

# 단계별 보증제도에서의 비용분석 및 보증기간 설정<sup>+</sup> Cost Analysis and Period Determination in Stepdown Warranty Policy

김 재 중\*  
장 증 순\*\*  
김 중 원\*\*

## Abstract

This paper is concerned with cost analysis and determination of warranty period in a stepdown warranty policy. Manufacturer's warranty cost is analyzed for nonrepairable item, where the warranty is assumed to be renewed at any failure within the warranty period. It is shown that from this result in free replacement policy, pro-rata policy and hybrid policy can be easily calculated. The method of determining optimal warranty period is also explored.

## 1. 서 론

경제의 급속한 발전과 현대의 고도 산업사회는 자연적으로 제품의 제조 기술을 발달시키고 제품에 대한 다양한 기능과 성능을 더욱 증가시키고

있다. 제품을 구입하는 소비자는 같은 제품을 생산하는 수많은 경제업체가 생산하는 제품중에서도 고장가능성이 최소로 나타나고 고신뢰도의 제품을 선호하게 되었다.

이와 같은 이유로 각 제조업자들은 제품에 대한

+ 본 논문은 아주대학교 학술연구조성비에 의하여 연구되었음

\* 아주대학교 산업공학과 대학원

\*\* 아주대학교 산업공학과

적극적인 품질 보증활동을 위하여 제품판매 일정 기간까지 발생하는 제품고장에 대해서는 제조업자측에서 책임을 지는 사후보증제도를 마련하고 있다.

현재까지 제안된 보증제도로는 무료 보증, 비율보증, 혼합보증제도가 사용되고 있으며, Kim(1988)은 단계별 보증제도와 이들 보증제도를 분석하였으며, 이들 연구들을 분류하여 보면 보증비용분석, 보증기간 설정, 교체정책을 언급 하였다. Menke(1969)는 제품의 고장이 발생하면 신제품으로 교체하는 경우에 비용을 계산하였으며, 비율보증제도를 사용할 경우 사후보증비용을 고려한 제품의 가격결정 문제를 다루었다. Blischke와 Scheuer(1981)은 제품수리가 불가능하여 고장 발생시 반드시 새로운 제품으로 교체하는 제품에 대하여 무료보증제도와에서 제조업자의 이익을 계산하였으며 고장날때 제품의 보증기간이 갱신되는 경우에 무료보증제도와 혼합보증제도와에서 제조업자 비용을 계산하였다.

본 연구에서는 Kim(1988)이 제안한 단계별 사후보증제도에서 보증갱신 정책을 설정하고 보증기간 동안 발생하는 제조업자 기대비용을 계산하고 현재 사용되고 있는 무료보증제도, 비율보증제도, 혼합형보증제도에서도 제조업자 기대비용도 산출하였다. 제조업자의 총비용은 Thomas(1983)가 제안한 비용 요소를 고려하여 총비용을 최소로하는 최적보증기간을 나타내고 예를 통하여 계산하였다.

본 연구에서는 Kim(1988)이 제안한 단계별 보증제도에서 보증 갱신 정책을 제시하여 제조업자 보증 비용을 계산하고 보증비용 요소를 고려한 총비용을 근거로 총비용을 최소로하는 보증기간을 계산하였다.

## 2. 비용분석

### 2.1 단계별 사후보증 제도

단계별 사후보증제도는 보증기간  $W$ 를 그림 1과 같이  $K$ 개의 단계로 나누고 판매된 제품이 시간 간격  $[W_{i-1}, W_i]$ 에서 고장이 나면 제조업자가 소비자에게  $C_i$ 만큼의 비용을 보상하는 제도이다.

단, 여기서  $W_0=0, W_k=W, C_1=C$ 이며  $C_1 > C_2 > C_3 > \dots > C_k$ 이다.

