

〈論 文〉

## 기호계산을 이용한 공간기구의 해석

이동민\* · 윤용산\*\*

(1993년 2월 9일 접수)

### Analysis of Spatial Mechanism Using Symbolic Computation

D. M. Lee and Y. S. Yoon

**Key Words :** Symbolic Computation(기호계산), Relative Joint Coordinates(상대절점 좌표계), Velocity Transformation Matrix(속도변환행렬), Constraints(구속방정식), System Equations(시스템 방정식), Submechanism(부기구), Macro Element(대 요소)

#### Abstract

The purpose of this study is to develop a program for the automatic derivation of the symbolic equations necessary for the kinematic and dynamic analyses of the spatial mechanism. For this purpose, a symbolic manipulation package called MCSYMA is used. Every symbolic equation is formulated using relative joint coordinate to obtain the numerically efficient system equations. These equations are produced in FORTRAN statements and linked to a FORTRAN program for numerical analysis. Several examples are taken for comparison with the commercial package called DADS which is using Cartesian coordinate approach. Also, this symbolic formulation approach is compared with a conventional numerical approach for an example. The results show that this symbolic approach with relative joint coordinate system is most efficient in computational time among three and is recommended for the derivation of macro elements frequently used.

#### 1. 서 론

다물체 기구라하면 여러 물체가 어떤 구속조건들을 통해 유기적인 관계를 가지면서 운동하는 기계적 시스템이라 말할 수 있다. 넓은 적용 범위를 갖고 있기 때문에 다물체 기구의 효과적인 모델링과 해석 방법에 많은 연구가 진행되고 있다. 설계자가 어떤 다물체를 설계하고자 할 때에는 먼저 고려하는 기구의 설계변수의 영향을 예측하기 위하여 기구를 해석해야 한다. 현재 다물체 기구의 운동학적

해석을 위해서 몇몇 방법이 제시되어 있는데 많은 문제를 다루며 컴퓨터 프로그램이 가능하도록 체계적이고 일반적인 특성을 가지고 있어야 한다. 이들 방법은 어떤 좌표계를 이용하여 기구를 모델링하고 운동방정식을 유도하느냐에 따라 분류할 수 있는데 현재 주로 두가지가 많이 쓰인다. 가장 많이 이용되고 있는 방법이 직교 좌표계를 이용한 것으로 일반적인 프로그램을 작성하기에는 용이하나 다루어야 할 시스템방정식의 규모가 커져서 해석시간이 많이 소요되는 단점이 있다. 그래서 일반성을 어느 정도 유지하면서 해석시간을 단축시키기위해 제시된 것이 상대 절점 좌표계(relative joint coordinate, 이하 절점 좌표계)를 이용한 방법이다.<sup>(1,2)</sup> 이

\*한국과학기술원 항공우주공학과

\*\*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

방법은 기구가 폐회로일 때 개회로가 되도록 절점(joint)를 끊어서 운동방정식을 구성하고 끊어준 절점에 대해서만 구속방정식이 부가되므로 전체 자유도와 시스템 방정식의 규모가 많이 줄어든다. 그렇지만 식들을 유도하는 과정에 행렬계산이 반복되고 많이 나와 복잡해지므로 기호계산(symbolic computation)용 프로그램을 이용하면 복잡하고도 지루한 과정을 효과적으로 계산하여 프로그램 코드화할 수 있다. 기호계산은 동역학 시스템의 운동방정식의 일부분 또는 전체에 대해 해석적인 유도로부터 빠른 계산이 요구되는 동적 시뮬레이션 등에 이용할 수 있으며<sup>(3,4,5,13)</sup> 또한 해석적인 미분을 통하여 효율적인 설계 민감도 해석을 할 수 있다.<sup>(9)</sup> 기호계산용 상용 프로그램으로는 MACSYMA, REDUCE, MATHEMATICA, MUMATH 등이 있다.

본 연구에서는 3차원 운동을 하는 다물체 기구 물체 수와 조인트 연결상태만 주어진 상태에서 구성상태에 따라 절점 좌표계를 이용하여 모델링하고 MACSYMA를 써서 복잡단조로운 대수 계산을 하여 모든 운동학적 정보를 얻어내며 수치계산이 필요하면 별도의 프로그램을 이용 수치해석을 하는 과정을 밟는다.

## 2. 운동학적 방정식 구성 및 해석

임의의 기구를 해석하기 위해서는 먼저 운동학적 현상을 규명해야 한다. 운동학적인 해석에서는 해석하고자 하는 기구를 모델링하여 입력 정보를 제공했을 때 각 물체의 위치 속도 및 가속도를 예측할 수 있어야 한다. 먼저 MACSYMA에서는 각 물체 간의 연결상태를 제공하면 이에따라 필요한 운동학적 방정식들을 기호로 구성하여 준다. 그리고 특정기구의 수치해석을 위하여는 수치적 형상을 입력하여 해석할 수 있도록 FORTRAN 프로그램을 이용하도록 한다.

