수산경영론집, Vol. XXIII, No. 2(1992. 12)

현대자본이론과 최적어업관리

박 장 일*

Modern Capital Theory and Optimal Fisheries Management

Park, Jang-Il

目 次

I. 도 입

어업경제학은 실제로 처음 도입되면서부터 다른 자원경제학과 마찬가지로 자본이론적인 관점에서 다루어져야 한다고 인식되어 왔다. 어군 혹은 바이오메스는 "전통적" 혹은 인간이 만든 자본과 같이 시간의 경과에 따라서 유지가능한 소비를 산출할 수 있다는 점에서 자본스톡으로 간주될 수 있다. "전통적자본"과 마찬가지로 현재의 소비결정은 어군수준에 영향을 미치면서 미래의 소비선택에 대한 의미를 함축하고 있다. Scott(1955)는 처음으로 어업자원의 관리문제를 자본이론문제로 다루려고 시도하였다. 그 문제는 Crutchfield와 Zellner(1962)에 의하여 동태적 수학모델로 공식화됨으로써 계승되었다. 그러나 이러한 연구에도 불구하고, Gordon(1954)에 의하여 형성된 어업경제학의 이론들은 정태적관점에서 공식화되어 왔다. 사실상 그러한 정태적분석은 최근까지도 적용된 바 있다. 비동태적분석의 부진원인은 그 분석에 도입되어야 하는 시간의 문제가 극히 복잡한 것으로 여겨졌기 때문이다.

Ramsey(1928)의 연구이래로, 자본이론은 근본적으로 변분(variation)계산의 문제로 분명하게 인식되어 왔다. 그러나 또한 그 전통적인 공식화과정에서 변분계산에 의한 기법들은 그 이론에 부적절하다고 인식되었다(Dorfman(1969)). 최적제어이론(optimal control theory)에 의한 변분계산의 확장은(Bellman(1957), Pontrjagin et al.(1962)) 전통적기법의 부적성을 크게 제거하였다. 최적제어이론의 기법이 어업경제학에 통할 수 있는 것은 단지 시간문제로 생

* 부산수산대학교 인문사회과학대학 수산경영학과 박사과정

각된다.

이러한 방향에서 몇가지를 시도하고자 한다. 우선 간단한 선형모델의 도움으로 여태까지 달성된 대부분의 중요한 결과들을 요약하고자 하며, 자본이론과의 결합을 분명히 하는 그러한 방법으로 시도하고자 한다. 본 연구에서는 또한 여태까지 어업경제학문헌에서 적절히 다루어진 문제들 중 두가지를 탐구하고자 한다. 첫번째는 균형어군(equilibrium stock)에 대한 최적접근법 즉, 최적"투자"정책을 다룬다. 두번째의 문제는 높은 제약성을 지니는 자율성가정(즉, 모수가 시간에 독립적이라는 가정)을 완화하는 문제이며, 또한 선형성가정이 완화될 경우에 발생될 수 있는 복잡성에 대하여도 검토하고자 한다.

II. 기본모델

우선 어업경제학에서 널리 이용되고 있는 단순한 동태모델로부터 시작하기로 하며 흔히 Schaefer모델로 불리는 것이다. 그 모델은 어군변동의 로지스틱등식에 의한 것이다.

$x=x(t)$는 시간 t의 바이오메스를 나타낸다고 하자. 각 바이오메스수준에 대응하여 (셰프모델에 의하여) 어떤 자연성장율, $F(x)$가 존재한다 :

$$\frac{dx}{dt}=F(x) \qquad (2-1)$$

등식 (2-1)은 순보충함수(net recruitment function) 혹은 "자연"생산함수로 간주될 수 있다. 이 식은 다음과 같이 가정된다.

$0<x<K$ 에 대하여, $F(x)>0$;

$$F(0)=F(K)=0\ ; \qquad F''(x)<0, \qquad (2-2)$$

여기서 K는 환경수용력(environmemtal carrying capacity), 즉, $\lim_{t\to\infty} x(t)=K$이다.

여기에 어획활동을 고려한다면 식 (2-1)은 다음과 같이 바뀐다.

$$\frac{dx}{dt}=F(x)-h(t) \qquad (2-3)$$

여기서 $h(t)\geq 0$은 어획율을 나타내며 소비율과 동일한 것으로 가정되고, dx/dt는 그 어군(바이오메스)에 대한(양 혹은 음의) 투자율로 간주될 수 있다.

사회의 기본적인 자원관리문제는 최적소비를 결정하고, 사회적효용(복지)을 최대화시키는 것을 목적으로 하는 어획시간경로를 결정하는 것이다. 식 (2-3)으로부터, 이 식은 최적스톡수준의 시간경로를 결정하는 것과 동일하다는 것을 알 수 있다.

물론, 어족들이 서로간에 잡아먹지 않으며 회소노동이나 혹은 인간에 의한 전통적자본이 어획과정에 할당되어야 한다는 가정이 전제된다. 식(2-3)의 생물학적인 제약조건외에도 어

획활동－비용의 제약조건이 있다. 어획활동－비용함수는 노력(노동에다 어획활동에 적용된 전통적자본을 더한 것)의 비용함수이며, "어획"생산함수이다.

$$C_E = g(E) \tag{2-4}$$

여기서 E는 노력이고 C_E는 총노력비용이며 ;

$$h(t) = h(E,x) \tag{2-5}$$

다음과 같이 가정한다.

$$C_E = aE \tag{2-6}$$

$$h(t) = bE^{\alpha}x^{\beta} \tag{2-7}$$

여기서 a, b, α, β는 상수이다. 더우기 α는 1로 가정되며, $\beta \geq 0$으로 가정된다. 식 (2－6)에서 (2－7)까지 어획－비용함수는 다음과 같이 도출될 수 있다 :

$$C_h = \frac{ch(t)}{x^{\beta}} \tag{2-8}$$

여기서 C_h 총어획비용을 나타내며, c=a/b 이다. 어획비용은 따라서 어획활동에 비례하며 ($\beta > 0$ 인 한도내에서), 바이오메스의 감소함수이다.

