

〈論 文〉

## 복합재 적층판재의 비선형 수치해석 및 실험

조원만\* · 이영신\*\*윤성기\*\*\*

(1992년 11월 28일 접수)

### Nonlinear Numerical Analysis and Experiment of Composite Laminated Plates

Won-Man Cho, Young-Shin Lee and Sung-Kie Youn

**Key Words :** Composite Laminated Plate(복합재 적층판), Finite Element Method(유한요소법), Geometrically Nonlinearity(기하학적 비선형성), Materially Nonlinearity(재료적 비선형성), Combined Nonlinearity(복합적 비선형성)

#### Abstract

A finite element program using degenerated shell element was developed to solve the geometric, material and combined nonlinear behaviors of composite laminated plates. The total Lagrangian method was implemented for geometric nonlinear analysis. The material nonlinear behavior was analyzed by considering the matrix degradation due to the progressive failure in the matrix and matrix-fiber interface after initial failure. The results of the geometric nonlinear analyses showed good agreements with the other exact and numerical solutions. The results of the combined nonlinear analyses considered both geometric and material nonlinear behaviors were compared to the experiments in which a concentrated force was applied to the center of the square laminated plate with clamped four edges.

기 호 설 명			
$\{a\}$	: 요소결점 변위벡터	$N$	: 요소의 형상함수
$[B]$	: 변형률-변위행렬	$n$	: 요소의 질점수
$[C]$	: 등가강성행렬	$P$	: 내압
$[D]$	: 변환 등가강성행렬	$\{P\}$	: 내부 등가힘벡터
$DF1, DF2, DF3$	: 물성저하계수	$q_0$	: 균일등분포하중
$F_i, F_{ij}$	: Tsai-Wu 파열기준에서의 제2 및 제4차 강도텐서	$[S]$	: 컴플라이언스행렬
$\{f\}$	: 외부힘벡터	$[T], [T']$	: 변환행렬
$G_{12}, G_{13}, G_{23}$	: 1-2, 1-3, 2-3면에서의 전단 강성계수	$\{u\}$	: 전체좌표계에서의 변위벡터
$[K_T]$	: 접선강성행렬	$u_i, u_{2i}, u_{3i}$	: 국부좌표계에서의 단위벡터
$[K_\sigma]$	: 기하학적 강성행렬	$x, y, z$	: 전체좌표계
$L$	: 길이	$x', y', z'$	: 국부좌표계
		$\alpha, \beta$	: 국부좌표 $y', x'$ 에 관한 회전
		$\delta$	: 변위
		$\{\epsilon\}$	: 재료좌표계에서의 변형률벡터
		$\{\epsilon'\}$	: 국부좌표계에서의 변형률벡터

\*정회원, 국방과학연구소

\*\*정회원, 충남대학교 기계설계공학과

\*\*\*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

$\xi, \eta, \zeta$	: 곡선좌표계
$\{\sigma\}$	: 재료좌표계에서의 응력벡터
$\{\sigma'\}$	: 국부좌표계에서의 응력벡터
$\{\phi\}$	: 잔류 질점력벡터
삼첨자	
$k$	: 하중중분수
하첨자	
$i$	: 요소의 절점
$j$	: 하중중분내에서의 반복회수
$L$	: 선형항
$NL$	: 비선형항
$r$	: 적층재의 $r$ 번째 층

## 1. 서 론

그 동안 2차 구조재로만 사용되어 오던 복합재료는 1980년대 이후 아라미드섬유(aramid fiber) 복합재, 탄소섬유(carbon fiber) 복합재 등의 재료발전 및 생산가격 하락, 물성개선 등의 꾸준한 향상으로 높은 비강도(강도/무게), 비강성(강성/무게), 저열 팽창계수 등이 필수 설계요구조조건인 항공기의 날개 및 동체, 압력용기, 유도탄의 로켓 모터케이스(rocket motor case) 등의 항공우주분야에서의 1차 구조재로서 그 적용성이 점차 증대되고 있다.<sup>1,2)</sup> 특히 항공우주분야의 구조재로 사용되는 경우에는 무게경량화가 가장 중요한 설계조건으로 요구되고 있으므로 대부분 얇은 적층구조물이 적용되고 있으며, 이에 따라 선형거동과는 많이 차이가 유발되는 기하학적 및 재료적 비선형거동이 유발되므로 비선형해석의 필요성이 요구된다. 지금까지 복합재 적층구조물의 기하학적 비선형(geometrical nonlinear)에 관한 연구는 다소 제시되어 있으며,<sup>(3,4,5)</sup> 이방성 재료로서 Huber-Mises 항복함수에 의한 이방성 적층구조의 탄소성거동 연구<sup>(6,7)</sup>가 일부 진행되었을 뿐이다. 그러나 복합재 적층 구조물은 하중이 증가됨에 따라 초기 파손이후 기지 물성저하가 유발되며 이에 따라 재료적 비선형(material nonlinear) 거동이 유발된다. 그러나 실제 구조물에서는 재료적 비선형거동이 유발되면 기하학적 형상을 변화시키고, 이는 재료적 비선형거동에 기하학적 비선형거동이 함께 고려되는 복합적 비선형

(combined nonlinear) 거동 해석이 요구되나 아직까지 거의 제시되어 있지 않다. 그러므로 본 연구에서는 기지(matrix)에서의 초기 파손이후의 기지 물성저하(matrix degradation)를 고려한 재료적 비선형 거동을 유한요소해석 과정에 도입하여, 재료적 비선형해석을 시도하였고, 또한 재료적 비선형과 기하학적 비선형거동이 함께 고려된 복합적 비선형해석도 수행하였다. 본 해석 프로그램의 기하학적 비선형해석에 관한 유용성 및 정확도는 기존의 다른 수치해와 비교하여 입증하였으나, 복합적 비선형해석치는 비교할 만한 기존 수치해가 없으므로 실제 실험을 통하여 네변이 고정되어 있고 중앙점에 집중 하중이 작용하는 탄소섬유 및 유리섬유 적층판재의 하중-변위 선도를 구하여 수치해와 비교, 검토하였으며, 비교적 일치하고 있음을 규명하였다.

