

맥동연소기 도관에서의 열전달 해석

An Analysis of Heat Transfer in the Flue Tube of a Pulse Combustor

김 창 기*, 차 상 명*, 박 회 용**
C. K. Kim, S. M. Cha, H. Y. Pak

Key Words : Pulse Combstor(맥동 연소기), Radiative Heat Transfer(복사 열전달), P-N Approximation(P-N 근사법), Flue Tube(도관), Numerical Analysis(수치해석)

ABSTRACT

A numerical solution for heat transfer in the flue tube of a pulse combustion water heater was presented. The $k-\epsilon$ turbulent model was adopted to describe turbulent characteristics and radiative heat transfer was calculated by P-N approximation. Three pulsating conditions equivalent to existing experimental studies were used for analysis. Pulsating pressure was specified at the inlet and outlet of flue tube and numerical procedure using control volume method and pressure boundary condition was presented. It was found that the present mathematical model and numerical method could predict effectively the flow field and heat transfer for the flue tube in pulse combustor.

기 호 설 명			
A_s	: 기체에 접한 면적	k	: 난류운동에너지
C_1, C_2, C_3, C_μ	: 난류상수	L	: 도관의 길이
C_p	: 정압비열	L_m	: 복사선의 평균 이동거리
G	: 복사의 생성항, 난류운동에너지 의 생성항	Nu_c	: 대류 누셀트수
I	: 복사강도	Nu_r	: 복사 누셀트수
I_0	: 입사력	ℓ	: 특성 난류길이 척도
I_{rr}, I_{rx}, I_{xx}	: 복사강도의 2차 모멘트	P	: 압력
		P_r	: Prandtl수
		q_r	: 벽면에서의 복사열유속
		r	: 반경방향 좌표

* 정회원, 한양대학교 대학원

** 정회원, 한양대학교 기계공학과

- R : 도관의 반경
- Re : Reynolds 수
- S : P-3 근사식의 생성항
- T : 온도
- T_b : 평균온도
- u, v : x, r 방향의 속도
- V : 기체의 체적
- x : 축방향 좌표

(그리스 문자)

- ϵ : 방사율, 난류운동에너지의 소산율
- η : ϕ 방향의 방향코사인
- θ : 등위각
- x : 흡수 계수
- λ : 방사율과 반사율의 비, 열전도 계수
- ν : 동점성 계수
- μ : 점성 계수, x 방향의 방향코사인
- ξ : r 방향의 방향코사인
- π : 원주율
- σ : Stefan-Boltzmann 상수
- σ_k : k 방정식에서의 Prandtl 수
- σ_ϵ : ϵ 방정식에서의 Prandtl 수
- σ_T : 에너지방정식에서의 Prandtl 수
- ϕ : 방위각
- ρ : 위상차
- Ω : 입체각
- ρ : 밀도

(하첨자)

- b : 흑체
- i : 관입구
- k : 난류운동에너지
- o : 출구
- ta : 시간평균값
- T : 온도
- w : 벽면
- ϵ' : 난류운동에너지 소산율

1. 서 론

인하여 화석에너지 자원의 수급 불안정과 에너지원의 가격이 상승함에 따라 대체에너지의 개발과 화석연료를 사용하는 열발생기의 효율을 증가시키려는 노력이 꾸준히 이루어지고 있다. 대체에너지 개발의 경우에는 현재의 추세로 미루어 보아 가까운 시일내에 실용적인 측면에서 뚜렷한 성과를 기대하기는 그리 용이하지 않는 실정이므로 현시점에서는 기존의 화석연료를 사용하는 기기의 효율을 높이는 일이 더욱 현실적이라 할 수 있다. 이러한 측면에서 최근 맥동연소기가 많은 연구의 대상이 되고 있다. 맥동연소기는 높은 열효율, 고부하 연소 및 저준위 공해물질의 배출등과 같은 많은 장점을 가지고 있어 효율적인 면뿐만 아니라 공해방지의 차원에서도 바람직한 연소장치로 여겨지지만 구성 부품들 사이의 복잡한 연관성으로 인하여 현재까지의 연구실적은 매우 미흡한 실정에 있다. 그나마 주로 실험적인 연구에 치중되어 운전 및 설계인자에 따라 폭넓게 변하는 장치의 기본특성이 충분히 연구되지 못하였고 따라서 설계기술은 시행착오적인 초보단계에 있다.

그동안 맥동연소기와 관련된 이론적 연구중 중요한 부분의 하나는 열전달 특성에 관한 연구이다. 맥동연소기에서의 열전달은 도관(flue tube)에서 일어나며 맥동유동으로 인한 열전달 향상은 장치의 효율을 결정짓는 요소가 된다. 도관의 형상은 보통 원관으로 원관내의 맥동유동에 대한 이론적 연구는 그동안 많이 이루어져 왔다. 그러나 주로 동적으로 완전히 발달한 경우의 유동특성에 관한 연구들^(1,2)이 대부분이었으며 열전달에 대한 연구는 흔치않다. 초기의 연구자들은 주로 층류 맥동유동에 대한 연구를 수행하였는데 거의 단순화된 수학적 모형으로부터 해석적인 해를 구하는 정도였다.^(3,4) 난류의 경우 Andre 등⁽⁵⁾은 난류모델로서 대수적 모델을 사용하고 변수들을 시간에 대하여 근사적인 급수로 전개시켜 지배방정식을 단순화시킨 다음 수치해석을 통하여 열전달 특성을 연구하였다. Stösic 등⁽⁶⁾은 원관내의 맥동유동에 대하여 난류모델로서 $k-\epsilon$ 모델을 적용하여 1차원 및 2차원 모델을 세운 후 주로 맥동주파수가 열전달에 미치는 영향을 연구하였다. 맥동연소기에 대한

