

〈論 文〉

부력에 의한 난류 열대류의 혼성 난류모델

김태규* · 성형진**

(1992년 8월 19일 접수)

A Hybrid Turbulence Model for Prediction of Buoyancy-Driven Turbulent Thermal Convection Flow

Tae Gyu Kim and Hyung Jin Sung

Key Words : Turbulent Thermal Convection(난류 열대류), Hybrid Turbulence Model(혼성난류모델), Anisotropic Buoyancy(비등방 부력)

Abstract

The buoyancy-driven turbulent thermal convection is predicted using an anisotropic hybrid turbulence model, which is incorporated with a low Reynolds number $k-\epsilon$ turbulence model and an anisotropic buoyant part of algebraic stress model(ASM). The numerical predictions are compared with the Davidson's model,⁽¹⁾ the full ASM and the experimental results of Cheeswright et al.⁽²⁾ All the models are shown to predict good agreements with the experiments for the averaged turbulence quantities. It is found that the effect of an anisotropic part on the Reynolds stress and the turbulent heat fluxes is substantial. In this study, the present hybrid model gives a fairly reasonable prediction in terms of the computational accuracy, convergence and stability. The contribution of an anisotropic buoyant part to turbulent heat fluxes are also scrutinized over the ranges of Rayleigh numbers ($4.79 \times 10^{10} \leq Ra \leq 7.46 \times 10^{10}$).

기 호 설 명

- | | |
|---------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| c_μ : 실험상수 (=0.09) | P : 전단에 의한 생성항 ($= -u_i u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$) |
| c_1 : 실험상수 (=1.8) | G : 부력에 의한 생성항 ($= g\beta \overline{v\theta}$) |
| c_3 : 실험상수 (=0.6) | Ra : Rayleigh 수 ($= \frac{g\beta \Delta T H^3}{\alpha \nu}$) |
| f_μ : 벽감쇄함수 ($= \exp\left(-\frac{3.4}{(1+Re_t/50)^2}\right)$) | Re_n : 난류 레이놀즈수 ($Re_n = \frac{n\sqrt{k}}{\nu}$) |
| f_1 : 벽감쇄함수 ($= 1 + \left(\frac{0.14}{f_\mu}\right)^3$) | Re_t : 난류 레이놀즈수 ($Re_t = \frac{k^2}{\epsilon \nu}$) |
| f_2 : 벽감쇄함수 ($= [1 - 0.27 \exp(-Re_t^2)] [1 - \exp(-Re_n)]$) | $U, V, x-, y-$: 방향 평균속도 (m/sec) |
| k : 난류 운동에너지 (m^2/sec^2) | $u, v, x-, y-$: 방향 요동속도 (m/sec) |
| n : 공동(cavity) 벽으로부터의 수직거리 | β : 열팽창계수 (K^{-1}) |
| *한국과학기술원 재료공학과 | ϵ : 난류 운동에너지 소멸율 (m^2/sec^3) |
| **정회원, 한국과학기술원 기계공학과 | θ : 온도 요동량 (K) |

1. 서 론

부력에 의해 야기되는 난류 유동장은 실제 공학적 응용이 많다. 예를 들면 상, 하 단면의 온도차에 의한 난류 열대류(turbulent thermal convection) 현상이나 내부에 열원이 존재하여 강한 난류 열대류현상이 발생하는 경우이다. 특히 근래에 각광받고 있는 고화질의 HDTV(high definition television)의 경우 사각형 용기내부(cabinet)에서 3색광을 발생시켜 주는 강한 열원에 의해 난류 열대류현상이 발생되어 주위 전자제품의 성능을 저하시키는 원인이 되기도 한다. 이러한 난류 열대류현상은 실제 유동의 속도는 비교적 작으나 벽면 근처에서의 난류 열대류에 의한 점성효과는 상당히 크다.

부력에 의한 난류 열대류유동은 동일한 경계조건의 층류 등은 대류유동에 비해 난류운동 내부구조에 작용하는 부력의 영향으로 상당히 다른 성질들을 보여준다. 특히 벽의 존재는 그 근방에서 압력요동의 성질을 현저히 변화시켜 난류 전단응력과 열유속에 상당한 영향을 미친다.⁽³⁾ 따라서 난류의 생성 또는 소멸은 작은척도 운동에서 등방성이라고 가정할 수 있는 한 그 영향은 무시될 수 있지만, 난류를 유도하는 원인이 부력인 경우 그 유동장은 비등방성에 의해 영향받는 정도가 커서 부력에 의한 생성 또는 소멸은 고려될 필요성이 있다.

이러한 부력에 의해 야기되는 난류 열대류현상을 수치모델하기 위한 연구는 그동안 많이 진행되어 왔다.^(4,5,6) 그중에서 $k-\epsilon$ 모델은 모든 법선방향의 레이놀즈 응력이 같다고 가정하는데, 이는 난류가 등방성이라는 가정에 바탕을 두고 있다. 그러므로 이러한 모델로는 비등방성이 강한 부력에 의한 난류 유동장을 잘 설명할 수 없으며, 이런 문제점을 보완하기 위한 높은 차수의 난류모델이 시도되고 있다. 그 중 대수응력모델(algebraic stress/heat flux model : 약칭 ASM)은 복잡한 난류유동에서 개개의 변형률의 영향 및 부력 또는 벽의 존재하에서의 방향성 영향 등을 보다 잘 표현할 수 있지만 수식의 복잡성과 수치적인 수렴문제가 존재한다.