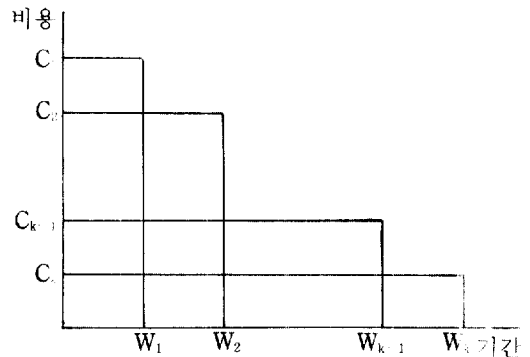


그림 1 단계별 사후 보증제도

이 경우  $K=1$ 이면 단계별 보증제도에서 보증기간의 단계  $K=1$ 인 경우가 무료 보증제도이다. 단계별 보증제도에서  $W$ 가 고정된 상태에서  $K$ 값을 크게 하여 모든  $|W_i - W_{i-1}|$ 가 0이 되도록 하면 비율보증 제도가 된다. 혼합형 보증제도는 어느 일정까지는 무료 보증 제도를 실행하고 일정기간 이후로부터의 보증기간까지는 비율보증제도를 행하는 보증 정책으로 보증기간  $W_1$ 을 고정시키고  $|W_i - W_{i-1}|$ 을  $i \geq 2$ 인 경우에 대하여 0에 접근시키면 단계별 보증제도는 혼합형 보증제도가 됨을 알 수 있다. 단계별 보증제도는 기존에 사용하고 있는 보증제도를 일반화하는 보증제도이며 본절에서는 제조업자 보증비용 분석을 하고자 한다.

### 2.2 가정 및 기호

가정

- 1) 제품은 한번 고장나면 다시 사용할 수 없는 수리 불가능한 제품이다.

- 2) 제조업자는 보증계약이 갱신되는 보증기간 동안 제품의 고장이 발생하면 즉시 동일한 신제품으로 교체해 준다.
- 3) 보증기간이 K개로 나누어져 있을 때 각 보증기간  $| W_i - W_{i-1} |$  은 등 간격으로 나누어진다.
- 4) 각 보증기간에서 보증비용은 동일한 액수만큼 감소한다.
- 5) 제조업자 부담비용은 현재의 제품이 판매될 때 보증기간 동안의 기대 비용이다.
- 6) 제조업자의 총 비용은 보증기간 동안의 기대 비용과 이윤을 포함한다.

$B(w)$  : 보증기간동안의 제조업자 이익

### 2. 3. 보증정책 설정

사후보증제도에서 제품에 대한 보증정책의 수량은 제조업자의 보증정책에 필요한 자금계획 설정에 중요한 영향을 미치고 소비자 입장에서는 제품구입에 결정적인 요인으로 작용하기 때문에 보증정책을 적절히 결정하는 것이 필요하며, 보증계약 갱신에 대한 정책하에서 제조업자가 제품 판매후 발생하는 제조업자 비용을 계산하며 이를 위하여 다음과 같은 보증계약 갱신정책을 제시한다.

#### 기호

- $X_1, X_2, X_3, \dots$  : 제품 고장 시간 간격
- $F(x)$  : 제품 고장 분포 함수
- $Q(X_i)$  : 제품이 시간  $X_i$ 에서 고장날때 제조업자 부담비용
- $N$  : 보증기간 갱신기간까지 발생한 보증기간의 갱신 횟수
- $W$  : 보증기간
- $C_i$  : 각 보증기간 간격  $W_i$ 와  $W_{i-1}$ 에서 제품고장시 제조업자가 소비자에게 지불하는 비용
- $\Delta C$  :  $C_i - C_{i-1}$
- $K$  : 보증기간의 단계
- $\lambda$  : 고장 분포함수의 척도 모수
- $\beta$  : 고장 분포함수의 형상 모수
- $A^M$  : 보증기간  $w$ 까지의 제조업자 부담의 기대비용
- $A^M_F$  : 무료보증제도에서 보증기간  $w$ 까지의 제조업자 부담의 기대비용
- $A^M_P$  : 비율보증제도에서 보증기간  $w$ 까지의 제조업자 부담의 기대비용
- $A^M_H$  : 혼합형보증제도에서 보증기간  $w$ 까지의 제조업자 부담의 기대비용

#### 보증정책

제품한개가 판매된후 보증기간 동안 고장날 때 신제품으로 교체되며 보증기간의 계약갱신은 보증기간  $W$ 동안 매 제품 교체시 발생한다. 이때 보증기간 동안 발생하는 보증 비용을 산출한다.

