

이방성 연속 곡평면 슬래브 시스템의 수치해석과 최적화 알고리즘의 개발

Development of Numerical Analysis and Optimization Algorithms for Orthotropic Continuous Curved Floor Slab Systems

박 문 호*
Park, Moon Ho

Abstract

A Practical and easily applicable methods for the numerical analysis and the optimum design of continuous and horizontally curved two-way slab systems with twelve possible edge conditions are presented. The proposed method for the numerical structural analysis is based on the use of design moment coefficients which are derived from the elastic theory of thin curved plates. The optimum values are selected from within the feasible region in the design space defined by the limit state requirements. The sequential linear programming is introduced as an analytical method of nonlinear optimization. The optimum design variables, including a effective depth and transformed steel ratios per unit width of middle and column strips of slabs, are then determined.

요 지

본 논문에서는 열 두가지의 가능한 지지조건을 갖는 연속 곡평면 2방향 슬래브 시스템에 대하여 실용적이고 간편한 수치해석과 최적 설계 방법을 제시하였다. 얇은 곡평판의 탄성이론에 의하여 유도된 설계모멘트 계수를 이용하여, 구조해석을 하는 수치해석 방법을 본 연구에서는 사용하였다. 최적화의 결과는 한계상태 설계법에 의해서 정의된 feasible 영역내에서 결정되도록 유도하였으며 슬래브의 주재료 경비함수를 변형시켜 유도한 목적함수는 한계상태 설계의 규정에 따라 역학적 거동의 문제와 사용성 제약조건을 모두 만족하면서 최적화에 이르도록 하였다. 형성된 최적화 문제는 고차의 비선형 문제로 유도 되었으며 이 비선형 최적화 문제를 연속 선형계획법을 이용하여 해석하므로써 슬래브의 유효깊이와 중간대 및 주열대의 단위폭당 변형시킨 철근비들의 최적 설계변수들을 구하였다.

1. 서 론

일정한 구간마다 다른 곡률로 이어지는 이방성 연속 곡평면 슬래브의 해석 및 설계에 가장 중요한

것은 연속 및 불연속으로 구성되는 지지조건과 기하학적 조건에 따라 정확히 이해하고 이 해석한 결과를 설계에 적용하는 것이다.

이와 같은 문제의 해결을 위하여 1800년대에는 Navier, Kirchhoff, Levy⁽¹⁾ 등이 평판 문제들의 각

* 정회원 · 경북대학교 공과대학 토목공학과 교수

단한 구조해석을 위하여 수치해석 방법을 적용하였다. 1980년 Dey와 Samuel⁽¹⁾은 Fourier 급수와 일방향 유한 차분법을 이용하여 이방성 Bridge Deck의 해석에 관하여 연구하였는데 그 해석 결과를 Heins와 Hails⁽²⁾에 의해서 얻어진 수치적, 실험적 결과와 비교하였다. 또한 1980년 Dey⁽³⁾는 집중하중을 받는 이방성 Curved Bridge Deck을 Analytical Finite Strip Method를 사용하여 해석하였는데 이 해석방법은 변위로 표시된 다항식을 극좌표로 되어 있는 곡평판의 지배 미분 방정식에서부터 요소 강성메트릭스로 유도하여 사용한 것 이외에는 Finite Strip Method와 거의 동일한 해석방법이었다.

1982~1984년 Harik^(4,5)은 단순 지지부 또는 고정지지부를 갖는 등방성 및 이방성 곡평판에 대한 구조해석을 미분 방정식의 해를 이용하여 해석하였으며, 이 결과를 구조실험을 들어 Heins 및 Timoshenko의 미분방정식의 해와 비교 검토하였다. 1984년 Onate, Sgarez⁽⁶⁾은 Linear Mindlin Strip Method를 이용하여 교량, 평판, 축대칭 Shell 등의 해석을 종합화 하였다. 1985~1987년 본 저자^(7,8)와 Harik는 Stiffened Annular Sector Plates의 정확한 구조해결을 구하는 방법과 Curved R/C Slabs의 최적화에 관한 논문을 발표하였다. 최적화에 관한 연구배경은 참고문헌(8~11)에 자세히 소개되어 있다.

본 연구에서는 이방성 연속 곡평면 슬래브를 곡률 반경 방향과 곡률 내각방향으로 분할하고 연속, 불연속의 각종 지지조건의 조합으로 구성되는 이분할된 슬래브를 판이론을 이용하여 수치적으로 해석하는 구조해석 이론을 정립하였다. 또한 개발된 구조해석 알고리즘을 이용하여 앞으로 우리의 설계 패턴으로 다가올 철근 콘크리트 한계상태 설계법을 적용하여 연속 곡평면 슬래브의 구조해석과 최적설계를 동시에 수행할 수 있는 총체적인 종합 알고리즘을 개발하였다.

2. 곡평면 슬래브의 해석

2.1 곡평면 슬래브의 단면력 및 기본 미분 방정식

슬래브면에 수직하중을 받는 이방성 곡평면 슬래브의 임의점(r,θ)에서 처짐에 대한 미분방정식을

유도하기 위하여, 그림 1과 같은 단면력들의 관계로부터 유도되는 r축 및 θ축에 대한 모멘트의 평형방정식을 각각 $\partial/\partial r$ 및 $\partial/\partial\theta$ 의 편미분을 하여 연직력의 평형방정식에 대입하여 정식화하면 식 (1)과 같다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2 M_\theta}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 (rM_r)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial M_r}{\partial \theta} - \frac{\partial M_\theta}{\partial r} + 2 \frac{\partial^2 M_{r\theta}}{\partial r \partial \theta} = -q \cdot r \quad (1)$$

$$M_r = -D_r \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \right) \right] \quad (2)$$

$$M_\theta = -D_\theta \left[\nu_r \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \right] \quad (3)$$

$$M_{r\theta} = 2D_\theta \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right] \quad (4)$$

식 (1)은 휨모멘트와 비틀림 모멘트를 고려한 이방성 곡평면 슬래브의 평형방정식으로서, 이 식에 처짐의 항으로 표시된 식 (2)~(4)의 단면력의 식을

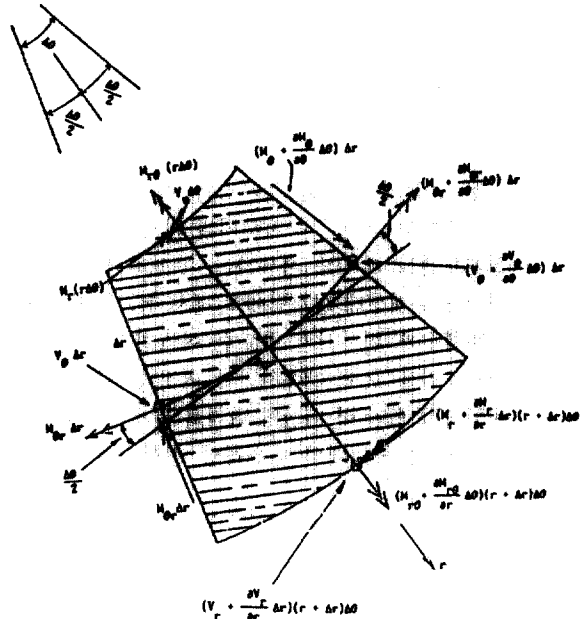


그림 1. Forces on a Curved Plate Element.

대입하여 정식화하면 이방성 곡평면 슬래브의 임의 점(r, θ)에서의 처짐에 대한 기본 미분방정식은 식 (5)와 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \nabla^4 w(r, \theta) = & D_r \left[\frac{\partial^4 w(r, \theta)}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3 w(r, \theta)}{\partial r^3} \right] + 2D_{r\theta} \\ & \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial^4 w(r, \theta)}{\partial r^2 \partial \theta^2} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial^3 w(r, \theta)}{\partial r \partial \theta^2} + \frac{1}{r^4} \frac{\partial^2 w(r, \theta)}{\partial \theta^2} \right] \\ & + D_\theta \left[\frac{1}{r^4} \frac{\partial^4 w(r, \theta)}{\partial \theta^4} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w(r, \theta)}{\partial r^2} \right. \\ & \left. + \frac{1}{r^4} \frac{\partial^2 w(r, \theta)}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial w(r, \theta)}{\partial r} \right] \\ = & q(r, \theta) \end{aligned} \quad (5)$$

곡평면 슬래브의 곡률 반경 r 축 및 곡률 내각 θ 축 방향에 따라 슬래브와 슬래브가 연속되는 사이에 Cross-beam이나 Girder가 설치되는 경우의 연속지지부를 고정지지부로 불연속 지지부를 단순지지부로 고려하였다. 한 슬래브 패널의 지지조건의 조합에 따른 구분은 그림 2와 같다. 위의 식중의 D_r 와 D_θ 는 이방성 곡평면 슬래브의 r 축과 θ 축에 관한 휨 강도이며, $D_{r\theta}$ 는 비틀림 강도를 나타내는 것으로서 이들은 다음과 같다.

$$D_r = E_r h^3 / \{12(1 - \nu_r \nu_\theta)\} \quad (6)$$

$$D_\theta = E_\theta h^3 / \{12(1 - \nu_r \nu_\theta)\} \quad (7)$$

$$D_s = G_{r\theta} h^3 / 12 \quad (8)$$

$$D_{r\theta} = D_r D_\theta + 2D_s \quad (9)$$

여기서

M_r, M_θ : 곡률반경 r 축 및 곡률 내각 θ 축에 관한 휨모멘트.