## 2. 적응모델 및 이론

### 2.1 물성방정식

복합재 적층구조물의 각층이 3차원 응력상태에 있을때,  $r$ 번째 적층의 재료방향(1, 2, 3 방향)에 대한 응력-변형률 관계는 다음과 같다.

$$\{\epsilon\}_r = [S]_r \{\sigma\}_r \quad (1)$$

층립면에 수직인 응력성분에 관한 변형률 에너지는 무시한다는 가정에 의하여 3방향으로의 수직응력이 없다고 하면 응력성분은 다음과 같다.

$$\{\sigma\}_r = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}]^T \quad (2)$$

만일 재료방향이 국부좌표계에 대하여  $\theta^\circ$ 회전되어 있다면(Fig. 1 참조) 국부좌표계에 대한 응력 및 변형률 성분은 다음과 같다.

$$\{\sigma\}_r = [T] \{\sigma'\}_r \quad (3)$$

$$\{\epsilon\}_r = [T'] \{\epsilon'\}_r \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \{\sigma'\}_r &= [T]^{-1} [C]_r [T'] \{\epsilon'\}_r \\ &= [D]_r \{\epsilon'\}_r \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $[D]_r$ 는  $r$ 번째 층에서의 변환 등가강성행렬로서, 섬유 적층각  $\theta$ 에 따라서 각 층마다 달라진다.

또한 복합재 적층재는 등방성 재료에 비하여 면내 강성계수에 대한 횡전단 강성계수의 비가 매우 작으므로 횡전단 변형효과는 두께/폭이 1/30이상인

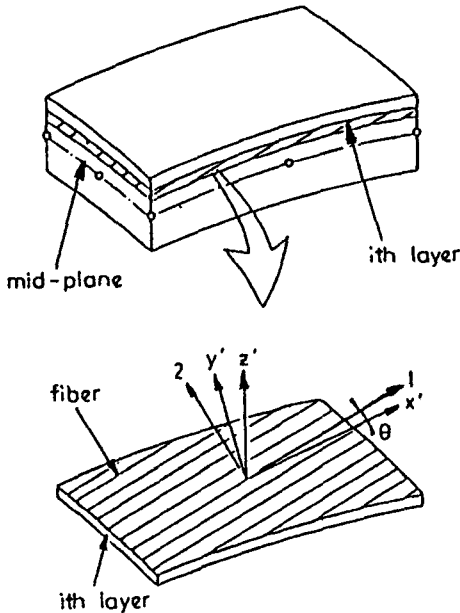


Fig. 1 Material and local axes in the laminated structure

경우에도 무시할 수 없다. 복합재 적층구조에 대한 전단 변형이론은 아직 정립되어 있지 않으나, 본 연구에서는 변형전에 중앙면에 수직이며 직선인 선은 변형후에도 직선은 유지하나 반드시 중앙면에 수직을 유지하지 않는다는 가정하에 층간 전단변위의 연속조건을 만족시킨 1차 전단 변형이론<sup>(7)</sup>을 적용하여 전단 수정계수를 구한 후 그 값을 전단 강성계수에 적용시켰다.

2.2 재료 비선형 모델

지금까지 일반적으로 적용해 온 고전적층이론(classical laminate theory)에서는, 거시적 관점에서 초기 파손이후에는 손상된 층의 기지강성이 전혀없고 섬유만이 하중을 견딘다고 가정하여 해석하였으나, 실제 적층구조물에서는 최종 파손에 이를때까지 상당한 부가적 하중을 견디므로 이는 실제 거동과는 차이가 있다. 즉 초기 파손이후 섬유에 연하여 균열이 진전되어 하중증가에 따라 포화 수준에 이르면 극한 파손된다. 그러나 균열이 진전됨에 따라 국부적 응력집중으로 내부 응력에 변화를 주며 유효강성이 감소된다고 가정하여 초기 파손이후 균열이 진전된 층을 낮은 강성으로 대체하는 방법이 제안되고 있다.<sup>(8)</sup> 또한 초기 파손부위가 점차 증가

됨에 따라 그 적층구조는 변형이 점차 증가되므로 재료적 비선형거동을 보이게 될것이다.

본 연구에서는 좀 더 실질적 거동에 가깝도록 초기 파손이후 손상된 층의 국부적 손상부위를 기지물성 감소계수(degradation)를 적용한 저하된 물성으로 대체시켜가면서 유한요소 계산 과정에 적용시켜 부가적 하중에 따른 재료적 비선형거동을 해석하였다.

복합 응력상태의 초기 파손조건식은 일반적으로 적용되고 있는 3차원 Tsai-Wu 파손식을 사용하였다. 그러나 Tsai-Wu식으로는 파손모드를 결정할 수 없으며, 단지 초기 파손여부를 판별하는데 적용하였다.

$$f(\sigma) = F_{ij}\sigma_i\sigma_j + F_i\sigma_i \le 1 \quad i, j=1, 2, \dots, 6 \quad (6)$$

식(6)을 정리하여 표현하면 다음식과 같다.

$$F_{11}\sigma_1 + F_{22}\sigma_2 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{44}\sigma_4^2 + F_{55}\sigma_5^2 + F_{66}\sigma_6^2 \le 1 \quad (7)$$

식(7)에 적용된 계수 값들은 부록에 제시하였다.