연구로는 이관수 등⁽⁷⁾이 1차원 모델에 근거하여 열전달 특성을 연구하였지만 지나치게 단순화되어 실제 맥동연소기에 응용하기에는 어려움이 있다. 맥동연소기 도관에서는 실제로 고온의 연소가스가 맥동유동을 하고 있어 복사열전달의 효과를 무시할 수 없는 것으로 알려져 있다.⁽⁸⁾ 그러나 복사열전달을 계산하는데서 오는 어려움으로 인하여 이론적인 연구는 거의 이루어지지 못하였다. 연소가스와 같이 복사열을 흡수, 방사 및 산란하는 매질내에서 복사열전달을 해석하는 절차가 매우 복잡하기는 하지만 복사열전달이 지배적인 문제에서는 Zone 법이나 Monte-Carlo 법을 사용하여 복사량을 효과적으로 계산할 수 있었다. 그러나 이들 방법의 지나친 계산시간으로 인하여 유동과의 동시해는 사실상 어려웠으며 최근 복사전달방정식의 근사해법을 통한 복사열전달의 계산이 많은 연구의 대상이 되어왔고 이러한 방법들 중에는 P-N 근사법과 S-N 법등이 많이 연구되고 있다. 이중 P-N 근사법은 미적분 방정식의 형태인 복사전달방정식을 미분형으로 근사시키는 방법으로 N의 차수에 따라 P-1 근사법 및 P-3 근사법 등이 구분되는데 방정식의 형태가 유동 및 에너지방정식과 유사하여 기존의 열유동 수치해석용 코드와 잘 어울릴 수 있는 장점 때문에 최근 많이 사용되고 있다.

이 연구에서는 맥동연소기의 이론적인 해석을 위한 기초 단계로서 급수가열기(water heater)의 형태로 사용되는 맥동연소기의 한 부분이 도관내의 맥동유동을 계산모델로 설정하고 유동장 및 열전달을 이론적으로 예측하기 위하여 복사에 참여하는 연소가스의 복사열전달을 P-N 근사법을 사용하여 모델링한 후 이를 유동장과 연계하여 수치적으로 해석하였다. 이때 입출구의 맥동조건으로 속도대신 측정이 용이한 압력을 사용하였고 이를 위하여 압력을 유동경계조건으로 사용할 수 있는 수치적 방법을 도입하였다. 계산결과를 맥동연소기 도관에서 측정된 기존의 실험치와 비교하여 타당성을 확인함으로써 실제 맥동연소기 도관에서의 열전달을 이론적으로 해석할 수 있는 방법을 제시하고자 하였다.

2. 이 론

2.1 계산모델

이 연구에서 채택한 맥동연소기는 급수가열기형태로 그 개략도는 Fig. 1과 같다. 연소실로부터 나온 연소가스는 물과의 열교환이 일어나는 도관을 지나 배기실로 배기된다. 이때 도관 입구로 들어가는 연소가스의 온도는 운전조건에 따라 달라지지만 최고 1000°C 이상이 되고 이 경우 복사열전달이 차지하는 비중은 도관 입구 영역에서 전체 열전달의 30% 이상이 되는 것으로 알려져 있다.⁽⁸⁾ 이 연구에서는 도관을 계산 영역으로 설정하고 이를 수평원관으로 단순화하여 연소실 및 배기실쪽의 도관 입출구에서 측정된 압력파를 맥동조건을 부여하고 도관내에 형성되는 맥동유동에서의 열전달을 이론적으로 해석하고자 한다. 계산을 위한 맥동조건으로는 참고문헌(9)에서와 같은 조건을 사용하여 계산 결과를 실험치와 비교할 수 있도록 하였다. 이론해석을 위하여 도입한 가정은 다음과 같다.

- (1) 연소가스는 전체 유동장에 균일하게 섞여 있다.
- (2) 연소가스에서 유연(soot)은 생성되지 않고 따라서 복사산란(scattering)효과는 무시할 수 있다.
- (3) 유동은 축대칭 2차원 유동이다.

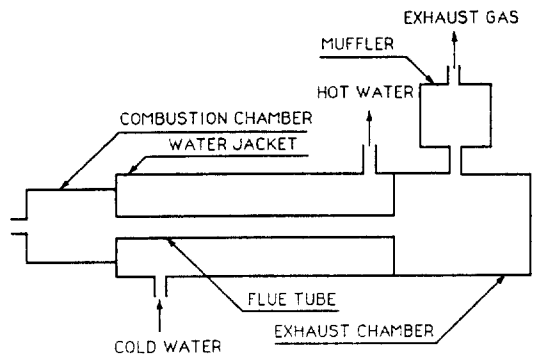


Fig. 1 Schematic diagram of pulse combustion water heater

2.2 지배방정식

축대칭 2차원 난류유동에 대한 연속방정식, 운동량방정식, 에너지방정식 그리고 난류모델로 k-ε 모델을 사용할 때 지배방정식은 다음과 같이 주어진다.⁽¹⁰⁾

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v) = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho u v) &= -\frac{\partial p}{\partial x} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left[(\mu + \mu_t) \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \\ &\left[r (\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x}(\rho k) \\ &\dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u v) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v v) &= -\frac{\partial p}{\partial r} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left[(\mu + \mu_t) \left(2 \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r (\mu + \mu_t) \left(2 \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2}{3} D \right) \right] \\ &- \frac{\mu_t}{r^2} v - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r}(\rho k) \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho T) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u T) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v T) \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \\ \left[r \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \right] - \nabla \cdot \vec{Q}_R \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u k) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v k) \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right] \\ + G - \rho \epsilon \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u \epsilon) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v \epsilon) \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \\ \left[r \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial r} \right] + C_1 \frac{\epsilon}{k} G - C_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k} \\ + C_3 \rho \epsilon D \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

여기서

$$D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r v) \dots\dots\dots (7)$$

$$\begin{aligned} G = \mu_t \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \right. \\ \left. - \frac{2}{3} D (D + \rho k) \right\} \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

이다.