본 연구에서는 이러한 ASM을 레이놀즈모델⁽⁷⁾과 비등방성 부력의 ASM을 선형적으로 조합한 Hybrid 모델을 적용하여 비교, 검토한다. 즉, 이 모델은 ASM의 난류 생성항에 의한 레이놀즈응력

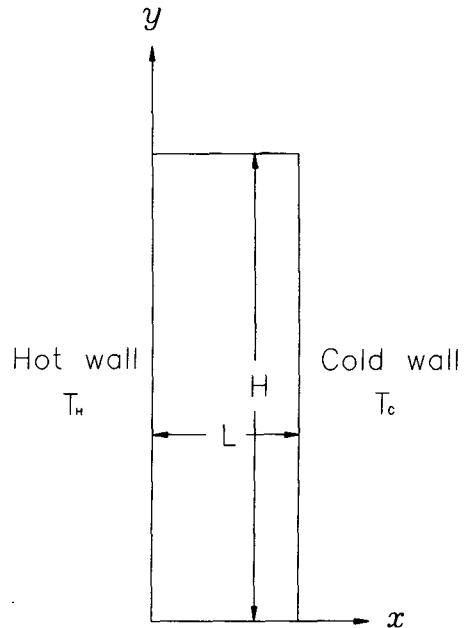


Fig. 1 Configuration $T_H=80^\circ\text{C}$, $T_C=34.2^\circ\text{C}$, $L=0.5\text{ m}$, $H=2.5\text{ m}$

을 기존의 등방성 레이놀즈모델로 치환하고, 부력에 의한 비등방성 부분은 ASM의 부력항에서 취하여 구성된 일종의 선형 혼성모델이다. 실험과의 비교를 위하여 Cheesewright 등⁽²⁾이 수행한 난류 열대류 실험결과를 이용하였는데, 이 결과는 사각용기내의 상하면이 단열되고 양 수직벽이 고온과 저온으로 각각 설정된 경계조건의 밀폐용기이다. (Fig. 1)

Hybrid 모델은 본래 Davidson이 개발하였으나,⁽¹⁾ 그는 수렴성의 문제와 국소평형의 가정을 도입하여 부력에 의한 생성항을 무시하고 수치계산을 수행하였다. 그러나 본 연구에서는 부력에 의한 비등방성 효과를 조사하는 것이므로 이 항을 고려하여 수치 해석 하였다. 그 결과 부력 생성항의 기여가 작은 평균유동장 및 난류장은 Davidson의 결과와 거의 차이가 없지만, 이 항의 기여가 큰 난류 전단응력과 난류 열유속은 최대값의 크기가 약 20% 정도 Davidson의 결과가 상대적으로 과도하게 예측되었음을 알 수 있다. 본 연구는 Hybrid 모델을 가정 없이 수치계산에 적용하였으며, 이를 기존의 Davidson 모델과 비교하여 비등방성 부력항의 영향등을 Rayleigh 수의 변화에 따라 조사하였다. 또한 이 Hybrid 모델로서 계산된 data를 이용하여

수렴도가 대단히 낮은 ASM에 대해서도 계산을 수행하여, 이 결과를 본 연구의 Hybrid 모델과 비교하여 그 타당성을 검토하였다. 그리고 본 연구의 Hybrid 모델을 이용하여 Rayleigh 수를 변화시켜 가면서 부력에 의한 난류 열대류현상을 규명하였다.

2. 지배방정식 및 난류모델

2.1 지배방정식

연속방정식과 평균유동의 지배방정식 및 에너지 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho U_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i U_j)}{\partial x_j} \\ &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u_i u_j} \right] + (\rho - \rho_0) g_i \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho T_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i T)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_i} - \rho \overline{u_i \theta} \right] \quad (3)$$

$$\rho = \rho(T) \quad (4)$$

$$\mu = \frac{1.458 \times 10^{-6} (T + 273)^{1.5}}{T + 383.4} \quad (5)$$

식(4)에서 밀도는 이상기체 상태방정식에서 구하고 ρ_0 는 평균온도열에서의 밀도이다. 점성계수는 Sutherland 식(5)를 이용한다. 즉, Boussinesq의 가정이 적용되지 않는 운동량 방정식이 채택된다.

난류 운동에너지 k 와 난류 운동에너지 소멸율 ϵ 에 대한 전달방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i k)}{\partial x_i} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + \rho(\mathbf{P} + \mathbf{G} - \epsilon) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i \epsilon)}{\partial x_i} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right] + \frac{\rho \epsilon}{k} (f_1 c_{1\epsilon} \mathbf{P} + c_{1\epsilon} \mathbf{G} - f_2 c_{2\epsilon} \epsilon) \end{aligned} \quad (7)$$

식(6), (7)에서 생성항(\mathbf{P}), 레이놀즈응력($\overline{u_i u_j}$) 그리고 부력에 의한 생성/소멸항(\mathbf{G})에 대한 모델식은 각각 다음과 같다. 우선 생성항은

$$\mathbf{P} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (8)$$

로 정의되며, 난류 전단항인 레이놀즈응력 항은 비압축성 유동의 경우 등방성 가정에 의해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\overline{u_i u_j} = -\nu_t \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (9)$$

한편 부력에 의한 생성/소멸항은

$$\mathbf{G} = \frac{1}{2} \mathbf{G}_{kk}, \quad \mathbf{G}_{ij} = -\beta (g_i \overline{u_j \theta} + g_j \overline{u_i \theta}) \quad (10)$$

로 표시되며, 식(9)에서 와점성계수 ν_t 는 길이척도 $L = \frac{k^{3/2}}{\epsilon}$ 의 정의와 차원 해석을 통한 ν_t 와 k , 그리고 ϵ 의 관계로부터 다음과 같다.

$$\nu_t = \frac{f_\mu c_\mu k^2}{\epsilon} \quad (11)$$

여기서 c_μ 는 비례상수로서 실험으로부터 얻어지고, 함수 f_μ 는 벽에 근접할 때 레이놀즈 응력의 올바른 거동을 얻기 위해 도입된다. 여기서 각 난류 상수의 값은

$$\begin{aligned} Pr_k &= 1.0, \quad Pr_\epsilon = 1.3 \\ c_\mu &= 0.09, \quad c_{1\epsilon} = 1.44, \quad c_{2\epsilon} = 1.92 \end{aligned} \quad (12)$$