### 2.1 위치정보의 계산

어떠한 물체의 위치정보를 계산하기 위하여는 그 물체의 기준물체(reference body)와의 연결상태 즉 절점 정보가 주어져야 하고 이에따라 절점 좌표계가 생성된다. 이때 절점 좌표계의 원점은 초기조립상태로 한다. 그리고 해석하고자 하는 기구가 폐회로를 가질 때에는 기구의 전체 자유도가 최소화되는 절점을 끊어 기구를 나무구조(tree structure)로 만

들어 준 다음 나무구조의 단부를 향하여 순차적으로 각 물체의 전체 좌표계(global coordinates)에 대한 국부좌표계(local coordinates)의 원점 위치  $r$ 과 각 물체의 오일러 파라미터  $p$ 를 아래와 같이 절점 좌표계  $q$ 에 대한 함수로 나타낸다. 즉

$$r^i = r^i(q), \quad p^i = p^i(q) \quad (i=1, \dots, n) \quad (1)$$

이고 Fig. 1로부터 일반적으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$r^i = r^j + A^j s^{ij'} - A^i s^{ii'} = r^j + s^{ij} - s^{ii} \quad (2)$$

위에서  $A$ 은 좌표변환 행렬이며 프라임기호는 국부좌표계를 표시한다. 그러나 일반적으로 물체간의 절점 축이 회전운동에 대하여 나선축(screw axis)이 아니므로 오일러 파라미터  $p$ 를 절점 좌표계를 가지고서 직접적으로 표현하기가 곤란하다. 그러므로 가상의 중간축(intermediate axis)을 정의하고서 절점의 상대운동에 관계된 오일러 파라미터의 계산을 가능케 한 Wehage의 알고리즘<sup>(6)</sup>을 이용한다. Fig. 2에서  $i$ 번째 절점축의 회전에 의한  $i$ 번

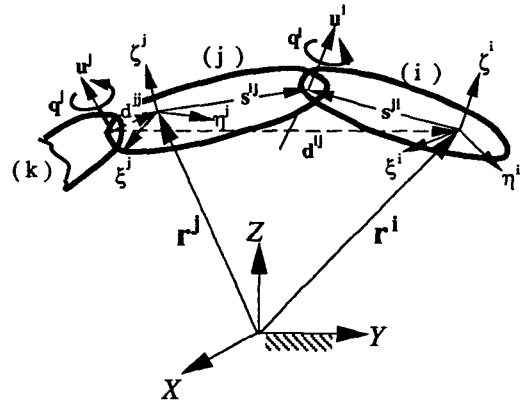


Fig. 1 Definition of distance and position vector

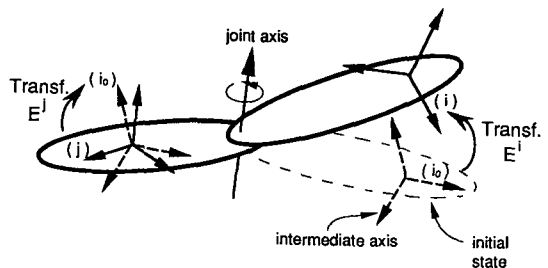


Fig. 2 Intermediate axis

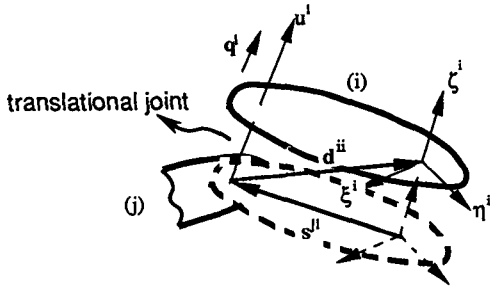


Fig. 3 Definition of distance vector  $d^{ij}$

체 물체의 오일러 파라미터는 절점축이 나선축이므로 바로 구할 수 있으며 이는 절점좌표계로 나타내어진다. 편의상 중간축을 초기상태의 국부좌표계로 잡고 그 축은  $j$ 번째 물체에 고정되어 있다고 본다. 우선  $i$ 번째 물체의 중간축과 국부좌표계와의 좌표 변환관계를  $E^i$ 를 구할 수 있다. 그리고  $j$ 번째 물체에 고정되어 있는  $i$ 의 중간축과  $j$ 의 국부좌표계와의 좌표변환관계도 역시 구할 수 있고 이는 일정한 행렬  $E^j$ 가 된다. 그러므로 구하고자 하는  $i$ 의 오일러 파라미터는 아래의 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$p^i = E^i E^j p^j \quad (3)$$

이러한 과정을 반복하여 기저물체 (base body)로부터 나무 구조의 단부를 향하여 순차적으로 각 물체의 오일러 파라미터를 절점 좌표계로 나타낼 수 있다. 그러므로 모든 물체의 오일러파라미터는 각 물체의 기준 물체와 그 물체의 절점 축으로 움직인 좌표값으로 나타난다. 또한 속도변환행렬<sup>(2)</sup>을 구할 때 이용할 절점 거리벡터 (joint distance vector)를 유도한다. 단,  $t^i$ 는 병진운동이 있을 때 1, 그외에는 0인 값을 갖는 벡터이다. 아래 두 벡터에 관한 정의는 Fig. 1과 3을 참고한다.