물성저하는 기지의 강성저하에 의한 횡방향 강성계수, 전단 강성계수, 푸아송비를 감소시켜 적용하였으며 다음식과 같다.

$$E_2(DF1) \cdot E_2^0 \quad (8)$$

$$G_{12} = (DF2) \cdot G_{12}^0 \quad (9)$$

$$\nu_{12} = (DF3) \cdot \nu_{12}^0 \quad (10)$$

단, 상첨자 0은 손상이 되지 않은 물성값이다.

기지 물성저하에 관한 정립된 방법은 아직 확실히 제시되어 있지 않다. 그러나 기지 강성의 상대적 감소는 횡방향 강성 및 전단 강성의 상당한 감소에 의한 것이며, 수정된 혼합법칙(modified rule of mixture)에 의한 미시적-거시적해석(micromacro mechanics analysis; MIC-MAC) 및 인장시험치에 의하여 반경험적으로 DF를 계산한 값을 각종 적층재료에 대하여 Tsai가 제시<sup>(8)</sup>하였으며, 본 해석에서는 이 값을 적용하여 해석하였다. (Table 1 참조) 그러나 DF값 정립에 있어서는 상당한 연구와 각종 재료에서의 적층각, 적층수를 달리한 실험적 보증으로 보완되어야 한다.

본 연구에서는 증분/반복 계산과정을 적용하여 해석하였으며, 점진적 물성저하(progressive degradation)의 수치계산은 Newton-Raphson방법을 사용하였다.

Table 1 Degradation factor (DF) values based on matrix degradation

Properties	Material	Carbon T300/epoxy	E-glass/epoxy
DF( $E_m^*$ )		0.20	0.10
DF1( $E_2^*$ )		0.31	0.14
DF2( $G_{12}^*$ )		0.27	0.11
DF3( $\nu_{12}^*$ )		0.20	0.10

\* Means degradation from intact to degraded matrix

### 3. 유한요소 정식화

셀이론의 복잡성을 피하고 직접 요소분할이 가능하며, 독립적인 3차원 변위와 회전을 갖는 등계수 요소에 degeneration 과정을 통하여 두께방향을 처리한 degenerated 셀요소<sup>(9,10)</sup>를 적용하였다.

#### 3.1 좌표 및 변위장

Fig. 2에 도시된 바와 같이 셀요소의 외표면은 곡면이며, 주어진 직교좌표계에서의 절점좌표는 중

립면 좌표  $i_{mid}$ 로 표시하였고,  $\xi, \eta$  및 셀요소 중립면에서의 곡선좌표  $\zeta$ 는 두께 선형좌표로써 -1, 1 사이에서 변화하는 값이므로 직교좌표와 곡선좌표 계간에는 다음식들을 얻을 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix}_{mid} + \sum_{i=1}^n N_i t_i \frac{\zeta}{2} \underline{V}_{3i} \quad (11)$$

식(11)에서 벡터  $\underline{V}_{3i}$ 는 Fig. 2에서 알수 있는 바와 같이 위면과 아래면을 연결하는 두께방향 벡터로서 정의한다.

$$\underline{V}_{3i} = \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix}_{top} - \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix}_{bottom} \quad (12)$$

또한 중립면에 수직인 방향의 변형률을 무시한다고 가정하고, Fig. 2에 표시된 바와 같이 두 직교방향 단위벡터  $\underline{v}_{2i}, \underline{v}_{1i}$ 에 대한 회전을  $\alpha_i, \beta_i$ 라 하면 전체좌표계에 대한 변위성분은 다음식과 같다.<sup>(10)</sup>

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^n N_i \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix}_{mid} + \sum_{i=1}^n N_i \zeta \frac{t_i}{2} \begin{Bmatrix} \alpha_i \\ -\beta_i \end{Bmatrix} \quad (13)$$

여기서 등계수 형상함수  $N_i$ 값은 적합조건을 만족하는 함수이므로, 변위의 적합성은 이웃 요소간에 유지된다. 또한 Fig. 2에서 벡터  $\underline{V}_{1i}$ 는  $\underline{V}_{3i}$ 에 수직하여  $x, z$ 평면에 평행하다고 정의하면 다음식으로 표현된다.

$$\underline{V}_{1i} = \underline{i} \times \underline{V}_{3i} \quad (14)$$

여기서  $\underline{i}$ 값은  $x$ 방향의 단위벡터, 그러므로  $\underline{V}_{2i}$ 는 다음식과 같다.

$$\underline{V}_{2i} = \underline{V}_{3i} \times \underline{V}_{1i} \quad (15)$$

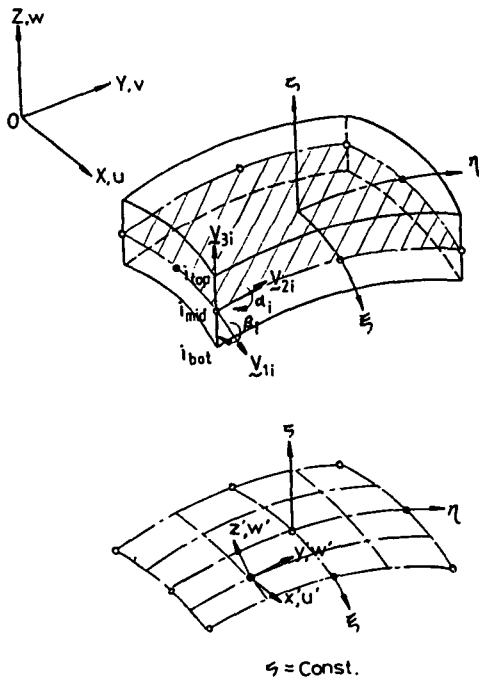


Fig. 2 Global, nodal and local coordinate system

3.2 기하학적 비선형 공식화

기하학적 비선형해석을 위하여 총라그랑지안 (total lagrangian) 방법을 적용하였으며, 적절한 회전을 고려한 von Karman 가정을 도입하였다. 재료적 비선형해석방법과 마찬가지로 기하학적 비선형해석에서도 증분/반복과정을 적용하였고, 이 과정에서 항상 잔류력이 존재하며 다음식과 같다.

