korea Ocean Research & Development Institute, Ansan, P.O. Box 29, 425-600, Korea)

영향을 검토하였다. 마지막으로 海底溪谷 내에 흐름이 존재하는 경우에 대한 계산 결과도 도시하였다.

## 2. 方程式 誘導

非壓縮性 流體의 흐름이 非回轉性인 경우, 速度 포텐셜  $\tilde{\phi}(x, y, z, t)$ 가 존재하며 流體의 運動은 Laplace式으로 표시된다. 地形 및 海潮流에 의한 파랑변형 문제 역시 Laplace식을 만족하며, 분석을 용이하게 하기 위하여 地形 및 海潮流의 分布 形態를 單純化시켰다. Fig. 1의 예에서와 같이  $x$ 와  $y$ 축을 平均水面에 위치시키고  $z$ 축은 왼쪽을 陽의 方向으로 정한다. 海域을 몇 개의 구역으로 나누어 각 구역에서 수심과 흐름의 세기가 일정하고 흐름의 방향은  $y$ 방향으로만 흐르는 경우를 고려한다. 그러므로  $i$ 구역에서 速度 포텐셜은  $\tilde{\phi}_i + V_i y$ 로 주어지며 流體의 運動 方程式은

$$\nabla^2 \tilde{\phi}_i = 0, \quad i\text{구역에서} \quad (1)$$

海水面의 變位를  $\tilde{\eta}(x, y, t)$ 로 나타내고, 靜力學的 水面條件을 사용한 線形項만을 정리하면 식 (2)가 된다.

$$\frac{\partial \tilde{\eta}_i}{\partial t} + V_i \frac{\partial \tilde{\eta}_i}{\partial y} = \frac{\partial \tilde{\phi}_i}{\partial z}, \quad z=0 \quad (2)$$

Bernoulli式은 海水의 모든 점에서 성립하며 壓力  $\tilde{P}(x, y, z, t)$ 와 速度 포텐셜과의 관계를 나타낸다.

$$\frac{\tilde{P}_i}{\rho} + \frac{\partial \tilde{\phi}_i}{\partial t} + gz + \frac{1}{2} |\tilde{\nabla} \tilde{\phi}_i + V_i \vec{j}|^2 = C(t) \quad (3)$$

여기서  $\rho$ 는 海水密度이며  $\vec{j}$ 는  $y$ 방향의 단위벡터, 그리고  $C(t)$ 는 Bernoulli 常數이다. 海水面에서 動力學的 條件을 유도하기 위해, 식 (3)에 計器 壓力을 零으로 정하고 線形項을 모아 정리하면

$$\frac{\partial \tilde{\phi}_i}{\partial t} + g\tilde{\eta}_i + V_i \frac{\partial \tilde{\phi}_i}{\partial y} = 0, \quad z=0 \quad (4)$$

海底面을 不透水性 底面이라 가정하면 底面條件은

$$\frac{\partial \tilde{\phi}_i}{\partial z} = 0, \quad z = -h_i \quad (5)$$

이 된다. 그리고 이 境界值 問題의 解가 존재하기 위해서는 側面에서의 조건이 附與되어야 하며 이는 뒤에서 언급하기로 한다.

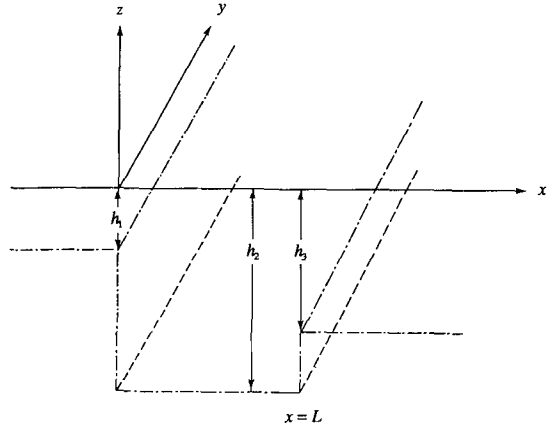


Fig. 1. Definition sketch for a trench

地形 및 흐름의  $y$ 方向 變率이 없으므로 Snell法則이 적용되며  $y$ 方向의 波數벡터성분은 구역에 관계 없이 일정하다. 波數의  $y$ 성분을  $b$ 라 하고 單週期 波浪에 대한 변형을 생각하면  $\tilde{\phi}_i$ 와  $\tilde{\eta}_i$ 은 다음의 형태로 나타낼 수 있다.

$$\tilde{\phi}_i(x, y, z, t) = \phi_i(x, z) e^{i(by - \omega t)} \quad (6a)$$

$$\tilde{\eta}_i(x, y, t) = \eta_i(x) e^{i(by - \omega t)} \quad (6b)$$

식 (2)와 (4)에서  $\tilde{\eta}_i$ 을 消去하고 결과식에 식 (6a)를 代入하면 海水面의 條件은  $\phi_i$ 에 대한 식으로 표시된다. 식 (6a)를 식 (1)과 (5)에 代入하여 정리하면 다음 식이 얻어진다.

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y^2} - b^2 \phi_i = 0 \quad (7)$$

$$-\sigma_i^2 \phi_i + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial z^2} = 0, \quad z=0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial z} = 0, \quad z = -h_i \quad (9)$$

여기서  $\sigma_i = \omega - bV_i$ 이며, 이는 흐름에 대한 角速度이다.

