

〈論 文〉

항복응력과 미끄럼현상을 고려한 분말사출성형 충전공정의 유한요소해석

박주배* · 권태헌**

(1993년 1월 9일 접수)

Finite Element Analysis of Powder Injection Molding Filling Process Including Yield Stress and Slip Phenomena

Joo Bae Park and Tai Hun Kwon

Key Words : Powder Injection Molding(분말사출성형), Filling Process(충전공정), Numerical Simulation(수치모사), Rheological Behavior(유변학적 거동), Yield Stress(항복응력), Slip Phenomena(미끄럼현상)

Abstract

Powder Injection Molding(PIM) is an advanced and complicated technology for manufacturing ceramic or metal products making use of a conventional injection molding process, which is generally used for plastic products. Among many technologies involved in the successful PIM, injection molding process is one of the key steps to form a desired shape out of powder/binder mixtures. Thus, it is of great importance to have a numerical tool to predict the powder injection molding filling process. In this regard, a finite element analysis system has been developed for numerical simulations of filling process of powder injection molding. Powder/polymer mixtures during the filling process of injection molding can be rheologically characterized as Non-Newtonian fluids with a so called yield phenomena and have a peculiar feature of apparent slip phenomena on the wall boundaries surrounding mold cavity. Therefore, in the present study, a physical modeling of the filling process of powder/polymer mixtures was developed to take into account both the yield stress and slip phenomena and a finite element formulation was developed accordingly. The numerical analysis scheme for filling simulation is accomplished by combining a finite element method with control volume technique to simulate the movement of flow front and a finite difference method to calculate the temperature distribution. The present study presents the modeling, numerical scheme and some numerical analysis results showing the effect of the yield stress and slip phenomena.

기 호 설 명

b : 금형두께의 반

C_p : 비열

k : 열전도계수

K : Power law fluid의 계수

n : Power law index

N_i : Shape function

P : 압력

*삼성전자 (주) 기술총괄 컴퓨터 응용연구실

**정희원, 포항공과대학 기계공학과

- S : 식(12) · 식(16)에서 정의된 유동상수
- T : 온도
- T_a, T_b : 점성계수의 온도관련 상수
- u, v, w : 속도성분
- \bar{u}, \bar{v} : 평균속도 성분
- u_s, v_s : 미끄럼속도 성분
- V_s : 미끄럼속도
- x, y, z : 좌표계
- β_j : 유한차분 간격비
- δ : 미끄럼층 두께
- Ψ : 미끄럼층 경계의 z좌표(Fig. 1참조)
- ε : 항복이 일어나지 않은 두께(Fig. 1참조)
- η : 점성계수
- η_0 : 점성 계수식(1)에 나타나는 온도관련상수
- η_m : 미끄럼층 밖의 분말혼합체의 점성계수
- η_s : 미끄럼층 내부의 고분자재료의 점성계수
- $\dot{\gamma}$: (일반) 전단변형률
- ρ : 밀도
- τ_y : 항복응력
- τ_w : 벽면에서의 전단응력
- $\dot{\gamma}_w$: 벽면에서의 전단변형률

1. 서 론

분말사출성형 공정은 분말재료와 바인더 시스템을 균일한 분말혼합체로 제조하는 혼합공정(mixing process), 분말혼합체를 원하는 형상으로 제조하는 사출성형공정(injection molding process), 사출성형된 제품으로부터 바인더 시스템을 제거하는 탈지공정(debinding process)^(1,2) 그리고 분말재료간에 결합을 통하여 최종제품을 생산하는 소결공정(sintering process)^(3,4)으로 구성된 복합적인 기술을 요한다.

성공적인 분말사출성형에 있어서 중요한 요소의 하나로서 사출성형을 들 수 있다. 사출성형의 성공 여부는 분말혼합체의 점성계수에만 의존하는 것이 아니라, 사출형성 금형의 설계 및 사출성형 공정조건의 선택에 크게 좌우된다. 따라서 과학적인 분말사출성형의 이해 및 설계를 위해서는 사출성형의 여러단계 중에서도 특히 충전공정중에 사출금형내에서의 분말혼합체의 유동현상의 해석이 필수적으로 요구된다고 할 수 있다.