여기서 와점성계수 μ_t 는 다음식으로 구하여진다.

$$\mu_t = C_\mu \rho k^2 / \epsilon \dots\dots\dots (9)$$

k-ε 모델에서 사용된 상수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_\mu = 0.09, C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, C_3 = 1.0, \\ \sigma_k = 1.3, \sigma_\epsilon = 1.0, \sigma_T = 0.9 \end{aligned}$$

에너지 방정식에 생성항으로 나타나는 복사 열유속항은 복사전달방정식(radiative transfer equation)의 해로부터 구하여진다. 가정에 따라 복사 산란효과를 무시하였을때 원통좌표계에 대한 복사전달방정식은 다음과 같이 주어진다.⁽¹¹⁾

$$\frac{1}{\kappa} \left(\zeta \frac{\partial}{\partial r} - \eta \frac{\partial}{\partial \phi} + \mu \frac{\partial}{\partial x} + 1 \right) I(r, x, \theta, \phi) = I_b [T(r, x)] \dots\dots\dots (10)$$

식(10)에서 P-1 및 P-3 근사법을 적용하여 미분형 근사식으로 변환시키면 다음과 같다.⁽¹⁰⁾

P-1 근사식

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial I_o}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 I_o}{\partial x^2} + 3 \kappa^2 \left\{ 4 \pi I_b [T(r, x)] - I_o \right\} = 0 \dots\dots\dots (11)$$

P-3 근사식

$$\frac{4}{5} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial I_o}{\partial r} \right) + \frac{4}{5} \frac{\partial^2 I_o}{\partial x^2} + S_1 = 0 \dots (12.a)$$

$$6 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial I_{rr}}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 I_{rr}}{\partial x^2} + S_2 = 0 \dots (12.b)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial I_{xx}}{\partial x} \right) + 6 \frac{\partial^2 I_{xx}}{\partial x^2} + S_3 = 0 \dots (12.c)$$

$$3 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial I_{rx}}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 I_{rx}}{\partial x^2} + S_4 = 0 \dots (12.d)$$

여기서

$$S_1 = -\frac{7}{5} \frac{1}{r} \frac{\partial I_o}{\partial r} - \left(\frac{6}{r^2} + \frac{14}{3} \kappa^2 \right) I_o$$

$$+ \frac{7}{3} \kappa^2 G(r, x) - A_1(r, x) \dots\dots\dots (13.a)$$

$$S_2 = 6 \frac{1}{r} \frac{\partial I_{rr}}{\partial r} - \left(\frac{12}{r^2} + 7 \kappa^2 \right) I_{rr} + \frac{7}{3} \kappa^2 G(r, x) - A_2(r, x) \dots\dots\dots (13.b)$$

$$S_3 = \frac{1}{r} \frac{\partial I_{xx}}{\partial r} - 7 \kappa^2 I_{xx} + \frac{7}{3} \kappa^2 G(r, x) - A_3(r, x) \dots\dots\dots (13.c)$$

$$S_4 = -\left(\frac{3}{r^2} + 7 \kappa^2 \right) I_{rx} - A_4(r, x) \dots (13.d)$$

$$G(r, x) = 4 \pi I_b [T(r, x)] - I_o(r, x) (14)$$

이고 함수 A는 복사강도모멘트의 항으로 다음과 같이 표시된다.

$$A_1(r, x) = \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{6}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \left(\frac{12}{r^2} + 7 \kappa^2 \right) \right] I_{rr} + \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \left(\frac{6}{r^2} + 7 \kappa^2 \right) \right] I_{xx} - \left(2 \frac{\partial^2}{\partial r \partial x} + \frac{6}{r} \frac{\partial}{\partial x} \right) I_{rx} \dots\dots\dots (15.a)$$

$$A_2(r, x) = \left[\frac{3}{5} \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{5} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{26}{5} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \left(\frac{6}{r^2} + \frac{7}{3} \kappa^2 \right) \right] I_o - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{5}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{6}{r^2} \right) I_{xx} - \left(6 \frac{\partial^2}{\partial r \partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \right) I_{rx} \dots (15.b)$$

$$A_3(r, x) = \left(\frac{1}{5} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{3}{5} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{3}{2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{7}{3} \kappa^2 \right) I_o - \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) I_{rr} - \left(6 \frac{\partial^2}{\partial r \partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \right) I_{rx} \dots\dots\dots (15.c)$$

$$A_4(r, x) = \left(\frac{2}{5} \frac{\partial^2}{\partial r \partial x} + 2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \right) I_o - 2 \left(\frac{\partial^2}{\partial r \partial x} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial x} \right) I_{rr} - 2 \left(\frac{\partial^2}{\partial r \partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \right) I_{xx} \dots\dots\dots (15.d)$$

식(10)을 전입체각($\Omega=4\pi$)에 대하여 적분하면 다음식을 얻는다.

$$\nabla \cdot \vec{Q}_R = 4\pi\kappa I_b [T(r, x)] - \kappa I_o(r, x) \quad (16)$$

복사전달방정식의 해로부터 입사력 I_o 가 구하여지면 $\nabla \cdot \vec{Q}_R$ 를 계산할 수 있고 이것을 에너지방정식에 대입하여 복사와 연계된 온도장을 해석할 수 있다.

2.3 경계조건 및 초기조건

장치는 크게 연소실, 도관 및 배기계통으로 이루어져 있고 이들 각부분이 서로 긴밀히 연계되어 있으므로 장치전체를 해석하지 않고서는 도관 입출구의 경계조건을 명확히 지정할 수가 없다. 따라서 이 연구에서와 같이 도관만을 해석영역으로 설정한 경우 수치해석시 일반적으로 부여할 수 없는 경계조건은 실험치를 사용하였다. 이러한 사실은 수치해석의 장점을 감소시키지만 도관에서의 열전달해석 방법을 연구하여 실험치와 비교하는 현 단계로서는 불가피하며

추후의 연구에서 장치 전체가 해석된다면 이러한 문제는 해결될 수 있을 것으로 기대된다.

관입구에서의 경계조건으로는 실험측정치를 이용하였고 측정치로부터 주어지는 물리량은 압력과 온도이다. 관입구에서 압력맥동조건은 다음식으로 주었다.

$$P_i = (P_i)_{ta} (1 + A_i \cos \omega t) \dots\dots\dots (17)$$

입구에서의 온도는 T_i 로 균일하게 들어오고 유입 난류운동에너지는 $k=0.005u^2$ 으로 주었으며 소산율은 $\epsilon=C_\mu k^{3/2}/\ell$ 로 지정하였다. 출구에서의 압력은 측정치로부터

$$P_o = (P_o)_{ta} [1 + A_o \cos(\omega t - \varphi)] \dots\dots\dots (18)$$

로 부가하였으며 φ 는 입구 압력파와의 위상차를 나타낸다. 출구의 T, k 및 ϵ 에 대해서는 Neumann 조건을 사용하였는데 온도의 경우 출구쪽에서 예상되는 역류의 발생시에는 배기실의 측정된 온도값으로 주었다. $r=0$ 인 중심축에서는 대칭조건을 사용하였고 벽면에서는 벽면함수를 사용하였다. 입출구에서의 속도는 주어진 압력경계조건 하에서 연속방정식이 만족되도록 정하여진다.