$$\{\phi(a)\}^t = \int_V [\bar{B}]^T \{\sigma\}^t dV - \{f\}^t \cong 0 \quad (16)$$

식(16)의 변위 변화량  $\{da\}$ 에 관한 변분을 취한 후 정리하면 다음과 같다.

$$\{d\phi\} = \int_V [d\bar{B}]^T \{\sigma\} dV + \int_V [\bar{B}]^T \{d\sigma\} dV \quad (17)$$

변형률-변위행렬  $[\bar{B}]$ 는 선형항  $[B_L]$ 과 비선형항  $[B_{NL}]$ 로 나눌수 있다.

$$[\bar{B}] = [B_L] + [B_{NL}] \quad (18)$$

$$[d\bar{B}]^T = [dB_{NL}]^T \quad (19)$$

위 식들을 이용하여 정리하면 식(17)은 식(20)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \{d\phi\} &= \int_V [dB_{NL}]^T \{\sigma\} dV + \int_V [\bar{B}]^T [D][\bar{B}] dV \\ &= [K^T] \{da\} \end{aligned} \quad (20)$$

여기서,

$$[K^T] = [K_\sigma] + [K_L] + [K_{NL}] \quad (21)$$

$$[K_\sigma] = \int [dB_{NL}]^T \{\sigma\} dV \quad (22)$$

$$[K_L] + [K_{NL}] = \int_V [\bar{B}]^T [D][\bar{B}] dV \quad (23)$$

또한 각층의 중앙면에 대한 Green-Lagrange 변형도들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{\epsilon'\} &= \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u',_x \\ v',_y \\ u',_y + v',_x \\ u',_x + w',_x \\ v',_x + w',_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{1}{2}(w',_x)^2 \\ \frac{1}{2}(w',_y)^2 \\ (w',_x) \cdot (w',_y) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ &= \{\epsilon'_L\} + \{\epsilon'_{NL}\} \end{aligned} \quad (24)$$

3.3 적용요소

등계수 요소중에 가장 널리 적용되는 8절점 요소

를 적용하였으며, 정상적분(normal integration, 3 × 3 Gauss적분)을 사용하면 두께감소에 따라 해의 고정(locking)현상이 발생되므로 이러한 문제점을 개선하기 위하여 2 × 2 Gauss적분에 의한 감소적분(reduced integration)방법<sup>(11)</sup>을 적용하였다.

○구석절점

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi\xi_i) (1 + \eta\eta_i) (\xi\xi_i + \eta\eta_i^{-1}) \quad (25)$$

○중간절점

$$N_i = \frac{\xi_i^2}{2} (1 + \xi\xi_i) (1 - \eta^2) + \frac{\eta_i^2}{2} (1 + \eta\eta_i) (1 - \xi^2) \quad (26)$$

복합재 적층재의 경우에는 두께방향으로 서로 다른 여러층의 재료로 구성되어 있으므로, 각층의 중앙면에 대해 적분하여 각 층마다의 응력 및 변형률을 계산하였다.

3.4 수렴성 확인

분할요소 개수 및 적분방법에 따른 수렴특성을 확인하기 위하여 한번의 길이가 6.0 m, 탄성계수  $E=30$  Gpa, 푸아송비  $\nu=0.3$ 인 재료물성을 가진 고정지지 정방형 평판에 횡방향 균일분포하중이 작용할 때에 길이/두께비 ( $L/t$ )를 50, 100, 200으로 변화시켜가면서 정상적분(3 × 3 Gauss적분)과 감소적분(2 × 2 Gauss적분)을 수행하여 평판 중심점에서의 처짐값을 Timoshenko의 이론해<sup>(12)</sup>에 대한 값의 비로 Table 2에 나타내었다. 이 표에서 알 수 있듯이 두께가 점차 얇아지면 정상적분값은 해의 고정현상이 크게 나타나는데 비하여, 감소적분값은 이러한 현상이 없이 해의 수렴성이 매우 좋음을 확인하였으며 분할요소수 4 × 4의 경우가 3 × 3 보다 수렴성이 증진됨을 알 수 있다. 또한 두께 0.8 mm, 내경 66.7 mm,  $E=205.95$  Gpa,  $\nu=0.3$ 인 내압이 작용하는 압력용기의 변위 및 응력을 요소 개수를 변화시켜서 그 해석결과와 이론해<sup>(12)</sup>와 비교하여 Table 3에 나타냈으며, 요소 개수가 많음에 따라 해의 오차가 감소됨을 알 수 있다.

3.5 비선형방정식의 수치계산

본 연구에서는 복합 적층구조물의 두가지 형태의 비선형거동을 포함하였다. 우선 초기 파손(initial failure)이후의 기지재료에서의 결함발생, 진전에 의한 물성저하를 고려한 재료 비선형거동과 구조물

**Table 2** Nondimensional central\* deflection value in the clamped plate under uniform transverse load

Mesh number	L/t	Full(3×3 Gauss) Integratioin	Reduced(2×2 Gauss) Integration
3×3	50	0.9210	1.0127
	100	0.8404	0.9746
	200	0.6801	0.9643
4×4	50	0.9811	1.0225
	100	0.9561	1.0145
	200	0.9147	1.0122

\* Nondimensional value =  $\frac{\text{Present solution}}{\text{Timoshenko's solution}^{(12)}}$

**Table 3** Comparison of results in the thin walled isotropic pressure vessel under internal pressure (Pi = 4.9 MPa)

	Present solution		Theoretical <sup>(12)</sup> solution
	1 Element	6 Element	
Radial displacement (mm)	0.1511	0.1144	0.11255
Circumferential stress (MPa)	408.505	408.877	408.829
Axial stress (MPa)	206.7835	204.4308	204.4146

의 기하학적 형상변화에 의하여 야기되는 기하학적 비선형거동을 고려하였다. 비선형 문제의 해를 얻기 위해서는 근본적으로 선형화시킨 연립방정식을 연속적으로 해석하며, 일반적으로 증분/반복과정을 거치게 된다. 이때 평형방정식은 정확히 만족될 수 없으며 항상 잔류력 {ϕ}가 존재하게 된다. 즉 각각의 하중증분에서 잔류력 {ϕ}을 소거하기 위한 변위장 {a}와 이에 대응한 응력장 {σ}를 얻기위한 일련의 반복계산과정을 수행하며, 또한 변위는 각 반복과정에서 다시 계산된다.