위와같은 보증정책을 설정하여 단계별 보증제도와 무료보증제도, 비율보증제도, 혼합형보증제도에서의 제조업자 부담의 기대비용을 계산한다. 단계별 사후보증제도의 정의에 의하여

$$Q(X_i) = \begin{cases} C_i, & W_{i-1} < X_i \leq W_i \\ 0, & X_i > W_k \end{cases} \quad 1 \leq i \leq k$$

이다.  
그런데

$$\{N=n\} = \{X_1 \leq W, X_2 \leq W, X_3 \leq W, \dots, X_n \leq W, X_{n+1} > W\}$$

를 의미하게 되므로

$$P_r\{N=n\} = \{X_1 \leq W, X_2 \leq W, X_3 \leq W, \dots, X_n \leq W, X_{n+1} > W\}$$

$$= [F(W)]^n [1-F(W)] \quad n=0, 1, 2, \dots$$

가 된다.

정리 1.

단제별 보증제도에서 판매된 제품에 대하여 제조업자가 보증기간 W동안 부담하는 기대비용은

$$A^M = \frac{1}{1-F(W)} \sum_{i=1}^k C_i [F(W_i) - F(W_{i-1})] \quad \dots\dots\dots (1)$$

이다.

증명

$$A^M = E\{\sum_{i=1}^k Q(x_i)\}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^n E\{Q(x_i) \mid N=n\} \cdot P_r\{N=n\}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} n P_r\{N=n\} \cdot E\{Q(x_1) \mid X_1 \leq W\}$$

$$= \sum_{i=1}^k \frac{F(W)}{1-F(W)} \int_{W_{i-1}}^{W_i} C_i dF(x) / F(W)$$

$$= \frac{1}{1-F(W)} \sum_{i=1}^k C_i [F(W_i) - F(W_{i-1})]$$

정리 2.

i) 무료보증제도에서 판매된 제품에 대한 제조업자가 보증기간 W동안 부담하는 비용은

$$A^M_F = \frac{C}{1-F(W)} F(W)$$

이다.

ii) 비율보증제도에서 제조업자가 보증기간 W동안

부담하는 비용은

$$A^M_i = \frac{C}{1-F(W)} \int_0^W \frac{1}{W} F(x) dx$$

이다.

iii) 혼합형 보증제도에서 제조업자가 보증기간 W동안 부담하는 비용은

$$A^M_{ii} = \frac{C}{1-F(W)} \int_{W_1}^W \frac{F(x)}{(W-W_1)} dx$$

가 된다.

증명

i) 무료보증제도의 제조업자 부담비용은 (1)식에 K=1을 대입하면 얻을 수 있다.

$$A^M_F = \frac{C}{1-F(W)} F(W)$$

ii) 비율보증제도의 제조업자 비용은 보증기간 W는 고정되고

$\lim_{k \rightarrow \infty} \max |W_i - W_{i-1}| = 0$ 이며  $\lim_{k \rightarrow \infty} W_i / W = x/W$  일때  $\lim_{i \rightarrow \infty} C_i = (C/W) * (W-x)$ 이므로

$$A^M_p = \lim_{k \rightarrow \infty} A^M$$

$$= \frac{1}{1-F(x)} \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k C_i [F(W_i) - F(W_{i-1})]$$

$$= \frac{1}{1-F(W)} \frac{C}{W} \int_0^W (W-x) dF(x)$$

$$= \frac{1}{1-F(W)} \frac{C}{W} \int_0^W F(x) dx$$

이다.

