

# 사다리꼴퍼지수에 기초한 F.T.A. 모형에 관한 연구 Fault Tree Analysis Model Based on Trapezoidal Fuzzy Number

신 문 식\*  
조 남 호\*\*

## Abstract

Studies upto date for estimating the reliability by means of one accurate value contain risks of many erroneous options. The objective of this paper is to presents a fault tree analueis model on the basis of the membership functions of trape Zoidal fuzzy number after imposing an interval of Confidence on the residual possibility theory. The results from the model Show that the value of Stability was reliable

## 1. 서 론

오늘날 산업사회의 발달로 설비나 기계들은 복잡한 구조로 결합된 수많은 부품의 결합체로서 고장이나 에러(Error)의 발생 빈도수가 증가하여 높은 신뢰도와 안전도를 필요로 하게 되었다. 따라서 고신뢰도 제품이나 설비를 만들기 위하여는

무엇 보다도 그 시스템 신뢰도에 대한 정확한 정보취득이 선행되어야 한다. 복잡한 시스템의 신뢰도를 분석, 평가하기 위한 유용한 방법으로는 F.T.A. (Fault Tree Analysis)등이 많이 이용되고 있다.

F.T.A.는 시스템고장을 발생시키는 事象(Event)과 그 원인과의 관계를 논리기호를 사용

\* 건국대학교 대학원 산업공학과  
\*\* 건국대학교 공과대학 산업공학과

하여 나무 모양의 그림으로 나타내고, 이에 의거 시스템의 고장확률을 구하는 시스템의 신뢰성 평가방법으로 1962년 Bell 전화연구소의 H.A.Watson에 의해 미널 맨 미사일의 발사제어시스템 연구에서 처음으로 고안되었다. Boeing(1965) 항공회사의 D.F.Haasi, Schroder, Jackson등에 의해 ICBM 계획의 안전성해석에 적용함으로써 실용화되었다[11].

기존연구는 퍼지집합의 함수로 표현되는 안전도를 계산하기 위하여 Dubois와 Prade[2]가 Zaddch의 확장원리(Extension Principle)를 이용하여 실수선상에서 연속적으로 정의된 퍼지 집합간의 연산을 쉽게 하는 방법이 사용되었다. 그러나 본 연구에서는 기존의 방법과는 달리 신뢰도 가능성 이론에 기초하여 고장의 나무구조분석을 하고자 한다. 또한 고장의 나무구조에서 기본사상을 기계와 인간에 의한 것으로 분리하여 각각 다른 형태의 신뢰도 함수를 부여하여 시스템 안전도를 분석한다.

지금까지 시스템 신뢰도 분석에 관한 연구의 대부분은 서브시스템이나 부품의 신뢰도를 정확한 하나의 값으로 주었다. 그러나 현실적으로 부품의 신뢰도를 정확히 판단하기란 쉽지 않으며, 의도와는 반대의 신뢰도를 얻을 수도 있다. 부품의 신뢰도가 불확실한 자료나 예측치를 가지고 있는 경우에는 그 불확실성을 확률법칙에 의한 랜덤성(Randomness)보다는 모호성(Fuzziness)으로 취급하는 것이 합리적이라고 할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 이러한 불확실한 데이터를 랜덤성(randomness)보다는 모호성(Fuzziness)으로 취급하여 분석하는 것이 보다 합리적이라고 판단되기에 시스템 안전도 분석에 퍼지 집합이론을 적용하고자 한다. 즉 신뢰도 가능성 이론에 의거 사다리꼴퍼지수를 기초로 F.T.A.를 하고자 한다.