구역  $i$ 의 側面 境界線을  $x_{i-1}$ 과  $x_i$ 에 위치시키고 식 (7)~(9)를 만족시키는  $\phi_i$ 를 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} \phi_i(x, z) = & P_i^+ \cosh k_{i0}(z + h_i) e^{ia_i x} + P_i^- \cosh k_{i0}(z + h_i) e^{-ia_i x} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} S_{im}^+ \cos k_{im}(z + h_i) e^{a_{im}(x - x_{i-1})} \end{aligned}$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} S_{im}^- \cos k_{im}(z+h_i) e^{a_{im}(x-x_i)}, \quad (10)$$

$$x_{i-1} \leq x \leq x_i, \quad -h_i \leq z \leq 0$$

여기서 P는 進行波의 振幅에 비례하는 未知常數이고 S는 減衰波의 未知常數이며, 上部添字 +는 x축의 陽의 方向으로 進行(또는 減쇄)하는 成分波浪을 의미하며, 上部添字 -는 陰의 方向으로 進行(또는 減쇄)하는 成分파랑을 의미한다.

波數벡터의 성분에 대한 關係式을 얻기위해 식 (10)을 식 (7)에 대입하면

$$k_{i0}^2 = a_{i0}^2 + b^2 \quad (11a)$$

$$a_{im}^2 = k_{im}^2 + b^2, \quad m=1, 2, \dots \quad (11b)$$

여기서 a<sub>i0</sub>는 進行波의 x성분을 나타낸다. 식 (10)을 식 (8)에 대입하면 波浪의 分散關係式이 얻어진다.

$$\sigma^2 = gk_{i0} \tanh k_{i0}h_i \quad (12a)$$

$$\sigma^2 = -gk_{im} \tanh k_{im}h_i, \quad m=1, 2, \dots \quad (12b)$$

식 (12b)로부터 減衰波인 evanescent mode의 波數는 항상 양의 값을 가지며 그 갯수는 無限個로 다음의 不等式을 만족한다.

$$\frac{(2m-1)\pi}{2h_i} < k_{im} < \frac{m\pi}{h_i}, \quad m=1, 2, \dots \quad (13)$$

式 (13), (11b) 그리고 式 (10)으로부터 減衰波의 첫 mode의 波形이 가장 느리게 감소하는 것을 알 수 있다. 減衰波와는 달리 進行波의 波數는 한 개만 존재하고 波數가 b보다 작으면 波數의 x성분인 a<sub>i0</sub>는 虛數가 되므로 결국 減衰波로 바뀌며 이를 抑留波浪이라 한다.

式 (10)의 未知常數는 側面 境界條件으로부터 구하게 된다. 境界 오른쪽의 波浪에 의해 왼쪽의 波浪이 생성되며 이들은 相互作用을 하게 되므로 境界에서 動力學條件과 靜力學條件은 해수면의 靜力學 조건과 비슷한 방법에 의해 유도되며 線形項만 정리하여 모으면 式 (14)가 된다.

$$\frac{\partial \tilde{\varphi}_i}{\partial x} = \frac{\partial \xi_i}{\partial t} + V_i \frac{\partial \xi_i}{\partial y} = \left( \frac{\partial}{\partial t} + V_i \frac{\partial}{\partial y} \right) \xi_i, \quad x=x_i \quad (14a)$$

그리고 구역 i-1에서 조건은

$$\frac{\partial \varphi_{i-1}}{\partial x} = \left( \frac{\partial}{\partial t} + V_{i-1} \frac{\partial}{\partial y} \right) \xi_i, \quad x=x_i \quad (14b)$$

위 두 식에서 ξ<sub>i</sub>를 소거하여 정리하면

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + V_i \frac{\partial}{\partial y} \right) \frac{\partial}{\partial x} \tilde{\varphi}_{i-1} = \left( \frac{\partial}{\partial t} + V_{i-1} \frac{\partial}{\partial y} \right) \frac{\partial}{\partial x} \tilde{\varphi}_i, \quad x=x_i \quad (15a)$$

식 (15a)에 식 (6a)를 대입하면 φ<sub>i</sub>와 φ<sub>i-1</sub>에 대한 식으로 표시된다.

$$\sigma_i \frac{\partial \varphi_{i-1}}{\partial x} = \sigma_{i-1} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x}, \quad x=x_i \quad (15b)$$

側面 境界의 動力學 條件은 식 (3)으로부터 얻어지며 境界에서 압력이 같아야 하므로 線形項만을 정리하면 式 (16)이 얻어진다.

$$\sigma_i \varphi_i = \sigma_{i-1} \varphi_{i-1}, \quad \min(h_{i-1}, h_i) \leq z \leq 0 \quad (16)$$

한편 境界선이 無限大에 위치하는 경우인 지역 1에서는 양의 方向으로 減쇄하는 파랑이 없어 S<sub>1m</sub><sup>+</sup>는 零이 된다. 오른쪽 無限大(地域 I)에서의 경우도 이와 비슷하게 되나 이 경우에는 왼쪽으로 進行하는 進行波가 없으므로 S<sub>1m</sub>의 모든 값도 영이 된다.

波浪의 變位는 海水面의 動力學的 境界條件 (4)로부터 계산되며 η̃(x, y, t)의 實數 部分만이 의미를 가지므로 結果식의 實數部를 취한다.

$$\text{Re}[\tilde{\eta}_i(x, y, t)] = \text{Re} \left[ \frac{i\sigma_i}{g} \varphi_i(x, 0) e^{i(b y - \omega t)} \right] \quad (17)$$

反射率 K<sub>R</sub>(또는 通過率 K<sub>T</sub>)는 反射(또는 通過)波高에 대한 入射波高의 比로 나타내지므로 식 (18)을 얻게 된다.

$$K_R = \frac{|P_{i-1}|}{|P_i|}, \quad K_T = \frac{|P_i| \sigma_i \cosh k_{i0}h_i}{|P_{i-1}| \sigma_{i-1} \cosh k_{i0}h_i} \quad (18)$$

여기서 添字 I는 마지막 구역을 나타낸다.