$$d^{ij} = r^i - r^j + d^{ij}, \quad d^{ij} = -s^{ij} + \sum_k t_k^i \cdot q_k \quad (4)$$

### 2.2 위치정보의 미분

이상과 같이 구한 위치정보는 운동학적 해석에 있어 가장 기본되는 것이며 이들로부터 속도 및 가속도와 구속방정식을 구하는데 필요한 미분정보를 구해야 한다. 앞서 구한 위치정보의 절점 좌표계에 대한 미분을 구할 때는 미분의 연쇄규칙 (chain rule)을 적용한다. 예를들어  $p = p(q)$ ,  $A = A(q)$ 이므로,

$$\frac{\partial A_{ij}}{\partial q} = \sum_{k=0}^3 \frac{\partial A_{ij}}{\partial p_k} \frac{\partial p_k}{\partial q}$$

등으로 유도할 수 있다. 그러나 MACSYMA에서는 종속성 (dependancy)을 정의해주려면 MACSYMA에서 다루는 변수가 수, 문자열 혹은 배열이 아닌 기호 등 단순한 자료구조 (data structure)를 통칭하는 atomic 변수이어야 한다.<sup>(17)</sup> 그렇지만 우리가 흔히 사용하는 배열 (array) 변수는 atomic 변수가 아니어서 종속성을 선언할 수 없다. 그래서 본 연구에서는 배열변수에다 종속성을 선언해야 할 경우에는 배열과 비슷한 성격을 가지고 있는 MACSYMA의 리스트 (list) 변수를 이용했고 리스트를 배열처럼 첨자있는 변수로 만들기 위해 MACSYMA의 명령 중에 makelist와 concat이라는 두 가지 기능 함수를 이용했다. 리스트는 일정한 요소 (element)의 집합으로 이루어진 자료구조로 마치 벡터처럼 일차원 구조로 되어 있고 atomic 변수나 리스트 변수를 요소로 가진다. 그리고 식을 간단히 표현하기 위하여 방정식이 중복되게 나타나 불필요하게 길어지는 것을 막고 보다 쉽게 사용자가 알아볼 수 있도록 하나의 문자로 대체하여 식들을 간단화 했다.

그 과정은 다음과 같은 실례로 설명할 수 있다. 만약 전체 시스템의 물체 수가  $nb$ 개이면 오일러 파라미터  $P$ 는  $(nb, 4)$ 의 배열을 갖는다. 그리고 폐회로 시스템을 개회로 시스템으로 만들었을 때 절점 좌표계  $QL$ 에서의 전체 자유도가  $k$ 라 하자. 먼저 배열을 갖는 변수  $QL, P$ 를 다음과 같은 요령으로 리스트 형태로 만든다.

$QL : \text{makelist}(\text{concat}(q, i), i, 1, k);$

for  $i1 : 1$  thru  $nb$  do

$P[i1] : \text{makelist}(\text{concat}(\text{concat}(\text{concat}(p, i1), \text{"_"}), i2), i2, 1, 4);$

다음, 이들 변수가 가지는 종속성을 선언해 준다. 만약  $m$ 번째 물체가  $j$ 번째 나무가지 구조에 속하면서 절점 좌표계  $QL[1], QL[2]$ 에 의해 모든 운동학적 정보가 결정된다면 이에 해당하는 모든 변수는 이들 좌표계의 함수가 된다. 즉,

$\text{depends}(P[m], QL[1], QL[2]);$

여기서  $p[m]$ 은  $m$ 번째 물체의 오일러파라미터를 나타내는 벡터이다. 그리고  $P$ 의 절점 좌표계에 대한 미분의 결과를  $dP$ 라고 나타낼 때  $nb$ 개의 물체

에 대해 다음과 같은 변수로 만들 수 있다.

for  $i:1$  thru  $nb$  do  $dP[i]:\text{concat}(dP, i)$  ;

다음, 종속성이 선언된  $i$ 번째 물체의  $P$ 에 대해서 절점 좌표  $QL$ 에 대한 미분을 실시하여 다음과 같이 결과를 출력할 수 있다.

for  $j1:1$  thru 4 do (for  $j2:1$  thru  $k$  do(  
 $dP[i][j1, j2]=\text{diff}(p[i][j1], QL[j2])$ ));

마지막으로 만약  $X$ 라는 변수가  $P[2]$ 에 의해 결정되고  $P[2]$ 는  $QL[k]$ 의 함수라 할때  $X$ 의  $QL[k]$ 에 대한 미분은,

$\text{depends}(X, QL[k])$  ;  
for  $j:1$  thru 4 do (  
 $dX[k]=\text{subst}(\text{diff}(X, QL[k]),$   
 $dP[2][j, k])$ );

등으로 나타낼 수 있고 차후 계산 과정에서 나타나는 "Diff( $X, QL[k]$ )"는  $dX[k]$ 로 대체하여 사용한다. 위와 같은 일련의 과정을 통하여 종속성을 선언하고 미분하여 하나의 문자로 대체하는 과정을 거쳐서 위치 정보에 대한 필요한 미분 정보들을 모두 구할 수 있다.