또한 구조화 근사식의 경계조건으로는 $r=0$ 에서는 대칭조건을 부여하였고 입출구 및 벽면에서는 P-1 및 P-3 근사식에 대해서 잘맞는 것으로 알려진 Marshak 경계조건⁽¹¹⁾을 사용하였다. 이때 도관의 입출구는 가상의 흑체벽으로 가정하였다. P-1 및 P-3 근사식의 Marshak 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

P-1 근사식

$$I_o \pm \frac{2}{3} (1 + \lambda_w) \frac{\partial I_o}{\partial x_i} = 4\pi I_b, x_i = r, x \quad (19)$$

여기서 x 는 벽면에 수직인 좌표방향이고, (+) 부호는 벽면에 수직인 단위벡터가 좌표방향과 반대인 경우이며 (-) 부호는 그 반대이다. 또한 λ_w 는 벽면의 방사율에 대한 반사율이 비로 다음과 같다.

$$\lambda_w = \frac{1 - \epsilon_w}{\epsilon_w} \dots\dots\dots (20)$$

P-3 근사식

$r=R$ 에서

$$\begin{aligned} & \frac{8F}{35} \frac{\partial I_o}{\partial r} + \left(\frac{8F}{7r} - \frac{H}{r} + (18 + 15\lambda_w) \right) I_o \\ & = 32\pi I_b + \left(\frac{12F}{7} - H \right) \frac{\partial I_{rx}}{\partial x} + (2F - H) \\ & \frac{\partial I_{rr}}{\partial r} + \left(-\frac{2H}{r} + \frac{16F}{7r} + (10 + 25\lambda_w) \right) I_{rr} \\ & + \left(\frac{8F}{7r} - \frac{H}{r} + 20(1 + \lambda_w) \right) I_{zz} \\ & + \frac{2F}{7} \frac{\partial I_{xx}}{\partial r} \dots\dots\dots (21.a) \end{aligned}$$

$$\left(-A + \frac{6F}{7} \right) \frac{\partial I_{rr}}{\partial r} + \left(\frac{6F}{7r} - \frac{2D}{r} + (15(2 + \lambda_w)) \right)$$

$$I_{rr} = 32\pi I_b + \left(\frac{D}{r} - \frac{3F}{7r} \right) I_{xx} + \left(A + \frac{3F}{7} \right)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial I_{rx}}{\partial r} + \left(\frac{3F}{7r} - \frac{D}{r} + (2 + 5\lambda_w) \right) I_o \\ & + \frac{3F}{35} \frac{\partial I_o}{\partial r} \dots\dots\dots (21.b) \end{aligned}$$

$$\frac{2F}{7} \frac{\partial I_{xx}}{\partial r} + \left(\frac{E}{r} - \frac{2F}{7r} + 20(1 + \lambda_w) \right) I_{xx}$$

$$\begin{aligned} & = 32\pi I_b \pm \left(-E - \frac{6F}{7} \right) \frac{\partial I_{rx}}{\partial x} \\ & + \left(-E - \frac{2F}{7} \right) \frac{\partial I_{rx}}{\partial r} + \left(\frac{2E}{r} + \frac{4F}{7r} \right. \\ & \left. + (-10 + 5\lambda_w) \right) I_{rr} + \left(\frac{E}{r} + \frac{2F}{7r} \right. \\ & \left. + (2 + 5\lambda_w) \right) I_o + \frac{2F}{35} \frac{\partial I_o}{\partial r} \dots\dots (21.c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{24}{7\kappa} \frac{\partial I_{rx}}{\partial r} + \left(5 \pm \frac{8}{7\kappa r} \right) I_{rx} = \frac{8}{7\kappa} \frac{\partial I_{rr}}{\partial x} + \frac{8}{7\kappa} \frac{\partial I_{xx}}{\partial r} \\ & + \frac{8}{35\kappa} \frac{\partial I_o}{\partial r} \dots\dots\dots (21.d) \end{aligned}$$

$x=0, L$ 에서

$$\begin{aligned} & \pm \frac{8F}{35} \frac{\partial I_o}{\partial x} + (18 + 15\lambda_w) I_o = 32\pi I_b \\ & \pm \left(\frac{12F}{7} - H \right) \frac{\partial I_{rx}}{\partial r} \pm \left(\frac{8F}{7r} - \frac{H}{r} \right) I_{rx} \\ & + \frac{2F}{7} \frac{\partial I_{rr}}{\partial x} + 20(1 + \lambda_w) I_{rr} \\ & + (-H + 2F) \frac{\partial I_{rr}}{\partial r} + (10 + 25\lambda_w) I_{xx} \\ & \dots\dots\dots (22.a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \pm \frac{2F}{7} \frac{\partial I_{rr}}{\partial x} + 20(1 + \lambda_w) I_{rr} = 32\pi I_b \\ & \pm \left(-E - \frac{6F}{7} \right) \frac{\partial I_{rx}}{\partial r} \pm \left(-\frac{E}{r} - \frac{2F}{7r} \right) I_{rx} \\ & + (5\lambda_w - 10) I_{xx} \pm \left(-E - \frac{2F}{7} \right) \frac{\partial I_{xx}}{\partial x} \end{aligned}$$

$$+(2 + 5\lambda_w)I_o \pm \frac{2F}{35} \frac{\partial I_o}{\partial x} \dots\dots\dots(22.b)$$

$$\pm \left(\frac{6F}{7} - D\right) \frac{\partial I_{xx}}{\partial x} + 15(2 + \lambda_w)I_{xx} = 32\pi I_b$$

$$\pm \left(D - \frac{3F}{7}\right) \frac{\partial I_{rx}}{\partial r} \pm \left(\frac{D}{r} - \frac{3F}{7r}\right) I_{rx}$$

$$+(2 + 5\lambda_w)I_o + \frac{3F}{35} \frac{\partial I_o}{\partial x} \dots\dots (22.c)$$

$$\pm \frac{24}{7\kappa} \frac{\partial I_{rx}}{\partial x} + 5I_{rx} = \pm \frac{8}{7\kappa} \frac{\partial I_{rr}}{\partial r} \pm \left(-\frac{16}{7\kappa}\right) I_{rr}$$

$$\pm \left(-\frac{8}{7\kappa r}\right) I_{xx} - \frac{8}{7\kappa} \frac{\partial I_{xx}}{\partial r} + \frac{8}{35\kappa} \frac{\partial I_o}{\partial r}$$

$$+ \frac{8}{7\kappa r} I_o \dots\dots\dots(22.d)$$

여기서 (+) 및 (-) 부호는 P-1 근사식의 경우와 같은 규약을 따르고, 식(21)과 식(22)에 나타나는 D, E, F 및 H는 다음과 같다.