## 2. 사다리꼴퍼지수에 기초한 고장 나무구조분석연구

### 기호설명

- $\theta$  : 고장시간
- $\Pi(t)$  : 시간  $t$ 에서의 고장 가능성
- $\Psi(t)$  : 구간  $[0, t]$ 에서 고장 가능성(누적 고장 가능성 분포)
- $K(t)$  : 잔존 가능성 법칙, 주관적 잔존함수 ;  $1 - \Psi(T)$
- $K_*(t)$  : 잔존함수의 하한
- $K^*(t)$  : 잔존함수의 상한
- $V(t)$  : 확률함수에 대한 신뢰도 함수
- $h(r)$  : 시스템 신뢰도 함수
- $\lambda(t)$  : 고장률
- $S(x)$  : 시스템 구조의 상태함수
- $F(x)$  : 고장의 나무구조의 상태함수

### 2.1. 신뢰도 가능성 이론[11]

소속함수  $\mu_r(t) \in [0, 1], t \in [0, \infty)$ 를 가진 퍼지수  $T$ 를 고려해 보자. 이 퍼지수는 시간  $t$ 에서 부품의 고장에 대한 퍼지 데이터로서 시간  $t, t \in [0, \infty)$ 에서의 고장 가능성을 나타낸다.

따라서  $\Pi(t) = \mu_r(t)$ 로서 고장가능성  $\Pi(t) = \mu_r(t) [0, 1], t \in [0, \infty)$ 로 나타낼 수 있다.

또한 구간  $[0, t] \in K^*$ 에서의  $\Pi(t)$ 의 누적 고장가능성 분포는

$$\phi(t) = \bigvee_{u=0}^t \Pi(u), t \leq \theta \quad (V: \text{최대값}) \dots\dots(1)$$

$$\phi(t) = 1, t \geq \theta \quad (\theta: \text{고장시간}) \dots\dots(2)$$

이고,  $\phi(t) = 1, t \geq \theta$ 에서 장비가 시간  $t$ 에서 작동될 가능성을 나타내는 잔존가능성법칙은  $K(t) = 1 - \phi(t)$ 이다. ....(3)

주관적 고장률  $\lambda(t)$ 는 다음 식에 의해 구할 수

있다.

$$\lambda(t) = -\frac{K'(t)}{K(t)}, \quad t \in \mathbb{R}^+ \dots\dots\dots(4)$$

$$\lambda(t) = -\frac{K(t-1)-K(t)}{K(t-1)}, \quad t=1,2,3,4\dots\dots(5)$$

주관적 고장률  $\lambda(t)$ 에 따른 잔존가능성 법칙  $K(t)$ 를 구한다[6][13].

2. 1. 1 확신구간에 의한 안전도 추정[4]

신뢰도의 모수를 추정하는 데 있어서 확신을 가질 수 없는 상황이 있음을 가정해 보자. 이러한 경우에는 하나의 신뢰도 함수 대신에 2개의 주관적인 함수를 갖는 확신구간을 사용하여 신뢰도의 모수를 추정할 수가 있다.

- $K^*(t)$  : 잔존함수의 상한
- $K_*(t)$  : 잔존함수의 하한

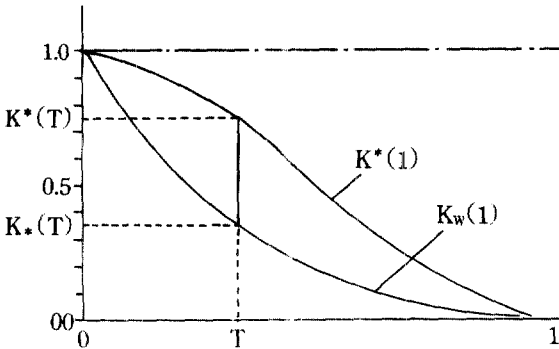


그림 1. 잔존함수의 확신구간

주관적인 잔존함수는 확신구간 ( $\forall t \in \mathbb{R}^+$ )에 의해 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$K(t) = [K_*(t), K^*(t)] \dots\dots\dots(6)$$

여기서 확신구간에 대한 2 가지의 정리를 얻을 수 있는 데

첫째는 확신구간이 ( $\forall t \in \mathbb{R}^+$ )일 때 주어진 시간  $t$ 에서 고장률이 높을수록 잔존가능성은 낮아진다.