**2.3 속도 및 가속도 정보의 계산**

절점 좌표계로 표현되는 속도와 가속도는 직접적으로 알아보기 힘들므로 우리가 쉽게 다루고 또 비교적 알기 쉬운 직교좌표계에 대한 것으로 변환한다. 이러한 변환에 필요한 행렬로 Jerkovsky가 제안한 속도변환행렬<sup>(2)</sup>이 있으며 기구의 구성상태 및 절점의 종류에 따라 행렬이 결정된다. 그 과정은 아래와 같이 표현할 수 있으며 가속도에 대한 변환식은 시간에 대한 미분을 행하여 구할 수 있다. 아래에서  $\dot{Y}, \ddot{Y}$ 는 직교좌표계에서의 속도와 가속도,  $B$ 는 속도변환 행렬이다.

$$\dot{Y} = B\dot{q}, \ddot{Y} = B\ddot{q} + \dot{B}\dot{q} = B\ddot{q} + (B\dot{q})_q \dot{q} \quad (5)$$

**2.4 구속방정식의 구성**

폐회로기구를 절단하여 개회로를 만들었을 때에는 절단한 절점에 따라 적절한 제한조건이 구속방정식으로 부여된다. 구속방정식에는 절점의 특성을 잘 표현하기 위하여 다음 세가지 특성을 포함하는데 즉 (1) 인근한 두 물체의 절점 정의점들의 항상 일치할 것, (2) 인근한 두 물체가 가지는 두 수직

한 벡터가 계속 수직할 것, (3) 인근한 두 물체가 가지는 두 평행한 벡터가 계속 평행할 것 등이다. 각 절점에 따른 구속방정식은 참고문헌<sup>(2,12,13)</sup>을 이용한다. 일반적으로 구속방정식은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi = \Phi(q, t) = 0 \quad (6)$$

위의 위치에 대한 구속방정식을 미분하여 속도 및 가속도 구속방정식을 구한다.

$$\dot{\Phi} = \Phi_q \dot{q} + \Phi_t \quad (7)$$

$$\ddot{\Phi} = \Phi_q \ddot{q} + (\Phi_q \dot{q})_q \dot{q} + 2\Phi_{qt} \dot{q} + \Phi_{tt} \quad (8)$$

그리고 편의상  $\Phi_q \ddot{q} = -(\Phi_q \dot{q})_q \dot{q} - 2\Phi_{qt} \dot{q} - \Phi_{tt} \equiv \gamma$ 이라 한다. 앞서 구한 위치, 속도 및 가속도 정보를 이용한 식(6)부터 (8)까지 구성할 수 있다.

**2.5 예제 및 고찰**

이상에서 얻은 기호식들을 FORTRAN 프로그램과 연결하여 운동학적 수치해석을 수행하도록 한다. 비선형 연립방정식의 해법으로 뉴턴-랩슨 방법을 이용하며 모든 계산 결과는 직교좌표계를 이용하여 나타낸다. 그리고 입력시 각 물체의 오일러파라미터를 구하기 위하여 참고문헌(7)의 알고리즘을 이용하였다. 예제로는 공간4절기구로 Fig. 4의 RSCR(revolute-spherical-cylindrical-revolute joint mechanism)기구와 Fig. 5와 같은 RSST기구<sup>(11)</sup>를 선택하였으며, 사용한 컴퓨터는 Solbourne series IV 500이다.