$M_{r\theta}, M_{\theta r}$: 비틀림 모멘트

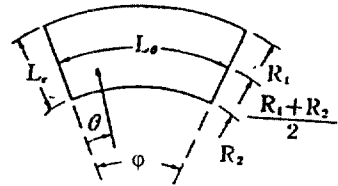
h : 슬래브의 두께

r : 곡률 반경

$\epsilon_r, \epsilon_\theta$: r 축 및 θ 축에 관한 법선 변형률

$G_{r\theta}$: 전단 탄성 계수

$(E_r, E_\theta), (\nu_r, \nu_\theta)$: r 축 및 θ 에 관한 곡평면 슬래브 탄성계수 및 포아손 비



(a) Dimensions of Curved Panel.



////// Clamped ——— Simply Supported

(b) Possible Combination of Boundary.

그림 2. Dimensions and Possible Combination of Boundary Conditions for Curved Slab Panels.

2.2 곡평면 슬래브의 미분방정식의 수치해

2.2.1 기본 미분방정식의 변환

이방성 곡평면 슬래브의 경계조건을 만족하는 식 (5)의 지배 미분방정식의 해를 수치적으로 구하기 위하여, 곡률반경 r 과 θ 의 함수로 표시되는 처짐의 방정식을 다음과 같이 수치함수의 곱의 대수화로 가정하여 해석한다.

$$w(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(r) G_n(\theta) \quad (10)$$

여기서 $F_n(r), G_n(\theta)$: n 번째 mode의 처짐에 대한 변수 r 및 θ 의 함수

식 (10) 중의 $G_n(\theta)$ 의 함수는 이방성 곡평면 슬래브의 θ 축 방향에서의 처짐면의 형상은 거의 동일하다는 조건과 θ 축 방향의 슬래브 지지부 ($\theta=0$ 및 $\theta=\phi$)에서의 경계조건 및 임의의 두처짐 mode에 따른 직교조건을 모두 만족시킬 수 있는 기본함수로 변형하여 해석한다. 이와 같은 처짐 mode에 따른 형상 및 직교 조건을 만족시키는 위한 기본 조건식은

다음의 세식으로 유도된다.

$$\int_0^{\phi} G_n(\theta) G_m(\theta) d\theta = 0 \quad (n \neq m) \quad (11)$$

$$\int_0^{\phi} \frac{d^2 G_n(\theta)}{d\theta^2} G_m(\theta) d\theta = 0 \quad (n \neq m) \quad (12)$$

$$\int_0^{\phi} \frac{d^4 G_n(\theta)}{d\theta^4} G_m(\theta) d\theta = 0 \quad (n \neq m) \quad (13)$$

식 (11)~(13)의 세 조건을 만족하는 $G_n(\theta)$ 의 함수는, 진동보(Vibrating beam)에 대한 고유함수(Eigen function)나 기둥좌굴에 대한 고유함수로써 택하여 유도할 수 있으나, 본 논문에서는 전자의 경우를 택하였다.

등단면 단경간보의 자유진동 방정식은 다음 식으로 유도된다.

$$\frac{\partial^4 w(\theta, t)}{\partial \theta^4} = -\frac{m}{EI} \frac{\partial^2 w(\theta, t)}{\partial t^2} \quad (14)$$

여기서

$w(\theta, t)$: 시간의 함수로 표시된 θ 축 방향의 처짐 방정식

\bar{m} : 단위 길이당 보의 질량

식 (14)의 기본해를 식 (15)로 가정하여 식 (14)에 대입하여 정리하면 식 (16) 및 (18)과 같다.

$$w(\theta, t) = G(\theta) \sin \omega t \quad (15)$$

$$\frac{\partial^4 G(\theta)}{\partial \theta^4} = \frac{\bar{m}\omega^2}{EI} G(\theta) \quad (16)$$

$$\mu^4 = \frac{\tau^4}{\phi^4} = \frac{\bar{m}\omega^2}{EI} \quad (17)$$

$$G(\theta)'''' = \mu^4 G(\theta) \quad (18)$$

여기서

ω : 자유진동의 circular frequency

τ : 특성방정식의 근

ϕ : 곡평면의 슬래브의 내각

식 (18)로부터 진동보의 n 번째 mode에 대한 처짐의 고유함수 $G_n(V_n)$ 의 일반해를 구하면 다음식과 같다.

$$G_n(V_n) = A_{n1} \cosh(V_n) + A_{n2} \sinh(V_n)$$

$$+ A_{n3} \cosh(V_n) + A_{n4} \sinh(V_n) \quad (19)$$

$$V_n = \frac{\tau_n \theta}{\phi} = \mu_n \theta \quad (20)$$

여기서

$A_{n1}, A_{n2}, A_{n3}, A_{n4}$: 적분상수

곡평면 슬래브의 기본 미분방정식인 식 (5)에 식 (10)을 대입하여 정리한 식을 $\theta=0$ 을 하한치로 $\theta=\phi$ 를 상한치로 취하여 적분하여 정식화한 식에 식 (11)~(13)를 대입하여 이방성 곡평면 슬래브의 임의의 처짐 mode m 에 대한 미분방정식을 유도하면 식 (21)과 같다.

$$\begin{aligned} D_r \frac{d^4 F_m(\theta)}{dr^4} + \frac{2D_r}{r} \frac{d^3 F_m(r)}{dr^3} - (D_0 + 2D_{r0} \mu_m^2 d_{2m}) \\ \frac{1}{r^2} \frac{d^2 F_m(r)}{dr^2} - (D_0 + 2D_{r0} \mu_m^2 d_{2m}) \frac{1}{r^3} \frac{dF_m(r)}{dr} \\ + [D_0 \mu_m^4 d_{3m} - 2(D_0 + D_{r0}) \mu_m^2 d_{2m}] \frac{F_m(r)}{r^4} \\ = q d_{1m} f(r) \end{aligned} \quad (21)$$

식 21에서

$$q(r, \theta) = qf(r)g(\theta) \quad (22)$$

$$d_{1m} = \frac{\int_0^{\phi} g(\theta) G_m(\theta) d\theta}{\int_0^{\phi} G_m^2(\theta) d\theta} \quad (23)$$

$$\mu_m^2 d_{2m} = \frac{\int_0^{\phi} \frac{d^2 G_m(\theta)}{d\theta^2} G_m(\theta) d\theta}{\int_0^{\phi} G_m^2(\theta) d\theta} \quad (24)$$

$$\mu_m^4 d_{3m} = \frac{\int_0^{\phi} \frac{d^4 G_m(\theta)}{d\theta^4} G_m(\theta) d\theta}{\int_0^{\phi} G_m^2(\theta) d\theta} \quad (25)$$

여기서

d_{m1}, d_{m2}, d_{m3} : m 번째 처짐 mode의 상수

2.2.2 미분방정식의 수치해

1) 미분방정식의 동차해

이방성 곡평면 슬래브의 변환된 미분방정식 식 (21)의 수치해는 다음과 같다.

$$F_m(r) = F_{Hm}(r) + F_{pm}(r) \quad (26)$$

여기서

$F_{Hm}(r)$: 동차해, $F_{pm}(r)$: 특수해

식 (26)에서 $F_{Hm}(r)$ 은 식 (27)과 같이 유도된다.

$$F_{Hm}(r) = \sum_{k=1}^4 B_k e^{aklnr} \quad (27)$$

여기서 B_k 는 곡평면 슬래브의 θ 축 방향의 지지 부조건에 따라 결정되는 계수 식 (27)에서

$$a_{(1,2,3,4)} = 1 \pm \{C_m \pm (C_m^2 - D_m)^{1/2}\}^{1/2} \quad (28)$$

식 (28)에서

$$C_m = (1 + f + 2g \mu_m^2 d_{1m})/2 \quad (29)$$

$$D_m = f(1 - 2\mu_m^2 d_{2m} + \mu_m^4 d_{3m}) \quad (30)$$

$$f = D_\theta/D_r \quad (31)$$

$$g = D_{r\theta}/D_r \quad (32)$$

등방성 곡평면 슬래브의 경우는 $f=g=1$ 이다.