iii) 혼합형 보증제도는 보증기간 W와 W<sub>1</sub>은 고정

되어 있고  $i \geq 2$ 일때

$\lim_{k \rightarrow \infty} \max |W_i - W_{i-1}| = 0$ 인 경우  $\lim_{k \rightarrow \infty} W_i / W_{i-1} = xW$  일때  $\lim_{k \rightarrow \infty} C_i = (W-x) / (W-W_i) * C$ 이고

$$\begin{aligned}
 A^M_H &= \lim_{k \rightarrow \infty} A^M \\
 &= \frac{i}{1-F(x)} [CF(W_i) + \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=2}^k \\
 &\quad [F(W_i) - F(W_{i-1})]] \\
 &= \frac{1}{1-F(W)} [CF(W) \\
 &\quad + \frac{C}{W-W_i} \int_{w_1}^w (W-x)dF(x)] \\
 &= \frac{1}{1-F(W)} \frac{C}{(W-W_i)} \int_{w_1}^w F(x)dx
 \end{aligned}$$

가 된다.

예 1.

제품한개 판매됐을때 제조업자가 소비자에게 보증기간  $W_1$ 동안 제품이 고장나서 지불하는 비용  $C_1=50,000$ 보증기간의 각 단계에서 지불되는 비용의 차이  $\Delta C=10,000$ , 제품의 보증기간  $W=1.2$ 년 일때 제조업자를 구하며 고장 분포함수는 모수  $\lambda$ ,  $\beta$ 를 갖는 와이블 분포를 따르며 척도모수는 계산의 편의상 1로 가정하였다.

표 1에서의 단계별 보증제도에서 제조업자 비용은 보증기간의 단계가 증가함에 따라 감소하고 있으나 각 보증기간의 단계에서 모수가 증가시 제조업자 부담 비용은 현격하게 증가됨을 알 수 있다.

무료보증제도에서는 보증기간의 단계 변화에는 무관하게  $k=1$ 인 경우가 되므로 표 2와 같은 제조업자 비용이 산출된다. 비율보증제도에서도 보

증기간의 단계 변화에 영향을 받지 않으므로 표 3과 같은 결과가 나타난다.

혼합형 보증제도는 보증기간  $W$ 와 무료보증기간의 변화에 따라 제조업자 비용이 변화하므로 단계별 보증제도의 보증기간의 단계,  $K=3$ 일 때의 값에 따라서 제조업자 비용을 계산한다.

표 1 단계별 보증제도

보증기간의 단계	$\beta$	보증비용
2	1	107785.
2	2	141588.
2	3	196111.
2	4	287804.
2	5	460650.
3	1	98832.
3	2	122813.
3	3	164929.
3	4	237343.
3	5	366101.
4	1	89690.
4	2	104238.
4	3	134161.
4	4	187644.
4	5	283818.

표 2 무료 보증제도

$\beta$	보증비용
1	116006.
2	161035.
3	231469.
4	347670.
5	552052.

표 3 비율 보증제도

$\beta$	보증비용
1	69334.
2	69159.
3	79532.
4	102021.
5	144604.

표 4 혼합형 보증제도

$\beta$	보증비용
1	89410.
2	98371.
3	117087.
4	152021.
5	216394.

위의 표에서 산출된 제조업자 비용을  $k=3$ 일때 단계별 보증제도와 무료, 비율, 혼합형 보증제도를 비교 분석하여 보면 제조업자 입장에서 가장 부담이 큰 정책은 무료 보증제도이고 단계별 보증제도의 제조업자 비용이 가 다음으로 부담되고 있으며 혼합형보증, 비율보증제도 순으로 제조업자 비용이 작아지고 있음을 알 수 있다.

### 3. 최적보증기간의 설정

앞에서는 단계별 보증제도에서 보증정책 수립 후 제조업자 부담의 보증비용을 계산하고 무료, 비율, 혼합형 보증제도에서도 보증비용을 분석하였다.

본 절에서는 단계별 사후보증이 되어있는 제품에 대한 최적 보증기간을 구하고자 한다. 최적보증기간을 산출하기 위하여 Thomas(1983)가 제시한 보증비용 요소를 제조업자의 보증비용과 이윤

으로 가정하고 총 비용식을 구한다. 그림 2는 보증기간동안에 발생하는 비용요소를 그림화 한 것이다.