먼저 기호로 표시된 정보들을 얻는데 대략 40초 내의 정도 소요하였으며 수치해석으로 입력링크를

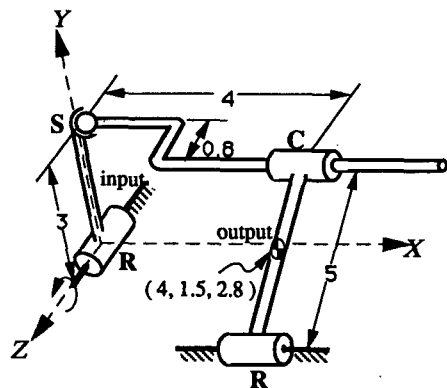


Fig. 4 RSCR mechanism

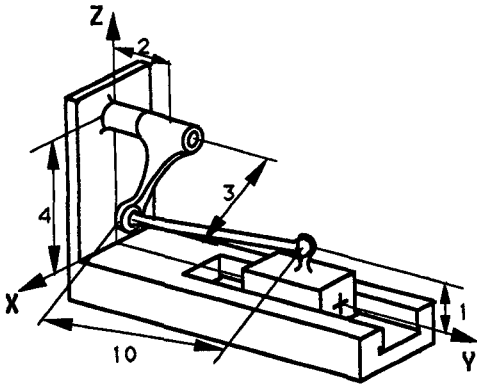


Fig. 5 Spatial slider-crank (RSST) mechanism

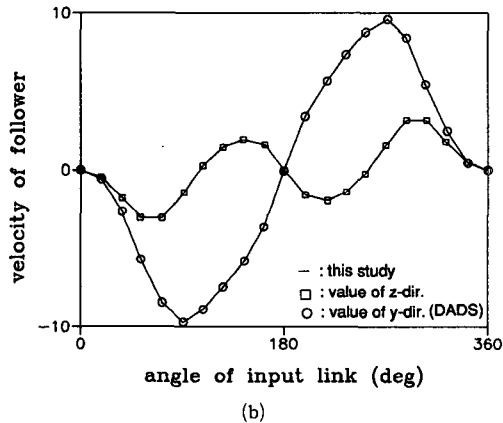
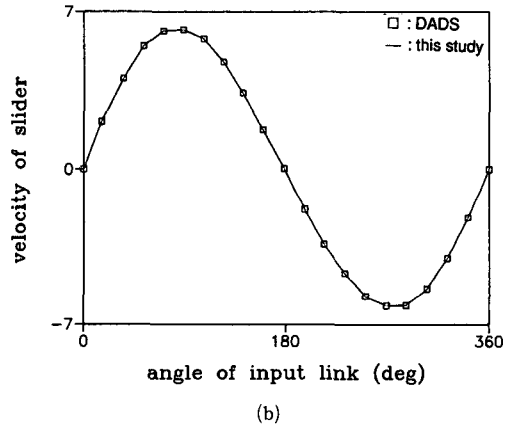
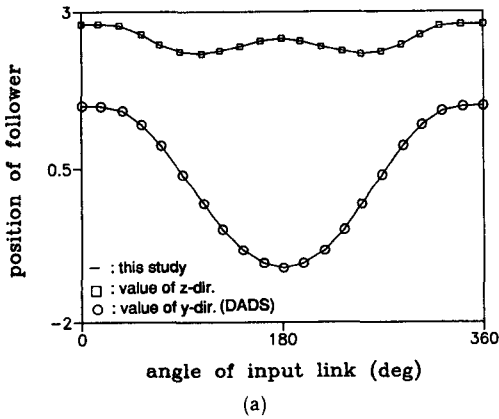
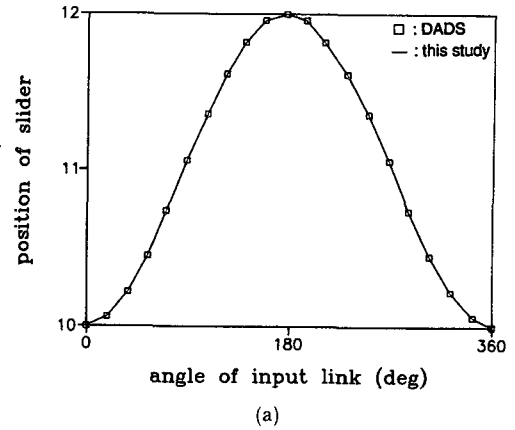


Fig. 6 (a) Result of kinematic analysis for RSCR  
(b) Result of kinematic analysis for RSCR

Fig. 7 (a) Result of kinematic analysis for RSST  
(b) Result of kinematic analysis for RSST

2회전하고 그 때의 출력링크의 운동을 알아보았다. 또 결과의 비교 검증을 위하여 직교좌표계를 사용하는 상용 프로그램은 DADS와 절점 좌표계를 사

용한 수치해석 범용 프로그램(KAP3)<sup>(16)</sup>을 이용, 동일 문제에 대해 해석하였다. RSCR기구의 경우 DADS에서 sparse matrix를 이용하여 해석했을 때 26.2초 소요했고 KAP3를 이용한 경우는 8.6초 소요했으나 본 프로그램의 경우는 4.8초 소요했다. (Fig. 6) RSST기구의 경우 DADS에서는 13.3초 소요했으나 본 연구의 경우는 1.2초에 불과했다. (Fig. 7) 그 이외에도 몇몇 기구에 대하여 계산해 본 결과 본 연구에서 제시한 방법이 계산 효율상 가장 양호한 것으로 나타났으며 계산결과들은 모두 잘 일치하고 있었다. 즉 특정 기구의 빠르고 반복적인 해석이 필요할 때에는 대형 프로그램보다는 효율상 전용프로그램을 사용하는 것이 유리하며 또한 기호로 표시된 식들을 이용하면 더욱 효율적임을 알 수 있다.

### 3. 동역학적 방정식 구성 및 해석

본 장에서는 기구학적 제한 조건을 가지는 기구에 대해 절점 좌표계를 이용한 운동방정식을 살펴보고 MACSYMA를 이용하여 얻은 결과를 가지고 실제 예제에 적용하여 본다.