본 연구에서는 수렴성이 좋은 Newton-Raphson 방법을 사용하였으며, 반복과정에서의 변위변화는 다음식으로 계산된다.

$$\begin{aligned} \{\Delta a\}_j^k &= -[K_T]_{j-1}^{-1} \{\phi\}_j^{k-1} \\ &= -[K_T]_{j-1}^{-1} (\{f\}^k - \{P\}_j^{k-1}) \end{aligned} \quad (27)$$

여기서  $[K_T]_{j-1}$ 은 j번째 반복과정의 시작점에서 계산된 접선강성행렬이며, 내력은  $\{P\}_j^{k-1} = \int_V [\bar{B}]_T \{\sigma\}_j^{k-1} dV$ 이다.

비선형 구조해석의 증분하중방법 (incremental load

method)에서는 각 하중증분에서 잔류력 {ϕ}를 없애기 위한 변위장 {a}를 구하게 되며, 이때 각 하중증분값을 초기값으로 하여 수렴될 때까지 반복계산하게 된다.

각 하중증분의 반복계산과정에서의 수렴기준은 에너지수렴조건, 힘수렴조건 (force convergence criteria), 변위수렴조건 등이 있으나, 본 연구에서는 비선형 구조해석의 증분하중방법에서 흔히 적용되고 있는 힘수렴조건으로서, 식(28)에 제시한 바와 같이 매하중증분 단계에서 첫번째 반복계산에서의 잔류력벡터의 norm에 대한, 연속반복계산의 k번째와 k-1번째의 잔류력벡터 norm의 차의 비가 0.001이내로 하였다.

$$\frac{\left| \sqrt{\sum_{i=1}^m (\phi_i^k)^2} - \sqrt{\sum_{i=1}^m (\phi_i^{k-1})^2} \right|}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (\phi_i^k)^2}} \leq \text{수렴오차} \quad (28)$$

여기서  $(\phi_i^k)^2$ 은 첫번째 반복계산과정에서의 잔류력벡터 norm, j-1, j는 연속반복수, m은 총절점수를 나타낸다.

### 4. 유한요소해석

4.1 횡하중을 받는 등방성 판재의 대변위 해석  
 기하학적 비선형해석 능력을 평가하기 위하여 우선 등분포 횡하중을 받는 등방성 판재가 단순지지되어 있는 경우의 기하학적 비선형거동을 해석하였

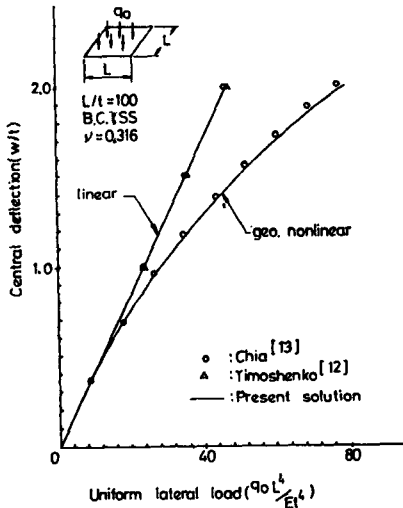


Fig. 3 Load-deflection curves for large deflection of the simply supported isotropic plate under uniform lateral load

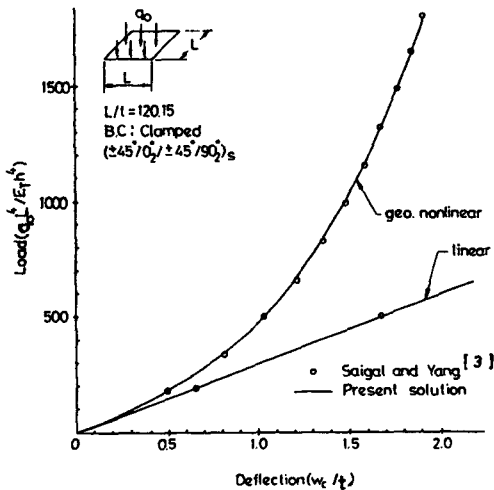


Fig. 4 Load-deflection curves for large deflection of the 16-layer graphite/epoxy plate under uniform lateral load

다. 판재의 크기 및 물성으로는 길이(L)가 152.4 mm, 두께(t)가 1.524 mm로서 L/t값이 100이며 탄성계수(E)는 206.85 GPa, 푸아송비(ν)는 0.316인 정방형 판재에 등분포 횡하중( $q_0$ )을 0.8274 MPa 작용시켰을 때, 하중중분 단계를 10단계로 나누어 해석하였으며, 무차원화시킨 횡-하중 해석 결과를 Chia의 급수해에 의한 무차원값과 비교하여 Fig. 3에 제시하였다.

Fig. 3에 보는 바와 같이 Chia의 이론 급수해와 잘 일치함을 알 수 있으며, 선형해석 결과도 Timoshenko<sup>[12]</sup> 및 Chia의 해<sup>[13]</sup>와 잘 일치하고 있다.