$$D = 16 \lambda_w / \kappa \quad E = -16 \lambda_w / \kappa$$

$$H = -(64 + 80 \lambda_w) / \kappa \quad F = 32(1 + \lambda_w) / \kappa$$

초기조건으로는 시간평균 압력경계조건을 부여한 정상류의 해로 잡았다.

2.4 물성치의 계산

실험시 사용된 연료는 시중에서 판매되는 프로판가스이고 연소시 과잉공기량(excess air)을 포함한다. 완전 연소를 가정하였으며 연소가스는 H₂O, CO₂, N₂ 및 O₂의 혼합가스이다. 연소가스의 각 성분의 비율은 JANAF Table⁽¹²⁾을 이용하고, 점성계수 및 열전도계수의 값은 참고문헌 [13]에서 제시된 식을 이용하여 구하고 이들로 부터 혼합가스의 물성치를 온도의 함수로 도표

화한후 필요한 물성치의 값은 선형보간법으로 계산하였다. 연소가스중 복사에 참여하는 것은 주로 H₂O와 CO₂이고 복사열전달의 해석을 위해서는 이들 가스의 흡수계수를 계산하여야 한다. 가스의 복사물성치는 파장별 특성을 지니므로 단순하게 회기체로(gray gas)로 취급하는 것은 오차를 크게할 수 있다. 이 연구에서는 Smith 등⁽¹⁴⁾에 의하여 제시되어 최근 많이 이용되고 있는 Weighted Sum of Gray Gases Model을 사용하여 혼합가스의 전방사율(total emissivity)을 구하였다. 전방사율이 구하여지면 P-N 근사식에서 요구되는 가스의 흡수계수는 다음식으로부터 구하여진다.

$$\epsilon = 1 - \exp(-\kappa \cdot L_m) \dots\dots\dots(23)$$

여기서 L_m은 복사선의 평균이동거리(mean beam length)로서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$L_m = 3.6V/A_s \dots\dots\dots(24)$$

여기서 V는 가스가 차지하는 체적이며 A_s는 가스와 접하고 있는 면적에 해당한다.

2.5 수치해석

계산을 위한 수치적 방법으로는 검사체적법(control volume method)을 사용하였고 수치해석을 위한 기본 프로그램으로는 2차원 타원형 미분방정식의 해법에 널리 사용되는 범용 프로그램인 EL2D code를 이용하였으나 이 연구의 목적에 맞도록 수정하여 사용하였다. 지배방정식을 이산화 시키기 위하여 32×32의 엇갈림 격자계(staggered grids)를 구성하였다. 이때 시간좌표에 대해서는 해의 수치적 안정을 위하여 완전암시법을 사용하였고 공간좌표에 대한 대류-확산항에 대해서는 맥승법을 사용하였다. 이산화된 대수방정식의 해는 SIMPLER 알고리즘에 따라 선순법으로 반복계산하였다. 속도가 경계조건으로 주어지는 경우 경계에서의 압력 값은 유동장계산에 아무런 필요가 없게 되지만

⁽¹⁵⁾ 속도대신 압력이 유동경계조건으로 주어지는 경우에는 특별한 취급이 요구된다. 압력이 경계조건으로 주어지는 경우에는 SIMPLER 절차에서 나타나는 압력방정식을 통하여 이를 고려해줄 수 있다. 이 연구에서는 이재현⁽¹⁶⁾이 제안한 방법으로 이것을 처리하였다. P-N 근사식의 결과로서 생긴 복사전달방정식은 방향에 따라 서로 다른 확산계수를 갖는 비 등방성 열전도방정식의 형태와 같다. 따라서 P-N 근사식의 이산화 방정식을 유도할 때에는 중앙차분법을 적용하였다. P-3 근사식에서 I_{rx} 의 지배방정식에서 나타나는 서로 다른 방향에 대한 2계 미분항 때문에 9개의 격자점이 연결된 이산화방정식이 생기고 이로 인하여 수렴할때까지 계산시간이 많이 소요되고 항상 해의 불안정성이 유발된다. 이항을 무시함으로써 생기는 오차는 작은 것으로 알려져 있기 때문에⁽¹⁷⁾ 계산에서 제외하였다. Marshak 경계조건으로 주어지는 식들은 Taylor 급수전개를 할때 1차 미분항 까지를 취한 전방차분과 후방차분을 이용하여 이산화시켰으며 해의 수렴을 촉진하기 위하여 벽면을 복사에 대하여 단열된 것으로 취급하고 경계조건으로부터 얻을 수 있는 복사장도모멘트의 플럭스를 이용하여 벽면에 인접한 검사체적에 생성항으로 부가하였다. P-3 근사식의 계산시에는 P-1 근사해를 초기값으로 두고 계산을 행하였다. 반복 계산중 하향이완을 시켜 해의 발산을 막고 수렴을 향상시켰다. 이때 하향이완계수로는 속도에 대해서는 0.45를 사용하였고 k , ϵ , P 및 μ 에 대해서는 각각 0.7, 0.7, 0.8, 0.85를 사용하였다. 또한 T 및 P-N 근사식에 대해서는 모두 0.85의 값을 이용하였다. 1주기당 시간중분수는 시간중분수가 해의 정확도에 미치는 영향을 시험하여 1주기당 60개로 두었다. 계산은 한주기에 대

하여 시간평균한 값이 주기에 따라 그 변화가 0.1% 이하가 될때까지 즉 안정된 주기해가 구하여질때까지 계속하였다. 맥동주파수에 따라 달라지긴 했지만 7내지 8주기 후에는 안정된 주기해를 구할 수 있었고 마지막 한주기의 결과를 해로 간주하였다.