보통의 열가소성 플라스틱재료의 사출성형 충전

공정의 해석에 대해서는 이미 많은 연구가 성공적으로 수행해졌다.⁽⁵⁾ 그리고 분말사출성형의 충전공정 해석에 분말혼합체의 유변학적 거동과 상이한 열가소성 플라스틱재료의 구성 방정식을 그대로 적용한 연구도 있다.⁽⁶⁾ 그러나 분말사출성형의 충전공정 해석을 위하여 분말혼합체의 유변학적 거동을 모델링한 구성방정식을 제대로 도입한 충전공정의 해석은 아직 시도된 바 없다.

따라서 본 연구의 목적은 분말혼합체의 유변학적 거동의 특성을 고려한 사출성형 충전공정의 수치모사를 가능하도록 유한요소해석 시스템을 개발하는 것이다. 이러한 충전과정의 유한요소해석을 위해서는 사용 재료의 구성 방정식이 먼저 알려져 있어야 한다. 사출성형을 위해 유기결합체, 첨가제와 혼합된 미세세라믹 분말재료나 미세 금속분말재료는 항복응력(yield stress)이 존재하는 pseudoplastic재료의 유동특성을 갖는 것으로 알려져 있다. 항복응력을 가진 pseudoplastic재료의 구성방정식은 Generalized Newtonian Fluid의 일부로서 분류된다. 또한, 이 혼합체는 non-Newtonian Fluid의 독특한 유동 특성인 겔보기 미끄럼현상(apparent slip, 이하 미끄럼현상)을 보이게 되는데, 본 연구에서는 이 미끄럼현상을 벽면에서의 미끄럼층(slip layer)으로 표현하는 경우와 미끄럼속도(slip velocity)로 보는 2가지 경우로 나누어 고려하였다. Fig. 1와 Fig. 2에 각각 이 경우를 도시하였다. 미끄럼현상을 고려함에 있어, 미끄럼층으로서 그 현상을 표현하는 경우에는 미끄럼층내에 유기 결합체만이 존재한다고 가정하게 된다. 따라서 이 유동영역에서는 유기결합체의 물성 데이터만을 고려하게 된다.

따라서 본 연구에서는 분말혼합체의 특성인 항복응력을 포함한 Generalized Newtonian Fluid의 구

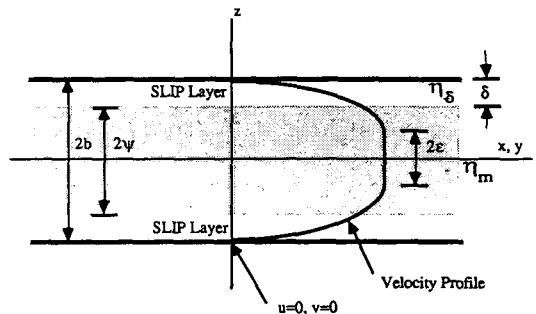


Fig. 1 Slip Phenomena with slip layer

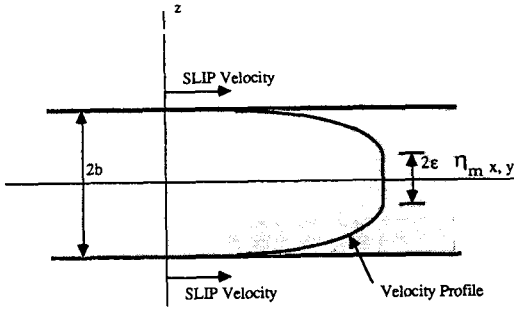


Fig. 2 Slip phenomena with slip velocity

성 방정식을 도입하고 미끄럼현상을 고려한 신소재의 사출성형 충전과정 해석용 CAE(computer aided engineering) 시스템을 개발하였다. 수치모사를 위한 수치해석방법으로는, 유한요소법(finite element method)과 유한차분법(finite difference method)을 함께 사용하였다. 유한요소법과 검사체적법(control volume technique)을 병용하여 유동의 진행을 수치모사 하였으며, 유한차분법을 사용하여 온도분포를 계산하였다.