$$[(\lambda_1(t) \in \lambda_2(t)) \Rightarrow (K_1(t) \in K_2(t))] \dots\dots\dots(7)$$

둘째는 확신구간이 ( $\forall t \in \mathbb{R}^+$ )일 때

$\lambda(t) = [\lambda^*(t), \lambda_*(t)]$ 는 고장률의 확신구간  $\lambda^*(t) \geq \lambda_*(t)$ 이고,

$K(t) = [K_*(t), K^*(t)]$ 에서 잔존가능성의 확신구간이 일치하면

$$\lambda(t) \in [\lambda^*(t), \lambda_*(t)] \Rightarrow [K(t) \in [K_*(t), K^*(t)]] \dots\dots\dots(8)$$

임을 알 수 있다.

위의 이론을 보면 역은 언제나 성립하는 것은 아님을 알 수 있고,  $t \in \mathbb{N}$ 에서도 적용이 가능함을 알 수 있다.

2. 1. 2 소속함수를 가진 사다리꼴퍼지수  $K(t)$  [4]

사다리꼴퍼지수를 사용한 이유는 안전도값의 계산시 일정구간내에서는 잘못 선택할 위험을 줄일 수 있으며, 기능적인 면과 환경적인 요인을 고려할 수 있기 때문에 보다 합리적인 값을 구할 수 있다는 것이다. 또한 사다리꼴퍼지수 구간내의 모든 가능성에 대하여 연산이 가능하고, 그 결과치에 대한 선택에서 유연성을 가질 수 있다.

여기서  $K(t)$ 는 퍼지 잔존곡선이라 불리며, 그 소속함수는 다음과 같다.

$$\mu_{K(t)}(K) \in [0, 1] \text{일 때}$$

(i)  $K(t)$ 의 모달 값(Modal Value)은

$$K_1(t) = 1/2(K_*(t) + K(t))$$

$$K_2(t) = 1/2(K(t) + K^*(t))$$

이라 가정한다.

$$K\alpha(t) = [K_*(t) + (K_1(t) - K_*(t))\alpha,$$

$$K^*(t) - (K^*(t) - K_2(t))\alpha] \dots\dots\dots(11)$$

2. 2. 알고리즘의 해법절차

신뢰도 가능성 이론에서 사다리꼴퍼지수에 기초한 나무구조분석의 기본 가정은 (1) 모든 기본사상은 기계와 인간에 의한 것으로 각각 분리 가능하여야 하며, (2) 기본사상이 기계와 관련이 있으면 램프형 고장률을 갖고, 인간과 관련이 있으면 상수 고장률을 가진다. (3) 기본사상의 발생간에는 통계적으로 독립이고, (4) 각 기본사상의 고장 발생가능성은 Tr, F, N.으로 주어졌다. 이러한 가정에 의해 알고리즘의 개발단계를 요약해 보면 다음과 같다.

단계 1] 고장나무구조의 상태함수 F(x), Minimal Cut Sets을 구한다.

단계 2] 상태함수 F(x)를 De Morgan의 정리에 의해 시스템 구조의 상태함수 S(x) 즉, minimal Path Sets으로 변환시킨다.

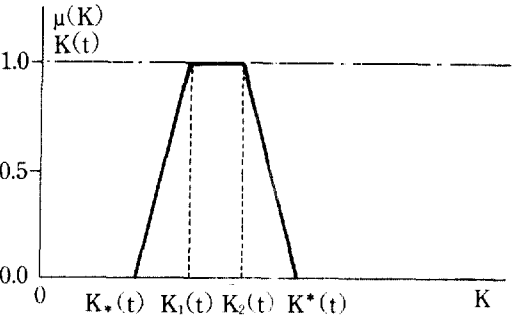
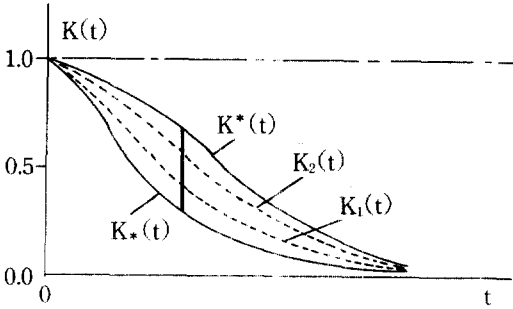