### 4.2 횡하중을 받는 적층평판재의 대변위해석

변위가 고정된 16층 적층 CFRP 정방판재에 균일 횡하중이 작용할때의 선형 및 대변위해석을 수행하였다. 적층순서는  $[45/0_2/\pm 45/90_2]_s$ 이며, 재료 물성은  $E_1=131$  GPa,  $E_2=6.41$  GPa,  $\nu_{12}=0.38$ 이며, 125 KPa 균일하중을 가하여 32 하중단계로 해석하였으며 Fig. 4에 보인 바와 같이 Saigal의 수치해<sup>[3]</sup>와 비교하였으며, 잘 일치하고 있다.

그러나 재료적 비선형 및 복합적 비선형해석의 수치해 비교는 다른 해석결과가 없어서 비교할 수 없었으므로 실험결과와 비교하였다.

## 5. 실험

### 5.1 시편 제작

적층판재 시편은 프리프렉(prepreg)을 원하는 각도로 적층하여 autoclave에서 Fig. 5와 같이 일정 주기의 온도와 압력으로 성형하였다. 사용재료

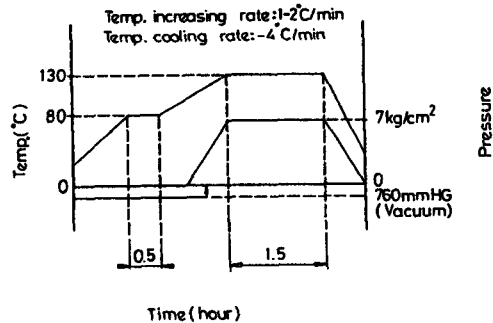


Fig. 5 Autoclave curing process of laminated plate specimen

의 물성 시험값은 Table 4에 제시하였으며, 여기서 면내전단 강성값  $G_{12}$ 값은 ASTM D 3518-76방법에 의하여 실험으로 구하였고,  $G_{13}$ 값은  $G_{12}$ 값과 동일하며,  $G_{23}$ 값은 실험적으로 구하지 못하였으나

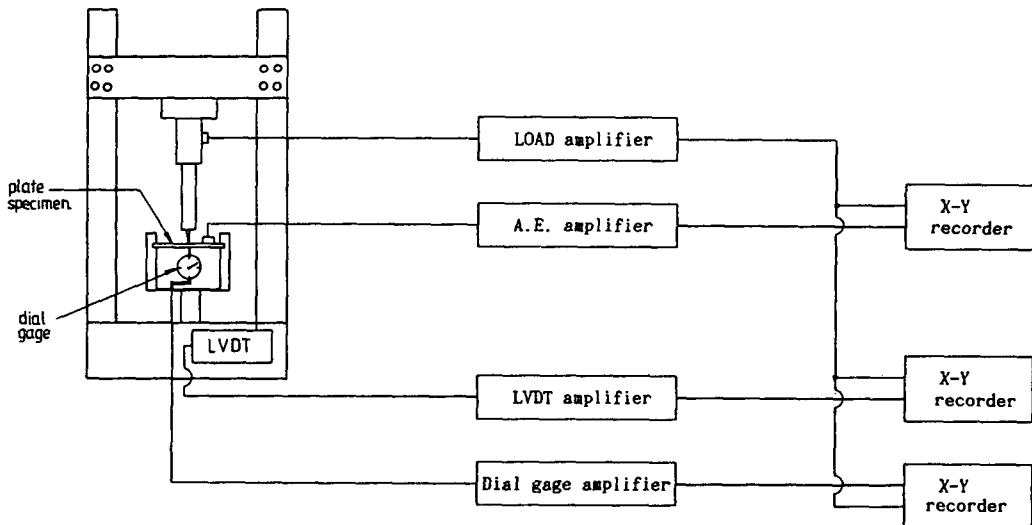
$G_{23}$ 값은  $G_{12}$ 값과는 큰 차이가 없다는 가정하에 해석시에는  $G_{23}=G_{13}=G_{12}$ 값으로 입력하여 해석하였다. 적층판재의 크기 및 시편종류는 Table 5에 제시하였다.

**Table 4** Composite properties of laminated plate specimens

Properties	Material	Carbon T300/epoxy (HTA12K CU125NS)	E-glass/epoxy (GU450NS)
$E_1$ (GPa)		135.4	38.6
$E_2$ (GPa)		9.6	8.27
$G_{12}$ (GPa)		4.8	4.14
$\nu_{12}$		0.31	0.26
$F_{LT}$ (MPa)		1933.0	1062.0
$F_{LC}$ (MPa)		1932.3	608.1
$F_{TT}$ (MPa)		51.0	31.0
$F_{TC}$ (MPa)		51.0	118.0
$F_s$ (MPa)		84.0	72.0

**Table 5** Size and laminated angle of laminated plate specimens

Material	Laminated angle	Size(mm)	Thickness(mm)
Carbon/epoxy	$[0/15/-15/90]_s$	$150 \times 150$	1.0
Carbon/epoxy	$[0_3/15_3/-15_3/90_3]_s$	$150 \times 150$	3.0
E-glass/epoxy	$[0/15/-15/90]_s$	$150 \times 150$	3.0



**Fig. 6** Block diagram of experimental measuring system for laminated plate specimen





Fig. 7 Overview of test set-up for laminated plate specimen

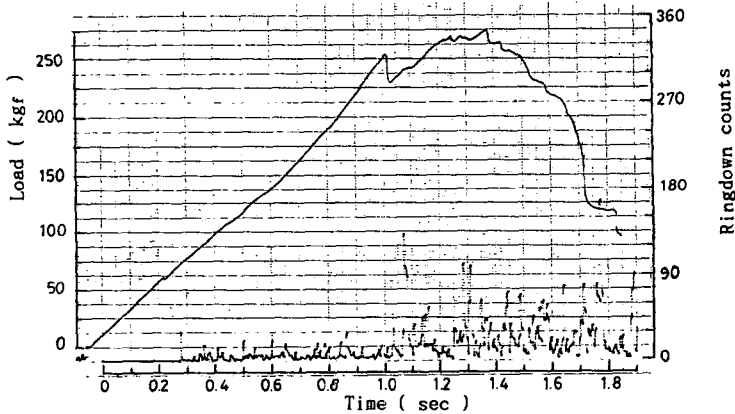


Fig. 8 Acoustic emission signal-load in the laminated plate ( $t=3.0\text{mm}$ )