3. 결과 및 토의

수치계산은 참고문헌(9)의 실험조건에 대응되는 3가지 맥동조건에 대하여 행하였다. 표현의 편의상 각각을 Test 1, Test 2 및 Test 3로 나타내기로 하며 각 경우의 맥동조건은 Table 1과 같다.

맥동유동의 계산에 앞서 복사열전달을 계산하기 위하여 사용한 P-N 근사법의 정확도와 이 연구에서 전개한 수치해법의 타당성을 검토하기 위하여 실험측정치⁽⁸⁾로 주어지는 온도분포를 이용하여 관벽의 복사 열유속을 P-1 및 P-3 근사법으로 계산하여 Huang⁽⁸⁾이 zone 방법으로 계산한 결과와 비교하여 Fig. 2에 나타내었다. Zone 방법은 정확한 방법으로 알려져 있기 때문에 P-N 근사해의 오차를 검증할 수 있다. Huang의 결과와 비교하여 볼때 P-1 근사해는 복사열전달의 영향이 큰 관 입구 쪽에서 특히 오차가 크게 나타나지만 P-3 근사법의 결과는 전반적으로 잘 일치하고 있다. 따라서 이 연구에서의 복사 열전달 계산에는 P-3 근사법의 사용이 요구되며 열전달 계산시 P-3 근사법을 사용하였다.

기본적인 계산은 Test 1을 기준으로 하였으며 Test 2와 Test 3인 경우에는 이를 명시하였다.

Fig. 3은 도관내에서 한 주기동안 압력맥동과 단면평균속도의 시간에 따른 변화를 함께 도시

Table 1 Pulsating conditions for analysis

	Pulsating frequency (Hz)	Inlet pressure(Pa)		Outlet pressure(Pa)		Inlet temperature (°C)
		Mean pressure	Amplitude	Mean pressure	Amplitude	
Test 1	50	510	8	0	0	650
Test 2	53	813	6.5	0	0	822
Test 3	53.5	1156	4.53	303	2.1	1052

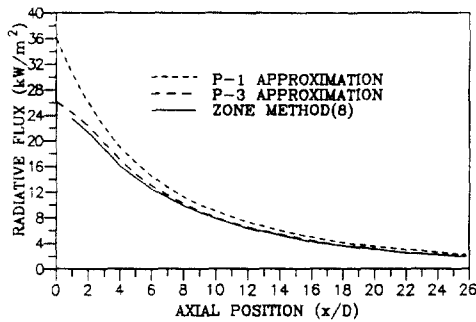


Fig. 2 Comparison of calculated radiative heat flux at flue tube wall with existing results⁽⁸⁾

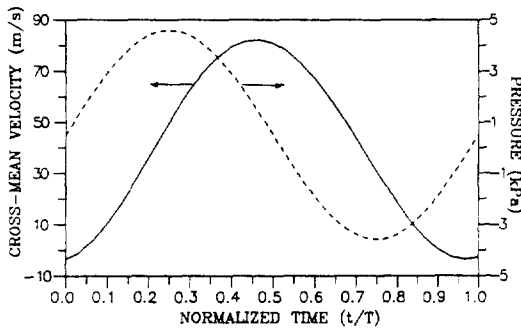


Fig. 3 Cross mean velocity and pressure pulsation at the inlet of the flue tube during a typical cycle

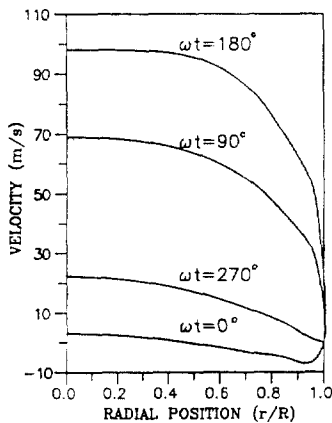


Fig. 4 The radial distribution of velocity with phase at the inlet of flue tube

한 것이다. 속도는 압력에 비하여 약 90°의 위상차를 나타내었으며 이러한 현상은 음향학적 이론의 결과와 일치한다. 한주기의 일부에서 역류가 발생함이 관찰되었고 이러한 역류현상은 연소실의 재점화 현상과 밀접한 관련이 있는 것으로 알려져 있다.⁽¹⁶⁾ 연소실로 흡입되는 공기 및 연료유량과 도관 입구온도와 측정치로 부터 계산되는 시간평균 레이놀즈수는 약 8890 이었지만 계산된 유동 및 온도장으로 부터 구하여진 시간평균 레이놀즈수는 약 9170으로 나타났다. 이러한 오차는 모델의 부정확성 및 수치해석상의 오차등 여러가지 원인이 있겠지만 주로 계산시 도관 입구에서 부가하여준 압력이 실제보다 크게 작용하였기 때문으로 여겨진다. 참고 문헌(9)에서 실제 측정된 압력값은 연소실 중앙부의 압력으로 도관입구의 압력보다 약간 높을 것으로 생각된다.

Fig. 4는 도관입구에서 단면내의 속도분포를 여러 위상에서 나타낸 것이다. 역압력구배가 작용하여 속도가 감소하면서 역류가 발생할 때 이러한 현상은 벽면쪽에 제한되었고 관중심부에서는 역류가 일어나지 않았다. 이것은 중심부로 갈수록 관성력이 크게 작용하기 때문에 유동의 방향이 바뀌기가 더 어려워 지기 때문이다.

Fig. 5는 관의 축방향을 따른 압력진폭 및 단면평균속도의 진폭을 도시한 것이다. 맥동연소기는 음향학적 공진주파수에서 작동되므로 도관내에서 1/4 파장의 standing wave가 형성되는 것으로 알려져 있는데⁽¹⁷⁾ 계산된 결과는 이러한 현상을 잘 보여주고 있다. 압력진폭이 큰 도관 입구에서 속도진폭은 가장 작게 나타나고 있으며 반대로 압력진폭이 가장 작은 출구쪽에서 속도진폭은 가장 크게 나타나고있다. 이러한 현상은 Hanby⁽¹⁸⁾의 연구결과와 대체적으로 일치하였으며 하류쪽의 속도진폭의 증가는 도관내의 열전달 특성에 많은 영향을 줄것으로 기대된다.