위의 가정들 외에도 여기서는 모든 차선책들을 고려하며, 어가는 물고기의 소비로부터 발생되는 사회적(총)한계후생을 적절히 반영한다고 가정하며, 물고기의 소비는 무한한 탄력성을 가진다고 가정한다. 따라서 그 문제는 많은 학자들에 의하여 설명되고 있는 바와 같이 지대최대화의 관점에서 다루어 질 수 있다.

모델에서 기본등식 혹은 상태식은 (2－3)식이다.

$$\frac{dx}{dt} = F(x) - h(t) \ ; \quad x(0) = x_0 \ ;$$

변수 x=x(t)는 상태변수(state variable)이며 h=h(t)는 제어변수(control variable)이다. 기초어군 x(0)는 알고 있는 것으로 가정되며, h(t)는 다음의 제약조건에 따르는 것으로 가정된다.

$$0 \leq h(t) \leq h_{max} \tag{2-9}$$

여기서 h_{max}는 일반적으로 주어진 함수 $h_{max} = h_{max}[t\,;\,x(t)]$ 일 것이다.

목적함수는 어획활동으로 인한 현재가치를 최대화시키는 것이다. 어획활동에 있어서 가격과 비용이 일정하다고 가정되어 있으므로, 목적함수는 다음과 같이 표현될 수 있을 것이다.

$$PV = \int_0^{\infty} e^{-\delta t}\{p - c[x(t)]\}h(t)\,dt \tag{2-10}$$

여기서 δ는 동시적인 사회할인율이며, p는 가격, c(x)는 단위당어획비용이다.

목적함수가 제어변수 h(t)에 관하여 선형으로 주어져 있으므로 우리는 선형최적제어문제에 직면한다. 문제는 상태식 (2-3)과 제어제약조건 (2-9)에 따라서 목적함수 (2-10)이 최대치를 갖도록 최적제어 $h(t)=h^*(t)$, $t\geq 0$ 을 결정하는 것이다. 문제는 최대화원리(maximum principle)를 이용하여 직접적으로 쉽게 풀릴 수 있다.

우리들 문제의 해밀토니안(Hamiltonian)은

$$H=e^{-\delta t}\{[p-c(x)]h(t)+\psi(t)[F(x)-h(t)]\}$$
$$=\sigma(t)h(t)+e^{-\delta t}\psi(t)F(x) \qquad (2-11)$$

여기서 $\sigma(t)$는 전환함수(switching function)이며, 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma(t)=e^{-\delta t}[p-c(x)-\psi(t)] \qquad (2-12)$$

여기서 $\psi(t)$는 부수변수(adjoint variable)라고 한다.

선형최적제어문제를 풀기위한 표준적절차는 다음과 같이 진행된다. 우선 소위 말하는 "단일"해(singular solution)를 결정하여야 하며, 다음의 경우에 얻어진다.

$$\sigma(t)\equiv 0 \qquad (2-13)$$

이것은 최대화원리를 이용하여 증명될 수 있으며, 현재의 모델에서는 식 (2-13)은 다음을 의미한다.

$$\frac{1}{\delta}\left(\frac{d}{dx}\{[p-c(x)]F(x)\}\right)=p-c(x) \qquad (2-14)$$

식 (2-14)는 시간 t를 겉으로 포함하고 있지 않으며, 단지 x에 관한 등식이다. 이 식은 결국에는 균형해 $x=x^*=$상수 를 결정한다.

만약 $F(x)=rx(1-x/K)$ 그리고 $C(x)=cx^{-1}$ 이라는 셰프모델을 특별히 적용한다면, 식 (2-14)를 $x=x^*$에 대하여 풀 수 있게 된다:

$$x^*=\frac{K}{4}\left((\frac{c}{pK}+1-\frac{\delta}{r})+[(\frac{c}{pK}+1-\frac{\delta}{r})^2+\frac{8c\delta}{pKr}]\right)$$

따라서 셰프모델의 경우에는 항상 유일하고 산출가능한 최적균형어군수준 $x^*>0$을 얻는다.

그러나 더욱 일반적인 모델들에 대하여 식 (2-14)는 복수해 혹은 전혀 해가 없을 수 있다. 그러한 경우에 최적점의 결정은 더욱 어려우며, 일반적으로 기초조건에 의존할 것이다.

지금부터는 다른 별도의 언급이 없으면, 식 (2-14)는 유일한 균형해 $x=x^*$를 결정한다고 한다. 이 균형에 대한 최적접근의 문제는 차후에 논의될 것이다.