#### 3.1 절점 좌표계를 이용한 기구의 시스템 운동 방정식

여기서는 절점 좌표계를 이용한 운동방정식의 일상적인 유도 과정은 참고문헌(1, 2, 13)으로 대신하며 그 결과는 다음과 같다.

$$\bar{M}\ddot{q} + \Phi_q^T \lambda = \bar{g} \quad (9)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \bar{M} &= B^T M B \\ \bar{g} &= B^T (f - M(B\dot{q})_q \dot{q} - h) \\ h &= [0^T, (\ddot{\omega} J \bar{\omega})^T, \dots, 0^T, (\ddot{\omega} J \bar{\omega})^T] \\ J &= A J' A^T \end{aligned} \quad (10)$$

위에서  $J'$ 는 국부좌표계에서의 질량관성 값을 나타내며  $\ddot{\omega}$ 의 계산은 참고문헌(12)의 식들을 이용한다. 그런데 외력에 의한 기구의 운동은 식(9)를 만족함과 동시에 구속방정식인 식(8)을 만족하여야 하므로 두 식을 연립시켜 아래와 같이 시스템방정식을 구성한다.

$$\begin{bmatrix} \bar{M} & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{g} \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (11)$$

MACSYMA에서는 먼저 국부 좌표계에서의 관성행렬을 전체 좌표계에 대한 값으로 계산한 후 절점 좌표계에 대한 관성행렬을 구한다. 그 다음 직교 좌표계에서의 코리올리힘과 원심력  $h$ 를 구하고  $M(B\dot{q})_q \dot{q}$ 를 계산한 후 입력된 직교좌표계에서의 외력  $f$ 를 위의 식(10)을 이용 절점 좌표계에서의 외력  $\bar{g}$ 를 얻어내고 이상을 FORTRAN 서브루틴으로 출력한다.

#### 3.2 수치해석을 위한 프로그램 및 예제

특정 치수를 갖는 기구의 해석을 위한 프로그램의 흐름도는 Fig. 8과 같다. 매 해석시간마다 식(11)로부터 가속도를 얻은 후 적분하여 속도와 위치를 얻었으므로 적분상수 만큼의 오차가 누적되어 구속방정식(6)을 정확히 만족시켜주지 못한다. 그

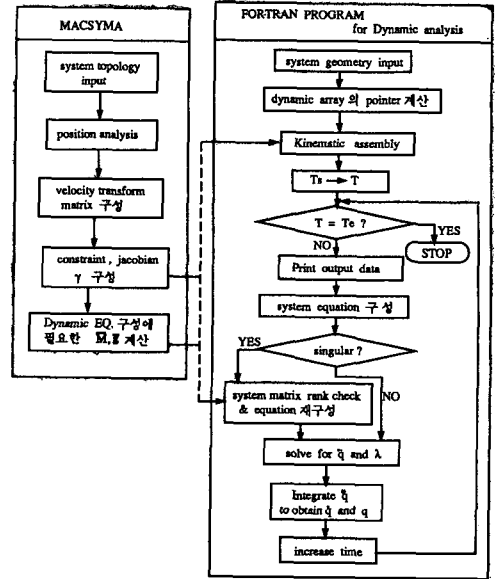


Fig. 8 Flow chart of program for Dynamic Analysis

러므로 식(11)을 풀 때마다 식(6)을 적절히 만족시키기 위하여 좌표분할법(coordinate partitioning method), CVSM(constraint violation stabilization method), 그리고 위의 두 방법을 혼합한 혼합법(hybrid method) 등을 이용하게 된다. 본 연구에서는 CVSM을 이용하였으며 식(11)에서 우변의  $\gamma$  대신  $\gamma^* = \gamma - 2\alpha\dot{\Phi} - \beta^2\Phi$ 가 사용된다.  $\alpha, \beta$ 는 임의의 유리수 값이며 Baumgarte가 제시한 199.94, 282.8을 각각 default값으로 사용하였고(8) 미분 방정식을 풀기 위한 적분 알고리즘으로는 predictor-coorrector 알고리즘의 일종인 DE알고리즘(9)을 이용했다. 해석하고자 하는 기구의 수치 데이터와 초기 상태의 대략의 위치 및 속도 등의 예상값을 입력하면 먼저 운동학적 해석을 한 번 수행함으로써 기구를 해석 가능한 상태로 조립한다. 초기 조립과정이 끝나면 식(11)의 좌변의 관성행렬  $\bar{M}$ , 및  $\Phi_q$ 와 우변의  $\bar{g}$  및  $\gamma$ 를 계산한다. 그러면 식(11)은 선형연립방정식이 되며 좌변의 정방행렬의 등급(rank)를 검사한 후 가속도를 구하고 적분 알고리즘을 이용하여 순차적으로 속도 및 위치를 구하여 앞서 얻은 속도변환행렬을 이용 직교좌표계의 값으로 바꾸어 출력한다.