도관길이를 따른 평균온도의 분포를 실험치와 비교하여 Test 1과 Test 2의 경우를 Fig. 6에 나타내었다. Test 1인 경우 전반적으로 계산결과는 실험치보다 낮게 나타나고 있는데 이러한

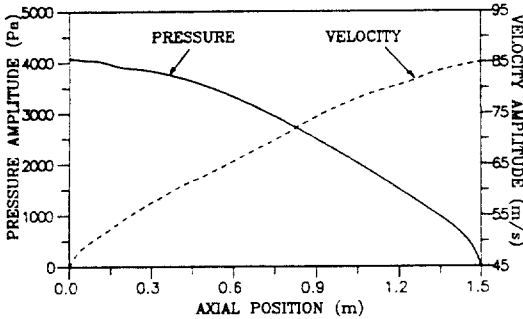


Fig. 5 Axial distribution of the amplitude of pulsating pressure and cross mean velocity in flue tube

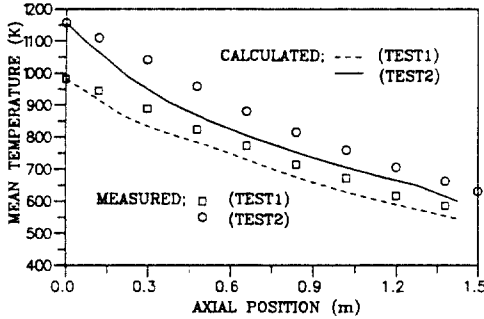
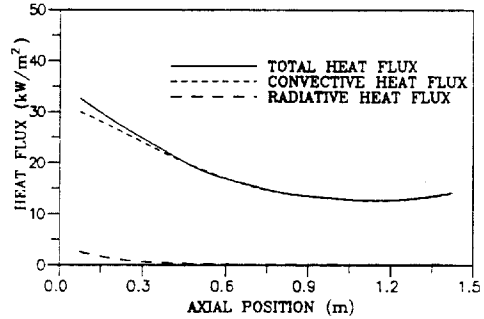


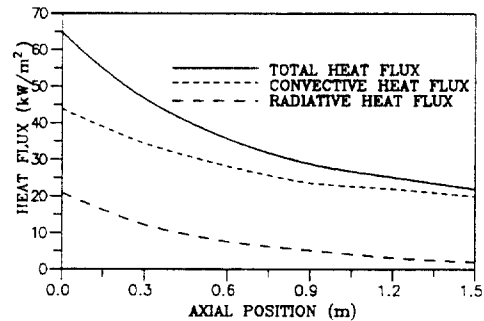
Fig. 6 The distribution of mean temperature along the flue tube for Test 1 and Test 2

오차의 주요 원인은 크게 두가지로 생각된다. 하나는 앞에서 언급되었듯이 예측된 속도가 실제 속도보다 크게 계산되었기 때문에 실제보다 열전달이 더 크게 일어났기 때문으로 여겨지고 또 다른 원인으로서는 실제 측정된 가스 온도는 엄격히 평균온도라기 보다는 도관의 중심부에서 측정되었으므로 평균온도 보다 더 높게 나타났다는 것을 들수 있다. Test 2인 경우도 Test 1과 비슷한 경향으로 나타났다.

Fig. 7은 도관을 따른 벽면에서의 열유속의 크기를 복사와 대류로 나누어 Test 1과 Test 3인 경우를 나타낸 것이다. 도관 입구온도가 낮은 Test 1의 경우 복사열유속은 도관 입구쪽에서 총 열유속의 3%이하로 나타났으며 입구온도가 높은 Test 3인 경우 복사열유속은 입구영역에서 총 열유속의 약 30%나 되어 복사열전달은 무



(a)



(b)

Fig. 7 Wall heat flux along the flue tube for (a) Test 1 and (b) Test 3

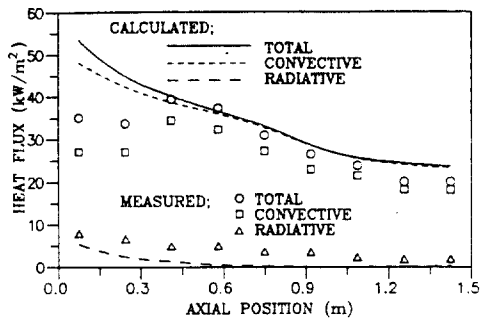


Fig. 8 Heat flux at wall along the flue tube for Test 2

시할 수 없는 열전달 형태로 나타나고 있다.

Fig. 8은 Test 2에 대한 벽면 열유속의 크기를 계산하여 참고문헌(9)에서 측정된 온도로 부터 구하여 제시한 값과 비교하여 나타낸 것이다. 실험치의 대류 열유속의 도관입구쪽에서 감소되는 현상을 보인 것에 반하여 계산결과는 입구쪽에서 최대치를 나타내어 입구쪽으로 갈수록

큰 오차를 보였지만 하류쪽에서는 대체로 경향이 일치하였다. 그러나 입구영역에서 열유속이 증가하는 현상은 Huang⁽⁶⁾의 결과에서도 나타나는 경향으로 참고문헌(9)에서 열유속의 계산방법에 다소 문제가 있는 것으로 생각된다. 대류 열유속과 복사열유속을 합한 총 열유속에서의 오차는 대류열유속에서 나타난 오차보다 줄어들었는데 이것은 실험치로 제시된 복사열유속이 실제보다 크게 평가된점을 고려한다면 오차가 작아진 것이라고는 할 수 없다. 실험치로 제시된 복사열유속은 벽면을 흑체벽이라고 가정하였고 앞에서도 언급되었지만 가스온도가 평균온도보다 높게 고려 되었기 때문에 복사열유속이 과대평가 되었다.