으로 주어진다.⁽⁸⁾ 또한 벽으로 둘러싸인 형상에 대해서 벽에서의 난류 운동에너지와 난류 운동에너지 소멸율의 경계조건은

$$k = 0, \quad \frac{\partial \epsilon}{\partial n} = 0 \quad (13)$$

이다. 소멸율 ϵ 의 벽 가까이에서 경계조건은 물리적으로 $\epsilon_w = \nu \left(\frac{\partial^2 k}{\partial y^2} \right)_w$ 혹은 $\epsilon_w = 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)_w^2$ 가 올바르나 실험에서 얻어진 벽 바로 근방의 소멸율은 일정하다는 결과에 근거하여 수치 계산상의 편리함을 위해 식(13)과 같은 경계조건을 도입한다. 본 연구와 같은 모델에서는 벽의 존재 때문에 속도구배와 점성효과가 매우 큰 층이 존재하므로 벽함수보다는 벽감쇄함수를 이용한다. 본 연구에서는 Davidson 모델⁽¹⁾을 채택한다.

$$f_\mu = \exp \left[-\frac{3.4}{(1 + Re \sqrt{50})^2} \right] \quad (14a)$$

$$f_1 = 1 + \left(\frac{0.14}{f_\mu} \right)^3 \quad (14b)$$

$$f_2 = [1 - 0.27 \exp(-Re^2)] [1 - \exp(-Re_n)] \quad (14c)$$

Davidson의 모델에 포함된 난류 레이놀즈수는

$$Re_t = \frac{\rho k^2}{\mu \varepsilon}, \quad Re_n = \frac{\rho n \sqrt{k}}{\mu} \quad (15)$$

이다. 여기서 n 은 가장 가까운 벽으로부터의 수직 거리이다. 본 연구는 식(2), (3), (6), (7)로 주어진 지배방정식에 각각의 항들을 대입하여 정상해(steady solution)를 구하였다.

2.2 난류모델

기존의 $k-\varepsilon$ 모델의 중요한 결함은 2차원 형상에서 난류가 등방성이라는 가정에 모든 법선방향 레이놀즈응력이 같다고 하는데 있다. 실제로 밀폐 용기 내에서 안정 성층화된 유동영역의 경우 수직 요동 난류속도는 감소되고 수평방향으로는 증폭되기 때문에 결과적으로 $k-\varepsilon$ 모델은 부력의 영향을 잘 설명할 수 없다. 즉, 부력의 효과는 난류의 비등방성을 증가시키기 때문에 이러한 효과를 보다 잘 표현하기 위해 이에 대한 적절한 모델이 필요하다. Hybrid 모델은 ASM⁽⁹⁾을 바탕으로 하여 속도 구배의 난류전단에 의한 생성으로 생기는 레이놀즈 응력은 등방성 가정에 의한 $k-\varepsilon$ 모델로부터 취하고, 부력에 의해 생기는 비등방성 부분은 ASM로부터 취하여 선형 결합한 형태이다.

(1) 대수응력모델(ASM)

ASM은 비평형 전단유동(non-equilibrium shear flow)의 경우 응력성분($\overline{u_i u_j}$)의 순수전달은 운동 에너지의 순수전달과 서로 비례한다는 가정에서 얻어진다. 즉,

$$\frac{D(\overline{u_i u_j})}{Dt} - D(\overline{u_i u_j}) = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \left[\frac{Dk}{Dt} - D(k) \right] \quad (16)$$

이다. 여기서 $\frac{D}{Dt}$ 는 전미분(total derivative), D 는 확산항(diffusion term)을 의미한다. 이 가정은 유동의 대칭축 근방을 제외한 얇은 전단유동의 영역의 경우 합리적이다.⁽⁹⁾ 이 가정으로부터 다음과 같은 ASM 식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{u_i u_j} = & \frac{2}{3} \delta_{ij} k + \frac{k}{\varepsilon} \left[\frac{(1-c_2) \left(P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right)}{[c_1 + (P+G)/\varepsilon - 1]} \right] \\ & + \frac{k}{\varepsilon} \left[\frac{(1-c_3) \left(G_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} G \right)}{[c_1 + (P+G)/\varepsilon - 1]} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 P_{ij} 와 G_{ij} 의 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_{ij} = & -\overline{u_i u_m} \frac{\partial U_j}{\partial x_m} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \\ G_{ij} = & -\beta (g_i u_j \theta + g_j u_i \theta) \end{aligned}$$

(2) Hybrid 모델

Hybrid 모델은 ASM 식의 생성항에 의한 레이놀즈응력을 다음과 같이 등방성 가정에 의한 모델 식(9)로 치환하고,

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \delta_{ij} k + \frac{k}{\varepsilon} \left[\frac{(1-c_2) \left(P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right)}{[c_1 + (P+G)/\varepsilon - 1]} \right] \\ \equiv (\overline{u_i u_j})_{\text{shear}} = \frac{2}{3} \delta_{ij} k - \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned}$$

부력에 의한 비등방성 부분은 ASM식에서 부력에 의한 항에서 취하여 구성된다.

$$\frac{k}{\varepsilon} \left[\frac{(1-c_3) \left(G_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} G \right)}{[c_1 + (P+G)/\varepsilon - 1]} \right] \equiv (\overline{u_i u_j})_{\text{buoyancy}}$$

즉, Hybrid 모델은 다음과 같다.

$$(\overline{u_i u_j}) = (\overline{u_i u_j})_{\text{shear}} + (\overline{u_i u_j})_{\text{buoyancy}}$$

여기서

$$(\overline{u_i u_j})_{\text{shear}} = \frac{2}{3} \delta_{ij} k - \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad 9)$$

$$(\overline{u_i u_j})_{\text{buoyancy}} = \frac{k}{\varepsilon} \left[\frac{(1-c_3) \left(G_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} G \right)}{[c_1 + (P+G)/\varepsilon - 1]} \right] \quad (20)$$