마지막으로 흐름이 존재하면 에너지 保存法則은 wave action 保存式으로 되므로 이를 나타내면 式 (19)가 된다.

$$K_R^2 + K_T^2 \left( \frac{n_i k_{i0}^2 a_i}{n_{i-1} k_{i0}^2 a_{i-1}} \right) = 1 \quad (19)$$

여기서

$$n_i = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2k_{i0}h_i}{\sinh 2k_{i0}h_i} \right)$$

### 3. 數值計算法과 進行波 近似法

이 절에서는 EFEM 방법을 이용하여 未知常數를 數值的으로 計算하는 方法과 波浪變形에 대한 減衰波 (evanescent mode)의 영향을 분석하기 위하여 減衰波를 제외한 進行波로만 구성되는 進行波 近似法에 대한 방법을 고찰하기로 한다. 여러 개의 海底 斷涯 溪谷에 의한 地形의 波浪 變形 問題도 아래의 방법에 따라 이를 확장 적용하면 쉽게 얻을 수 있으므로 單一 海底 斷涯 溪谷에 의한 파랑 변형 문제를 다루기로 한다.

#### 3.1 數值 計算法

無限個의 evanescent mode로 구성되는  $\phi_i$ 를 數值 計算에 의해 구하기 위해서는 이를 切斷하여 有限個 (N)의 항으로 만들어야 한다. 즉

$$\begin{aligned} \phi_i = & P_i^+ \cosh k_{i0}(z+h_i)e^{ia_{i0}x} + P_i^- \cosh k_{i0}(z+h_i)e^{-ia_{i0}x} \\ & + \sum_{m=1}^N S_{im}^+ \cosh k_{im}(z+h_i)e^{-a_{im}(x-x_{i-1})} \\ & + \sum_{m=1}^N S_{im}^- \cosh k_{im}(z+h_i)e^{a_{im}(x-x_i)}, \\ & x_{i-1} \leq x \leq x_i, \quad -h_i \leq z \leq 0 \end{aligned} \quad (20)$$

식 (20)의  $\cosh$ 항과  $\cos$ 항은  $-h_i \leq z \leq 0$ 에 대한 固有 函數이므로 이들은 이 구간에서 直交한다. 따라서 이 성질을 이용하면 數值 計算으로부터 發生되는 誤差를 줄일 수 있는 長點이 있다. 단일 海底 斷涯 溪谷의 지형은 3개의 구역으로 구성되며 입사 파랑의 振幅  $P_i^+ = 1$ 로 하면 未知常數의 총 갯수는  $(4N+4)$ 로 각 구역별 未知常數는 Table 1과 같다.

왼쪽 경계  $x=x_1$ 에서 靜力學的 整合條件과 動力學的 整合條件에 固有函數의 直交性質을 이용하기 위하여 해당 수식에 대한 다음과 같은 積分을 취한다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sigma_1} \int_{-h_1}^0 \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \cosh k_{20}(z+h_2) dz \\ & = \frac{1}{\sigma_2} \int_{-h_2}^0 \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \cosh k_{20}(z+h_2) dz \end{aligned} \quad (21a)$$

Table 1. Unknowns of each region for a trench

Region	1	2	3
Unknown Number	$P_1^-, S_{1m}^-$ N+1	$P_2^+, S_{2m}^+, P_2^-, S_{2m}^-$ 2N+2	$P_3^+, S_{3m}^+$ N+1

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sigma_1} \int_{-h_1}^0 \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \cosh k_{2m}(z+h_2) dz \\ & = \frac{1}{\sigma_2} \int_{-h_2}^0 \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \cosh k_{2m}(z+h_2) dz, \quad m=1, \dots, N \end{aligned} \quad (21b)$$

式 (21a, b)에  $-h_2 \leq z \leq -h_1$ 의 底面 條件  $\partial \phi_2 / \partial x = 0$ 를 사용하여 積分 區間을  $-h_1$ 에서  $-h_2$ 로 연장하였으며 이로부터 (N+1)개의 聯立方程式이 얻어진다.

靜力學的 整合條件에 대해서도 비슷한 적분을 취하면 식 (22a, b)가 얻어진다.

$$\begin{aligned} & \sigma_1 \int_{-h_1}^0 \phi_1 \cosh k_{10}(z+h_2) dz \\ & = \sigma_2 \int_{-h_2}^0 \phi_2 \cosh k_{10}(z+h_1) dz \end{aligned} \quad (22a)$$

$$\begin{aligned} & \sigma_1 \int_{-h_1}^0 \phi_1 \cosh k_{1m}(z+h_2) dz \\ & = \sigma_2 \int_{-h_2}^0 \phi_2 \cosh k_{1m}(z+h_1) dz, \quad m=1, \dots, N \end{aligned} \quad (22b)$$

이와 같은 방법을 오른쪽 경계인  $x_2=L$ 에 대해서 적용하면  $(2N+2)$ 개의 聯立方程式이 구성되며, 총  $(4N+4)$ 개의 미지수에  $(4N+4)$ 개의 聯立方程式이 만들어져 이를 풀면 미지수가 얻어지며 따라서 각 구역의  $\phi_i$ 가 얻어지게 된다.