2) 미분방정식의 특수해

이방성 곡평면 슬래브면에 수직으로 작용하는 하중조건에 따라 식 (26)의 특수해를 유도하면 다음과 같다.

(1) r 축 방향에 선형분포하중이 작용할 경우

r 축 방향으로 선형분포하중이 작용하므로 식 (22)의 하중함수는 식 (33)로 정식화되며 이 경우의 미분방정식의 특수해는 식 (34)와 같다.

$$q(r,\theta) = qf(r)g(\theta) = q(a+br) \quad (33)$$

식 (33)에서 $f(r)=a+br$, $g(\theta)=1.0$ 이며 a,b 는 상수이다.

$$F_{pm} = \frac{ad_{1m}}{f(\mu_m^4 d_{3m} - 2\mu_m^2 d_{2m} - 8) - 18g\mu_m^2 d_{2m} + 72} \frac{q_4 \cdot r^4}{D_r} + \frac{bd_{1m}}{f(\mu_m^4 d_{3m} - 2\mu_m^2 d_{2m} - 15) - 32g\mu_m^2 d_{2m} + 240} \frac{q \cdot r^5}{D_r} \quad (34)$$

(2) θ 축 방향에 선형분포하중이 작용할 경우

θ 축 방향으로 선형분포하중이 작용하므로 식 (22)의 하중함수는 식 (35)로 정식화되며 이 경우의 미분방정식의 특수해는 식 (36)과 같다.

$$q(r,\theta) = qf(r)g(\theta) = g(c+d\theta) \quad (35)$$

식 (35)에서 $f(r)=1.0$, $q(\theta)=(c+d\theta)$ 이며 c,d 는 상수이다.

$$F_{pm} = \frac{d_{1m}}{f(\mu_m^4 d_{3m} - 2\mu_m^2 d_{2m} - 8) - 18g\mu_m^2 d_{2m} + 72} \frac{q \cdot r^4}{D} \quad (36)$$

(3) 등분포 하중이 작용할 경우

곡평면 슬래브면에 수직으로 등분포하중이 작용하는 경우 식 (22)의 하중함수는 $f(r)=g(\theta)=1.0$ 이므로 $q(r,\theta)=q$ 로서 반환되며 미분방정식의 특수해는 식 (34)에서 $a=1.0$, $b=0$ 인 경우가 된다.

전술한 바와 같이 미분방정식의 수치해를 이용하여 이방성 곡평면 슬래브의 임의점(r,θ)에서의 처짐 방정식의 수치해를 구하면 식 (10)와 식 (26)로부터 다음과 같이 정식화된다.

$$W(r,\theta) = \sum_{m=1}^{\infty} [F_{Hm}(r) + F_{pm}(r)] G_m(\theta) \quad (37)$$

슬래브의 임의점의 위치를 나타내는 (r,θ)의 두 변위 함수로 유도된 식 (37)의 처짐 방정식을 이용하여 슬래브의 지지조건 및 재하조건에 따른 이방성 곡평면 슬래브의 임의점에서의 변형률, 응력 및 단면력을 결정할 수 있다.

2.3 최대모멘트 계수법에 의한 2 방향 곡평면 슬래브의 설계 단면력

철근 콘크리트 2방향 곡평면 슬래브는 r 축과 θ 축 방향으로 각각 중간대와 두 주열대로 구분하고, 중간대 및 주열대는 다시 중앙부와 단부 부분으로 분할한다. 이와같이 분할된 곡평면 2방향 슬래브의 설계 단면력은 슬래브의 지지조건과 재하조건에 따라서 곡평판 이론으로 해석된 수치해를 적용하여 해석하는 것이 일반적이나 이는 해석하는데 엄청난 전산시간과 번거로움을 갖게 되므로 본 논문에서는 r 축과 θ 축 방향으로 연속으로 지지된 2방향 곡평면 슬래브중 임의 경간의 슬래브 패늘에서 r 축 및 θ 축 방향의 최대 정, 부모멘트 계수를 앞절에서 유도한 수치해를 이용하였다. 임의 경간의 2방향 곡평면 슬래브의 두 축방향의 중간대 및 주열대의 중앙부와 단부에서의 설계 모멘트들을, 최대 정·부모멘트 계수를 이용하여 구하는 최대모멘트 계수법을 사용하였다.

본 연구에서의 2방향 곡평면 슬래브의 설계 모멘트의 일반식을 형성하면 다음과 같다.

2.3.1 2방향 곡평면 슬래브의 최대 정·부모멘트
 처짐 방정식의 수치해 식 (37)을 이용하여 2방향 곡평면 슬래브의 r축 및 θ 축 방향의 중간대 및 주열대에서의 최대 정·부모멘트 식들을 식 (2)와 식 (3)으로부터 간략화하면 다음과 같다.

$$M_{r_{\max}^+} = Ar^+ qR_1^4 \quad (38)$$

$$M_{r_{F\max}^-} = A_{rF}^+ qR_1^4 \quad (39)$$

$$M_{r_{S\max}^-} = A_{rs}^+ qR_1^4 \quad (40)$$

$$M_{\theta_{\max}^+} = A_\theta^+ qR_1^4 \quad (41)$$

$$M_{\theta_{F\max}^-} = A_{\theta F}^+ qR_1^4 \quad (42)$$

$$M_{\theta_{S\max}^-} = A_{\theta S}^- qR_1^4 \quad (43)$$

여기서

$M_{r_{\max}^+}, M_{\theta_{\max}^+}$: 슬래브 패들의 r축 및 θ 축 지지방향의 최대정모멘트

$M_{r_{F\max}^-}, M_{\theta_{F\max}^-}$: 슬래브 패들의 r축 및 θ 축 지지방향의 연속지지부에서의 최대 부모멘트

$M_{r_{S\max}^-}, M_{\theta_{S\max}^-}$: 슬래브 패들의 r축 및 θ 축 지지방향의 불연속지지부에서의 최대 부모멘트

$A_r^+, A_\theta^+, A_{rF}^+, A_{rs}^+, A_{\theta F}^+, A_{\theta S}^-$: 모멘트 계수

q : 단위 면적당 슬래브 패들에 작용한 등분포하중

R_1 : 슬래브 패들의 의경

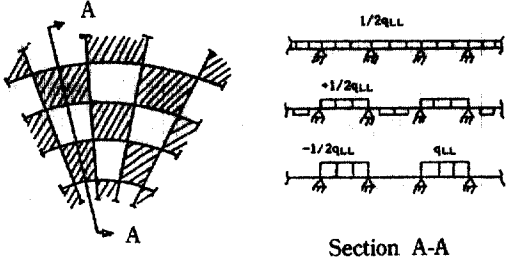
식 (38)과 식 (39)에서의 최대 정모멘트 계수 A_r^+ 와 A_θ^+ 는 슬래브의 r축 방향 및 θ 축 방향의 중간대의 중앙 ($r=(R_1+R_2)/2, \theta=\varphi/2$)에서 결정된 것이다. 최대 부모멘트 계수 중 A_{rF}^- 와 A_{rs}^- 는 슬래브의 r축 방향의 연속 지지부 또는 불연속 지지부를 갖는 주열대의 중간부 ($r=R_1$ 또는 $R_2, \theta=\varphi/2$)에서 $A_{\theta F}^-$ 와 $A_{\theta S}^-$ 는 슬래브의 θ 축 방향의 연속 지지부 또는 불연속 지지부를 갖는 주열대의 중간부 ($r=(R_1+R_2)/2, \theta=0$ 또는 φ)에서 각각 결정된 최대 모멘트 계수들이다. $M_{r_{\max}^+}, M_{r_{F\max}^-}, M_{r_{S\max}^-}$ 는 이 방향 연속곡평면 스텔라의 지지방향으로 r축을 고려하였을 경우에 임의의 한 경간의 곡평면 슬래브

패들을 r축 방향으로 중간대와 두 주열대로 삼분하고 또 중간대와 두 주열대를 θ 축 방향으로 중간부와 두개의 단부로 다시 삼분하여 생긴 아홉개의 구역에서의 모멘트중 최대 정부 모멘트이다. $M_{\theta_{\max}^+}, M_{\theta_{F\max}^-}$ 및 $M_{\theta_{S\max}^-}$ 는 슬래브의 지지방향으로 θ 축을 고려하였을 경우에 동일한 방법으로 얻어지는 최대 정·부 모멘트이다. 만일 곡평면 슬래브의 r축 방향의 양단의 지지조건이 동일한 경우에는 $M_{r_{F\max}^-}$ 과 $M_{r_{S\max}^-}$ 는 같은 값을 가지며, θ 축 방향에 대해서도 양단이 동일한 지지조건일 경우에는 $M_{\theta_{F\max}^-}$ 과 $M_{\theta_{S\max}^-}$ 는 같은 값을 갖는다.