식 (2－14)의 L.H.S.는 유지가능한 한계지대(marginal sustainable rent), $d\{[p-c(x^*)]F(x^*)\}/dx^*$의 현재가치이며, 균형어군에 대한 한단위의 증분에 의해서 산출된다. R.H.S.는 현재의 어획에 의해서 향유되는 한계지대이다. 반면에, 식 (2－14)의 L.H.S.는 현재의 한계증분을 어획하는 비용이며, 현재의 어획으로부터 얻어지는 한계이익에 대하여 비교되어야 한다는 점에서, 한계사용자비용(marginal user cost)으로 해석될 수 있다. 반면에, 이 식의 L.H.S.와 R.H.S.는 시간 t에서 자본재의 수요가격과 공급가격으로 비유될 수 있다.

물론 식 (2－14)는 x^*에 대한 묵시적 등식이다. 일단 x^*가 알려지면 x^*가 상수인 까닭에 최적어획율은 자동적으로 결정된다. 즉, $h^*(t)=F(x^*)$. x^*와 $F(x^*)$에 따르는 최적노력율은 그 모델로부터 쉽게 결정될 수 있다. 식 (2－7)로부터 노력은 $\alpha=1$로 주어져 있으므로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$E=\frac{h(t)}{bx^{\beta}} \tag{2-15}$$

따라서 최적노력율 E^*는 다음과 같다.

$$E^*=\frac{F(x^*)}{b(x^*)^{\beta}}$$

식 (2－14)의 더욱 명백한 표현은 L.H.S.에 대하여 미분함으로써 다음을 구할 수 있다.

$$F'(x^*)-\frac{c'(x^*)F(x^*)}{p-c(x^*)}=\delta \tag{2-16}$$

이 등식은 할인율과 한계자본효과로 볼 수 있는 것 모두에 의하여 조정되었으므로 자본이론에서 조정된 황금률균형등식으로 인식되고 있다. 식 (2－16)의 L.H.S.는 "이자의 비율(own rate of interest)" 즉, 자본의 공급가격에 의해서 나누어진 동시적으로 유지가능한 한계지대를 말한다. 따라서 식 (2－16)은 이자의 비율이 사회적 할인율과 일치되는 점에서의 자본이 최적자본이라는 것을 의미한다. 이자의 비율은 두 요인들로 구성된다: $F'(x^*)$는 자본에 의한 동시적인 한계물리적 생산량이며, $c'(x^*)F(x^*)/p-c(x^*)$ 는 한계자본효과이다.

한계자본효과는 현대자본이론에서 다루어 지는 "부의 효과"와 동일한 것이다. Kurz(1968, p, 352)는 "소비의 흐름외에도 효용함수도 역시 자본재에 민감하다…"고 부의 효과를 정의한다. 물고기의 소비로부터 도출되는 (총)효용은 그 자체로는 바이오메스에 민감하지는 않은 반면에, 그로부터 도출되는 순경제후생(net economic benefit)은 어획비용이 바이오메스의 함수라는 면에서 명백히 민감하다. "부의 효과"라는 용어는 이 상황에서는 부적절하며 "어군효과"라는 용어로 대체된다. 식 (2－16)에서 표현되어 있는 바와 같이 한계어군효과는 자본의 공급가격으로 나누어진 바이오메스에 관한 총어획비용의 편미분이다. 따라서 이는 선형모델에서의 어획비용은 바이오메스에 대한 그 민감성에 의해서만 x의 선택에 영향을 미친다는

사실을 명백히 하고 있다. 만약 어획비용이 x의 크기에 민감하지 않다면, 어획비용은 – 그에 관련되는 어가 – 최적화의 과정에서 무관하게 된다(단 p>c(K)).

식 (2-16)에서 나타난 바와 같이 조정된 황금률균형조건은 문제되는 논점을 쉽게 다룰 수 있게 한다 : 즉, 단독소유자나 사회적 관리자는 그 어군을 남획할 수 있다는 것이다. 문헌에서는 "남획" 혹은 "생물학적 과잉어획"은 어획노력이 유지어획량을 최대치 이하로 떨어뜨리는 수준까지 증가되었을 경우, 즉 MSY수준 이하로 어군수준이 감소되었을 경우에 발생되는 것이라고 하고 있다. 근본적인 문제는 어군을 남획하는 단기적 혜택이 (혹은 이미 남획된 어군을 회복시키는 단기비용이) x^*를 x_{MXY}이하로 떨어뜨릴 수 있을 것인가이다. 그 논점은 사회적 할인율의 크기, 즉, 바이오메스의 크기와 자본스톡의 공급가격에 대한 어획비용의 관계에 관련된다.

식 (2-16)에서 유일해가 주어지면, x^*를 population space에 어려움 없이 위치하게 할 수 있다는 것을 알았다. 두번째로, 만약 할인율과 한계자본효과가 모두 0 이라면, $x^*=x_{MSY}$가 된다. 즉, $F'(x^*)=0$ 이다. 이것은 $\dot{x}^*$가 x_{MSY}보다 크거나 같거나 작은 경우에 있어서 두 집합 과 한계자본효과의 상대적크기에 의존한다는 점을 확실히 하고 있다. 이 점에 대하여는 다음과 같은 룰을 제시할 수 있다.

$$R=-\frac{c'(x_{MSY})F(x_{MSY})}{p-c(x_{MSY})}$$

이라고 두면,

$$x^*\begin{cases} <x_{MSY}, & \delta>R\text{인 경우,} \\ =x_{MSY}, & \delta=R\text{인 경우,} \\ >x_{MSY}, & \delta<R\text{인 경우.} \end{cases} \qquad (2-17)$$

따라서 사회적 관리자는 분명하게 합리적으로 "남획되는 어군"을 선택할 수 있을 것이다. 사실상 그는 의식적으로 어군을 소멸수준에까지 남획할 수 있을 것이다.