#### 3.2 進行波 近似法

이 방법은 速度 포텐셜에서 evanescent mode의 성분을 除去한 進行波만으로 속도 포텐셜을 近似시켜 파랑의 변형을 계산하는 방법이다. 즉

$$\phi_i(x, z) = \cosh k_{i0}(z+h_i)(P_i^+ e^{ia_{i0}x} + P_i^- e^{-ia_{i0}x}) \quad (23)$$

3.1절에서와 마찬가지로 경계에서의 整合條件을 사용하면 식 (24)와 같은 聯立方程式이 얻어진다.

$$[A]\{P\} = \{B\} \quad (24)$$

여기서

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{a_{10}}{\sigma_1} I_{12} & \frac{a_{20}}{\sigma_2} I_{22} & -\frac{a_{20}}{\sigma_2} I_{22} & 0 \\ -\sigma_1 I_{11} & \sigma_2 I_{12} & \sigma_2 I_{12} & 0 \\ 0 & \frac{a_{20}}{\sigma_2} e^{ia_{20}L} I_{22} & -\frac{a_{20}}{\sigma_2} e^{-ia_{20}L} I_{22} & -\frac{a_{30}}{\sigma_3} e^{ia_{30}L} I_{32} \\ 0 & \sigma_2 e^{ia_{20}L} I_{32} & \sigma_2 e^{-ia_{20}L} I_{32} & -\sigma_3 e^{ia_{30}L} I_{33} \end{bmatrix}$$

$$I_{ij} = \int_{-h_i}^0 \cosh k_{i0}(h_i+z) \cosh k_{j0}(h_j+z) dz$$

$$\{P\} = \begin{Bmatrix} P_1^- \\ P_2^+ \\ P_2^- \\ P_3^+ \end{Bmatrix}, \quad \{B\} = \begin{Bmatrix} \frac{a_{10}}{\sigma_1} I_{12} \\ \sigma_1 I_{11} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

#### 4. 結果 및 討議

3절에 기술한 방법에 의해 單一 海底 溪谷 위를 지나는 파랑의 변형을 계산하고 抑留波의 특성을 중점적으로 분석하였다. 모델의 결과를 기존의 결과인 Kirby와 Dalrymple(1983)의 결과와 비교하기 위해  $h_2/h_1=3$ ,  $h_3/h_1=1$ ,  $L/h_1=10$ 인 海底溪谷의 波浪 反射率과 通過率을 계산하였다. 흐름은 존재하지 않고 入射波浪의 角이  $45^\circ$ 로 주어졌을 때의  $k_{10}h_1$ 에 따른 反射率과 通過率이 Fig. 2에 도시되었다. 모델의 결과는 既存의 결과와 일치하였으며 점선은 進行波 近似法의 결과이고 실선은 EFEM의 결과이므로 이 두 곡선의 차이는 evanescent mode에 의한 것으로 볼 수 있다. Evanescent mode의 영향은 비교적 작으나 反射率이 커지면 이 mode의 영향이 뚜렷히 나타난다.

Fig. 2의 特異 事項으로는 입사파의 조건이 바뀌에 따라 지형에 의해 抑留될 파랑이 進行波浪으로 그 특성이 바뀌는 轉換點이 존재한다. 즉  $k_{10}h_1=0.792$ 보다 작으면 해저 계곡의 파형은 指數的으로 감소하는 抑留波가 되며 이 값을 넘으면 자유롭게 진행하는 進行波가 형성되므로 이를 全反射의 臨界값이라 할 수 있다. 한편 evanescent mode의 파형은 항상 指數적으로 감소하나 그 크기는 상대적으로 작으며 해당 지역의 波數가 임계값보다 작으면 波數의 x성분인  $a_{20}$ 가 虛數가 되어 파형이 바뀌는 것이 抑留波 形成의 주요 원인이다. 이러한 특성을 나타내기 위하여 임계값 전후의 값인  $k_{10}h_1=0.592$ (Fig. 3a)와  $k_{10}h_1=1.037$

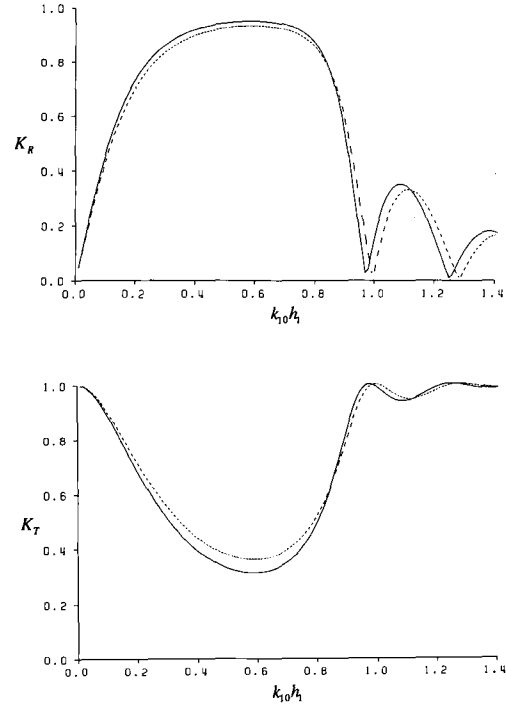


Fig. 2. Calculated transmission coefficient( $K_T$ ) and reflection coefficient( $K_R$ ) for a symmetric trench without ambient current;  $L/h_1=10$ ,  $h_2/h_1=3$ ,  $h_3/h_1=1$ , angle of incidence  $45^\circ$ ; - Plane wave result, - EFEM result.