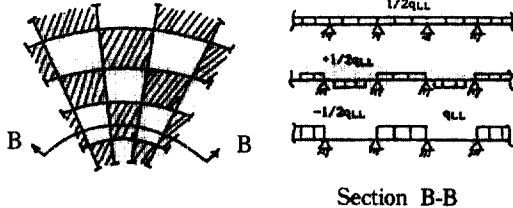
2.4 2방향 곡평면 슬래브의 설계모멘트

(1) 중간대의 중앙부에서의 설계모멘트

2방향 곡평면 슬래브의 중간대의 중앙부에서의 설계모멘트는 r축 및 θ 방향으로 연속으로 지지된 슬래브에, 단위 면적당의 등분포사하중 q_{DL} 를 만재시키고 활하중 q_{LL} 를 그림 3과 같이 교번하중으로 작용시켰을 때의 재하조건에서 구한 모멘트로서 그림 2의 Case i의 지지조건의 슬래브에 대하여 이를



(a) Maximum Positive Moments for Section A-A



(b) Maximum Positive Moments for Section B-B

그림 3. Critical Loading Patterns for Maximum Positive Moments.

모멘트 계수를 이용하여 정식화시키면 다음과 같다.

$$M_{rmax}^+ = M_{rDmax}^+ + M_{rLmax}^+ \quad (44)$$

$$M_{\theta max}^+ = M_{\theta Dmax}^+ + M_{\theta Lmax}^+ \quad (45)$$

식 (44), (45)에서

$$M_{rDmax}^+ = A_{ri} + q_{DL}R_1^2 \quad (46)$$

$$M_{rLmax}^+ = \frac{1}{2}(A_{ri} + A_{r1})q_{LL}R_1^2 \quad (47)$$

$$M_{\theta Dmax}^+ = A_{\theta i} q_{DL}R_1^2 \quad (48)$$

$$M_{\theta Lmax}^+ = \frac{1}{2}(A_{\theta i} + A_{\theta 1})q_{LL}R_1^2 \quad (49)$$

여기서

M_{rDmax}^+ , M_{rLmax}^+ : 사하중 및 활하중에 의한 r 축 방향으로 지지된 슬래브의 중간대의 중앙부에서의 최대정모멘트

$M_{\theta Dmax}^+$, $M_{\theta Lmax}^+$: 사하중 및 활하중에 의한 θ 축 방향으로 지지된 슬래브의 중간대의 중앙부에서의 최대정모멘트

A_{ri} , $A_{\theta i}$: Case i의 지지조건인 슬래브의 모멘트 계수

A_{r1} , $A_{\theta 1}$: Case 1의 지지조건인 슬래브의 모멘트 계수

그림 3에서의 빗금친 부분의 슬래브 패널이 임계 하중조건을 고려한 슬래브 패널이다.

(2) 연속으로 지지된 주열대의 중간부에서의 설계모멘트

설계 고려 슬래브 패널의 주열대가 연속으로 지지된 지지부와 접하고 있는 경우의 주열대의 중간부에서의 설계모멘트는, 연속 곡평면 슬래브의 전 구간에 걸쳐 등분포 사하중과 활하중이 만재하였을 경우의 주열대 중간부에서 생기는 최대 부모멘트로서 그림 2의 Case i의 지지조건인 슬래브에 대하여 이를 모멘트 계수를 이용하여 정식화시키면 다음과 같다.

$$M_{rFmax}^- = A_{ri}^-(q_{DL} + q_{LL})R_1^2 \quad (50)$$

$$M_{\theta Fmax}^- = A_{\theta i}^-(q_{DL} + q_{LL})R_1^2 \quad (51)$$

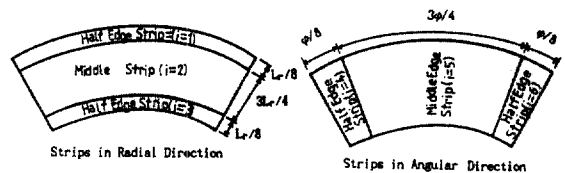
(3) 불연속으로 지지된 주열대의 중간부에서의 설계 모멘트

설계고려 슬래브 패널의 주열대가 불연속으로 지지된 단순지지부와 접하고 있으므로 실제로는 모멘트가 발생하지 않으나 철근콘크리트 곡평면 슬래브의 단순지지부에서 발생할 수 있는 예기치 않은 부모멘트에 저항하기 위하여 본 논문에서는 이 경우의 설계 부모멘트를 슬래브의 중간대의 중앙부에서의 설계 정모멘트의 1/3로 택하였다.

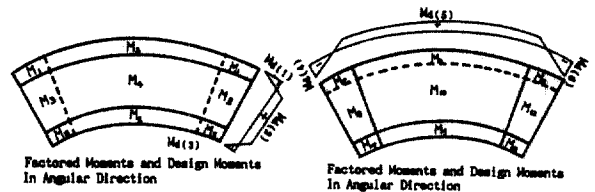
$$M_{rsmax}^- = \frac{1}{3}M_{rmax}^+ \quad (52)$$

$$M_{\theta smax}^- = \frac{1}{3}M_{\theta max}^+ \quad (53)$$

(4) 중간대와 주열대의 단부에서의 설계 모멘트
2방향 곡평면 슬래브의 중간대와 주열대의 단부에서의 설계 모멘트는 앞의 (1), (2), (3)에서 유도한 설계모멘트와 이 설계 모멘트의 1/3을 취한 값의 산술 평균을 각각의 경우에 대하여 설계모멘트로서 택하였다. 그림 4는 한계상태 설계법에 의한 2방향 곡평면 슬래브의 구분과 슬래브의 중간대 및 주열대에서의 설계 모멘트를 나타낸 것이다. 그림 4(b)



(a) Proportional of Panel Strips



(b) Factored Moments and Design Moments

그림 4. Proportions of Strips and Factored Moments and Design Moments.

에서 $M_d(j)$ 는 곡평면슬래브의 j 번째 strip의 단부와 중앙부에서의 두개의 최대 모멘트 중 큰 값을 택한 설계 모멘트이다.

3. 연속곡평면 슬래브의 최적화 알고리즘

3.1 목적함수

그림 5(a)와 같은 연속 곡평면 슬래브 시스템의 최적화를 위한 설계 변수의 향으로 표시되는 목적 함수를 형성하면 다음과 같다.

$$C^*(Z) = \sum_k C_c \delta_k d_k \left[K_k \sum_j (V_{k(j)} L_{ak(j)}) + \frac{R_{k(1)}^2 - R_{k(2)}^2}{2} \phi_k \right] \quad (54)$$

