

주기적 환경조건하에서의 고분자기자재 복합재료의 水分擴散현상에 관한연구

한우석

ENSMSE, France

비행체에 사용되는 복합재료 이용에 있어서 가장 중요하게 고려해야 할 요소중의 하나는, 비행체의 全運行壽命기간 동안에 발생하는 주기적 자연환경 변화에 따른, 습수에 있어 복합재료의 기계적 특성이 감소하는 것이다. 긴 운행기간동안 온도와 상대습도변화에 따른, 외부 공기에 노출된 복합재료 내의 습수율을 계산함으로써 이 문제를 해결할 수 있게 되었다.

습수율을 계산하기 위한 간단하면서도 널리 사용되고 있는 습수 모델은 Fick法이다. 복합재료 내의 습수율 $c(x, t)$ 을 해석하기 위하여 다음과 같은 가정을 세운다: 平板 전체를 통하여 온도는 순간적으로 같다. 즉 두께를 통한 열전달은 모든 부분에 똑같이 이루어지므로써, 平板의 모든 부분의 온도는 대기 온도와 동일하다고 가정한다. 이러한 가정이 성립할 때, 平板의 양표면에 동일한 습도 분포를 갖는 두께 L 인 平板의 水分擴散 現狀에 대한 解는 傳道率 D 를 갖는 一次 Fick 문제를 푸는 것으로 얻어질 수 있는데, 그 Fick의 편미방 방정식

과 경계 조건은 다음과 같다.

$$(1) D(t) = \frac{\partial^2 c(x, t)}{\partial X^2} = \frac{\partial c(x, t)}{\partial t}$$

$$(2) c(0, t) = c_0(t) \text{ 및 } c(L, t) = c_0(t)$$

환경조건이 주기적일 때, 函數 $D(t)$ 와 $c_0(t)$ 또한 주기 T 를 갖는 주기적인 函數일 수 밖에 없다. 일반적으로 말해서 解 $c(x, t)$ 에는 과도기 項이 있으며, 궁극적으로는 시간에 따른 주기 函數 형태의 解가 된다. 解法으로는 수치해석의 한 방법인 段階法을 이용할 수 있는데 (Springer, 1981), 이 방법은 계산이 오래 걸린다. 여하튼, 이 수치해석 해법에 의하여 얻어진 解를 볼 때 다음과 같은 특징을 알 수 있다.

- 진동부분은 x 축을 따라 급속히 감소하며, 모든 시간 t 에 대해서는 실제적으로 표면 부근에서만 볼 수 있다(표면효과).
- 과도기는 시간 t 에 따라 감소하는데, 표면부터 급속히 감소하며 표면에서 멀어질수록 점점 더 천천히 감소한다.

일정한 시간이 지난 후에는, 解는 결국 표면

에서의 주기적인 項과 중심부의 含水率을 나타내는 常數 c_{∞} 로 구성된다. 이 常數 c_{∞} 는 실험, 설계 또는 재료선정에 매우 중요한 요소로서 작용하게 된다. 왜냐하면 재료의 주요 부위의 궁극적인 영구상태를 나타내주는 요소이므로, 재료 선정을 위하여서는 미리 결정되어야 한다.

20년 運行 壽命을 갖는 비행체에 대한 예상되는 환경 조건하에서의 섬유 강화 복합재료의 含水率을 계산하는 몇가지 예제들이 전산 프로그램인 「W8GAIN」을 이용하여 Springer (1981)에 의해 다루어졌다. 본 논문에서는 예상되는 모든 결과를 살펴보고 또 계산 시간을 측정하기 위하여, 동일한 「W8GAIN」 프로그램을 이용하고 동일한 예제들을 다루므로써 본 논문에서 제시한 방법과 「W8GAIN」 프로그램에서 이용한 段階法을 비교하였다. 그 결과 본 논문에서 제시한 방법이 유효하며, 더 높은 효과를 갖는다는 것을 보여준다.

解法

본 해법의 기본 이론은 Verchery(1992)가 제시하였다. 아래와 같이 정의된 연합 含水率을 도입함으로써:

$$(3) \quad c^*(x, t) = D(t) c(x, t),$$

Fick방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다:

$$(4) \quad \frac{\partial^2 c^*(x, t)}{\partial x^2} - \frac{\partial c^*(x, t)}{\partial t} = 0$$

매우 큰시간 t 에 대하여, 平均值 $c^*(x)$ 는 다음의 일반 미분 방정식과 경계 조건을 만족시키게 된다.

$$(5) \quad \frac{D^2 c^*(x, t)}{dx^2} = 0,$$

$$(6) \quad c^*(0) = \frac{1}{T} \int_0^T D(t) c_0(t) dt,$$

$$(7) \quad c^*(L) = \frac{1}{T} \int_0^T D(t) c_L(t) dt,$$

- 양표면 조건이 동일한 경우에 대한 常數解
습도와 온도가 평판의 양 표면에 동일하게 주어졌을 때, 방정식 (5)~(7)에 대한 常數解는 다음과 같다.

$$(8) \quad c_{\infty} = \frac{\int_0^T D(t) c_0(t) dt}{\int_0^T D(t) dt}$$

- 양표면 조건이 상이한 경우에 대한 線型函數解

두께 L 을 갖는 평판의 양 표면에서 경계 조건이 다를 경우, 방정식 (5)~(7)에 대한 極限解는 두께를 통하는 변수 x 에 대하여 선형 함수 형태로 된다. 즉:

$$(9) \quad C^{\infty}(x) = \frac{(1 - \frac{x}{L}) \int_0^T D(t) C_0(t) dt + \frac{x}{L} \int_0^T D(t) C_L(t) dt}{\int_0^T D(t) dt}$$

이 線型函數解는 평판 양면에서 온도 조건은 서로 같으나, 습도 조건은 서로 다른 경우에 대한 解임에 주의하여야 한다.