그림 2. 잔존곡선과 그의 소속함수

사다리꼴퍼지수에 대한 잔존곡선의 소속함수는

$$\begin{aligned} \mu_{K(t)}(K) &= 0, & K(t) &\leq K_*(t). \\ &= \frac{K(t) - K_*(t)}{K_1(t) - K_*(t)}, & K_*(t) &\leq K(t) \leq K_1(t), \\ &= 1, & K_1(t) &\leq K(t) \leq K_2(t), \\ &= \frac{K_2(t) - K(t)}{K_2(t) - K^*(t)}, & K_2(t) &\leq K(t) \leq K^*(t), \\ &= 0, & K(t) &\geq K^*(t). \dots(10) \end{aligned}$$

이때 K(t)의  $\alpha$ -cut은 다음과 같다.

$$\overline{X1 \cdot X2 \cdot X3 \dots Xi} = \overline{X1} + \overline{X2} + \overline{X3} + \dots + \overline{Xi} \text{ (De Morgan 1)} \dots\dots\dots(12)$$

$$\overline{X1 + X2 + X3 + \dots + Xi} = \overline{X1} \cdot \overline{X2} \cdot \overline{X3} \dots \overline{Xi} \text{ (De Morgan 2)} \dots\dots\dots(13)$$

단계 3] 상태함수 S(x)를 축소법칙을 사용하여 단순화한 다음 시스템 신뢰도 함수 h(r)을 구한다.

단계 4] 사다리꼴퍼지수로 주어진 기본사상의 고장발생 가능성을  $\alpha$ 값에 따라  $\lambda_i(t)$ 의 확신구간을 구한다.

$$\lambda(t) = [\lambda_i^*(t), \lambda_{i*}(t)], \forall t \in R^+ \dots\dots\dots(14)$$

단계 5] 인간에 관한 기본사상과 기계에 관한 기

본사상에 대하여 각각 잔존함수  $K_i(t)$ 를 구한다.

$$K(t)=[K_{i*}(t), K_i^*(t)], \forall t \in R^+ \dots\dots\dots(15)$$

$$\text{인간} : [\exp(-\lambda_{i*}(t)t), \exp(\lambda_i^*(t)t)] \dots\dots\dots(16)$$

$$\text{기계} : [\exp(-\lambda_{i*}(t)t^2/2), \exp(\lambda_i^*(t)t^2/2)] \dots\dots\dots(17)$$

단계 6] 단순화된 시스템 신뢰도함수  $h(r)$ 에 기본사상의 잔존함수  $K_i(t)$ 값을 각각 대입하여 시스템고장률  $K(t)$ 를 구한다.

$$K(t)=[K_*(t), K^*(t)] \dots\dots\dots(18)$$

단계 7]  $\alpha$ 와  $t$ 값에 따라 고장률 값을 계산한다.

### 3. F.T.의 안전도 분석에 적용예

#### 3. 1. 시스템의 안전도 계산

2대의 연마기계 작업에서 작업자의 눈이 손상되지 않을 가능성에 대한 안전도 분석에 Singer[6]의 예를 인용하였다. 그림 3에서 Top Event는 작업자의 눈이 다치게 되는 사건이며, 각 기본

사상의 발생 가능성은 표 1과 같다. 여기서 표 1의 수치는 Singer의 예에서 주어진 수치를 Tr. F. N.으로 변형시킨 것이다.