식 (54)에서

$$\delta_k = h_k / d_k = (d_k + d') / d_k \quad (55)$$

$$k_k = (C_k f_{cu}) / (C_c f_y \delta_k) \quad (56)$$

$$V_{k(j)} = (A_{sk(j)} f_y) / (b d_k f_{cu}) \quad (57)$$

여기서

$C^*(Z)$: 연속곡평면 슬래브의 설계변수의 함수로 표시된 목적함수

Z : 설계변수

C_c, C_s : 단위 체적당의 콘크리트 및 철근의 경비

d_k, h_k : 연속곡평면 슬래브 중 k 번째 슬래브 패들의 유효깊이 및 두께

$L_{ak(j)}, A_{sk(j)}$: k 번째 슬래브의 j 번째 설계고려 슬래브 패들부의 배근길이 및 철근 단면적

$R_{k(1)}, R_{k(2)}$: k 번째 슬래브의 외경 및 내경

ϕ_j : j 번째 슬래브 피들의 곡률내각

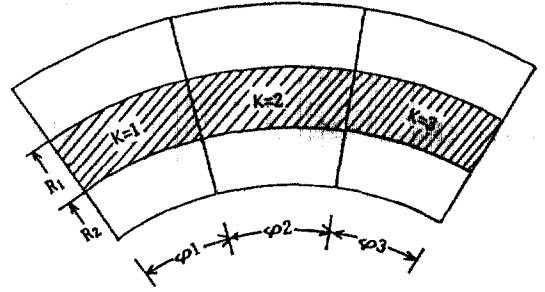
b : 슬래브의 단위 폭

f_y, f_{cu} : 철근 및 콘크리트의 특성 강도

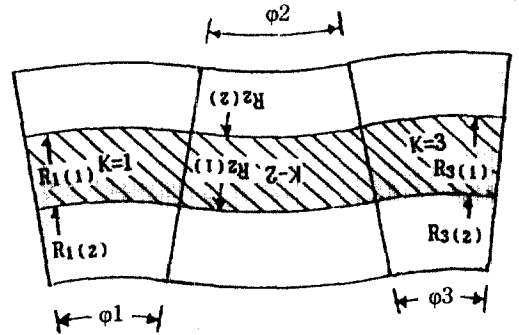
경비함수로 표시된 목적함수 C^* 를 최적화 과정에서 수렴성을 보장하고 양호하게 하기 위하여^{(6),(12)} 식 (54)를 변형하면 식 (58)과 같다.

$$C(Z) = \sum_k \left[d_k \left(K_k \frac{2}{\{R_{k(1)}^2 - R_{k(2)}^2\} \phi_k} \sum_j V_{k(j)} L_{sk(j)} + 1 \right) \right] \quad (58)$$

식 (54)와 식 (58)에서의 $C^*(z)$ 와 $C(z)$ 는 설계 변수



(a) Curved Slab System



(b) Circular Slab System

그림 5. Continuous Curved Slab Systems.

d_k 와 $V_{k(j)}$ 로서 유도된 목적함수이며, d_k 와 $V_{k(j)}$ 의 연속곡평면 슬래브 시스템의 k 번째 슬래브의 설계변수는 유효깊이 d 와 $V_{(j)}$ 설계변수를 갖게되며 $V_{(j)}$ 는 전술한 바와 같은 곡평면 슬래브의 중간대 및 주열대 각부에서의 설계모멘트와 관련된 설계변수이다. 연속곡평면 슬래브 시스템의 임의의 k 번째 슬래브의 중간대 및 주열대 각부에서의 주철근의 길이 $L_{sk(j)}$ 를 그림 4(b)에 표시된 최대 모멘트의 함수로 정식화하면 다음과 같다.

r 축 방향에 대한 정식화된 주철근 길이

$$j=1; L_{sk(1)} = \frac{15R_{k(1)} + R_{k(2)}}{64} \frac{\phi_k}{b} \left[\frac{R_{k(1)} - R_{k(2)}}{8} \left(\frac{M_{k(1)}}{M_{k(1)} + M_{k(3)}} + \frac{3M_{k(2)}}{M_{k(2)} + M_{k(4)}} \right) + L_{ex(1)} \right] \quad (59)$$

$$j=2; L_{sk(1)} = \frac{R_{k(1)} + R_{k(2)}}{16} \frac{\phi_k}{b} \left[\frac{R_{k(1)} - R_{k(2)}}{8} \right]$$

$$\left(64 - \frac{M_{k(1)}}{M_{k(1)} + M_{k(3)}} - \frac{3M_{k(2)}}{M_{k(2)} + M_{k(4)}} \right. \\ \left. - \frac{M_{k(5)}}{M_{k(2)} + M_{k(4)}} - \frac{3M_{k(6)}}{M_{k(4)} + M_{k(6)}} \right) + L_{ex(2)} \quad (60)$$

$$j=3: L_{sk(3)} = \frac{R_{k(1)} + 15R_{k(2)}}{64} \frac{\phi_k}{b} \left[\frac{R_{k(1)} - R_{k(2)}}{8} \right. \\ \left. \left(\frac{M_{k(5)}}{M_{k(3)} + M_{k(5)}} + \frac{3M_{k(6)}}{M_{k(4)} + M_{k(6)}} \right) + L_{ex(3)} \right] \quad (61)$$

θ 축 방향에 대한 정식화된 주철근길이

$$j=4: L_{sk(4)} = \frac{R_{k(1)} - R_{k(2)}}{8b} \left[\frac{R_{k(1)} + R_{k(2)}}{8} \phi_k \right. \\ \left. \left(\frac{M_{k(7)}}{M_{k(7)} + M_{k(9)}} + \frac{3M_{k(8)}}{M_{k(8)} + M_{k(10)}} \right) + L_{ex(4)} \right] \quad (62)$$

$$j=5: L_{sk(5)} = \frac{R_{k(1)} + R_{k(2)}}{16b} \left[\frac{R_{k(1)} + R_{k(2)}}{8} \phi_k \right. \\ \left. \left(64 - \frac{M_{k(7)}}{M_{k(7)} + M_{k(9)}} - \frac{3M_{k(8)}}{M_{k(8)} + M_{k(10)}} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{M_{k(11)}}{M_{k(9)} + M_{k(11)}} - \frac{3M_{k(12)}}{M_{k(10)} + M_{k(12)}} \right) + L_{ex(5)} \right] \quad (63)$$

$$j=6: L_{sk(4)} = \frac{R_{k(1)} - R_{k(2)}}{8b} \left[\frac{R_{k(1)} + R_{k(2)}}{8} \phi_k \right. \\ \left. \left(\frac{M_{k(11)}}{M_{k(9)} + M_{k(11)}} - \frac{3M_{k(12)}}{M_{k(10)} + M_{k(11)}} \right) + L_{ex(6)} \right] \quad (64)$$

여기서 $M_{k(1)}$, $M_{k(2)}$, ..., $M_{k(12)}$ 는 그림 4(b)에서 보여주는 바와 같은 곡평면슬래브의 r 축 및 θ 축에 대한 각각의 strip에서의 모멘트들이다. $M_{k(4)}$ 는 식 (44)로, $M_{k(10)}$ 은 식 (45)으로 유도된 중간대의 중앙부에서의 최대 정모멘트들이며 $M_{k(2)}$ 와 $M_{k(16)}$ 은 식 (50) 또는 식 (52)으로, $M_{k(8)}$ 과 $M_{k(12)}$ 는 식 (51) 또는 식 (53)로 유도된 주열대의 중간부에서의 최대 부 모멘트들이다. $M_{k(1)}$, $M_{k(5)}$, $M_{k(7)}$ 및 $M_{k(3)}$, $M_{k(4)}$ 은 주 열대의 단부에서의 최대 모멘트 중 큰 값을 택한 것으로 본 논문의 최적화에서는 설계모멘트로 택하였다. $L_{ex(j)}$ 는 j 번째 슬래브 패들부의 여분의 배근 길이이다.

3.2 제약조건

1) 휨모멘트 제약조건식

한계 상태 설계법(13)에 의하여 휨모멘트에 대한 제약 조건식을 유도하여 정식화하면 식 (65)과 같다.

$$G_{1k(j)}(Z) = M_{uk(j)} - M_{dk(j)} \geq 0 \quad (65)$$

식 (65)에서 $M_{dk(j)}$ 는 전술한 바와 같은 연속곡평면 슬래브중 k 번째 슬래브 패들의 j 번째 strip의 설계 모멘트이며, 슬래브 단면의 저항 모멘트 $M_{uk(j)}$ 는 다음식과 같이 설계변수의 함수로 유도된다.

$$M_{uk(j)} = \frac{f_{cu}}{\gamma_{mr}} b d_k^2 V_{k(j)} \left[1 - \frac{V_{k(j)}}{0.8\gamma_{mr}} \right] \quad (66)$$

여기서,

γ_{mr} : 철근의 강도에 대한 부분 안전 계수

2) 압축단으로부터 중립축까지의 거리에 대한 제약조건

슬래브와 같이 두께가 얇은 단철근의 휨부재의 경우 슬리브 단면의 압축단으로부터 중립축까지의 거리는 유효깊이의 1/2로 제한한다는 한계상태의 설계규정에 따라 이를 설계변수의 함수로 표시되는 제약조건식을 유도하면 식 (67)와 같다.