(Fig. 3b)를 택해 파형의 공간적인 변화를 3차원 그림으로 圖示하였다. 3차원 그림은 모두 같은 크기의 공간에 대해 그린 것으로 해서 계곡은 이 안에 포함 되어 있고 계곡 오른쪽 경계( $x=L$ )의 왼쪽에는 지형에 의해 반사되는 파랑과 입사파랑이 重疊되어 定常波가 생기나 경계 오른쪽에는 進行波가 존재한다. 全反射가 일어나는 경우에도 계곡 오른쪽에 파랑이 존재하는 것은  $x=L$ 에서 파랑이 소멸되지 않고 존재하기 때문이다. 이를 檢證하기 위하여 해저 계곡의 폭을 넓혀  $L/h_1=50$ 인 경우에 파형을 계산하여 Fig. 4a와 4b에 도시하였다. 그림에서 알 수 있듯이 계곡이 폭이 넓어 계곡 내에서 파랑이 감쇄되어  $x=L$ 에서 소멸된 경우에는 오른쪽에 파랑이 형성되지 않는다. 그러나 입사조건이 전반사의 임계값보다 큰 Fig. 4b의 경우에는 계곡의 폭에 관계없이 항상 파랑이 존재하게 된다. 파랑 특성 및 지형의 특성에 따른 反射率과 通過率의 계산 결과는 Table 2에 수록되어 있고 이로부터 파랑의 특성은 계곡의 폭과 水深, 波長 등에

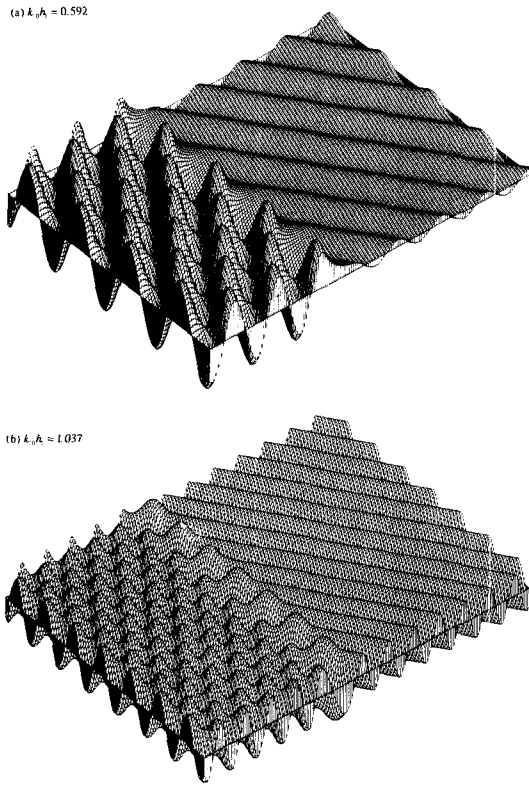


Fig. 3. D plots of water wave propagation over a symmetric trench without ambient current; Angle of incidence  $45^\circ$   $h_2/h_1=3$ ,  $h_3/h_1=1$ ,  $L/h_1=10$ .

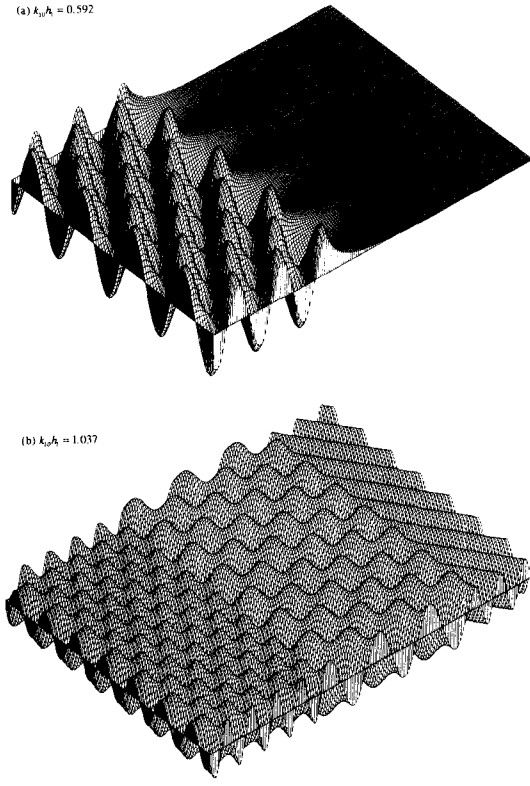


Fig. 4. D plots of water wave propagation over a symmetric trench without ambient current; Angle of incidence  $45^\circ$   $h_2/h_1=3$ ,  $h_3/h_1=1$ ,  $L/h_1=50$ .

의해 변화되는 것을 알 수 있다.

Fig. 3a, b와 Fig. 4a, b의 3차원 파형도는 파형의 전반적인 변화를 파악하는데 좋으나 세부적인 변화를 파악하기에는 부적합하여,  $y=0$ 에서 거리  $x$ 에 대한 2차원 파형도를 Fig. 5에 도시하였다. 여기서는 Fig. 2에서 사용한 동일한 조건을 사용하였으나 다만 해저 계곡의 폭을 변화시켜( $L/h_1=5$ 에서 30까지) 파형의 변화를 계산하였다. 그림에서 실선은 EFEM 결과이며 점선은 進行波 近似法의 결과이고  $x$ 축은  $x/h_1$ 에 대한 값이며  $y$ 축은 입사파랑의 진폭  $A_r$ 로 나눈 파랑의 변위이다. 그림에서도 알 수 있듯이 오른쪽의 進行波의 파고는 해저 계곡내의 수심이 일정하게 되어 있으므로  $a_{20}$ 의 값도 일정하며 폭이 넓어지면 그 만큼 파랑의 減衰度 증가하여 通過率이 작아지게 된다. 두 곡선의 차이로 나타나는 evanescent mode의 영향은 폭이 좁을수록 뚜렷이 나타난다. 그리고 evanescent mode에 의한 감쇄보다는 파랑 조건이 임계값 보다 작아 감쇄되는 것이 抑留波 形成의 주요 요인임을 뚜렷이