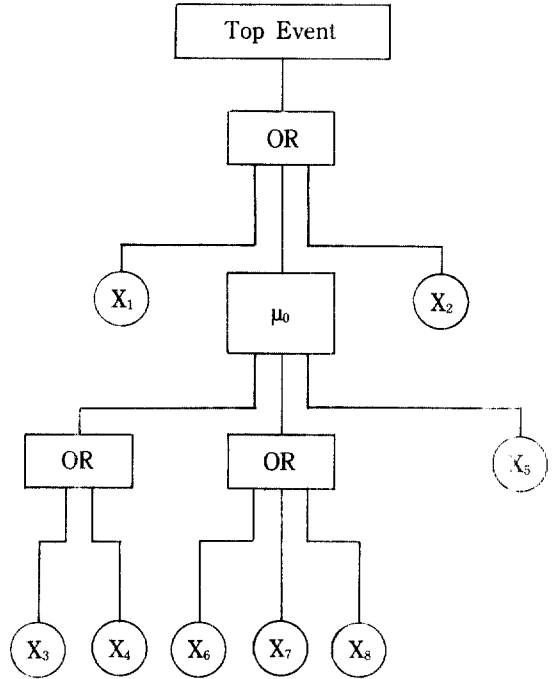


그림 3. 단순한 고장나무구조의 예

표 1 기본사상의 퍼지확률

기 호	기 본 사 상	퍼 지 고 장 률
X1	Operator 1 fails to wear safety glasses	0.009 0.0145 0.0255 0.031
X2	Operator 2 fails to wear safety glasses	0.009 0.0145 0.0255 0.031
X3	Machine 1 is operating	0.755 0.7775 0.8225 0.845
X4	Machine 2 is operating	0.755 0.7775 0.8225 0.845
X5	Persons entering the area without safety glasses	0.944 0.972 1.0 1.0
X6	Persons entering the endangered area brining material	0.047 0.0485 0.0515 0.053
X7	Persons entering the area carrying away made product	0.047 0.0485 0.0515 0.053
X8	Persons entering the area for other reasons	0.009 0.0095 0.0105 0.011

3. 1. 계산절차

1) Tr. F. N. 으로 주어진 기본사상의 고장가능성에 대한 확신구간  $\lambda_i(t)$  및 잔존함수  $K_i(t)$ 를 구한다.

2) 상태함수  $F(x)$ 를 구한다.

$$F(x) = X1 + X2 + X3X5X6 + X1X2X7 + X1X2X8 + X4X5X6 + X4X5X7 + X4X5X8$$

3)  $F(x)$ 를 De Morgan 정리에 의해 시스템 상태함수  $S(x)$ 로 변환한다.

$$S(x) = \bar{X1}\bar{X2}\bar{X3} + \bar{X1}\bar{X2}\bar{X3}\bar{X4} + \bar{X1}\bar{X2}\bar{X6}\bar{X7}\bar{X8}$$

4)  $S(x)$ 를 IE법에 의해 축소법칙을 사용하여 시스템 신뢰도함수  $h(r)$ 을 구하여  $\alpha = (0.0, 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1)$ 과  $t = (0, 1, 2, \dots, 9, 10)$  값에 따라 시스템 안전도를 계산한다.

표 2.  $\alpha$ -Cut에 따른 안전도의 구간값 ( $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1$ )