- 浸透깊이

다음과 같이 확산율의 한 주기에 대한 시간積分值를 도입함으로써:

$$(10) \quad D^*(t) = \int_0^T D(t) dt,$$

침투 깊이를 다음과 같이 결정할 수 있다:

$$(11) \quad x_0 = \sqrt{\frac{D^*(T)}{\pi}}$$

Verchery(1992)에 의해 증명되었듯이, 이 침투 깊이는 표면으로부터 진동 부분감소를 결정짓는다. 예를 들면, $x=4x_0$ 가 되는 점에서의 振動值는 표면에서의 振動值에 비해 2% 이하

로 줄어들음을 알 수 있다.

같은 형태의 환경 조건이나 다만 주기가 다를 경우에, 즉 T(1)과 T(2)이 주어졌을 때, 침투 깊이 x 는 다음과 같이 표현될 수 있다:

$$(12) \frac{x_0^{(2)}}{x_0^{(1)}} = \sqrt{\frac{T^{(2)}}{T^{(1)}}}$$

이 식은 주기가 침투 현상에 영향을 끼치고 있음을 보여주고 있다.

평판의 양 표면 부위에서 습수率 진동 부분의 上下限線을 결정하기 위하여 다음과 같은 경험적인 解를 제시한다:

$$(13) c_{sup} = c_0 + [c(0,0) - x_0] \exp(-x/x_0),$$

$$(14) c_{inf} = c_0 + [1 - \exp(-x/x_0)]$$

▣ 증명 및 비교 분석

본 논문에서는 다음의 두가지 예제를 통하여, 오랜 시간 동안 주기적 환경 조건에 노출되어 있는 고분자 기재 복합재료 구조물의 두께를 통한 極限습수率과 침투 깊이를 결정하기 위해 제시된 본 해법을 증명해 보이기로 한다.

20년 운행 수명을 갖는 비행체에 대한 예상되는 온도와 상대 습도를 模型化한 Springer (1981)가 제시한 예제를 사용하기로 한다. 온도와 습도는 144시간을 주기로 바뀐다고 가정

표 1. Springer(1981)가 이용한 두께 및 재료 특성

두께, mm	h=12.70
확산율, mm ² /sec	D=252 exp(-6794/T °K) (T:온도)
상대습도에 따른 최대 습수率, %	M=0.0205H (H: 상대습도)

표 2. 자릿수에 대한 결과 및 계산시간 대조표

예제	본 해법		단계법		계산 시간비
	常數 x_∞	소요계산시간	常數 C_∞	소요계산시간	
1	0.4369	0.809초	0.4360	33분 7초	2456
2	0.9749	1.463초	0.9734	33분 59초	1393

하였다. 정상적인 기상 조건이 133시간동안 유지되며, 나머지 11시간은 비행시의 조건을 취하였다. 첫번째 예제에서는, 상대 습도가 0%에 달하는 비행 시간을 제외하고는, 온도가 상승할 때 상대 습도는 감소한다고 가정했다. 두번째 예제에서는, 비행 시간을 제외하고는 상대 습도는 일정하다고 가정했다. 본 예제에서 사용된 두께와 재료 특성이 표1에 요약되어 있다.

비교 분석을 위하여, Springer(1981)에 의하여 개발되고 발표된 「W8GAIN」 전산 프로그램과 본 해법에 의한 프로그램이 Work Station 「Apollo DN 4500」(processor 68030과 Floating Point Accelerator 장착)에 Fortran 77로 프로그램되었다. 본 해법의 방정식 (8)과 (9)를 적분하는 방법으로 간단한 사다리꼴(T-rapezoidal) 적분 방식을 이용하였다. 본 해법과 「W8GAIN」 해법에 의한 결과가 표2에 비교, 요약되어 있다(ADDA-BEDIA et al., 1992).

▣ 결론

본 논문에서는 오랜 시간동안 주기적 환경 조건에 노출되어 있는 고분자 기재 복합재료의 두께를 통한 습수率의 極限값을 결정짓는 직접적인 해법을 소개하였다. 수치해석 방법중의 하나인 段階法을 이용하여 Fick 방정식을 푸는데 비하여, 중심부에서의 습수率을 결정짓는데 본 해법이 매우 효과적이고 또 정확하다는 것이 증명되었다. 실질적인 문제들에 대하여 時間比 2000배까지 빠르게 계산할 수 있음이 보여졌다. 또 본 해법은 常數 c_∞ 를 갖는 중심부의 범위를 결정지을 수 있음을 보여 주었다. 이와같이 오랜시간 후의 재료 특성을 결정짓는 모든 주요한 요소들이 본 해법에 의하여 정해 질 수 있으며 이러한 長點들은 구조 설계에 있어서 즉각적으로 解를 구할 수 있는 가능성을 주었다. 양 표면 부위에서의 습수率 진동 부분의 上下限線 결정을 위한 선형적 解 또한 제시, 증명되었다.