식 (2-17)로부터 δ가 크지 않으면 x^*는 결코 x_{MSY}보다 작을 수 없다고 쉽게 가정할 수 없다는 사실도 분명하여야 한다. 어떠한 주어진 어군수준에 대하여도 R이 중요한 의미에서 "클"것이라고 가정할 아무런 이유도 없다. 사실상 어획비용이 바이오메스에 민감하지 않다면, R은 소멸될 것이다. R은 또한 $x=x_{MSY}$에서 어군규모에 대한 어획비용의 민감성 뿐만아니라 x_{MSY}에서의 자본스톡의 공급가격에도 의존한다.

이러한 모든 것에 대한 실제적인 귀결은 위에서 정의된 바와 같은 "남획"의 증거는 수긍될 수 없다는 것이며, 사실상 경제적 낭비의 증거가 된다.

Turvey(1964), Christy and Scott(1965), Copes(1970,1972) 등은 계속적인 어가의 외생적 상승 혹은 어업기술의 증진은 규제되지 않는 경쟁적 어업의 상황에서는 결국 유지어획량의 감소 즉, 남획을 야기할 것이라고 인식하였으며, 많은 어업의 공공재적 성격의 고질성 중의

하나로 인용하였다. 그럼에도 불구하고 현재의 모델에서는 가격의 상승이나 비용의 감소는 사회적최적관리하에서 역시 남획을 유발할 수 있는 충분한 가능성이 있다. 이것은 한계어군 효과는 자본공급가격의 감소함수라는 사실에서 유추된다. 식 (2-17)에서 p가 충분히 높게 상승하거나 비용이 충분히 하락하면, $\delta \neq 0$ 일 때 R은 δ보다 작게 될 것임을 알 수 있다.

$$\lim_{p \to \infty} \frac{c'(x^*)F(x^*)}{P-c(x^*)} = 0 : \lim_{c(x) \to 0} \frac{c'(x^*)F(x^*)}{p-c(x^*)} = 0 \qquad (2-18)$$

다음에는 현재의 모델을 정태이론에 연결시켜 본다. 정태이론에 있어서 단독소유자의 목표는 유지지대 즉, $[p-c(x)]F(x)$를 최대화시키는 것이다. 따라서 (선형인 경우의) 최적어군은 다음식에 의하여 주어진다.

$$\frac{d}{dx^*}\{[p-c(x^*)]F(x^*)\} = 0 \qquad (2-19)$$

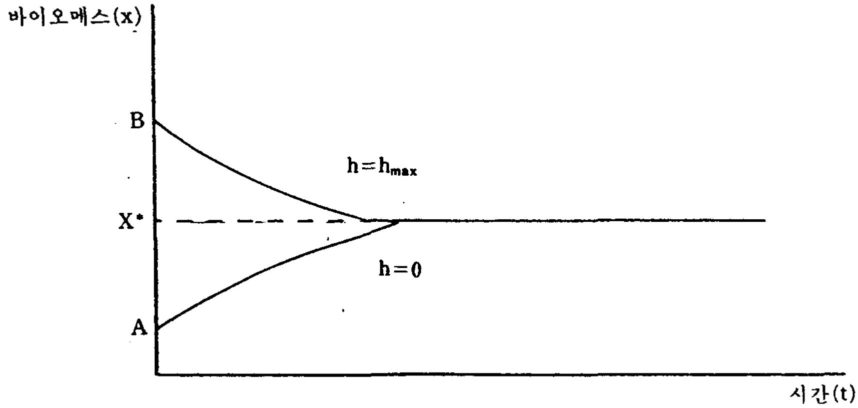
식 (2-16)으로부터 이 식은 할인율을 0으로 두는 것과 같다는 것을 알 수 있다. 따라서 정태적 모델은 올바른 최적어군수준을 단지 $\delta = 0$ 이라는 극단적인 가정에 의해서만 가능한 것으로 예상한다. 공공재의 산출량은 $\delta = \infty$로 두는 경우와 같다는 것을 유의하여야 한다. 끝으로 식 (2-19)에서는 왜 정태모델이 합리적인 단독소유자는 결코 어군을 고갈시키지 않을 것임을 예상하는 지 알 수 있다. $\delta = 0$의 경우, 어군을 감소시킴으로써 (회복시킴으로써) 유발되는 임시적이익(비용)은 무시할 수 있게 되며, 따라서 항상 $x^* \geq x_{MSY}$를 얻는다.

Brown(1974)등은 만약 어업이 완전히 제어되지 않고 경쟁적이며 과세정책에 의하여 규제되어야 한다면, 정확한 단위당 과세는 집중적 외부효과를 차단하는 부수변수 혹은 costate variable과 같을 것이라고 했다. 이 과세정책은 일단 균형이 x^*에서 달성되면 사실상 옳은 것이다. 본 연구에서 한계사용자비용이라고 기술한 것에 일치하는(이것은 단일경로를 따르는 부수변수와 정확히 일치한다) 과세는 그 산업에서 인식되는 0의 지대라는 상황을 산출할 것이다. 즉, 모든 선박의 소유자들의 총수입은 세금을 포함하는 그들의 총비용에 일치할 것이다. 따라서 일단 균형어군 x^*가 달성되면 과세정책은 그 산업의 어획율이 $F(x^*)$에 일치하도록 할 것이다.