Table 2. Calculated  $K_R$  and  $K_T$  for varying trench width without ambient current;  $h_2/h_1=1$ ,  $h_3/h_1=3$ , angle of incidence= $45^\circ$ ,  $N=16$ .

a)  $k_0 h_1=0.592 < b=0.792$

$L/h_1$	EFEM		Plane Wave Approximation	
	$K_R$	$K_T$	$K_R$	$K_T$
5	0.76016	0.64973	0.68779	0.72591
10	0.95001	0.31223	0.93275	0.36053
15	0.99032	0.13879	0.98690	0.16134
20	0.99816	0.06071	0.99750	0.07067
30	0.99993	0.01154	0.99991	0.01343
50	1.00000	0.00042	1.00000	0.00048

b)  $k_0 h_1=1.037 > b=0.792$

$L/h_1$	EFEM		Plane Wave Approximation	
	$K_R$	$K_T$	$K_R$	$K_T$
10	0.29137	0.95661	0.20309	0.97916
50	0.22232	0.97497	0.31114	0.95036

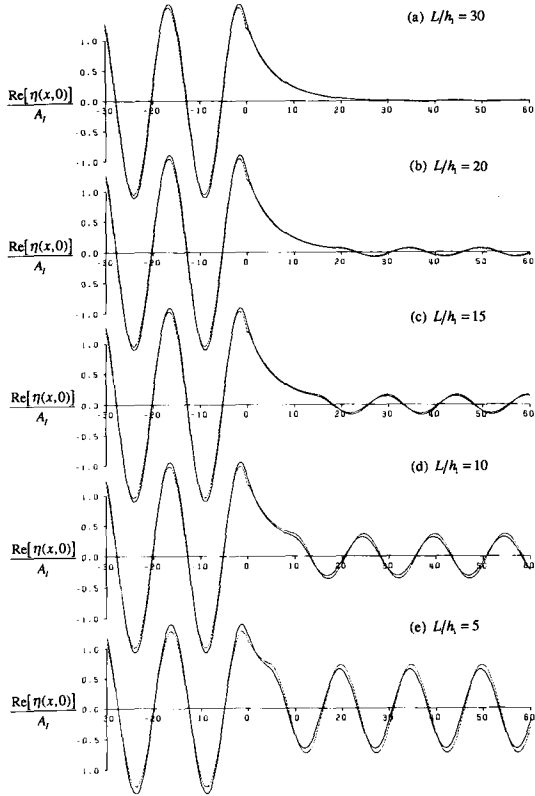


Fig. 5. D plots of water wave propagation along  $y=0$  over varying trench width without ambient current; Angle of incidence  $45^\circ$   $h_2/h_1=3$ ,  $h_3/h_1=1$ .

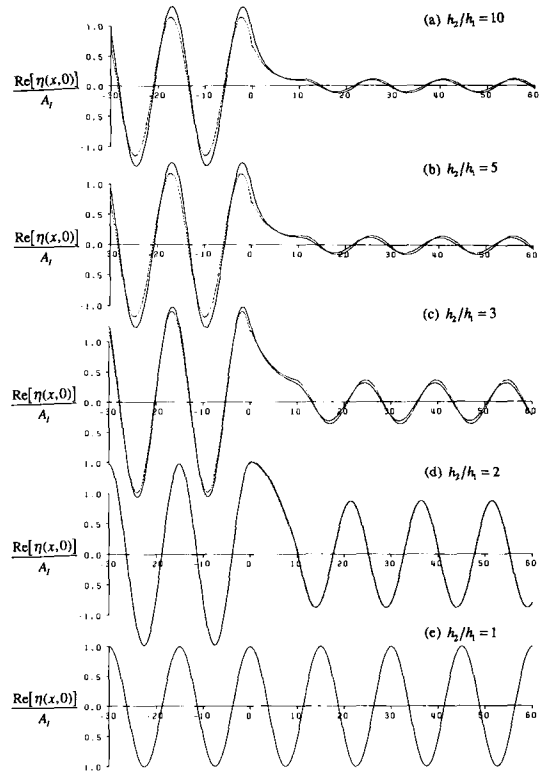


Fig. 6. D plots of water wave propagation along  $y=0$  over varying trench width without ambient current; Angle of incidence  $45^\circ$   $h_3/h_1=1$ ,  $L/h_1=10$ .

보여주고 있다. 또한 進行波 近似法에 의해 계산된 파형은 계곡의 경계에서 kink를 보이고 있으며 이는 evanescent mode를 고려치 않은 결과로 판단된다. Fig. 5에 도시된 결과의 反射率 및 透過率도 Table 2에 수록되어 있다.