이상의 방법으로 개발된 CAE 시스템을 사용하여 항복응력이 포함된 일반적인 분말혼합체의 점성계수 모델을 갖는 재료에 대한 간단한 직사각형 제품 형상을 가지고 등온조건과 비등온조건 하에서 수치해석 하였다. 최종적으로는 개발된 CAE 시스템의 실제 적용예로서, 알루미나(Al_2O_3) Rotor의 사출성형 충전공정⁽⁷⁾을 수치모사하였다.

2. 분말혼합체의 유변학적 거동 특성

분말사출성형 충전공정의 해석을 위해서는 분말혼합체의 유변학적 거동 특성을 이해하고 적절한 구성방정식을 도입하여야 한다.

2.1 항복응력 현상

분말재료와 고분자재료의 혼합체는 항복응력이 존재하는 pseudoplastic재료의 유동 특성을 갖게 되는데, 이와같이 항복응력이 존재하는 분말 혼합체의 유동현상을 정확히 해석하기 위해서는 새로운 형태의 점성계수식이 필요하게 된다. 이를 위해 새로 고안된 점성계수식은 다음과 같이 표현된다.⁽⁸⁾

$$\eta(\dot{\gamma}, T) = \frac{\eta_0}{1 + C(\eta_0/\dot{\gamma})^{1-n} + \frac{\tau_y}{\dot{\gamma}}}$$

$$\eta_0 = B \cdot \text{Exp}(T_b/T) \quad (1)$$

Table 1 Coefficients of viscosity function of a powder-polymer mixture

LDPE : $Al_2O_3=3 : 7$ (Wt%)
$n=0.3283$
$T_b=5698.$
$B=9.539E-03$
$C=4.648E-04$
$\tau_y=21123.1$ (Pa)

(unit of viscosity:Pa*sec)

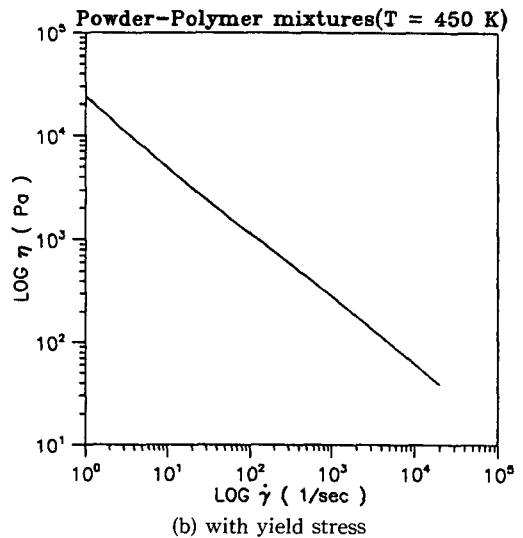
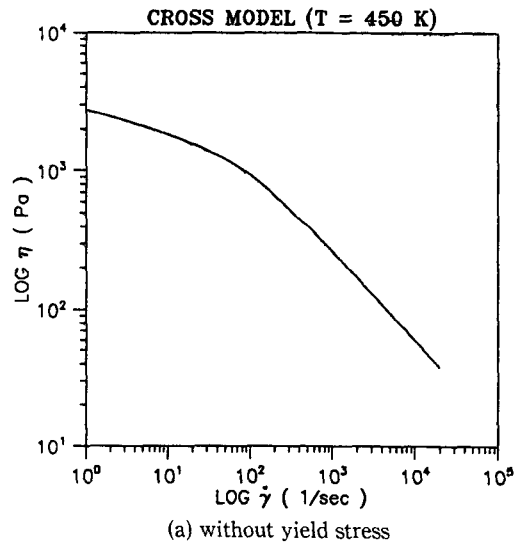


Fig. 3 Viscosity function

식(1)에는 기존의 고분자재료에 대한 점성계수식에 항복응력을 표현하기 위한 새로운 항 $\tau_y/\dot{\gamma}$ 이 추가되어 있다.