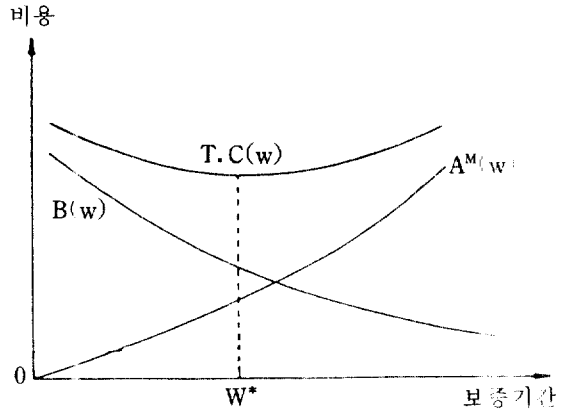


그림 2 보증비용 요소

여기서  $A^M(w)$ 는 제품 한 개가 팔렸을 때 보증기간동안의 보증비용이며  $B(w)$ 는 제품의 보증기간이 지나면서 발생하는 제조업자 이익을 나타낸다.

이때 제조업자의 총 비용을 최소로 할 수 있는 적절한 보증기간을 설정하기 위하여 제품 보증비용은 앞에서 언급한 보증정책의 제조업자 비용으로 하고 보증기간의 단계  $K=2$ 이고 고장분포함수는 증가형 고장률 함수를 갖는 와이블이며 제조업자 이익은 감소함수 형태의  $C_b \exp(-\lambda W)$  라고 가정한다.

이 경우에는 다음과 같은 총 비용식을 산출할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 T.C(w) &= A^M(W) + B(W) \\
 &= \frac{1}{1-F(W)} \sum_{i=1}^2 C_i [F(W_i) - F(W_{i-1})] \\
 &\quad + C_b \exp(-\lambda W) \dots\dots\dots (2)
 \end{aligned}$$

이 경우에는

$$TC(w) = \frac{C_1}{2} \left[ \frac{F(W/2) + F(W)}{1 - F(w)} \right] + C_b e^{-\lambda w}$$

이므로 총 비용식을 최소화하는 W를 찾기 위하여  $\beta \geq 1$ 일 때 고려한다.

정리 3.

(2) 식의 총 비용을 최소화 하는 W는 반드시 유일하며 다음식의 근으로 존재한다.

$$C_1 \lambda \beta W^{\beta-1} e^{-\lambda W^\beta} - \frac{1}{2} C_1 \lambda \beta W(1-2) e^{-\beta \lambda (W^\beta - (W/2)^\beta)} - C_2 \lambda e^{-\lambda W} = 0$$

이다.

증명

총 비용 곡선이 볼록함수임을 보이기 위하여 제조업자의 보조비용을 간단히 하면

$$A^M(w) = C_1 e^{\lambda W^\beta} - \frac{1}{2} C_1 \left[ 1 + e^{\lambda(W^\beta - (W/2)^\beta)} \right]$$

을 2번 미분하면

$$\begin{aligned} \frac{d^2 A^M(w)}{dw^2} &= C_1 \lambda \beta (\beta - 1) W^{\beta-2} e^{-\lambda W^\beta} \\ &\quad \left\{ 1 - \frac{1}{2} (1 - 2^{-\beta}) e^{-\lambda (W/2)^\beta} \right\} \\ &\quad + C_1 \lambda^2 \beta^2 W^{2\beta-2} e^{-\lambda W^\beta} \\ &\quad \left\{ 1 - \frac{1}{2} (1 - 2^{-\beta})^2 e^{-\lambda (W/2)^\beta} \right\} \end{aligned}$$

이 된다.

그런데

$$0 \leq \frac{1}{2} (1 - 2^{-\beta}) e^{-\lambda (W/2)^\beta} < 1 \text{ 이므로}$$

이므로

$$\frac{d^2 A^M(w)}{dw^2} > 0$$

된다.