Table 2b의 결과는 입사 파랑 조건이 임계값 보다 큰 경우에 대한 것으로 계곡의 폭이 넓어져도 通過率이 증가함을 보이고 있다. 그러므로 입사파랑 조건이 임계값보다 큰 경우에는 계곡의 양쪽 경계로부터 散亂되는 파랑의 상호작용에 의해 反射率이 바뀌게 되는 것을 알 수 있다. 한편 Fig. 6은 수심 변화에 따른 파랑 변형을 나타내기 위한 것으로 해서 계곡은 폭은 일정하게 고정시키고( $L/h_1=10$ ) 수심의 비( $h_2/h_1$ )를 1에서 10까지 변화시켜 사용하였다. 입사파랑의 조건은 Fig. 2의 경우와 동일하나 계곡의 水深比만이 다르다. Evanescent mode의 영향은  $k_1 h_1=3$ 일 때 가장 뚜렷하다(Table 3 참조). 따라서 수심 변화에 대한 eva-

Table 3. Calculated  $K_R$  and  $K_T$  for varying trench width without ambient current;  $h_3/h_1=1$ ,  $L/h_1=10$ , angle of incidence= $45^\circ$ ,  $N=16$ .

$h_2/h_1$	EFEM		Plane Wave Approximation	
	$K_R$	$K_T$	$K_R$	$K_T$
1	0.00000	1.00000	0.00000	1.00000
2	0.48065	0.87691	0.48224	0.87604
3	0.95001	0.31223	0.93275	0.36053
5	0.99176	0.12808	0.98738	0.15837
10	0.99512	0.09864	0.99280	0.11981

nescent mode의 영향은 복잡한 것으로 추정된다. 그림에서 수심이 동일한 경우(Fig. 6e)에는 파랑 변화는 없으며,  $h_2/h_1=2$ 인 경우(Fig. 6d)에서 反射率이 제일 큰 것처럼 나타났다. 그러나 이는 반사파와 입사파가 重疊되는 과정에서 位相이 달라져 나타나는 것으로 Fig. 7의 3차원 파형도에서 이를 분명히 알 수 있다.

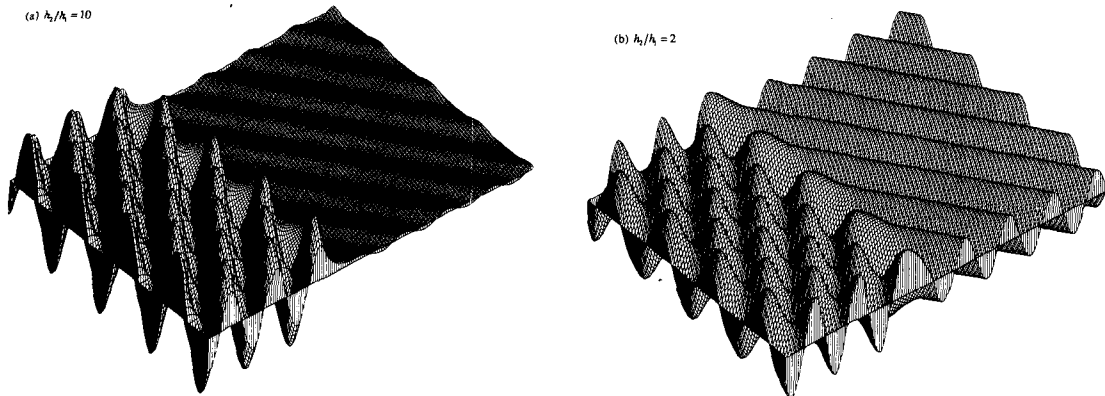


Fig. 7. D plots of water wave propagation over a symmetric trench without ambient current; Angle of incidence  $45^\circ$ ,  $h_3/h_1=1$ ,  $L/h_1=10$ ,  $k_{10}h_1=0.592$ .