본 연구에서는 알루미늄 분말과 폴리에틸렌(LD-PE) 수지 분말혼합체의 점성계수식 결정에 식(1)을 사용하여, 그로부터 얻어진 점성계수식을 수치 해석 시스템의 검증을 위한 직각 평판 Cavity의 수치 해석에 사용하였다. 이때 얻어진 점성계수식의 계수값은 Table 1에 나타내었고, Fig. 3에 도시하였다. Fig. 3의 (a)는 항복응력이 포함되지 않은 점성계수식으로, Fig. 3의 (b)는 항복응력이 포함된 점성계수식 (1)로 각각 405°K의 등온 조건에서 도시한 것이다. Fig. 3(a)와 (b)를 비교하여 보면, 전단 변형률이 큰 부분에서는 거의 차이가 없지만 전단 변형률이 작은 부분에서는 큰 차이가 있음을 보여주고 있다.

2.2 미끄럼현상

본 연구에서는 분말혼합체의 미끄럼현상을 설명하는데 있어서 다음과 같은 두가지 방식을 도입하였다. 첫째 방식은, 벽면 근처에는 분말입자들이 존재하지 않는 얇은 미끄럼층(slip layer)이 형성되어 원래의 분말입자들과 고분자 수지로서 충전되어 있는 Bulk Material과는 다른 유변학적 거동 특성을 지닌 유체로 채워져 있다고 보는 방식이고(Fig. 1참조), 둘째 방식은 유동과 벽면의 접촉면에 일반적으로 적용하는 non-slip 경계조건 대신 미끄럼속도(slip velocity)의 존재를 인정하는 것이다.(Fig. 2참조) 아직까지는 미끄럼층의 두께나 미끄럼속도의 크기가 어떻게 변화하는지에 대한 체계적인 연구결과가 발표된 바 없으나, 보통 벽면에서의 전단응력함수인 것으로 추정하고 있다.⁽⁹⁾ 이러한 두가지 다른 접근 방식은 서로 다른 것처럼 보여지나, 미끄럼층의 두께가 입자의 크기 정도로 매우 작다는 사실을 고려하면 두가지 방식간에 상관 관계가 있음을 다음과 같이 보여줄 수 있다.

일반적인 경우 미끄럼층의 두께가 매우 작은값인 δ 라고하면 미끄럼층 내부에서의 전단변형률(shear rate) $\dot{\gamma}$ 와 속도 $V(z)$ 그리고 미끄럼층의 두께 δ 사이에는 다음의 근사 관계식이 성립한다.(Fig. 1 참조)

$$\dot{\gamma}(z) \text{ in slip Layer} = \frac{V(z)^{z=\phi}}{\delta} \tag{2}$$

δ 가 매우 작은 경우에 $z = \psi$ 에서의 속도를 벽면에

서의 미끄럼속도 V_s 로 근사적으로 생각하는 미끄럼속도의 모델로 대체할 수 있고, (Fig. 2참조) 이 경우 벽면에서의 전단 변형률 $\dot{\gamma}_w$ 는 식(2)로부터 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\dot{\gamma}_w = \frac{V_s}{\delta} \tag{3}$$

만약 미끄럼층 내부의 물질이 Power Law fluid 인 경우, 벽면에서의 전단 응력과 변형률 사이의 관계식은 다음의 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau_w = K(\dot{\gamma}_w)^n$$

$$K = m_o \text{Ext}(T_a/T) \tag{4}$$

이상의 식(3)과 (4)로부터 Power law fluid인 경우의 미끄럼층 두께와 미끄럼속도 사이의 관계식들을 다음과 같이 유도할 수 있다:

(1) 미끄럼현상을 미끄럼층 모델로 고려하여 미끄럼층두께를 벽에서의 전단응력의 함수로 모델링한 경우, 즉 $\delta = f(\tau_w)$ 로 모델링한 경우, 미끄럼현상을 미끄럼속도 모델로 고려한 경우의 미끄럼속도 V_s 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V_s(\tau_w) = f(\tau_w) \cdot \left(\frac{\tau_w}{K}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{5}$$

(2) 위와 반대로, 미끄럼현상을 미끄럼속도 모델로 고려하여 미끄럼속도를 벽에서의 전단응력의 함수로 모델링한 경우, 즉 $V_s = g(\tau_w)$ 로 모델링한 경우, 미끄럼현상을 미끄럼층 모델로 고려한 경우의 미끄럼층 두께 δ 는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\delta(\tau_w) = g(\tau_w) \cdot \left(\frac{K}{\tau_w}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{6}$$

만약 미끄럼층 내부의 물질의 구성방정식이 Modified Cross Model인 경우에는 Power law model인 경우보다 좀 더 복잡하게 되는데, 벽면에서의 전단 응력과 변형률 사이의 관계식은 다음과 같다.

$$\tau_w = \frac{\eta_o \cdot \dot{\gamma}_w}{1 + C(\eta_o \cdot \dot{\gamma}_w)^{1-n}} \tag{7}$$

식(3)과 (7)로부터 $\delta = f(\tau_w)$ 로 모델링한 경우와 $V_s = g(\tau_w)$ 로 모델링한 경우에 각각 식(5)와 (6)에 대응하는 좀 복잡한 비선형식을 풀어야 V_s 와 δ 를 각각 구할 수 있게 된다.

3. 지배방정식

충전과정에서의 유동 및 열전달 현상을 해석하기

위해서는 시간에 따른 3차원 공간에서의 가공 재료의 유동 및 열전달 현상을 해석해야 한다.

3.1 압력 지배방정식

Fig. 4는 충전과정에서의 유동 및 열전달 현상을 해석하기 위한 국소좌표계의 설정 및 금형공간(cavity) 형상을 보여주는 개요도이다. Fig. 4에서 보이듯이 사출성형 공정에 의해 생산되는 제품은 주로 두께가 평면의 치수에 비해 대단히 작다. 따라서 이러한 경우에는 Lubrication가정과 Hele-Shaw유동 가정을 도입하여 아래와 같은 운동방정식 (8)을 유도할 수 있다.⁽⁵⁾

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ 0 &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

연속방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

위 운동방정식 (8)을 z방향에 따라 적분하고 두께 방향의 중심면인 z=0에서의 대칭성을 고려하면 다음의 식 (10)을 얻는다.⁽⁵⁾

$$\begin{aligned} \eta \frac{\partial u}{\partial z} &= \frac{\partial p}{\partial x} z \\ \eta \frac{\partial v}{\partial z} &= \frac{\partial p}{\partial y} z \end{aligned} \quad (10)$$

분말혼합체의 경우에는 미끄럼현상과 항복응력 현상을 고려하여 지배방정식을 구해야 한다. 위에 기술한대로 미끄럼현상을 고려하는 방법에 따라서 압력 지배방정식이 다음과 같이 다르게 된다.