그러나 이러한 사실들로부터는 x^*가 달성되기 이전의 최적과세율은 어떠해야 하는 지를 알 수 없다. $x(t) \neq x^*(t)$ 인 경우에 과세율을 부수변수와 같게하는 것은 항상 옳다고 말할 수 없다. 그 이유를 알기 위해서 실재로 $x(0) \neq x^*(0)$를 가정해 보자. 첫번째 문제는 x^*에 접근하는 최적경로를 결정하는 것이다. 달리 말하여, 바이오메스에 대응되는 최적투자정책을 결정하는 것이다. 선형모델의 경우 그 접근법은 소위 bang-bang approach로 불리운다 :

$$h^*(t) = \begin{cases} h_{max}, & x(t) > x^* \text{인 모든 경우} \\ 0, & x(t) < x^* \text{인 모든 경우} \end{cases} \qquad (2-20)$$

식 (2-20)은 <그림 1>에서 과세정책의 관점에서 설명된다. 만약 점 A에서 시작한다면 적절한 정책은 투자율이 F(x)-h(t) 의 최대값에 도달하도록 해야 한다는 것이며 이것은 h(t)=0 을 의미하는 것임을 알 수 있다. 역으로, B와 같은 점에서 시작한다면 적절한 정책은 가능한 한 빠르게 투자를 회수하는 것이다. 즉, $h(t)=h_{max}$ 가 되도록 하는 것이다. 이것은 직관적으로는 분명하지만 수학적정당성은 다소 모호하다.



<그림 1> bang-bang approach

그러나 더욱 중요한 것은 그 산업이 다양한 과세율에 어떻게 반응할 것인가에 대한 정보를 얻기 전까지는 즉, 그 산업의 반응함수(reaction function)가 규정되기 전까지는 적절한 과세율을 정할 수 없다는 것이다. 확실히 과세율을 부수변수와 일치하게 두는 것이 정확한 정책이라고 상정할 필요는 없다. 예컨데 <그림 1>에서 A의 경우에 요구되는 것은 어군이 x*로 성장되기까지 곧바로 어획활동을 중지하는 것이다. 실제로는 전반적 제어수단으로서의 과세정책을 (임시로) 포기하고 어군수준이 x*에 도달할 때까지 공적인 어획금지를 실시할 수 있을 것이다.

III. 비자율적모델(nonautonomous model)

앞의 모델은 선형성과 자율성(autonomy)의 높은 제약적 가정에 근거하고 있었다. 그러나 이 모델은 또한 비선형적 혹은 비자율적인 모델로 확장될 수 있다. 이 절에서는 선형성 가정을 유자하면서 이 모델을 비자율적인 것으로 만들어 본다. 비선형성 가정은 다음절에서 논의하고자 한다.

이 모델은 시간에 따른 모수의 변화를 허용함으로써 비자율적이 된다. 사실상 일부의 모수들은 이제 외생적 변수로 전환된다. 여기서는 가격과 어획비용의 변화에 의한 분석에 국한한다. 그러나 할인율과 같은 다른 모수들의 계속적 변화에 대하여도 적용될 수 있을 것이다.

어획활동에 있어서 수입과 어획비용이 계속 선형으로 가정되는 반면에, 가격과 어획비용함

수는 이제 시간 $t=0$에서 $t=\infty$까지의 범위에서 계속적으로 변화한다. 즉, 미래의 가격과 비용의 시간경로는 충분히 알 수 있다. 이제 가격은 $p(t)$로 단위당어획비용 $c(x,t)$는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$c(x,t)=\Phi(t)c[x(t)] \tag{3-1}$$

여기서 $\Phi(t)\geq 0$은 비용함수의 변화를 설명해주는 변동계수이다.

그 목적함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$PV=\int_0^\infty e^{-\delta t}\{p(t)-\Phi(t)c[x(t)]\}h(t)\,dt \tag{3-2}$$

지대의 현재가치는 일반적인 조건에 따라서 최대화되어야 한다. 전과 같은 계산법에 의하여 단일해 $x(t)=x^*(t)$에 대하여 다음과 같은 식을 얻을 수 있다:

$$F'(x^*)-\frac{\Phi(t)c'(x^*)F(x^*)}{p(t)-\Phi(t)c(x^*)}=\delta-\frac{p(t)-\Phi(t)c(x^*)}{p(t)-\Phi(t)c(x^*)} \tag{3-3}$$

만약 각 점 t에서 유일해 x^*가 존재한다고 가정할 수 있다면, $x^*(t)$는 그 어군이나 바이오메스수준에 대한 최적시간경로를 따라 가는 것으로 볼 수 있을 것이다.

가격과 어획비용의 계속적 변화를 통합하는 효과는 조정된 황금률등식 (2-16)에 조정인자(corrective)를 추가로 도입하는 것이며, 그것은 자본공급가격의 동시적 백분비변동으로 해석될 수 있을 것이다. 어군수준의 최적화에 대한 새로운 조정인자의 효과는 다음과 같을 것이다. 자본의 공급가격이 증가할 것으로 기대된다고 하고, 그 원인은 기대되는 어가상승과 어획비용의 기대되는 감소 혹은 양쪽 모두에 기인하는 것이라고 하자. 앞서 자본의 공급가격이 상향이동하면 최적어군수준을 저하시키는 역할을 한다는 것을 알 수 있었다. 그러나 공급가격의 갑작스런 증가에 대한 기대효과는 시간 t의 최적어군수준을 증가시키는 것이 될 것이다. 그것은 충분히 예상될 수 있는 일이다. 미래의 어획활동에 의한 더 큰 혜택에 대한 기대는 현재어획활동의 감소를 초래할 것이다.