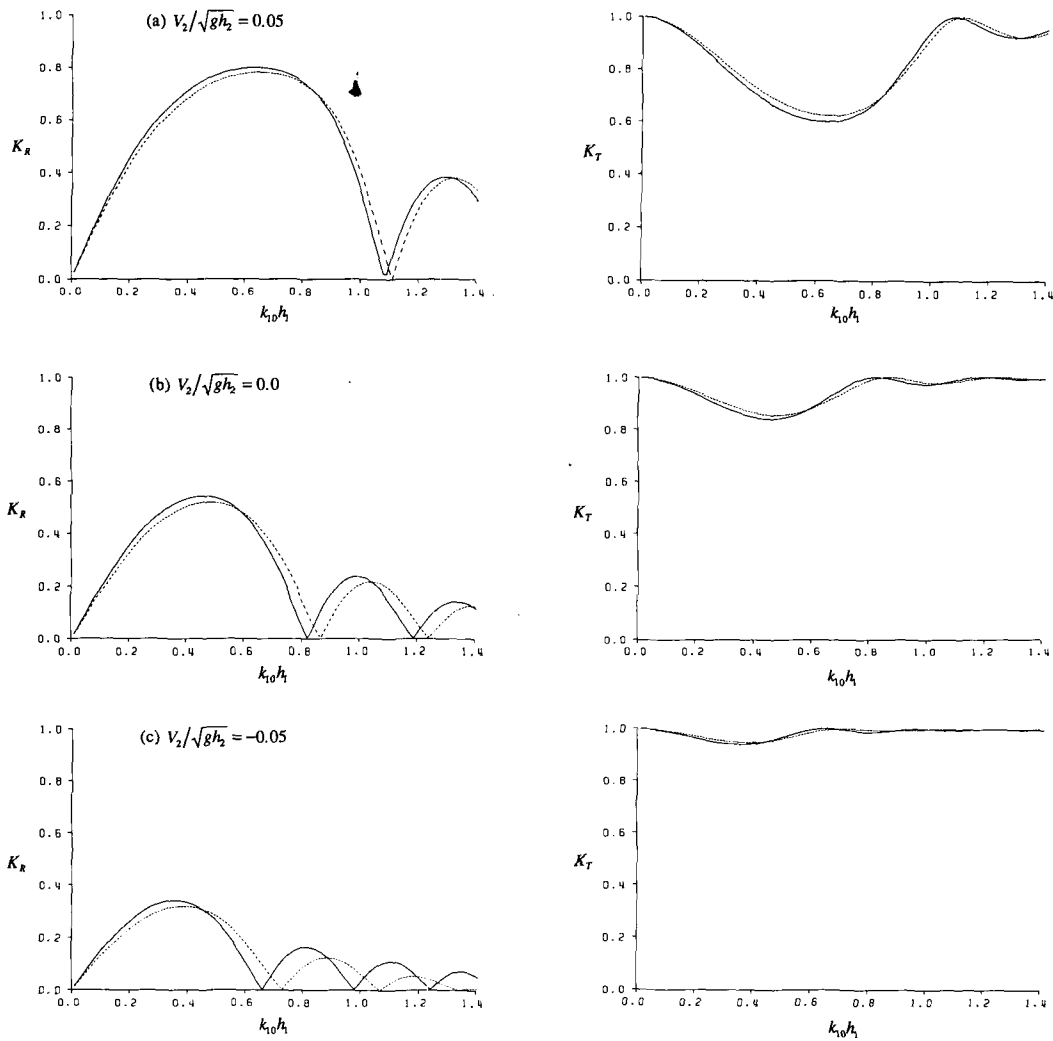


Fig. 8. Calculated transmission coefficient( $K_T$ ) and reflection coefficient( $K_R$ ) for a symmetric trench with ambient current; Angle of incidence  $45^\circ$ ,  $L/h_1=10$ ,  $h_2/h_1=2$ ,  $h_3/h_1=1$ ,  $V_1=3$ ,  $V_3=1$ ;  $--$  Plane wave result,  $-$  EFEM result.



따라서 2차원 파형도만으로 反射率과 透過率을 추정하는 경우에는 반드시 位相을 고려해야 한다.

마지막으로 흐름이 존재하는 경우에 대한 反射率과 透過率이 계산되었다. Fig. 8은 해저 계곡의 水深比가  $h_2/h_1=2$ ,  $h_3/h_1=1$ ,  $L/h_1=10$ 으로 주어졌고 입사파향은  $45^\circ$ , 해저 계곡의 y방향의 流速比  $V_2/\sqrt{gh_2}$ 는 0.05, 0, -0.05로 주어졌을 때  $k_{10}h_1$ 에 대한 反射率과 透過率을 계산한 것이다. 흐름의 방향이 陽인 경우에는 수심이 깊어질 때와 마찬가지로의 현상이 나타나나 境界整合條件에 표시된 것과 같이 흐름에 대한 角速度  $\sigma$ 가 달라져 보다 복잡한 형태를 취하게 된다. 그러나 evanescent mode의 영향은 흐름의 방향이 陰으로 갈수록 뚜렷이 나타났고 특히 深海條件으로 갈수록 evanescent mode의 영향이 顯著한 것으로 나타났다.

### 5. 結 論

海底溪谷 위를 지나는 파랑 변형을 조사하기 위하여 固有函數 展開法과 進行波 近似法을 사용하여 지형 및 흐름에 의해 파랑의 抑留되는 특성을 분석하였다. 進行波 近似法은 evanescent mode를 고려하지 않으며, 이를 고려하는 固有函數 展開法의 결과와 비교하여 evanescent mode의 영향을 분석하였다. 이 mode의 영향은 비교적 작으나 해저 계곡의 폭이 좁을수록 그리고 입사파랑의 조건이 深海條件으로 될수록 이 영향은 뚜렷이 나타난다. 또한 흐름이 해저 계곡에만 존재하는 경우에는 파랑의 진행 방향과 반대의 흐름의 세기가 강해질수록 그 영향이 뚜렷해지는 것으로 나

타났다.

파랑의 抑留現像은 evanescent mode에 의해서도 나타나나 그 크기는 相對적으로 작으며 해저 계곡 내의 進行波 成分의 波數가 虛數가 되는 全反射의 조건에서 뚜렷이 나타난다. 이 波數의 크기가 크면 파랑의 감쇄도 크게 나타난다. 입사 파랑이 全反射의 임계값보다 큰 경우에는 해저 계곡 오른쪽으로 진행하는 파랑이 항상 존재하나 작은 경우에도 파랑이 존재하는 경우가 있다. 이 파랑의 크기는 계곡의 폭에 의해 결정되며 영역 3에 형성되는 파랑의 진폭은 계곡 영역 3 경계의 減衰波의 진폭과 거의 같다. 이와 같은 抑留波의 특성을 보이기 위해 3차원 波形圖 및 2차원 波形圖가 도시되었고 이들의 反射率과 透過率도 제시되었다.

### 參考文獻

- Evans, D.V., 1975. The transmission of deep-water waves across a vortex sheet, *J. Fluid Mech.*, **68**, 389-401.
- Kirby, J.T. and R.A. Dalrymple, 1983. Propagation of obliquely incident water waves over a trench, *J. Fluid Mech.*, **133**, 47-63.
- Kirby, J.T., R.A. Dalrymple and S.N. Seo, 1987. Propagation of obliquely incident water waves over a trench. Part 2. Currents flowing along the trench, *J. Fluid Mech.*, **176**, 95-116.
- Lamb, H., 1932. *Hydrodynamics*. Dover.
- Miles, J.W., 1967. Surface-wave scattering matrix for a shelf, *J. Fluid Mech.*, **28**, 755-767.
- Newman, J.N., 1965. Propagation of water waves over an infinite step, *J. Fluid Mech.*, **23**, 399-415.