$$G_{2k(j)}(Z) = 0.2\gamma_{mr} - V_{k(j)} \geq 0 \quad (67)$$

3) 처짐에 대한 제약조건식

한계 상태 설계시방서 BS 8110에 의하면 슬래브의 처짐에 관한 제약은, 본 논문에서의 처짐 방정식 (37)과 같이 계산에 의하여 제약조건을 유도하거나 슬래브의 지지경간과 유효깊이와의 비의 한계에 의하여 제약조건을 유도할 수 있도록 규정하고 있다. 본 논문에서는 슬래브의 지지조건 및 철근의 응력 등을 고려하여 참고문헌 (8), (12), (14)과 같은 같은 방법으로 유도하여 정식화하였다.

$$G_{3k(j)}(Z) = \gamma_{tdk} - L_{min} \left[1.475 + 0.0018676 f_y \right. \\ \left. - 0.6251 \log \left\{ \frac{\gamma_{mr} f_y}{\gamma_{mr} f_{cu} V_{k(j)}} \right\} \right] \quad (68)$$

여기서,

γ_{td} : 슬래브 지지조건에 따른 계수

M_{min} : 슬래브의 단면 경간 길이

γ_{mc} : 콘크리트의 강도에 대한 부분 안전 계수

4) 최소, 최대 철근비 및 단면 형상에 대한 제약

조건식

곡평면 슬래브의 최소 최대철근비 및 단면형상에 대한 제약 조건식을 유도하여 정식화하면 다음과 같다.

$$G_{4k}(Z) = f_{cu} V_{k0} - f_y P_{min} \geq 0 \quad (69)$$

$$G_{5k}(Z) = f_y P_{max} - f_{cu} V_{k0} \geq 0 \quad (70)$$

$$G_{6k}(Z) = d_k - d_{min} \geq 0 \quad (71)$$

여기서

P_{min} , P_{max} : 최소, 최대 철근비

d_{min} : 슬래브의 최소 유효깊이

3.3 연속선형 계획법에 의한 최적화 형성

본 연구에서는 비선형 다제약 다설계 변수를 갖는 연속 곡평면 슬래브의 최적화에 적합한 연속 선형 계획법으로 최적화를 시도하였다. 연속 선형 계획법은 Kellogg⁽¹⁵⁾와 Griffith, Stewart⁽¹⁶⁾에 의하여 수학적으로 규명하였으며 많은 연구자^{(17),(18)}들이 구조공학 분야에 적용하여 새로운 Algorithm을 개발하였다.

각 설계점에서 비선형의 제약조건식 및 목적함수를 Taylor 급수전개에 의하여 선형화하고, 이 변형된 선형문제에 선형 계획 알고리즘을 적용함으로써 근사해를 구한 후, 이 근사해를 이용하여 초기 설계점을 수정한다. 이런 과정을 만족할 만한 값이 구하여 질때까지 반복하므로써 최종적으로 최적해를 얻게된다. 즉 $K+1$ 번째 선형화를 위한 k 번째 선형화된 설계변수 \vec{Z}^k 주위에서 비선형 계획 문제를 성형계획 문제로 변형시킨 연속 선형 계획문제는 다음과 같다.

$$\text{Minimize } C(\vec{z}) \simeq C(\vec{z}^k) + \nabla C(\vec{z}^k) (\vec{z} - \vec{z}^k) \quad (72)$$

$$(k=1,2,3,\dots,N)$$

$$\text{subject to } J(\vec{z}^k) \vec{z} \geq J(\vec{z}^k) \vec{z}^k - G(\vec{z}^k) \quad (73)$$

식 (72)의 $\nabla C(\vec{z}^k)$ 와 식 (73)의 $J(\vec{z}^k)$ 는 k 번째 반복과정에 의하여 수정된 설계변수 \vec{z}^k 에 관한 $C(\vec{z}^k)$ 와 제약 조건식 $G(\vec{z}^k)$ 의 Gradient matrix와 Jacobian matrix이다. 본 연구에서 적용한 연속선형 계획에 의한 철근 콘크리트 연속 곡평면 슬래브의 최적화 알고리즘을 요약하면 다음과 같다.

(1) 초기 가정 설계 변수, 슬래브 시스템의 기하학적 조건 및 설계하중 등 layout부여,

(2) 연속 곡평면 슬래브의 수치 해석. (설계 단면력 결정)

(3) 연속 곡평면 슬래브의 설계 방법 부여.

(4) 연속 곡평면 슬래브 시스템에 따른 제약조건 조합 및 연속선형 계획법을 이용하여 다음 설계변수의 결정.

(5) (4)에서 계산된 설계변수를 (1)의 초기 가정 설계변수로 바꾸어 되풀이 과정을 수행.

(6) (5)의 초기 가정 설계변수의 최적설계 변수가 요구되는 정도 만큼 같아질 때까지 (1)~(5)를 반복 수행하여 최적 설계변수를 결정한다.

4. 최적 설계 예 및 고찰

4.1 최적 설계 예

4.1.1 구조 형상과 설계 조건

철근 콘크리트 연속 곡평면 슬래브 시스템의 최적화를 위한 구조 형상은 그림 5의 (a)와 (b)의 빗금친 부분이며 이들의 연속곡평면 슬래브 시스템을 최적화하기 위하여 선정한 설계 조건들은 표 1과 같다.

4.1.2 최적 설계 결과

표 1의 설계조건과 기하학적 조건을 주어 최적해를 구하면 그림 6~그림 10 및 표 2와 같다.

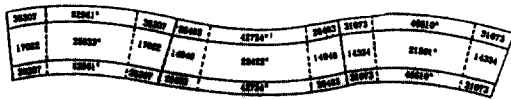
4.2 고찰

본 연구에서 개발한 연속곡평면 슬래브 시스템의 수치해석과 최적화 알고리즘을 이용하여 구조해석과 설계한 연속곡평면 슬래브 시스템의 최적설계 예들을 중심으로 결과를 고찰하면 다음과 같다.

1. 일정한 구간마다 서로 다른 곡률반경과 곡률 내각을 갖는 연속곡평면 슬래브의 설계모멘트는 그림 6에서 보여주는 바와같이 r 축 지지방향과 θ 축 지지방향의 중간대의 중앙부 주열대의 중앙부의 모멘트가 슬래브 패널의 각 strip에서의 최대 모멘트가 된다. 이와같은 최대모멘트가 슬래브 패널의 각 strip에서의 설계 모멘트가 되는데 이는 한계상태가 strip의 길이에 1/8에 지나지 않으므로 각 strip에서의 최대모멘트를 설계모멘트로 택할 수 있다. 고로 곡평면 슬래브의 설계시에 본 연구의 모멘트 계수

표 1. Design Data

Proportions	Assumed design data	
	Curved slab system	Circular slab system
$R_{1(1)}, R_{1(2)}$ (mm)	42500, 32500	42000, 32000
$R_{2(1)}, R_{2(2)}$	40000, 30000	42000, 32000
$R_{3(1)}, R_{3(2)}$	45000, 35000	42000, 32000
$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ (°)	14, 15, 12	16, 14, 12
b, d_{min} (mm)	1000, 100	
q_{DL}, q_{LL} (N/mm)	9, 12	
f_y, f_{cu} (N/mm ²)	250, 25	
P_{min}, P_{max}	0.0025, 0.004	
$\gamma, \gamma_{mc}, \gamma_{mr}$	26, 1.50, 1.15	
$C_s/C_c, v_r/v_6$	72, 1/6	
Tolerance of obj.	0.01	