식(20)에서 모델상수는 $c_1=1.8$, $c_3=0.6$ 으로 각각 주어진다.⁽¹⁰⁾ 식(20)식은 부력에 의한 생성/소멸항(G)에 Daly와 Harlow의 구배모델⁽¹¹⁾을 적용하여 치환한후 다시 정리하면,

$$\begin{aligned} (\overline{u^2})_{\text{buoyancy}} = & (\overline{w^2})_{\text{buoyancy}} \\ = & -\frac{2}{3} C [(\overline{v\theta})_{\text{shear}} + (\overline{v\theta})_{\text{buoyancy}}] \end{aligned} \quad (21a)$$

$$(\overline{v^2})_{\text{buoyancy}} = \frac{4}{3} C [(\overline{v\theta})_{\text{shear}} + (\overline{v\theta})_{\text{buoyancy}}] \quad (21b)$$

$$(\overline{uv})_{\text{buoyancy}} = C [(\overline{u\theta})_{\text{shear}} + (\overline{u\theta})_{\text{buoyancy}}] \quad (21c)$$

여기서,

$$C = \frac{k}{\varepsilon} \frac{(1-c_3) g \beta}{[c_1 + (P+G)/\varepsilon - 1]} \quad (22)$$

이 얻어진다. 식(21)들에서 법선방향 레이놀즈응력

의 비등방성 부분은 그들의 합이 0이 되므로 전체 난류 운동에너지에는 영향을 끼치지 않고 단순히 x, y, z 방향으로의 난류 운동에너지를 재분포시킨다. 레이놀즈응력의 Hybrid 형태는 운동량 방정식 (2)와 생성항 식(8)에 사용된다. 전자에서 언급한 Daly와 Harlow의 모델을 적용하여 난류 열유속의 비등방성 부분을 모델링하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & (\overline{u\theta})_{\text{buoyancy}} \\ &= -c_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left[(\overline{u^2})_{\text{buoyancy}} \frac{\partial T}{\partial x} + (\overline{uv})_{\text{buoyancy}} \frac{\partial T}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (23a)$$

$$\begin{aligned} & (\overline{v\theta})_{\text{buoyancy}} \\ &= -c_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left[(\overline{uv})_{\text{buoyancy}} \frac{\partial T}{\partial x} + (\overline{v^2})_{\text{buoyancy}} \frac{\partial T}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (23b)$$

여기서 모델상수 $c_\theta = \frac{3}{2} \frac{f\mu c_\mu}{Pr_t}$ 로써 $Pr_t = 0.9$ 이다. 따라서 난류 열유속의 Hybrid 형태는 레이놀즈응력의 형태와 유사하게 다음과 같이 모델링 된다.

$$(\overline{u_i\theta}) = (\overline{u_i\theta})_{\text{shear}} + (\overline{u_i\theta})_{\text{buoyancy}} \quad (24)$$

$$(\overline{u_i\theta})_{\text{shear}} = -\frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (25)$$

즉, 난류 열유속의 등방성 부분은 식(25)로 모델링 되고, 비등방성 부분은 식(23)들과 같다. 식(24)는 에너지방정식 및 레이놀즈응력의 비등방성 부분인 식(20), 그리고 부력에 의한 생성/소멸항 모델식(10)에 적용되어 수치계산 된다.

Davidson은 이 Hybrid 모델에서 보다 간략화된 모델을 사용하였는데, 우선 식(21)과 (22)에서 알 수 있듯이 양의 온도구배인 경우 ($\frac{\partial T}{\partial y} > 0$) $\overline{v^2}$ 은 감소하고 $\overline{u^2}$ 과 $\overline{w^2}$ 는 증가하기 위해 식(22)의 C 의 값이 항상 양이어야 한다. 이를 위하여 C 의 분모항에 온도구배와 밀접한 G 항이 존재하면 이러한 가정이 성립되지 않으므로 편의상 G 를 계산하지 않았다. 즉, 식(22)의 분모에서 $(P+G)$ 를 P 로 치환하여 모델하였다. 또한, 음의 온도구배인 경우 ($\frac{\partial T}{\partial y} < 0$) 난류 열유속 $(\overline{u_i\theta})$ 의 Hybrid 모델값은 큰 값을 갖기 때문에 Davidson은 이를 이용한 Hybrid 모델의 수치계산에서 수렴해를 얻지 못하고 식(21)의 계산에서 비등방성 부분은 생략하고 단지 등방성 부분으로만 모델하였다. 즉, 난류 열유속의 Hybrid 형태인 식(24)은 단지 에너지 방정식만 적용하여 해를 얻었다. 그러나, 본 연구에서는 이러한 가정을 취하지 않고 본래의 Hybrid 모

델을 그대로 적용하여 수렴한 수치해석결과를 얻었으며, 이를 앞서 언급한 약간의 가정이 포함된 Davidson의 결과와 비교하고, Davidson의 가정이 어느정도 유효하고 공학적 의미가 있는지 검토되었다.

다음은 Hybrid 모델에서 적용한 등방성 모델, 즉 식(19)의 등방성 관계식을 이용하지 않은 본래의 ASM에 대하여 계산을 수행하였다. 이는 식(17)을 그대로 수치계산 한 것으로서, 만일 처음부터 이 ASM을 수치계산 할 경우 수렴성이 대단히 낮지만 본 연구에서 Hybrid 모델등에서 거의 수렴된 data를 이용할 경우 수렴이 가능하다. 이 방법은 Hybrid 모델의 타당성을 검토하기 위한 좋은 방법으로 Davidson의 Hybrid 모델, 본 연구에서의 Hybrid 모델과 여러 난류값들에 대해서 상호 비교, 검토할 수 있다. 이 결과는 특정한 Rayleigh 수에 대하여 실험값과 비교되었다. 그리고 본 연구의 Hybrid 모델로써 Rayleigh 수의 변화에 따라 부력에 의한 비등방성 효과가 난류량에 어느 정도 영향을 미치는가에 대해서도 논의되었다.