	$\alpha=0.1$	$\alpha=0.3$	$\alpha=0.5$
1	[0.909179, 0.954450]	[0.911605, 0.952027]	[0.914036, 0.949610]
2	[0.743750, 0.832042]	[0.748371, 0.827165]	[0.073021, 0.822351]
3	[0.596190, 0.706248]	[0.601619, 0.699969]	[0.607102, 0.693748]
4	[0.492385, 0.614519]	[0.498171, 0.607385]	[0.504026, 0.600335]
5	[0.411616, 0.542242]	[0.417630, 0.534431]	[0.423733, 0.526733]
6	[0.344625, 0.479653]	[0.350674, 0.471379]	[0.356829, 0.463248]
7	[0.388561, 0.424370]	[0.294478, 0.415842]	[0.300517, 0.407486]
8	[0.241617, 0.375461]	[0.247288, 0.366851]	[0.253093, 0.358438]
9	[0.202311, 0.332189]	[0.207661, 0.323631]	[0.213152, 0.315294]
10	[0.169399, 0.293905]	[0.174383, 0.285504]	[0.179514, 0.277343]

	$\alpha=0.7$	$\alpha=0.9$	$\alpha=1.0$
1	[0.916470, 0.947197]	[0.918911, 0.944788]	[0.920132, 0.943586]
2	[0.757701, 0.817491]	[0.726410, 0.812694]	[0.764775, 0.810305]
3	[0.612639, 0.687583]	[0.618233, 0.681474]	[0.621050, 0.678440]
4	[0.509953, 0.593368]	[0.515951, 0.586437]	[0.518978, 0.583071]
5	[0.429925, 0.519146]	[0.436208, 0.511669]	[0.439384, 0.507971]
6	[0.363093, 0.455257]	[0.369466, 0.447404]	[0.372694, 0.443528]
7	[0.306680, 0.399297]	[0.312969, 0.391273]	[0.316162, 0.387322]
8	[0.259033, 0.350218]	[0.265113, 0.342186]	[0.268206, 0.338240]
9	[0.218788, 0.307171]	[0.224574, 0.299258]	[0.227524, 0.295378]
10	[0.184797, 0.269416]	[0.190234, 0.261715]	[0.193013, 0.257947]

3. 1. 1 Singer의 결과와의 비교

Singer의 결과를 보면  $\alpha=0.1$ 일 때 Top Event의 발생가능성은 (0.83, 0.894)으로 구간값을 갖는 데 비해 사다리꼴퍼지수를 기초로 하여 인간에 의한 고장가능성은 일정하다고 보고, 기계에 의한 고장가능성은 시간의 증가에 따라 단조증가한다는 기

정에 따라 해법을 구해 본 결과  $\alpha=0.1$ 일 때 발생가능성이 (0.909179, 0.954450)으로 나타나 본 방법이 Singer의 방법보다 안전도에서 약(0.05~0.07)정도 더 높다. 따라서 사다리꼴퍼지수를 기초로한 본 연구가 기존의 연구결과보다 합리적임을 알 수 있다.