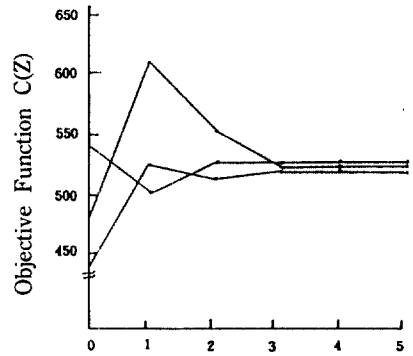


Radial Direction

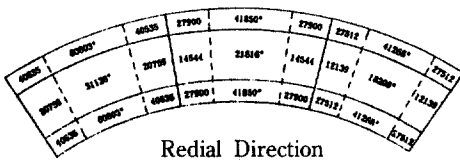


Angular Direction

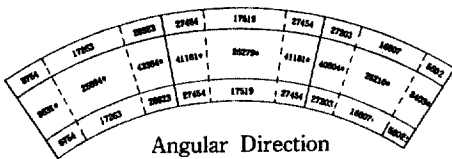
(a) Curved Slab System



(a) Curved Slab System

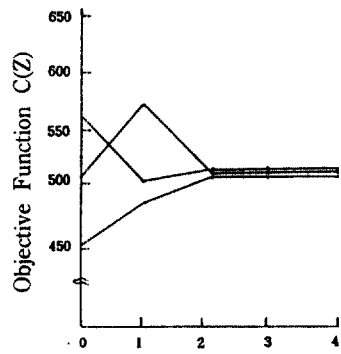


Radial Direction



Angular Direction

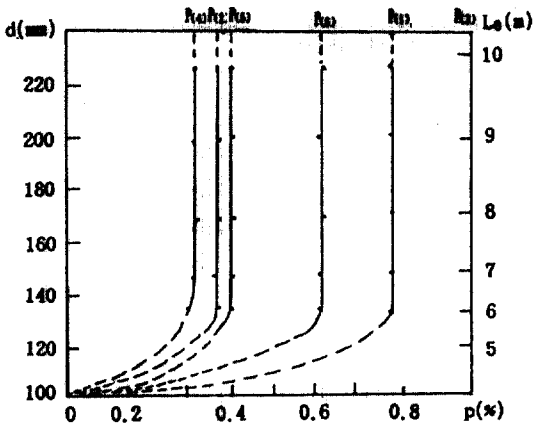
(b) Circular Slab System



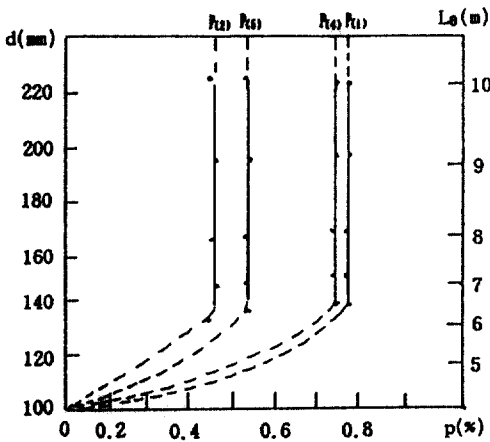
(b) Circular Slab System

그림 6. Factored Moments and Design Moments (* marked) (Dimension: N·m).

그림 7. Optimum Design Procedure.



(a) Curved Slab System

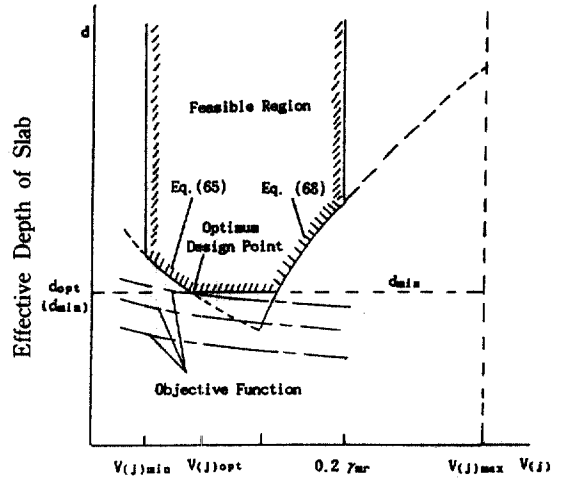


(b) Circular Slab System

그림 8. Effective Depth Versus Percent of Reinforcement According to Changes of Span Length (L_0).

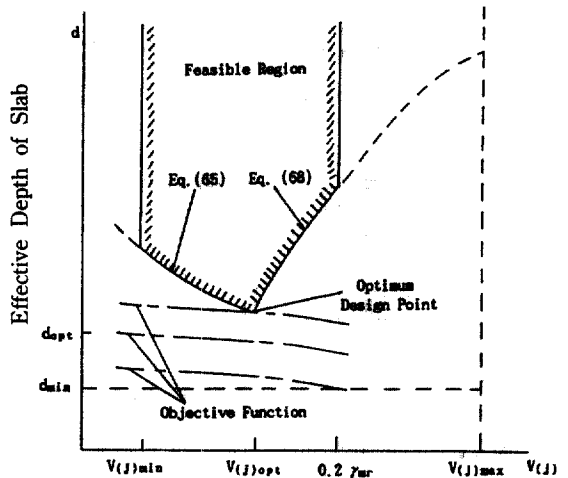
법에 의한 구조해석을 이용할 경우 슬래브 패널의 r축 지지방향과 θ 축 지지방향의 strip에서의 중간대와 주열대의 중앙부에서의 모멘트만을 수치해석으로 간단히 구하여 설계모멘트로서 사용할 수 있다.

2. 연속곡평면 슬래브 시스템의 최적화에는 슬래브의 중립축 거리와 휨응력에 관한 극한 한계 상태의 제약조건들과 처짐의 한계를 정해주는 경간과 스투브의 유효깊이의 비에 관한 사용성 한계상태의 제약조건들이 주제약 조건들로 나타났는데 그중 휨응력과 처짐에 관한 제약이 선행적 임계제약 조건임을



Factored Design variables

그림 9. The Objective Function Contours and the Optimum Design Point (the Case of $d_{opt} > d_{min}$).



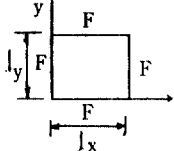
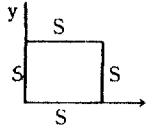
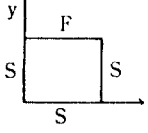
Factored Design variables

그림 10. The Objective Function Contours and the Optimum Design Point (the Case of $D_{opt} = D_{min}$).

보여주었다. 고로 철근 콘크리트 연속곡평면 슬래브 시스템의 최적화에는 휨응력과 처짐에 관한 제약조건을 반드시 고려하여 최적화 문제를 형성하여야 한다고 생각한다.

3. 본 연구의 최적화 알고리즘은 철근 콘크리트

표 2. Deflection and Moment at the Center of a Square Slab Subjected to a Uniformly Distributed Load $(\mu_x = \mu_y = 1/6, D_y/D_x = 1)$

Boundary Conditions	Reference	Deflection $W(ql_x^2/D)$	Moment $M_x(ql_x^2)$	Moment $M_y(ql_x^2)$
	Present Study	0.004063	0.04782	0.04781
	Ref. (21)	0.004055	0.0475	0.0472
	Exact (22)	0.00406	0.0479	0.0479
	Present Study	0.001284	0.02335	0.02440
	Ref. (21)	0.001271	0.02345	0.0236
	Exact (22)	0.00126	0.0231	0.0231
	Present Study	0.002804	0.03919	0.03406
	Ref. (21)	0.00272	0.0384	0.0331
	Exact (22)	0.0028	0.039	0.034

F: Fixed Support (continuous edge), S: Simply Support (discontinuous edge), D: Flexural rigidity

연속곡평면 슬래브 시스템에 대하여 모든 지지조건
의 조합에 따라 간단한 모멘트 계수법에 의하여
수치적으로 구조해석을 하여 설계 단면력을 결정하
고 이 설계단면력을 이용하여 최적설계를 동시에
수행할 수 있는 알고리즘으로서, 그림 7에서 보여
주는 바와 같이 상한, 하한 초기값에 따라 다소의
차이는 있으나 대개의 경우 4~5회의 반복 시행으로
최적해에 수렴함을 알았다. 문헌 (19)에서는 뼈대구
조의 최적화에 Gradient Projection 최적화 알고리
즘을 이용하여 40여회의 반복 시행으로 최적해를
얻었고 문헌 (20)에서는 입체 강뼈대 구조물에 선형
최적화 알고리즘을 이용하여 8~10회의 반복시행으
로 최적해를 얻었다. 고로 본 연구의 최적화 알고
리즘은 아주 적은 반복시행으로 전산시간을 상당히
줄일수 있는 최적화 알고리즘이라는 것이 간접적으
로 입증된다.

4. 그림 8에서 보여주는 바와 같이 θ 축 방향의
슬래브 패들의 길이 L_0 에 변화에 따른 슬래브 패들의
최적 유효깊이와 최적철근비와의 관계를 보면 L_0 의
길이가 비교적 큰 상부에서는 L_0 의 길이에 관계없이
최적 철근비는, 최적유효 깊이와 거의 평행한 일정한
선형관계를 보여주었다. 전자의 경우는 그림 9에서
보여주는 바와 같이 최적화를 수행하기 위한 임계

제약이 식 (65)의 휨모멘트에 관한 제약과 식 (67)의
처짐에 관한 제약 조건으로서 최적화 수행시 이
경우에는 L_0 의 어느 한 가정치로서 최적 철근비를
구하여 이 값을 L_0 의 길이에 변화에 따른 다른 슬
래브 패들이 최적 철근비로서 적용하여 최적 유효
깊이를 결정할 수 있음을 보여준 것이다. 후자의
경우는 슬래브 패들의 길이가 짧기 때문에 슬래브
최소 유효깊이에 관한 제약이 휨모멘트에 관한 제
약과 더불어 임계제약임을 그림 10에서와 같이 보
여준 것인데 이 경우는 슬래브 최적 유효깊이를 최소
유효깊이로 택하여 역으로 L 의 길이 변화에 따른
최적철근비를 결정할 수 있음을 보여준 것이다.