새롭게 조정된 황금률 식 (3-3)은 자본공급가격의 갑작스런 변화를 예측해야 한다는 점을 제외하고는 결정룰이 과거와 미래에 독립적이라는 의미에서 "미시적(myopic)"이다. 따라서 이 룰에 의한 정보요구는 극히 제한적이다. 가격과 비용이 시간의 경과에 따라 점차적으로 변동된다는 사실에도 불구하고, 최적어군수준 $x^*(t)$를 결정하는 데 요구되는 정보는 단지 시간 t에서의 x의 한계생산량(marginal product), 시간 t의 어가와 어획비용, $p(t)$와 $c(x,t)$의 동시적 변화율이다.

앞 절에서 분산된 경쟁적 어업에 대한 최적과세는 일단 단일경로가 달성되면, 최적어군수준에서 어획활동을 지속시킨다는 것을 알 수 있었다. 그 세액은 한계사용자비용과 같았다. 따라서 비자율적인 경우에 있어서는 다음과 같이 가정하고 싶을 것이다. 즉, 일단 단일경로

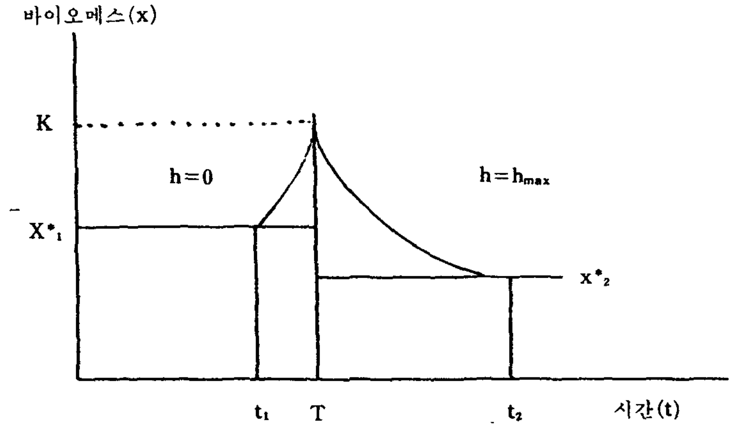
가 달성되면, 어떤 시간 t에서의 최적과세는 p와 c(x)의 변동율에 대하여 조정된 한계사용자 비용과 같을 것이다. 그 조정된 한계사용자비용은 다음과 같다.

$$\frac{1}{\delta}[p(t)-\Phi(t)c(x^*)F'(x^*)-\Phi(t)c'(x^*)F(x^*)+\dot{p}(t)-\Phi(t)c(x^*)] \qquad (3-4)$$

그러나 어군수준과 노력수준의 조정이 적은 것임에도 불구하고, 여전히 산업의 반응함수는 모르기 때문에 위의 가정은 전적으로 통한다고 볼 수 없다. 최적과세를 부수변수 혹은 한계사용자비용에 연결시키는 것은 따라서 어가와 어획비용이 시간의 외생적 변화에 의존하지 않는다고 가정할 수 있는 경우에만 유효하다.

이로부터 유발되는 미시적 법칙과 최적과세정책은 제어변수에 대한 제약조건이 구속되지 않는 경우에만 유효하다. 즉, 공급가격의 변동에 따른 x*의 조정은 h(t)를 h=0 혹은 h= h_{max} 로 유도할 만큼 크지 않다는 것을 의미한다. 만약 그 제약조건들이 구속되게 된다면, 어군수준 x(t)는 임시적으로 단일경로 x*(t)를 이탈하게 될 것이다. 그 경우에 Arrow (1968)의 "차단구간(blocked interval)"을 갖게 된다. 그 미시적 법칙은 결국 조정되어야 하며 최적화문제는 더욱 복잡해지지만 풀 수 없는 것은 아니다.

예컨데, 시간 T에서 발생되는 자본공급가격의 큰 이산적 증가에 대하여 고려해 보자. 그 공급가격은 T의 전후에서 일정하다고 가정된다. <그림 2>에서 그 단일경로는 실선을 따라 간다. 이상적으로 x는 생물학적 극한값 x=K까지 증가되어야 한다. 시간 T에서 어군은 K가 되는 동시에 x*2로 감소되어야 한다. 이것은 분명히 불가능하다. 왜냐하면 h는 h=0 이하로 감소되거나 h=h_{max} 이상으로 증가될 수 없기 때문이다. 달리 말하면, 제어변수에 대한 제약조건이 구속하기 때문이다. 만약 x(T)가 x*(t)보다 크다면, $t_1<T$인 어떤 점에서 어군수준을 증가시키기 위해서는 어획활동이 중지되어야 한다. 그러면 기간 $t_1 \leq t \leq T$은 단일경로를 임시로 벗어나야 한다는 의미에서 차단구간이 된다. T시점에서 그 어군은 동시에 x*2로 감소될 수 없다. 가능한 가장 좋은 방법은 $t_2>T$인 어떤 시점에서 x^*_2가 달성될 때 까지 최



<그림 2> 고속접근법

대율로 어획하는 것이다. $T \leq t \leq t_2$는 그리하여 두번째의 차단구간을 구성한다.

그리하여 문제는 t_1의 최적치를 구하는 것이 된다. 즉, x가 x^*_1이상으로 증가되도록 어획활동이 감소되어야 하는 시점을 말한다. 일단 t_1이 구해지면 $x(T)$와 t_2는 자동적으로 결정된다. 이는 차단구간내에서 최적어획율은 각각 $h(t)=0$ 혹은 $h(T)=h_{max}$이라는 최대값원리의 결과이다.