마찬가지로 B(w)를 2번 미분하면

$$\frac{d^2 B(w)}{dw^2} = C_b \lambda^2 e^{-\lambda W} \geq 0$$

이다. 따라서

$$\frac{d^2 TC(w)}{dw^2} = \frac{d^2 A^M(w)}{dw^2} + \frac{d^2 B(w)}{dw^2} \geq$$

이므로 총 비용식은 볼록함수가 되고 최적 보증기간 W\*가 존재한다.

예 2.

단계별 보증제도에서 보증비용  $C_1 = 1000$ , 제조업자의 보증기간이 지나면서 발생하는 보수  $C_b = 10,000$ 일때 최적 보증기간 및 총비용을 계산한다.

제품의 최적 보증기간은 고장분포함수가 분포함수  $(\lambda, \beta)$ 가 변화되므로  $\lambda \geq 0, \beta \geq 1$  일때 다음과 같이 계산된다.

표 4 모수  $(\lambda, \beta)$ 에 대한 최적 보증기간

$\beta$	$\lambda$	보증기간	총비용
1	0.10	12.24	4919.
1.5	0.23	2.71	6681.
2	0.40	1.52	6464.
3	0.09	1.74	8900.
5	0.47	1.06	6532.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 단계별 사후보증제도에서 제조업자의 보증 비용을 도입하고 분석하였다. 보증 비용의 분석결과, 단계별 보증제도가 현재 가장 널리 쓰이고 있는 무료 보증제도가 현저하게 제조업자의 보증비용 측면에서 유리하게 나타나고 있다. 혼합형 보증제도와 비교해 볼 때 단계별

보증제도에서 보증기간의 단계가 증가하면 제조업자의 보증비용이 더 적게 나타나며 비율 보증제도의 경우 판매된 제품의 정확한 사용기간을 알고 있어야 하므로 현실적용에 어려움을 내포하고 있다.

또한 제조업자의 비용을 고려하여 총비용을 산출하고 총비용을 최소화하는 최적보증 기간을 계산하였다.



## 參考文獻

1. Abdel-Hameed, M. S., Cinlar, E. and Quinn, J. (1984), reliability Theory and Models, Academic Press.
2. Amato, H. N. and Anderson, E. E. (1976), "Determination of Warranty Reserve : An Extension", Management Science, 22, 1391-1394.
3. Barlow, R. E. and Proschan, R. (1975), Statistical Theory of Reliability and Life Testing, Probability Models, Holt, Rinehart Winston
4. Blischke, W. R. and Scheuer, E. M. (1981), "Application of Renewal Theory in Analysis of the Free-Replacement Warranty", Naval Research Logistics Quarterly, 28, 193-205.
5. Glickman, T. S. and Berger, P. D. (1976), "Optimal Price and Protection Period for a Product under Warranty", Management Science, 22, 1381-1390.
6. Karlin, S. and Taylor, H. M. (1975), A First Course in Stochastic Process, Academic Press.
7. Kim, W. J. (1988), A Study on Stepdown Warranty Policy, Unpublished. Ph. D. Dissertation, H. Y. University
8. Lowerre, J. M. (1968). "On Warranties", Journal of Industrial Engineering, 19, 359-390.
9. Medhi, J. (1983), Stochastic Processes, A Halsted Press Book.
10. Menke, W. W. (1969), "Determination of Warranty Reserve", Management Science, 15, 242-549.
11. Nguyen, D. G. and Murthy, D. N. P. (1984), "Cost Analysis of Warranty Policies", Naval Research Logistics Quarterly, 31, 525-541.
12. Parzen, E. (1962), Stochastic Processes, Holden-Day.
13. Ray, J. G. (1970), Optimization and Probability in System Engineering, Van Nostrand Reinhold.
14. Ritchken, P. H. (1985), "Warranty Policies for Non-Repairable Items under Risk Aversion", IEEE Trans, Rel. R-34, 147-150.
15. Rohatgi, V. K. (1976), An Introduction to Probability Theory and Mathematical Statistics, Wiley.
16. Ross, S. M. (1970), Applied Probability Models with Optimization Application, Holden-Day.
17. Thomas, M. U. (1983), "Optimum warranty Policies for Nonrepairable Items", IEEE Trans, Reliability, R-32, 282-288.