5.2 실험방법

네변이 고정된 적층판재의 하중-변위곡선을 구하기 위해 최대 용량 5톤 로드셀의 인스트론에 장착 후 하중을 가하였다. 또한 결함발생 과정을 검증하기 위하여 AET 204A AE(acoustic emission)장치를 설치하였으며, 판재 시편 하단부에 다이얼 게이지를 설치하여 측정된 변위와 하중은 X-Y 기록계에 출력시켰다. 판재 시편의 실험장치 구성도는 Fig. 6, 7에 제시하였다.

5.3 실험결과

두께 1.0 mm인 150×150 mm의 8층 Carbon T300/epoxy 적층판재의 실험결과 집중하중 56.5~60 kgf에서 압력에 의한 초기 파손이 검출되었고, 최종 파손하중은 81.2 kgf이었다.

또한 두께 3.0 mm, 150×150 mm의 24층 Carbon T300/epoxy 적층판재의 실험결과 Fig. 8에 나타

낸 바와 같이 60~70 kgf에서 AE신호에 의한 초기 파손이 검출되었고, 이후 계속 압력에 의해 파손이 진전되었다.

또한 두께 3.0 mm, 150×150 mm의 8층 E-glass epoxy 적층판재의 실험결과 25 kgf 하중이후 계속 미소한 압력파손이 진전되다가 210~220 kgf에서 크게 파손이 진전된 후 279 kgf에서 최종 파손되었으며 동일두께의 Carbon T300/epoxy 판재보다 1.9배에 달하는 변위가 발생되었다.

6. 결과 및 고찰

두께 1.0 mm인 8층 Carbon T300/epoxy 적층판재의 경우에는 Fig. 9에 보인 바와 같이 하중에 대한 변위거동이 복합적 비선형 유한요소해석 결과치와 실험치가 거의 일치하고 있으며, 최종 파손하중은 해석치에 비하여 실험치가 다소 감소된 값을 보

이고 있다.

두께 3.0 mm인 24층 Carbon T300/epoxy 적층판재의 경우에는 Fig. 10에 보인 바와 같이 실험치가 재료 비선형해석 결과와 거의 유사한 경향을 보이고 있는데, 그 이유는 실험시 중앙점의 국부적 집중하중 작용으로 대변형에 의한 파손진전보다는 오히려 국부적인 재료의 압력에 의한 파손진전 영향으로 물성이 저하됨에 따라 변위량이 크게 증가된 것으로 판단된다

두께 3.0 mm인 8층 E-glass/epoxy 적층판재의 경우에는 Fig. 11에 보인 바와 같이 하중·변위거동은 복합적 비선형해석치에 가까우나, 실험치의 변위량이 증가된 거동을 보이고 있는데 그 이유는 두께가 두꺼워짐에 따라 하중 작용점에서의 국부적인 재료의 압력에 의한 파손진전으로 판단된다.

위의 결과로서 얇은 적층판재의 경우에는 비선형 해석 결과가 실험치와 그 거동이 잘 일치하고 있으나, 두꺼운 적층판재의 경우에는 중앙의 집중 하중 작용점에서의 국부적인 재료 압력에 의한 파손진전의 영향으로 실험치는 복합적 비선형해석 결과보다는 오히려 재료적 비선형 해석 결과에 근접되었으며 얇은 판재에 비하여 그 값의 차이가 커짐을 알 수 있었다. 또한 이러한 차이는 위의 원인이외에도 불균일한 두께분포, 적층각도의 차이, 경화공

정 및 가공공정 등에서 야기되는 잔류응력, 미세적 재료의 불균일, 적용된 DF값의 영향에도 기인된다.

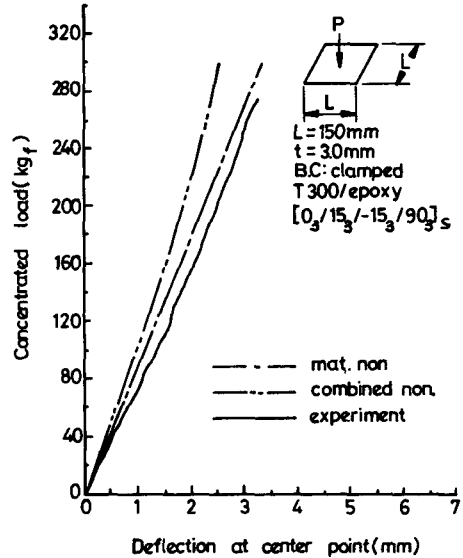


Fig. 10 Comparison of load-deflection curves between present FEM analysis and experiment in the  $[0_3/15_3/-15_3/90_3]_s$  carbon T300/epoxy plate

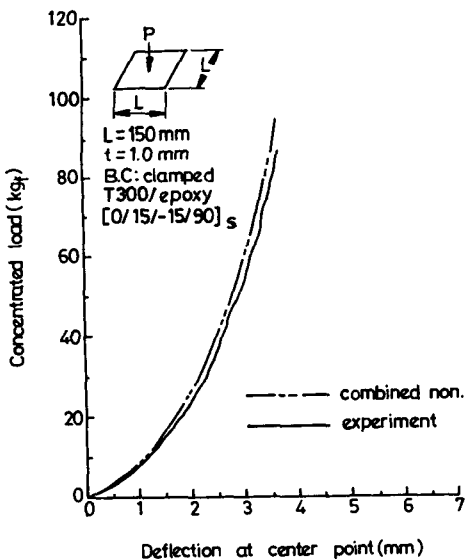


Fig. 9 Comparison of load-deflection curves between present FEM analysis and experiment in the  $[0/15/-15/90]_s$  carbon T300/epoxy plate