본 수치계산은 scalar 장의 격자점을 미소 제어 체적의 중심에 두고, 속도장의 격자점을 그 체적의 제어면에 취하는 엇갈림격자계(staggered grid system)를 사용하는 SIMPLE 계열을 사용하였는데, 특히 압력으로부터 속도장을 예측하는 SIMPLE 대신 예측된 속도장에서 압력을 구하는 수렴성이 향상된 SIMPLER 알고리즘을 이용하여 수치계산이 수행되었다.⁽¹²⁾ 수치계산될 영역은 식(26)을 이용한 비균일 격자계를 사용하고 격자점의 수는 가로, 세로 각각에 대해 55개로 하였다.

$$Z_i = D \left\{ -0.5 \frac{\tan h \left[3.5 \left(2 \frac{i}{N} - 1 \right) \right]}{\tan h(-3.5)} + 0.5 \right\} \quad (26)$$

식(26)에서 i 는 절점의 위치이고, D 는 격자계를 구성하고자 하는 계산영역 가로 혹은 세로의 길이, N 은 전체 절점의 갯수이다. 각각의 격자수를 변화시켜 가며 수치결과의 정확도가 격자수에 의존하는지를 검토하였고(grid dependence), 본 연구에서 채택한 격자수로써 충분한 것으로 조사되었다. 수렴조건은 다음과 같으며,

$$\text{Error} = \text{Max.} \left[\frac{|\phi_{ij}^n - \phi_{ij}^{n-1}|}{\text{Max.}|\phi_{ij}^{n-1}|} \right] \leq 5 \times 10^{-4} \quad (27)$$

여기서 n 은 계산시점, 즉 ϕ_n^* 은 현재 계산된 값이고 ϕ_{n-1}^* 은 전 단계에서 계산된 값이다. 또 ϕ_n^* 는 속도 U , V , 온도 T , 난류 운동에너지 k , 난류 운동에너지 소멸율 ε 을 각각 의미한다. 사용한 Computer는 IRIS workstation으로서 Hybrid 모델의 계산시간은(한 Rayleigh 수에 대한 CPU시간)은 약 1시간 정도이다.

3. 결과 및 고찰

부력에 의해 야기되는 난류 열대류현상을 난류 수치모델하기 위해서는 이에 합당한 믿을 만한 실험값이 있어야 한다. 그러나 많은 문헌조사를 통하여 의외로 본 부력모델에 적합한 실험은 많지 않음을 알 수 있었다. 본 연구에서 Hybrid 모델을 적용하기 위한 계산의 기하학적인 형상은 Cheesewright 등⁽²⁾의 실험결과와 비교하기 위하여 그대로 적용하였다. Cheesewright 등은 앞서 전술한 대로 실험결과의 부족으로 인해 난류 열대류 난류 모델 연구의 진전이 없음을 인지하여 LDV와 열전대를 이용하여 2차원적 난류 열대류 실험을 수행하였다.

Cheesewright 등은 2차원 부력 공동유동(buoyant cavity flow)에 대하여 실험을 수행하였는데, 가로 세로 형상비가 5이고 상하면이 단열되었으며 왼쪽 수직벽이 고온, 오른쪽 수직벽은 저온인 경계 조건이다(Fig. 1). 작동유체는 공기이며 속도의 측정에는 LDA를 이용하고, 온도의 측정에는 열전대를 사용하여 양쪽 벽면의 온도차($\Delta T=45.8^\circ\text{C}$, $Ra=6.13 \times 10^{10}$; 32.1°C , $Ra=4.30 \times 10^{10}$)를 변화시키며 평균속도 및 속도섭동치, 그리고 평균온도 분포 등을 측정하였다.

Fig. 2는 Rayleigh 수가 6.13×10^{10} 인 난류 열대류에 대하여 본 연구의 Hybrid 모델, Davidson 모델, 그리고 ASM 결과를 수직방향 평균 속도장의 실험결과와 비교하여 나타내었다. 그림에서와 같이 평균 유동장은 본 모델에 의해 잘 예측됨을 알 수 있다. 실험결과와 비교하여 보면 오른쪽 저온벽에서 실험과 잘 일치되었고, 고온벽에서는 약간의 차이를 보이고 있다. 여기서 주목할 것은 약간의 가정이 포함된 Davidson의 결과가 본 연구의 Hybrid 모델의 결과와 비교하여 큰 차이를 보여주지 않는다는 것이다. 다시 말해서, 비등방 성질의 부력항이 전체 평균 유동장을 크게 교란하지 않음

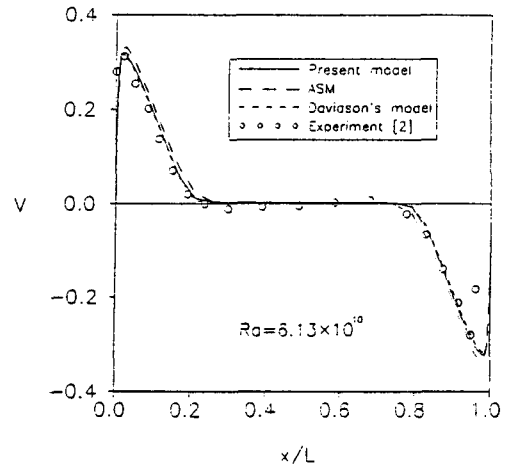


Fig. 2 Predicted and experimental⁽²⁾ V -velocity profiles at $y/H=0.5$

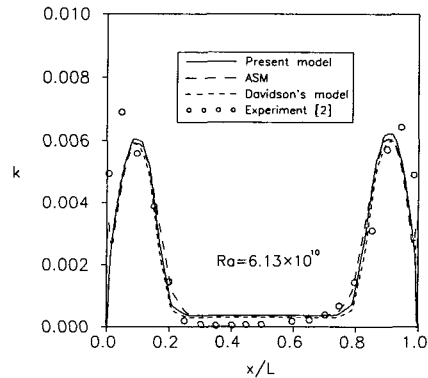


Fig. 3 Predicted and experimental⁽²⁾ Turbulent energy, k , at $y/H=0.5$

을 의미한다.