5. 표 2는 본 연구의 모멘트 계수법에 의한 수치
해석과 같은 해석방법을 직사각형 슬래브 패들에
적용시켜 곡 평면 슬래브 패들의 해석의 정도를
간접적으로 규명하기 위한 것인데 이 표에서 보여
주는 바와 같이 판이론에 의한 미분방정식을 이용
하여 체계화된 모멘트 계수법에 의한 수치해석으로
구한 2방향 슬래브의 처짐 및 x, y 의 두 축방향의
모멘트 값은 문헌 (21)의 근사해법이나 문헌 (22)의
정밀해법에 의하여 구한 값과 동일함을 보여주었다.
연속곡평면 슬래브의 구조해석의 정밀도를 본 연구
의 모멘트 계수법에 의한 수치해석과 비교할 만한

문헌을 찾지 못하였으므로 간접적인 비교이지만은 연속곡평면 슬래브의 구조해석을 복잡한 미분방정식에 의한 정밀해법을 이용하거나 엄청난 전산용량과 계산시간을 요구하는 유한요소법을 이용하는 방법을 피해 간단한 본 연구의 모멘트 계수법에 의한 수치해석법으로 해석하여도 충분한 정확도를 얻을 수 있다는 것을 간접적으로 보여 주었다.

6. 각종 지지조건의 조합을 가질 수 있는 연속곡평면 슬래브의 구조해석과 최적 설계를 동시에 수행할 수 있는 최적화의 가능성을 본 연구에서 개발한 최적화 알고리즘을 이용한 많은 설계 예를 통하여 알았다.

5. 결 론

1) 한계상태 설계법으로 곡평면 슬래브 패널의 설계모멘트들은 모멘트 계수법에 의한 수치 해석 방법으로 슬래브 패널의 곡률반경축 방향과 곡률내각 축 방향의 중간대와 주열대의 중앙부에서의 모멘트들을 구하여 이를 각 strip에서의 설계모멘트로서 이용할 수 있다.

2) 본 연구의 최적화 알고리즘은 Feasible 영역 안에 있는 설계치라면 초기 설계치에 관계없이 대개 4~6회의 반복시행으로 최적해에 수렴하므로 매우 효율적이라고 생각한다.

3) 연속곡평면 슬래브의 구조해석은 간단한 모멘트 계수법에 의한 수치해석 방법으로 해석하여도 설계에 필요한 충분한 정도를 얻을 수 있다고 생각한다.

4) 한계상태 설계법으로 철근 콘크리트 연속곡평면 슬래브를 최적화 할 경우 휨모멘트, 중립축거리, 처짐 및 슬래브의 최소 유효깊이에 관한 제약사항들이 임계 제약이 될 수 있으므로 반드시 제약 조건으로 고려되어야 한다고 생각한다.

5) 곡률내각 축방향의 슬래브 패널의 경간길이 L_0 가 6m 이상되는 곡평면 슬래브 패널의 경우는 L_0 의 어느 한 가정치로서 최적철근비를 구하고 이 값을 L_0 의 길이의 변화에 따른 다른 슬래브 패널의 최적 철근비로 적용하여 슬래브 패널의 최적유효깊이를 결정할 수 있으며 L_0 가 6m 미만인 경우는 슬래브 패널의 최적유효깊이를 최소유효깊이로 택

하여 L_0 의 변화에 따른 최적 철근비를 결정할 수 있다고 생각한다.

6) 각종 지지조건의 조합을 가질 수 있는 곡평면 슬래브의 한계상태 설계법에 의한 구조해석과 최적 설계를 동시에 수행할 수 있는 최적화가 가능하다.

감사의 글

본 연구는 한국학술진흥재단의 연구 조성비(자유공모과제)에 의하여 이루어진 것임을 밝히며 본 연구를 가능케한 동 재단과 경북대학교 학술진흥재단에 감사 드립니다.

참 고 문 헌

1. S.S. Dey and A.T. Samuel, "Static Analysis of Orthotropic Curved Bridge Decks," *Computers and Structures*, Vol.12(2), pp.
2. C.P. Heins and F.L. Hails, "Behavior of Stiffened Curved Plate Model." *Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol.95(ST11), pp.
3. S.S. Dey, "Finite Strip Method of Analysis for Orthotropic Curved Bridge Decks." *Proceedings, Institution of civil engineers*, Vol.69, pp.514-519, part 2(June, 1980).
4. I.E. Harik, "Analytical Solution to the Orthotropic Sector." *Journal of the Engineering Mechanics Division of the American Society of Civil Engineers*, Vol.110, pp.554-568 (April 1984)
5. I.E. Harik, Discussion to "General Solution to Bending of Orthotropic Sectors." *Journal of the Engineering Mechanics Division of the American Society of Civil Engineers*, Vol.110, pp.153-154, (Jan. 1984).
6. E. Onate and B. Suarez, "A Unified Approach for the Analysis of Bridges, Plates and Axisymmetric Shells Using the Linear Mindlin Strip Element." *Computers and structures*, Vol.17(3), pp. 407-426, (1983).
7. Moon Ho Park, Issam E. Harik, and Bassam F. Haddad, "Bending of Stiffened Annular Sector Plates", *SECTAM XIII Proceedings, The Southeastern Theoretical and Applied Mechanics, SECTAM XIII Vol.1*, pp.396-400 (1986).
8. Moon Ho Park and Issam E. Harik, "Optimum

- Design of Horizontally Curved R/C Slabs”, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol.113, No. 11., pp.2195-2211 (Nov. 1987).
9. 박문호, 황학주, 변근주, “한계 상태 설계법에 의한 철근 콘크리트 평면 뼈대 구조의 최적 단면 설계에 관한 연구” 대한토목학회지 제 29권, 3호: 131-143 (1981. 6).
 10. 박문호, “한계상태 설계법에 의한 철근 콘크리트 플레이트 슬래브형 구조체의 최적화에 관한 연구” 대한토목학회지 논문집 제 4권 1호: 11-26.
 11. 박문호, 김용희, 류홍렬, “직접 설계법에 의한 철근 콘크리트 2방향 슬래브형 구조체의 최적 설계” 대한토목학회 논문집 제 5권 1호: 1012 (1985. 3).
 12. Gunaratnam, D.J. and Sivakumaran, N.S., “Optimum Design of Reinforced Concrete Slabs”, *Journal of Structural Engineering*, 56B(3), 1978, pp. 61-67.
 13. BS 8110 Code of Practice for the Structural Use of Concrete; British Standards Institution, 1988.
 14. Allen, A.H., “Reinforced Concrete Design to CP 110-Simply Explained”, Cement and Concrete Association, 1974, London, England.
 15. Kellog, H.J. “The Cutting Plane Method for Solving Complex Programs”, *SIAM j.*, 8, 1960, pp. 703-712.
 16. Griffith, R.E. and Stewart, R.A. “A Nonlinear Programming Technique for the Optimization of Continuous Processing Systems”, *Management Science*, 7, 1961, pp.379-392.
 17. Moses, F., “Optimum Structural Design Using Linear Programming”, *J. Struct. Div., ASCE*, 90, (ST 6), 1964, pp. 88~104.
 18. Reinschmidt, K, Cornell, C.A.M and Brothie, J.F. “Iterative Design and Structural Optimization”, *J. Struct. Div. ASCE*, 92(ST6), 1966. pp. 281-318.
 19. Horace Randolph Thomas, JR., “Optimum Least-Cost Design of a Reinforced Concrete Portal Frame”, M.S. Thesis, Department of Civil Engineering, Univ. of Raleigh, 1970, pp.1-62.
 20. Donald E. Grierson and Ahmed A. Aly, “Plastic Design Under Combined Stresses”, *J. of Mechanics Division. ASCE*, Vol. No. EM4, Aug., 1980, pp. 585-607.
 21. Dey, S.S., “Semi-Numerical Analysis of Rectangular Plates in Bending”, *Computer & Structures, Vol.14, Nos.5-6*, Great Britain, 1978.
 22. Timoshenko, S. and Woinowsky-Kreiger, S., *Theory of Plates and Shells*, Second Ed. McGraw Hill Co., Inc., N.Y., 1959.

(接受 : 1991. 8. 19)