(1) 미끄럼층으로 해석하는 경우의 지배방정식
식 (10)을 두께방향으로 적분하는 과정을 거치면 평균속도는 다음과 같이 표현됨을 보일 수 있다.

$$\bar{u}(x, y) = -\frac{S}{b} \frac{\partial p}{\partial x}$$

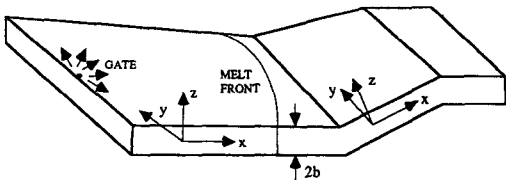


Fig. 4 Local coordinate system for a mold cavity

$$\bar{v}(x, y) = -\frac{S}{b} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (11)$$

여기서 유동상수 S는 아래의 식 (12)와 같이 나타난다.

$$S = \int_{\epsilon}^{\phi} \frac{z^2}{\eta_m} dz + \int_{\psi}^b \frac{z^2}{\eta_s} dz \quad (12)$$

여기서 η_m 은 항복응력이 포함된 혼합체의 점성계수를 뜻하고, η_s 는 항복응력이 포함되지 않은 미끄럼층에 존재하는 물질의 점성계수를 뜻한다. 적분구간의 하한선을 나타내는 ϵ 은 전단응력이 항복응력 값 τ_y 와 같게되는 두께방향의 높이를 나타낸다.

위의 두 결과로부터 압력에 관한 지배방정식은 아래와 같은 형태를 갖게 된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(S \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(S \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0 \quad (13)$$

(2) 미끄럼속도로 해석하는 경우의 지배방정식

미끄럼속도로 해석하는 경우, 식 (10)을 적분함에 있어 벽면에서의 경계 조건으로서 일반적인 Non-slip조건이 아닌 미끄럼속도를 적용하게 된다. 이때문에 평균 속도방정식은 식 (11)와 달리 식 (14)로 나타나게 된다.

$$\begin{aligned} \bar{u}(x, y) &= -\frac{S}{b} \frac{\partial p}{\partial x} + u_s \\ \bar{v}(x, y) &= -\frac{S}{b} \frac{\partial p}{\partial y} + v_s \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 u_s 와 v_s 는 미끄럼속도의 x, y성분을 각각 나타내는데 미끄럼속도의 절대값 V_s 로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u_s = V_s \frac{-\frac{\partial p}{\partial x}}{|\nabla p|}, \quad v_s = V_s \frac{-\frac{\partial p}{\partial y}}{|\nabla p|} \quad (15)$$

이 경우에는 유동상수 S를 표현하는 식은 다음과 같은 형태를 갖게 된다.

$$S = \int_{\epsilon}^b \frac{z^2}{\eta_m} dz \quad (16)$$

평균 속도식 (14)의 변화로 인해 압력 지배방정식의 형태가 식 (13)과는 다른 형태를 갖게 되는데, 유도된 새로운 압력 지배방정식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(S \frac{\partial p}{\partial x} - bu_s \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(S \frac{\partial p}{\partial y} - bv_s \right) = 0 \quad (17)$$

3.2 온도 지배방정식

사출성형 충전공정중의 에너지방정식은 다음과 같이 간략화될 수 있다.⁽⁵⁾

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \eta \dot{\gamma}^2 \tag{18}$$

여기서 $\dot{\gamma}$ 는 일반 전단 변형률(generalized shear rate)로서 이 경우에는 다음과 같다.

$$\dot{\gamma} = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}$$

본 연구에서 수치해석의 대상으로 설정한 분말혼합체의 미끄럼현상을 미끄럼층으로 해석할 경우에는 식(18)의 미분방정식을 그 에너지 지배방정식으로 사용하는데 어려움이 있다. 이는 미끄럼현상을 미끄럼층으로서 고려하는 경우, 전체 수치해석 영역에 대해 상수값인 한가지 물성값 (밀도, 비열, 열전달 계수, 등)을 사용할 수 없기 때문인데, 미끄럼현상이 나타나는 경우 Fig. 5에 나타난 바와 같이 미끄럼층과 분말혼합체의 두 층에서는 각각 다른 물성값을 갖게되며 이 때문에 그 두 층의 경계면상에서의 물성값을 어떻게 결정할 것인가 하는 문제점이 발생하게 된다.