수치해석 예제로는 앞서 사용한 RSCR기구를 택하였다. 기구의 입력 링크에다 일정한 토크를 2초 동안 가했을 때 출력 링크의 운동을 해석해 보았

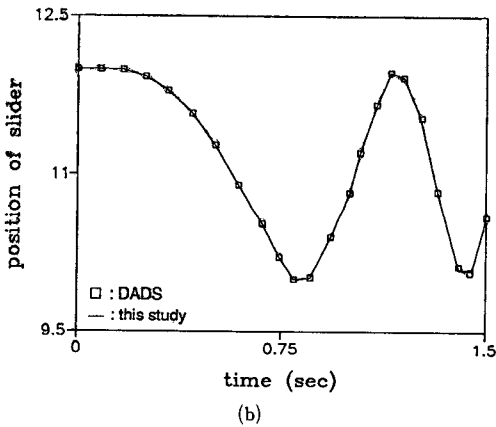
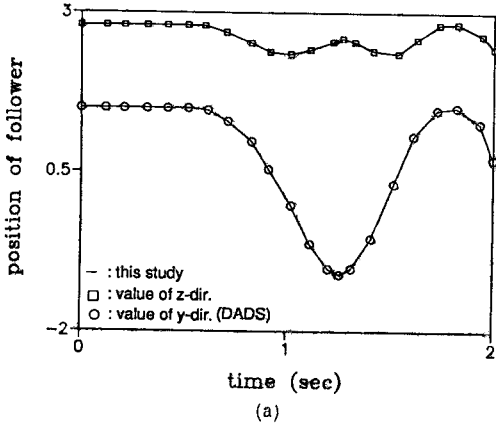


Fig. 9 (a) Result of dynamic analysis for RSCR  
(b) Result of dynamic analysis for RSCR

다. 본 연구의 방법으로는 계산 시간이 RSCR기구에 대해서는 5.6초 소요했으며 결과는 Fig. 9와 같고 DADS를 이용한 결과와 잘 일치하였다. 그러나 DADS를 이용했을 때에는 계산시간이 19.4초 소요하였다. 이외에도 RSST기구와 RSSR기구에 대해서도 DADS에서는 14.4초, 16.5초 등으로 해석시간이 소요됐으나 본 연구의 방법으로는 2.4초, 4.9

초 등으로 비교적 계산시간상 양호한 것으로 나타났다. 본 연구의 수치해석 프로그램을 최적화한다면 그 차이는 더욱 현저해질 것으로 예상된다.

#### 4. MACSYMA 결과의 응용

본 장에서는 앞서 MACSYMA를 이용하여 구한 운동학적 정보를 가지고 있는 공간기구를 대 요소 (macro element)로 이용하여 동일 형태의 기구로 이루어진 복잡한 시스템의 해석을 실시해 보고자 한다.

어떤 복잡한 기구가 여러 개의 동일한 부 기구 (submechanism)들로 구성되어 있다 할 때는 각 부 기구를 하나의 요소로 다룰 수 있다면 복잡함에서 비롯되는 실수를 피할 수 있고 모델링 등의 작업이 편리할 것이다. 그러므로 여기서는 운동학적 정보를 구해 가지고 있는 기구를 하나의 대 요소로 정의하고 해석자는 복잡한 기구 전체를 모델링하기 보다는 부 기구를 모델링하여 부 기구들 간의 연결 구속상태만을 제시하여 전체 시스템을 모델링하도록 한다.

여기서 첨가되는 프로그램은 앞서 작성한 프로그램에다 부 기구간의 연결 상태에 따른 위치정보를 연결시켜주는 루틴과 구속 방정식을 부가하는 루틴 등이다.

예제로는 조합형 RSSR기구(Fig. 10)를 다루어 봄으로써 대 요소로의 활용 가능성을 제시해 보았다. 예제 결과의 비교 검증을 위하여 동일 기구를 DADS를 이용하여 처음부터 전체 모델링하여 해석해 보았다. 첫번째 부 기구의 크랭크를 일정한 속도로 1회전하였을 경우 나머지 세 개의 출력 링크의 운동을 살펴보았다. Fig. 11은 X, Y 평면상에서 보았을 때 세 개의 출력 링크의 국부좌표계의 원점이 가지는 운동 궤적을 나타낸 것이다. 동일한 해석 조건으로 DADS는 20.98초 소요했음에 비해