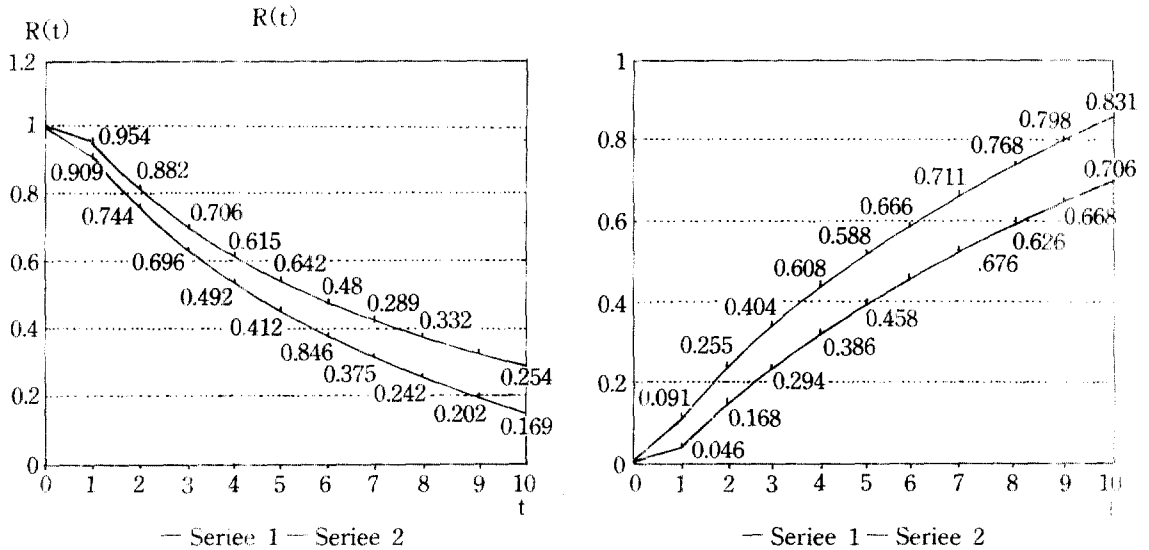


그림 4.  $\alpha=0.1$  일때 안전도와 고장률

IV. 結 論

고장나무구조분석에 대한 기존 연구의 대부분은 시스템 안전도 분석시에 하나의 값에 의해서 분석하므로 인해 의사결정시 많은 오선택의 위험성을 가지고 있었다.

따라서 본 연구에서는 이러한 오선택에 의한 위험을 줄이기 위해 고장나무구조의 안전도 분석에 신뢰도 가능성 이론의 잔존가능성에 확신구간을 주어 상한과 하한의 범위에서 사다리꼴퍼지수의 소속함수로 여러 요인을 고려하여 유연성을 갖는 최적의 시스템 안전도를 구하고자 하였다.

또한 고장나무구조의 분석시에 신뢰도 함수가 동일하게 주어졌으나 본 논문에서는 인간에 대해서는 시간변화에 관계없이 일정하다고 가정하여 상수 고장률로서 분석을 하고, 기계는 마모를 감안 시간에 따라 단조증가하므로 램프형 고장률로 분석을 하여 합리적인 시스템 고장률을 분석하고자 하였다. 적용예의 결과를 Singer의 논문과 비교해본 결과 본 연구방법의 안전도 값이 0.05~0.07정도 더 높게 나타나 보다 합리적임을 알 수 있다.

앞으로의 연구과제는 통계적으로 종속적인 관계를 가지는 고장나무구조분석에 따른 계속적인 연구가 뒤따라야 하리라고 본다.

## 參考文獻

1. Charles O. Smith(1976), Intro. to Reliability in Design, McGraw-Hill.
2. Dubois, D. and H. Prade(1980), "Fuzzy Sets and System", Academic Press, New York.
3. Furuta, H. and N. Shiraishi(1984), "Fuzzy Importance in Fault Tree Anslysis", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 12, No. 3, pp. 205-213.
4. Kaufuman, A. and M. M. Gupta(1988), Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science, North-Holland, New York.
5. Lee, W. S., D. L. Grosh, F. A. Tillman and C. H. Lie(1985), "Fault Tree Analysis, Method and Applications : A Review," IEEE Transaction on rel., Vol. R-34, No. 3, pp. 194-203.
6. Singer, D.(1990), "A Fuzzy Set Approach to Fault Tree and Reliability Analysis," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 34, No. 2, pp. 145-155.
7. Tanaka, H., L. T. Fan, F. S. Lai and K. Toguchi(1983), "Fault-Tree Analysis by Fuzzy Probability", IEEE Transaction on Rel., Vol. R-32, No.5, pp. 453-457.
8. Zimmermann, H. J.(1986), Fuzzy Set Theory and Its Applications, Kluwer-Nijhoff.
9. 이근철감역(1990), F. T. A. 안전공학, 일본 총합안전연구소 편, 기전연구소.
10. 이광형, 오길록(1991), 퍼지이론 및 응용 I 권(이론), II 권(응용), 홍릉과학출판사.
11. 이동형(1991), Fuzzy 집합이론을 이용한 시스템 신뢰도 분석, 박사학위논문, 한양대학교.
12. 박경수(1978), 신뢰도 공학 및 정비이론, 회중당.