이러한 문제점을 해결하기 위해, 미분방정식이 아닌 일정 체적을 설정하여 에너지 평형방정식을 유도하는 방법을 사용하였다. Fig. 5의 그림에 나타난 바와 같이, 먼저 유한차분 격자계를 구성한 후 수치해석의 대상이 되는 절점 주위의 미소체적을 설정하여 그 미소체적에 대한 에너지 평형 방정식을 다음과 같이 유도하였다.

$$\left(\rho_1 C_{p1} \frac{\Delta z_j}{\Delta z} + \rho_2 C_{p2} \frac{\Delta z_{j+1}}{\Delta z} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

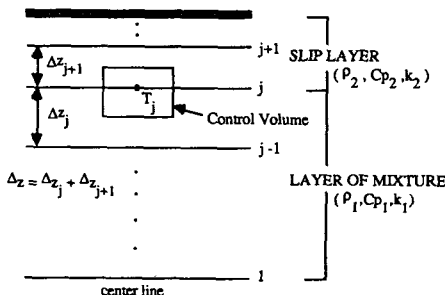


Fig. 5 Control volume at the contact surface of double layers

$$= -\frac{2}{\Delta z} \left(k_2 \frac{\partial T}{\partial z} - k_1 \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \left(\eta_1 \dot{\gamma}_1^2 \frac{\Delta z_j}{\Delta z} + \eta_2 \dot{\gamma}_2^2 \frac{\Delta z_{j+1}}{\Delta z} \right) \tag{19}$$

식(19)는 Fig. 5를 기준으로 하여 미끄럼층과 분말 혼합체 경계층에서의 서로 다른 두가지 물성값을 갖는 임의의 절점에 대한 에너지 평형 방정식을 유도한 것이며, 경계층에 위치하지 않는 절점에서는 이 방정식의 서로 다른 물성값 대신 그 절점에서의 한가지 물성값을 대치하여 똑같이 적용할 수 있다. 식(19)에서 첨자 1과 2는 미끄럼층내의 유기결합체와 분말혼합체의 값을 각각 나타낸다.

4. 유한요소 · 유한차분해석

4.1 압력 지배방정식의 유한요소해석

충전과정의 압력 지배방정식 (13)에 Galerkin의 방법을 적용하면, 각각의 유한요소에 대한 다음과 같은 식을 얻게 된다. (압력 지배방정식(17)에 대한 유한요소법도 유사한 방식으로 유도할 수 있는데 여기서는 생략하겠다.)

$$\iint_{A^{(e)}} N_i \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(S \frac{\partial \bar{p}^{(e)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(S \frac{\partial \bar{p}^{(e)}}{\partial y} \right) \right] dx dy = 0 \tag{20}$$

식(20)에서, 각 요소에서의 근사함수(approximated function)는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\bar{p}^{(e)} = \sum_{j=1}^3 N_j p_j \tag{21}$$

이 수치모사에는 3개의 절점(node)을 갖는 삼각형 유한요소가 사용되었으며, Shape function으로는 Linear Interpolation Function을 사용하였다.

위의 식(20)에 Divergence Theorem을 적용한 뒤 경계조건을 고려하면 다음과 같이 된다.

$$\iint_{A^{(e)}} \left[S \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial \bar{p}^{(e)}}{\partial x} + S \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial \bar{p}^{(e)}}{\partial y} \right] dx dy = 0 \tag{22}$$

위 식을 Matrix 형태로 정리하면 다음과 같아진다.

$$D_{ij}^{(e)} p_j^{(e)} = 0 \tag{23}$$

최종적으로는, 각 요소에서 계산된 식(23)을 전체 유한요소에 대해 총괄 정리하여 그로부터 각 절점(node)에서의 압력값을 구하게 되는데, 이때 D_{ij} 는 S에 관련되어 있고 S는 압력 분포에 따라 결정

되게 된다. 결국 이로 인해 식(23)은 비선형 방정식이 되며 반복계산(iteration)과정을 필요로 하게 된다.