난류 운동에너지(k) 또한 비등방성 부력항에 의해 크게 영향받지 않음을 보여주는데, 이는 난류 운동에너지가 각각의 응력성분들의 합으로 정의되기 때문이다(Fig. 3). 그림에서 알 수 있듯이 대체로 벽면 근처에서는 수치모델치가 실험치보다 낮게 예측하고 있음을 발견할 수 있다. 그리고 벽에 근접한 곳에서 ASM 결과는 본 모델, Davidson 모델과 비교하여 다른 형태를 보인다. 즉, ASM 결과는 벽 근방에서 급격한 증가 및 일종의 불연속을 보여주는데, 이는 $\frac{\partial V}{\partial x}$ 의 급격한 변화로 인해 벽부근에서 전단에 의한 생성항 P_{ij} 가 크게 기여했기 때문이다. 그러나 본 모델 및 Davidson 모델은 생성항에 의한 레이놀즈응력 부분을 등방성 가정에

의한 응력으로 치환해서 계산하였기 때문에 이러한 현상은 보이지 않는다. 전반적으로 수치결과들은 벽부근을 제외하고 근접한 결과를 보여준다.

Fig. 4는 각 모델에 대한 법선방향 레이놀즈응력을 계산한 결과이다. 본 모델과 Davidson 모델은 등방성 부분의 법선방향 성분이 모두 같다. 그러나, ASM은 Fig. 3과 같이 벽부근에서 큰 값을 보이고, 또한 수평방향의 것보다 수직방향의 것이 2 배 정도 크다. 이것은 ASM이 등방성 가정에 의한 모델이 아님을 단적으로 보여 준다. 그리고 ASM에서는 식 (17)에서와 같이 $\frac{\partial V}{\partial x}$ 항이 크게 작용하여 벽부근에서 수직응력 성분의 급격한 변화를 볼 수 있다. 그러나 Fig. 5에서 부력에 의한 비등방성 효과는 일반적인 등방성 모델에 비해 벽에 아주 근접한 부근에서 전단응력에 영향을 끼침을 알 수 있다. 즉, 에너지의 source 및 sink 부근에서 비등방

성 효과가 있음을 보여준다. 벽이 존재하는 유동장에서 벽으로 인하여 난류장은 크게 변형될 뿐만 아니라, 그 수직벽이 열원이 되는 경우 부력으로 인한 비등방성 효과는 변형된 난류장과 결합되어, 유동속도의 구배(난류 열유속의 경우 온도구배)로 전단응력(난류 열유속)의 크기가 결정된다는 등방성 모델의 가정은 실제와 비교하여 상당히 큰 차이가 있을 것으로 생각된다. 벽면에서 조금 떨어질 경우 전단응력의 대부분은 등방성 모델에 의해 주로 지배됨을 알 수 있다. 그림에서 ASM은 부력에 의한 난류 전단응력을 나타내었는데, 이는 식 (17)의 세 번째항으로서 식 (20)에 해당된다. 전술한 바와 같이 난류 열대류의 ASM 수치계산은 그 복잡성과 수렴성에 문제가 있지만 본 연구에서는 정확히 계산되어 Hybrid 모델과 Davidson 모델과의 상호 비교가 가능하다. 벽면 근처에서의 레이놀즈 응력의 분포를 ASM과 비교하여 볼때 본 Hybrid 모델은 크기는 비슷하나 벽면에 더욱 근접함을 나타내고, 반면 Davidson 모델은 다소 크게 예측하고 있음을 알 수 있다. 이는 Davidson 모델(식(20))에서 부력 생성항인 G 를 무시하여 계산하였기 때문이다.

그러나, 등방성 가정에 의한 모델로는 부력의 영향이 강한 영역에서 난류 열유속($\overline{v\theta}$)을 잘 예측할 수 없음을 Fig. 6에서 보여주고 있다. 등방성 모델은 부력의 영향이 큰 벽면 근처에서는 거의 영향을 나타내지 않고 비등방성 모델만이 강한 열유속을 나타내며, 더욱이 등방성 모델은 음의 난류 열유속임을 보여주고 있다. 여기에서도 비등방성 모델에서 부력항을 무시한 Davidson 모델은 현재의