개념적으로 이 최적화문제의 성질은 직접적(straightforward)이다. t_1이 늦으면 늦을수록 어획활동으로 인한 사회의 희생기간은 짧을 것이다. 즉, 만약 $t_1=T$이면, 희생기간은 존재치 않을 것이다. 반면에, t_1이 늦을수록 $x(T)$는 작을 것이며, 어획물의 더 높은 공급가격에 의하여 향유되는 혜택은 적을 것이다.

어획활동으로부터 향유되는 현재가치를 다음과 같이 나타내 보자.

$$\begin{aligned} PV = & \int_0^{t1} e^{-\delta t}[p_1-\Phi_1 c(x^*_1)]F(x^*_1)\,dt \\ & + \int_T^{t2} e^{-\delta t}[p_2-\Phi_2 c(x,t)]h_{max}dt \\ & + \int_{t2}^{\infty} e^{-\delta t}[p_2-\Phi_2 c(x^*_2)]F(x^*_2)\,dt \end{aligned} \tag{3-5}$$

PV를 t_1에 대하여 미분하여 $\partial PV/\partial t_1=0$으로 두면,

$$\begin{aligned} e^{-\delta t1}[p_1-\Phi_1 c(x^*_1)]F(x^*_1) = & \{e^{-\delta t2}[p_2-\Phi_2 c(x^*)][F(x^*_2)-h_{max}]\}\frac{dt_2}{dt_1} \\ & + \int_T^{t2} e^{-\delta t}\frac{\partial \Phi_2 c[x(t,t_1)]h_{max}}{\partial t_1}dt \end{aligned} \tag{3-6}$$

이 복잡한 등식은, (L.H.S.의) t_1을 연장함으로써 얻어지는 한계혜택이 그렇게 함으로써 부담하게 되는 (R.H.S.의) 비용과 같은 점이 최적 t_1임을 의미한다.

끝으로 차단구간에 직면하게 되었을 경우에 그에 대한 정보요구는 광범위하게됨을 유의해야 한다. T에서 발생되는 가격의 변동은 T에 앞서서 예상되어야 하며, 빠를수록 좋을 것이다.

Ⅳ. 비선형모델

이제 자율성(autonomy)가정을 다시 부여한 비선형모델에 관하여 살펴본다. 비선형성(nonlinearity)은 첫째로 물고기에 대한 수요가 무한한 가격탄력성을 가진다는 가정을 완화함으로써, 두번째로 노력비용이 노력에 비선형이라고 즉, 어획비용이 어획노력에 비선형이라고 가정함으로써 도입되었다. 그것은 $\partial^2C_E/\partial E^2>0$, 따라서 $\partial^2C_h/\partial h^2>0$을 의미하며, C_E와

C_h는 총노력비용과 총어획비용을 각각 의미한다.

Copes(1970)와 Anderson(1973)과 같은 학자들은 수요함수가 무한한 가격탄력성을 갖게 된다는 가정을 일단 완화하게 되면, 사회적 효용의 최대화라는 목표는 지대최대화라는 항목들로는 표현될 수 없다고 지적한 바와 같이 따라서 목적함수는 다음과 같이 효용함수로서 표현되어야 한다.

$$PV = \int_0^{\infty} e^{-\delta t}[U(h) - c(x,h)h]dt \qquad (4-1)$$

여기서 U(h)는 물고기의 소비로부터 창출되는 총효용을 말하며, c(x,h)는 x와 h의 함수로서 어획비용을 나타낸다. 우리는 $U'(h) > 0$과 $U''(h) < 0$을 가정한다. 그 다른 기본가정들이 주어진다면 $U'(h) = p(h)$ 가 된다. 목적함수 (4-1)은 제어변수 h의 비선형함수이므로 그 모델은 이제 자체로 비선형이다.

위의 비선형최적제어문제의 헤밀토니언(Hemiltonian)은

$$H = e^{-\delta t}\{U(h) - c(x,h)h + \psi(t)[F(x) - h]\} \qquad (4-2)$$

비선형인 경우의 극대값원리로부터 균형해를 위한 다음 등식을 얻는다[즉, $h = F(x^*)$].

$$F'(x^*) - \frac{\dfrac{\partial c[x^*,F(x^*)]}{\partial x^*} \cdot F(x^*)}{p[F(x^*)] - \{c[x^*,F(x^*)] + \dfrac{\partial c[x^*,F(x^*)]}{\partial h} \cdot F(x^*)\}} = \delta \qquad (4-3)$$

한계어군효과항은 이제 꽤 복잡하게 보이지만 이전과 마찬가지로 해석될 수 있다. 분자는 바이오메스에 관하여 총어획비용을 편미분한 것이며, 분모는 자본공급가격의 좀 더 복잡한 형태이다. $\{c[x^*,F(x^*)] + \partial c[x^*,F(x^*)]/\partial h \cdot F(x^*)\}$항은 총어획비용을 총어획율로 편미분한 것이다.

식 (4-3)에서 재미있는 것은 복수균형의 가능성이다. 수요함수가 무한대보다 작은 가격탄력성을 가질 경우에 경쟁적이며 규제되지않고 있는 어업에서 복수균형이 발생할 가능성이 있다는 것은 오랫동안 인식되어 온 것이다. 그러나 사회적으로 관리되고 있는 어업에서는 유일한 최적해의 존재를 확신할 수 있는 것으로 보였으나, 식 (4-3)는 동태모델의 상황에서 그 확신이 보장되지 않는다는 것을 보여 준다.