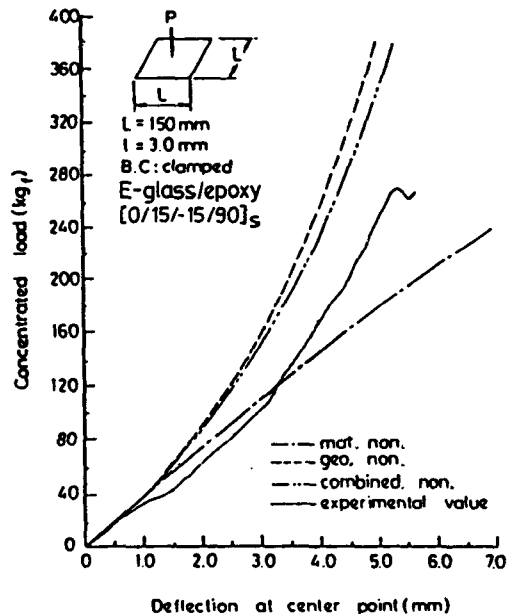


Fig. 11 Comparison of load-deflection curves between present FEM analysis and experiment in the  $[0/15/-15/90]_s$  E-glass/epoxy plate

### 7. 결 론

Degenerated 셀요소에 의한 복합재 적층구조에 대한 비선형 유한요소 정식화를 시도하여, 대변형에 관한 유용성을 기존의 다른 해석해 및 수치해와 비교하여 잘 일치하고 있음을 입증하였다. 또한 재료적 및 복합적 비선형해석 결과를 적층판재의 실험치와 비교하였으며, 두께가 매우 얇은 경우 복합적 비선형해석 결과와 실험치가 거의 유사한 거동을 보이고 있으므로 본 프로그램의 유용성을 입증할 수 있었으며, 두께가 증가함에 따라 집중 하중 작용점에서의 급격한 압력 파손 전전으로 재료 비선형 해석치와 유사한 거동을 보이고 있음을 알 수 있었다.

### 참고문헌

(1) Chamis, C.C., 1989, "Mechanics of Composite Materials : Past, Present and Future," Journal of Composites Technology & Research. Vol. 11, pp. 3~14.

(2) Jones, R.M., 1975, "Mechanics of Composite Materials," McGraw-Hill, New York, pp. 1~29.

(3) Saigal, S., Kapania, R. and Yang, T.Y., 1986, "Geometrically Nonlinear Finite Element Analysis of Imperfect Laminated Shells," Journal of Composite Material, Vol. 20, pp.197~214.

(4) Chang, T.Y. and Sawamiphakdi, K., 1981, "Large Deformation Analysis of Laminated Shells by Finite Element Method," Computers and Structures, Vol. 13, pp. 331~335.

(5) Kim, Y.H. and Lee, S.W., 1988, "A Solid Element Formulation for Large Deflection Analysis of Composite Shell Structures," Computers and Structures, Vol. 30, pp. 269~274.

(6) Chandrashekhara, K., 1985, "Geometrical and Material Nonlinear Analysis of Laminated Composite Plates and Shells," ph. D. Thesis, V.P.I. University, USA.

(7) Owen, D.R.J. and Figueriras, J.A., 1983,

"Elasto-Plastic Analysis of Anisotropic Plates and Shells by the Semiloof Element," Int. J. Num. Meth. Engng, Vol. 19, pp. 521~539.

(8) Tsai, S.W., 1988, Composites Design, 4th Edition, Think Composites :Dayton, pp. 11-1~12-25.

(9) Ahmad, S., Irons, B.M. and Zienkiewicz, O. C., 1970, "Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Finite Elements," Int. J. Num. Meth. Engng., Vol. 2, pp. 419~451.

(10) Zienkiewicz, O.C., 1977, "The Finite Element Method," 3rd ed., McGraw-Hill, New York, pp. 398~422.

(11) Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L and Too, J. M., 1971, Reduced Integration Technique in General Analysis of Plates and Shells, Int. J. Num.Meth.Engng., Vol. 3, pp. 275~290.

(12) Timoshenko, S. and Woinowsky-Krieger, S., 1959, "Theory of Plates and Shells," 2nd ed., McGraw-Hill, New York, pp. 180~228.

(13) Chia, C.Y., 1980, "Nonlinear Analysis of Plates," McGraw-Hill, New York, pp.54~107.

### 부 록

$$\begin{aligned}
 F_1 &= 1/F_{LT} + 1/F_{LC} \\
 F_{11} &= -1/(F_{LT} \cdot F_{LC}) \\
 F_{44} &= 1/F_{STZ}^2 \\
 F_{66} &= 1/F_{SLT}^2 \\
 F_{Lavg} &= 1/2(F_{LC} - F_{LT}) \\
 F_2 &= 1/F_{TT} + 1/F_{TC} \\
 F_{22} &= -1/(F_{TT} \cdot F_{TC}) \\
 F_{55} &= 1/F_{SLZ}^2 \\
 F_{12} &= 1/(F_{Lavg} \cdot F_{Tavg}) \\
 F_{Tavg} &= 1/2(F_{TC} - F_{TT})
 \end{aligned}$$

여기서,

- $F_{LT}, F_{LC}$  : 1방향의 인장, 압축 파손강도
- $F_{TT}, F_{TC}$  : 2방향의 인장, 압축 파손강도
- $F_{SLT}$  : 면내 (1-2) 전단 파손강도
- $F_{STZ}, F_{SLZ}$  : 면외 (2-3), (1-3) 전단 파손강도
- $F_{12}$  : 1, 2방향간의 연계 (coupling) 계수