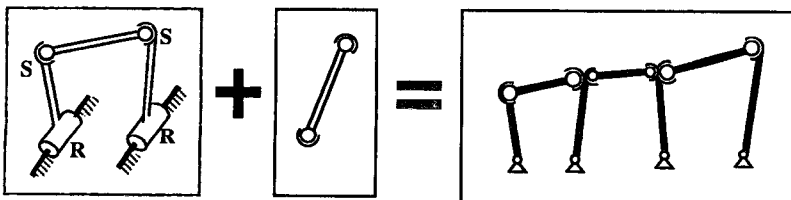


Fig. 10 Composite RSSR mechanism

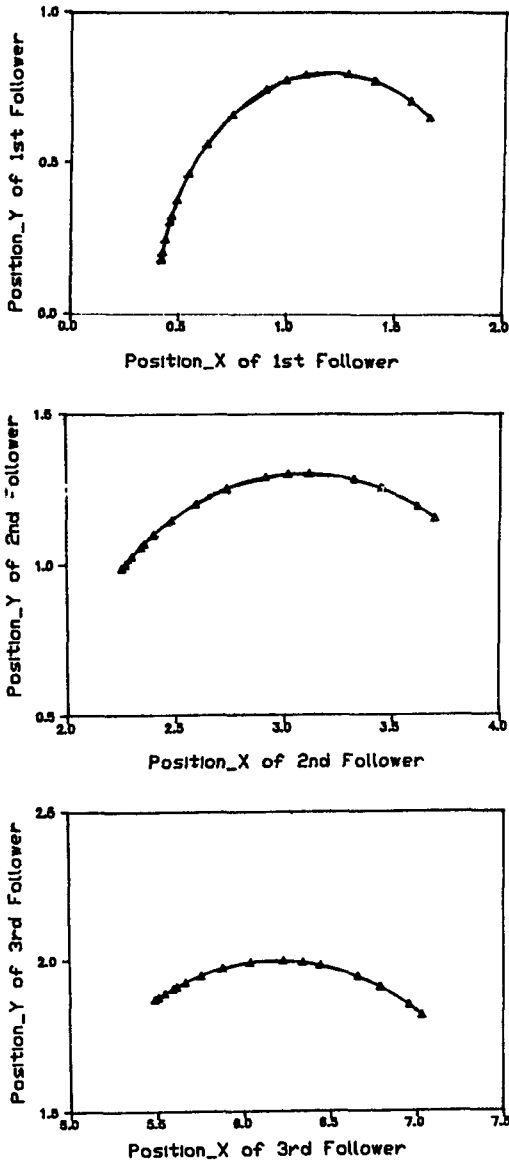


Fig. 11 Motion loci in X-Y plane

서 MACSYMA의 결과를 이용한 해석에서는 3.05 초 정도로 빠른 해석 결과를 얻을 수 있었고 두 결과는 잘 일치하였다. 그리고 부 기구들의 연결상태에 따른 구속 조건의 부가를 행하는 루틴을 일반화하면 보다 많은 종류의 조합형 기구를 해석할 수 있을 것이다. 이와같은 루틴은 비교적 크고, 같은 구성상태의 기구가 중복되어 사용되는 시스템의 효율적 모델링과 해석을 위하여 유용한 루틴이 될 것이다.

## 5. 결 론

기구의 운동 및 동력학적 해석을 하는데 필요한 식들을 대수적으로 구성하기 위하여 기호계산용 패키지 MACSYMA를 이용하였다. 점점 좌표계를 이용하여 모델링함으로써 시스템방정식의 규모가 비교적 작으면서도 일반화가 용이하였고, 기구의 구성상태에 따른 대수식들을 얻어서 수치계산에 이용함으로써 효율면에서 유리함을 알 수 있었으며 따라서 특정시스템의 전용해석을 위한 프로그램의 개발 시에 대 요소들을 이용함으로써 모델링의 용이성 및 계산상의 효율성을 기대할 수 있었다.

## 참고문헌

- (1) Kim, S. S. and Vanderploeg, M. J., 1986, "A General and Efficient Method for Dynamic Analysis of Mechanical Systems Using Velocity Transformations," ASME, J. of Mechanisms, Vol. 108, pp. 176~182.
- (2) Kim, S. S. and Vanderploeg, M. J., "A State Space Formulation for Multibody Dynamic System Subject to Control," Technical Report, No. 84~20, Univ. of Iowa.
- (3) Werner, O. Schiehlen, 1984, "Computer Generation of Equation of Motion," NATO ASI Series F, Springer-Verlag, pp. 183~231.
- (4) Townsend, M. A. and Gupta, S., 1989, "Automated Modeling and Rapid Solution of Robot Dynamics Using the Symbolic Polynomial Technique," ASME J. of Mechanisms, Vol. 111 pp.537~544.
- (5) Hussain, M. A. and Noble, B., 1984, "Application of Symbolic Computation to the Analysis of Mechanical Systems, Including Robot Arms," NATO ASI series F, Springer-Verlag, pp. 283~306.
- (6) Wehage, R. A., 1984, "Quaternions and Euler Parameters-Brief Exposition," NATO ASI Series F, Springer-Verlag, pp. 147~180.
- (7) Friberg, O. 1988, "Computation of Euler Parameters Form Multiple Data," ASME J. of Mechanisms June, Vol. 110, pp. 116~121.



- (8) Baumgarte, J. 1972, "Stabilization of Constraints and Integrals of Motion," Conceptual Method in Applied Mechanical Eng., Vol. 1.
- (9) Ashrafiuon, H. and Mani, N. K. 1990, "Analysis and Optimal Design of Spatial Mechanical System," ASME, J. of Mechanical Edsign, Vol. 112, pp. 200~207.
- (10) Shampine, L. F. and Gordon, M. K., 1974, Computer Solution of Ordinary Differential Equations, W. H. Freeman and Company.
- (11) Sandor, G. N. and Erdman, A. G., Advanced Mechanism Design Vol. II Prentice-Hall, pp. 611~634.
- (12) Nikravesh, P. E., 1989, Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems Prentice-Hall.
- (13) Haug, E. J., 1986, Intermediate Dynamics Univ. of Iowa Copyright, pp. 331~381.
- (14) Goldstein, H., 1980, Classical Mechanics, Addison-Wesley.
- (15) 윤태희, 1991, "MACSYMA를 이용한 다물체 시스템의 동역학 운동방정식유도," 한국과학기술원 석사학위 논문.
- (16) 심익찬, 1992, "상대 이음 좌표를 이용한 다물체 시스템의 동역학적 해석," 한국과학기술원 석사학위 논문.
- (17) MACSYMA Reference Manual, Symbolics Inc. June 1987.