만약 세개의 균형이 존재할 경우에, 두개의 안정적 균형에 의하여 한개의 불안정한 균형이 제약된다면, 기초어군이 주어져 있는 한 심각한 안정성문제는 발생되지 않는다. 균형어군이 x^*_1, x^*_2, x^*_3이고, $x^*_1 < x^*_2 < x^*_3$라면, 불안정한 균형어군수준 x^*_2는, $x(0) < x^*_2$일 경우 최적균형수준은 x^*_1인 반면에 $x(0) > x^*_2$일 경우에는 최적균형수준은 x^*_3가 된다는 의미에서 "분수령(watershed)"을 형성한다. 그러나 세개이상의 균형을 가지는 경우가 존재할 수 있으며 그러한 경우 최적해의 선택은 매우 어렵거나 불가능할 수 있다.

다음으로 비선형모델에서의 최적해로의 접근은 선형모델의 경우와는 다르다는 것을 살펴보고자 한다. 선형모델의 bang-bang접근법은 비선형모델에서 점근적 접근법(asymptotic approach)으로 바뀐다. 그 접근경로를 따라서 적용되어야 하는 결정룰은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$F'(x)-\frac{[\partial c(x,h)/\partial x]\cdot h}{p(h)-[c(x,h)+(\partial c(x,h)/\partial h)\cdot h]}+\frac{\dot{\psi}}{\psi}=\delta \qquad (4-4)$$

여기서 ψ는 앞서와 같이 자원의 수요가격이다. 균형수준에 접근하면서 는 계속적으로 변동할 것이다. 따라서 자본수익(손실)이 계속적으로 생성될 것이며, 그것은 결정룰에서 설명되어야 한다. x^*가 달성될 때에는 $\dot{\psi}=0$이 될 것이며, 식 (4-4)는 (4-3)으로 축약된다.

비선형모델과 비자발적 모델을 분리하여 논하였으므로 비선형적인 동시에 비자발적인 모델을 논하는 것이 바람직할 것이지만 차후의 연구과제로 넘긴다.

V. 결　　론

처음에 인식된 바와 같이 어업경제학은 다른 자원경제학분야와 마찬가지로 자본이론적인 관점에서 다루어져야 한다. 최적제어이론의 도움으로 자본이론은 강력하고 유연성있는 분석기법으로 전환되었다. 이것은 또한 어업경제학을 동태적관점에서 재공식화하려는 다양한 시도를 유발하였다. 본 연구의 목적은 어업경제학과 현대자본이론간의 관계를 체계적이고 엄정한 방법으로 탐구하기 위한 것이다.

본 연구는 최적어업관리를 위한 단순한 자율적선형모델로부터 시작하였다. 그 결과들은 특히 직접적(straigtforward)이었다. 최적의 안정적균형이 존재하였으며, 소위 "조정된 황금률"에 의하여 결정되었다. 나타난 최적관리정책은 "bang-bang" feedback법칙을 따르는 것이며, 이것은 어군수준을 안정적 균형수준으로 최대한 빠르게 접근(고속접근법 : most rapid approach)시키는 것이었다.

자율성가정과 선형성가정을 완화함으로써 그 모델은 두가지 방향으로 확장되었다. 자율적선형이론의 단순성은 차단구간이나 복수균형의 복잡성으로 대체되었다. 비선형성과 비자율성에 의한 복잡성이 결국 현대자본이론에 불확실성과 논쟁거리를 제공하고 있는 것으로 보인다. 본연구의 모델들은 전적으로 어업에 국한되어 있지만 재생자원의 관리를 위한 다른 모델들로 확장될 수 있을 것이다.

참고문헌

박홍립, [미시경제학], 박영사, 1986.

유동운, 강세훈, [자원경제학], 법문사, 1989.

Anderson, L.G., The Economics of Fisheries Management, 1977.

Anderson, L.G., Economic Analysis for Fisheries Management, 1981.

Clark, C.W., Mathmatical Bioeconomics : The Optimal Management of Renewable Resources, 1976.

Howe, C.W., Natural Resource Economics, 1979. Kamien, M.I. and Schwartz. N.L., Dynamic Optimization : The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management, 1981.

Mirman, L.J. and Spulber D.F., Essays in The Economics of Renewable Resources, 1982.

Pearce, D.W. and Nash C.A., The Social Appraisal of Projects, 1981.

Modern Capital Theory and Optimal Fisheries Management

Park, Jang-Il

Summary

It has been recognized, virtually from the time of its inception, that fisheries economics, like other aspects of resource economics, should ideally be cast in capital-theoretic terms. The fish population or biomass can be viewed as a capital stock in that, like conventional or man-made capital, it is capable of yielding a sustainable consumption flow through time.

This study is to introduce the optimal control theory which was extended from the theory of calculus of variations into the study of former static theory of fisheries economics started by Gordon(1954). The optimal control theory eliminated the inadequacies of the classical techniques to a large extent.

From this point of view, this study, on the base of Schaefer model, summerizes most of major results achieved so far, but does so in a manner such that the links with capital theory are made transparent. This study explores two sets of problems. The first concerns the optimal approach to the equilibrium stock, i.e. the optimal investment policy. The second set of problems arises from the relaxation of the highly restrictive assumption of autonomy(i.e. the assumption that the paramters are independent of time), then concludes the relaxation of linearity assumption together with the complexities caused by that.