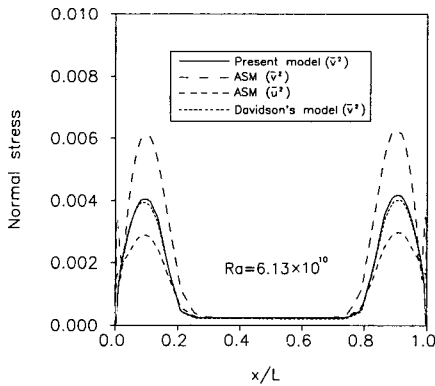


Fig. 4 Predicted turbulent normal stresses at $y/H=0$. 5

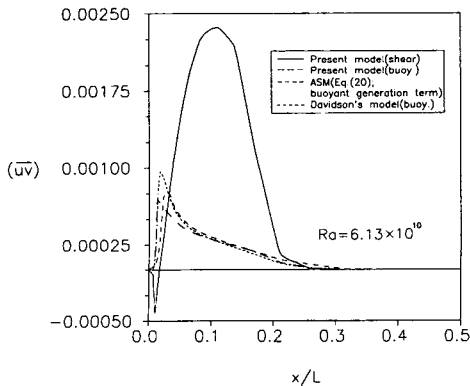


Fig. 5 Predicted turbulent shear stresses at $y/H=0.5$

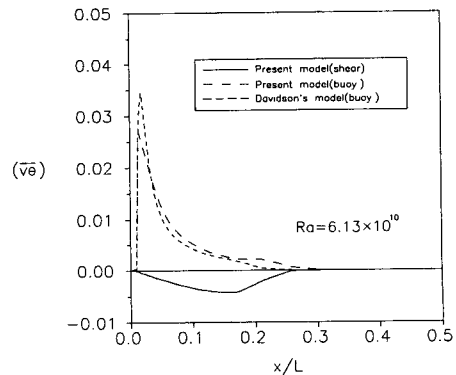


Fig. 6 Predicted turbulent heat fluxes at $y/H=0.7$

Hybrid 모델보다 크게 예측하고 있는데 Davidson 모델은 난류 열유속의 비등방 부분의 모델(식(24))을 부력에 의한 생성/소멸항(G)에는 적용하지 않아서, 이항에 의한 레이놀즈 응력 및 난류 열유속이 난류 전단응력 및 난류 열유속에 기여하는 정도를 과도하게 예측했다고 생각된다. 본 연구에서 ASM에 근거한 난류 열유속은 수치적인 수렴문제와 복잡성으로 인해 계산되지 않고 평균 온도구배로 표현된 열유속(식(25))으로 모델링하여 계산되었다.

부력 공동유동에서 중간지점인 $y/H=0.5$ 에서 계산된 난류에너지 budget은 Fig. 7에서 보였다. 그림에서 생성항은 양벽과 떨어진 영역에서 소멸항과 난류에너지 확산항의 합과 균형을 이루고 있다. 또한 부력에 의한 난류장은 양 수직벽을 따라 전 영역에 전파되고, 유동장 중심부에서는 난류장의 전

파가 미약함을 알 수 있다. 즉, 작은 유속의 유동장은 점성의 영향을 크게 받음으로 생성항이 작아져서 유동영역의 중심부에는 부력에 의한 안정성 증화 혹은 재층류화(relaminarization)가 일어난다.

본 연구에서 Hybrid 모델로서 이상과 같은 중요한 난류장들을 예측한 결과 ASM에 비교하여 수렴성 및 정확성에서 대체로 만족할 만한 결과를 주고 있음을 알 수 있다. 이 Hybrid 모델을 사용하여 Rayleigh 수에 따른 수직방향 평균 속도장을 Fig. 8에 나타내었다. 최대 유속의 크기는 부력의 영향이 줄어든 만큼 평균 유동장의 크기 또한 줄어들음을 알 수 있는데, 이는 부력의 영향이 더 커지는 경우도 예상되는 바와 같이 전체 유동장은 좀 더 활발한 양상을 보인다. 또한 난류 운동에너지의 분포도 Rayleigh 수에 비례하는 결과를 Fig. 9에서 알 수

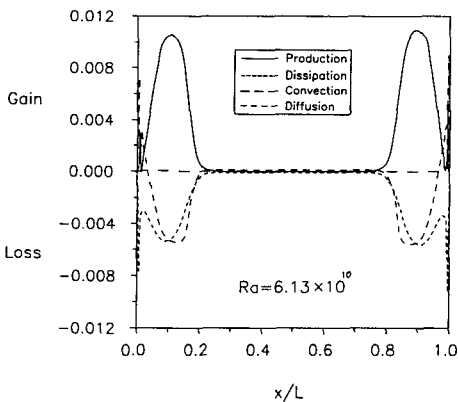


Fig. 7 Predicted turbulent kinetic budget at $y/H=0.5$

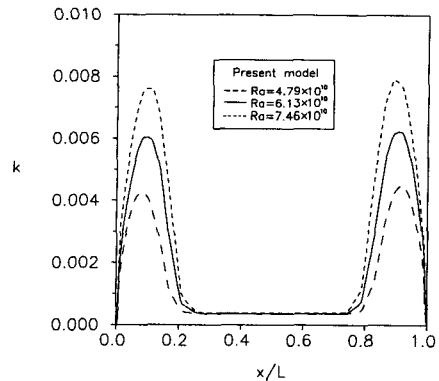


Fig. 9 Predicted turbulent kinetic energy profiles with variation of Rayleigh number

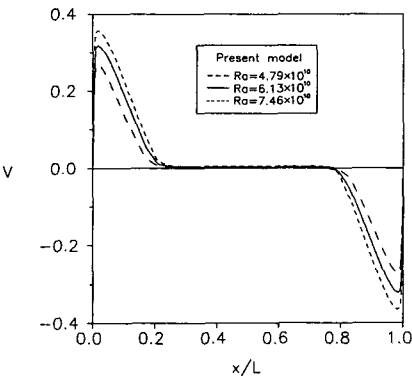


Fig. 8 Predicted velocity profiles with variation of Rayleigh number at $y/H=0.5$

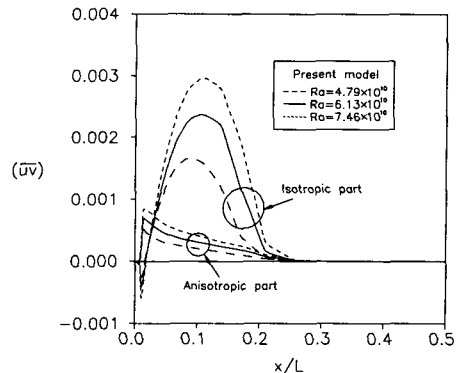


Fig. 10 Predicted turbulent shear stresses with variation of Rayleigh number at $y/H=0.5$

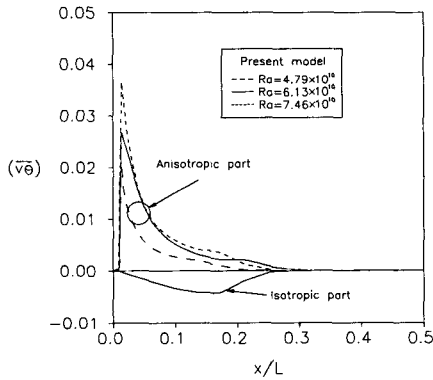


Fig. 11 Predicted turbulent heat fluxes with variation of Rayleigh number at $y/H=0.5$

있다. 즉, 부력의 영향이 커지는 경우 부력에 의한 난류장의 크기도 그에 따라 커진다.