Fig. 9는 Test 1에 대하여 도관길이를 따른 국소 누셀트수를 복사와 대류로 나누어 도시하였다. 이때 대류와 복사와 대한 누셀트수는 각각 다음과 같이 정의하였다.

$$Nu_c = \frac{\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{wall}}{(T_b - T_w)} \dots\dots\dots (25)$$

$$Nu_r = \frac{q_r}{(T_b - T_w)} \dots\dots\dots (26)$$

여기서 T_b 는 평균온도이고, q_r 은 벽면에서의 복사열유속으로 P-3 근사식의 해로부터 복사강도 모멘트의 항으로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$q_r = -\frac{1}{\kappa} \left\{ \frac{\partial I_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial I_{rx}}{\partial x} - \frac{1}{r} (I_\theta - I_{rr} - I_{xx}) \right\} \dots\dots\dots (27)$$

복사로 인한 효과는 아주 작게 나타났으며 가스의 온도가 높은 입구쪽에서만 영향을 나타내었다. 대류로 인한 열전달은 하류쪽으로 갈수록 증가하였는데 이러한 증가의 원인으로는 두가지로 생각하여 볼 수 있다. 하나는 하류쪽으로 갈수록 물성치의 변화로 인하여 레이놀즈수가 점차로 증가하기 때문이고 또 하나의 이유는 standing wave의 형성으로 인하여 하류쪽으로 갈수록 속도진폭이 증가하기 때문에 맥동으로 인한 열전달 향상의 효과가 커진 때문으로 생각된다.

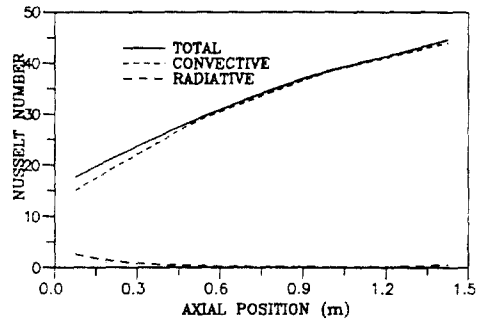


Fig. 9 The local Nusselt number along the flue tube

4. 결 론

맥동연소기 도관에서의 열전달을 이론적으로 예측하기 위하여 수학적 모델을 세우고 수치적으로 해석하여 다음과 같은 결론은 얻었다.

(1) 압력을 유동경계조건으로 사용한 수치해법은 도관내에서 형성되는 맥동유동의 크기를 효과적으로 예측할 수 있었고 음향학적 공명주파수에서 도관내에 형성되는 standing wave를 예측할 수 있었다.

(2) 맥동연소기 도관에서의 유동장과 연계된 복사열전달은 P-N 근사법에 의하여 수학적으로 모형화하고 수치해석이 가능하였다.

(3) 연소가스의 온도가 1000°C 이상이 되면 도관 입구영역의 복사열전달은 총열전달의 약 30% 정도로 무시할 수 없는 열전달 형태로 나타났다.

후 기

이 연구는 한국과학재단의 1988년도 목적기초연구(88021201)에 의하여 이루어 졌으며 동재단의 관계제위께 감사의 뜻을 표한다.

참 고 문 헌

1. Ramaprian, B. R. and Tu, S. W., 1976, "Study of Periodic Turbulent Pipe Flow", IIHR Report, No. 238, The Univ. of Iowa
2. Ohmi, M., Iguchi, M., Urahata, I., 1982, "Transition to Turbulence in a Pulsatile Pipe Flow"

- Part I, Wave Form and Distribution of Pulsatile Velocities near Transition Region", *Bull. of JSME*, Vol.25, No. 200, pp. 182-180
3. Siegel, R. and Perlmutter, M., 1962, "Heat transfer for Pulsating Laminar Duct Flow", *J. of Heat Transfer*, pp. 111-123
 4. Kita, Y., Hayashi, T. and Hirose, K., 1982, "Heat Transfer in Pulsating Laminar Flow in a Pipe", *Bull. of JSME*, Vol.25, N.200, pp. 217-224
 5. Andre, P. and Batina, J., 1989, "Numerical Study in Heat Transfer for a Turbulent Pulsed Ducted Flow", *Numerical Heat Transfer*, Vol.9, pp. 201-206
 6. Stósic, N. and Hanjalick, K., 1982, "Numerical Study of Unsteady Convective Heat Transfer in Pulsating Duct Flow", *Proc. of 7th International Heat Transfer Conference*, Vol. 3, pp. 117-124
 7. 이관수, 김창기, 1987, "맥동 연소식 온수기의 모델링", *대한기계학회 논문집*, 제 11권 제 6호, pp. 982-990
 8. Huang, H.C.G. 1984, "Heat Transfer in a Pulse Combustion Water Heater", Ph. D. Thesis, Purdue University
 9. 박희용, 맹주성, 이 재현, 이관수, 1991, "열 발생기기의 설계기초연구", *한국과학재단 목적기초 연구보고서*, No. 88021201, 한양대학교
 10. Gosman, A. D., Johns, R. J. R and Watkins, A. P., 1980, "Development of Prediction Methods for In-Cylinder Processes in Reciprocating Engines", *Combustion Modeling in Reciprocating Engines*, Edited by Mattavi, J. N. and Amann, C. A., Plenum Press, New York
 11. Mengüç, M. P. and Viskanta, R., 1986, "Radiative Transfer in Axisymmetric, Finite Cylindrical Enclosures", *ASME, J. Heat Transfer*, Vol. 108, pp. 271-276
 12. Stall, D. R. and Prophet, H., 1970, *JANAF Tables*, The Dow Chemical Company, Midland, Michigan, 1970
 13. Lee, K. S. and Schoenhals, R. J., 1985, "A Study on the Thermal and Dynamic Behavior of Single Combustion Chamber Pulse Burner", *Trans. of KSME*, Vol. 9, No. 6, pp. 810-820
 14. Smith, T. F., Shen, J. F. and Friedman, J. N., 1982, "Evaluation of Coefficients for the Weighted Sum of Gray Gases Model", *Transaction of ASME, J. of Heat Transfer*, Vol. 104, pp. 602-608
 15. Patankar, S. V., 1984, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill Book Company
 16. 이재현, 1988, "2차원 비압축성 점성유동에서 나타나는 압력경계조건의 해결방안", *대한기계학회논문집* 제12권 제4호, pp. 926-933
 17. Mengüç, M. P., 1985, "Modeling of Radiative Heat Transfer in Multi-dimensional Enclosure Using Spherical Harmonics Approximation", Ph. D. Thesis, Purdue University
 18. *Proceedings of Symposium on Pulse Combustion Technology for Heating Applications*, 1979, Compiled by Clinch, J. M., National Lab.
 19. Hanby, V. I., 1969, "Convective Heat Transfer in Gas Fired Pulsating Combustor", *ASME, J. of Engineering for Power*, Vol. 91, pp. 48-52