Rayleigh 수의 변화에 따른 중요한 난류량인 난류 전단응력과 난류 열유속에 대하여 Fig. 10과 Fig. 11에 등방성 모델과 비등방성 모델의 변화량을 나타내었다. 우선 난류 전단응력에 대하여는 부력의 영향이 변함에 따라 등방성항과 비등방성항 모두가 비슷한 비율로 영향을 받고 있음을 알 수 있다. 앞서 언급한 바와 같이 비등방성항은 벽면 가까이에 영향을 많이 주고 있으나, 전체적으로는 난류 전단응력은 등방성항에 크게 영향을 받고 있음을 알 수 있다. 난류 열유속의 경우 등방성항은 부력의 변화에 거의 영향이 없음을 발견할 수 있다. 반면 부력은 난류 열유속의 비등방성항에 크게 영향을 주고, 부력의 영향(Rayleigh수의 변화량)에 따라 벽면 가까이 비등방성항의 정점치(peak value)는 거의 비례하며 변하지만 공동(cavity) 중심부로 갈수록 감소하는 율(decay rate)이 약간 다름을 알 수 있다. 이는 Rayleigh 수가 클수록 부력에 의한 난류량이 커져서 그에 따른 감소율도 다르게 되기 때문이다.

4. 결 론

부력에 의해 야기되는 난류 열대류의 수치 모델로서 본 연구에서는 대수응력모델(ASM)에서 변형된 Hybrid 모델을 이용하여 모델의 타당성 및 부력의 영향에 따른 난류량의 변화를 조사하였다. 이 Hybrid 모델은 ASM을 저레이놀즈모델과 선형적

으로 조합한 혼성모델로서 모델의 타당성 검토를 위해 Cheesewright 등의 실험결과와 비교되었다. 또한 가정이 포함된 기존의 Davidson 모델과 ASM도 수치계산을 수행하여 상호 비교검토 되었다. 이상의 세 모델은 평균 유동장과 평균 난류장의 예측에 대해서는 대체로 실험결과와 비슷한 결과를 주고 있다. 평균 유동장 및 난류장에는 부력 생성항의 기여가 미미하기 때문에 Davidson의 결과와 거의 차이가 없지만, 이 항의 기여가 큰 난류 전단응력과 난류 열유속은 최대값의 크기가 약 20% 정도 Davidson의 결과가 상대적으로 과도하게 예측되었음을 알 수 있었다. 또한 본 모델에 의한 난류 전단응력의 수치예측 값은 벽근방에서 비등방성 효과가 지배적이지만, 전체적으로는 등방성의 영향이 크음을 알 수 있었다. 난류 열대류에서 부력의 영향을 가장 크게 받는 난류 열유속에 대해서는 등방성 효과는 거의 무시할 수 있으나, 비등방성 효과가 상당히 크게 작용함을 알 수 있었다. 수치적 복잡성과 수렴성 및 계산의 정확도를 살펴볼 때 대체로 본 Hybrid 모델은 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다. 이 Hybrid 모델을 사용하여 Rayleigh 수의 변화에 따른 난류 전단응력과 난류 열유속에 대한 변화량을 예측하였다.

참고문헌

- (1) Davidson, L., 1990, "Calculation of the Turbulent Buoyancy-Driven flow in a Rectangular Cavity using an Efficient Solver and Two Different low Reynolds Number $k-\epsilon$ Turbulence Models," Numerical Heat transfer, Vol. 18, Part A, pp. 129~147
- (2) Cheesewright, R., King, K., J. and Ziai, S., 1986, "Experimental Data for the Validation of Computer Codes for the Prediction of Two-Dimensional Buoyant Cavity Flows," ASME Winter Annual Meeting, Anaheim, Vol. HTD-60, pp. 75~81.
- (3) Gibson, M. M. and Launder, B. E., 1978, "Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Voundary Layer," J. Fluid Mech., Vol. 86, part 3, pp. 491~511.
- (4) Ozoe, H., Mouri, A., Hiramitsu, M., Churchill, S. W. and Lior, N., 1986, "Numerical Calculation

- of Three-Dimensional Turbulent Natural Convection in a Cubical Enclosure Using a two-Equation Model for Turbulence," ASME J. of Heat Transfer, Vol. 108, pp. 806~813.
- (5) Gibson, M. M. and Launder, B. E., 1976, "On the Calculation of Horizontal Turbulent Free Shear Flows Under Gravitational Influence," ASME J. of Heat Transfer, pp. 81~87.
- (6) Farouk, B., 1988, "Turbulent Thermal Convection in an Enclosure with Internal Heat Generation," ASME J. of Heat Transfer, Vol. 110, pp. 126~132.
- (7) Jones, W. P. and Launder, B. E., 1973, "The Calculation of Low-Reynolds Number Phenomena with Two-Equation Model of Turbulence," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 16, pp. 1119~1130.
- (8) Lam, C. K. G. and Bremhorst, K., 1981, "A Modified form of the $k-\epsilon$ Model for Predicting Wall Turbulence," ASME J. of Fluids Eng., Vol. 103, pp. 456~460.
- (9) Ljuboja, M. and Rodi, 1981, "Prediction of Horizontal and Vertical Turbulent Buoyancy wall Jets," ASME J. of Heat Transfer, Vol. 103, pp. 343~349.
- (10) Davidson, L., 1990, "Second-Order Corrections of the $k-\epsilon$ Model to Account for Non-Isotropic Effects Due to Buoyancy," Int. J. of Heat Mass Transfer, Vol. 33, No. 12, pp. 2599~2608.
- (11) Daly, B. J. and Harlow, F. H., 1970, "Transport Equations of Turbulence," Physics Fluids, Vol. 13, pp. 2634~2649.
- (12) Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow," Hemisphere Publishing Co.