4.2 에너지방정식의 유한차분법해석

에너지방정식에서 얻어진 지배방정식(19)에는 Fig. 6에서 보여진 바와 같이 x-y평면에서는 위에서 사용한 유한요소를 사용하였고, z방향에 대해서는 부등간격 절점을 사용하여 유한차분법(finite difference method, FDM)을 적용하면 다음 식을 얻게된다.

$$\begin{aligned} & \left(\rho_1 C_{p1} \frac{\Delta z_j}{\Delta z} + \rho_2 C_{p2} \frac{\Delta z_{j+1}}{\Delta z} \right) \left(\frac{T_{i,j}^{p+1} - T_{i,j}^p}{\Delta t} \right) \\ & + u \sum_{k=1}^3 \frac{\partial N_k}{\partial x} T_{k,j}^{p+1} + v \sum_{k=1}^3 \frac{\partial N_k}{\partial y} T_{k,j}^{p+1} \\ & = \frac{2\beta_j}{(\Delta z_{j+1})^2 (1 + \beta_j)} (k_2 T_{j+1}^{p+1} - (k_2 + k_1 \beta_j) T_{i,j}^{p+1} \\ & + k_1 \beta_j T_{j-1}^{p+1}) + \left(\eta_1 \dot{\gamma}_1^2 \frac{\Delta z_j}{\Delta z} + \eta_2 \dot{\gamma}_2^2 \frac{\Delta z_{j+1}}{\Delta z} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

식(24)에서 첨자 p는 시간진행에 대한 지표(index)를 나타내며, j는 계층평면(layer)의 지표를 나타낸다. 여기서 특기할 점은 두께 방향(z축 방향)의 유한차분 간격이 등간격이 아닌 특정하게 정의된 비율 β로서 변환한다는 것인데, 이 관계를 유한차분 관계식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\beta_j = \frac{\Delta z_{j+1}}{\Delta z_j} \quad (25)$$

실제적으로 한 절점을 중심으로 에너지방정식(24)를 계산하는 경우, 대류항(convection term)과 점성열항(viscous heating term)은 현재 에너지방정식의 계산 대상이 되어 있는 절점 주위에 위치한 유한요소들로부터의 유동에 의한 열전달을 의미

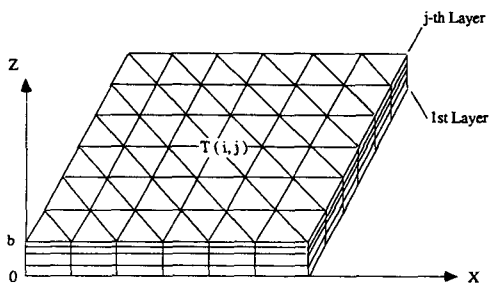


Fig. 6 Finite elements in x-y plane and finite difference grid in a gapwise direction

한다. 따라서 주위 유한요소들로부터 계산된 이들 대류항과 점성열항은, 실제적으로 대상 절점에서의 유동에 의한 열전달이 이루어지고 있는가를 평가한 뒤 에너지방정식에 고려되어야 한다. 이러한 평가를 위해 실제 에너지방정식의 수치 모사에서는 Upwinding Scheme을 도입하였다.

충전공정의 수치모사는 시간에 따른 충전공간의 변화로 인한 유한해석 영역이 변화하는 특성 때문에 자동적인 유한요소 영역 결정이 중요하다. 이를 위해 control volume technique을 도입하였다. 주어진 영역에서 식(23)로부터 압력분포를 구한 다음에, slip모델에 따라 식(11) 혹은 (14)에 의거하여 속도분포를 구하고, 새로운 영역으로 melt front를 전진시킨후에, 식(24)로부터 온도분포를 구하는 과정을 반복하여서 금형공간이 충전될 때까지 수치모사를 행한다. Fig. 7은 이와같은 과정을 간략히 나타내고 있다.

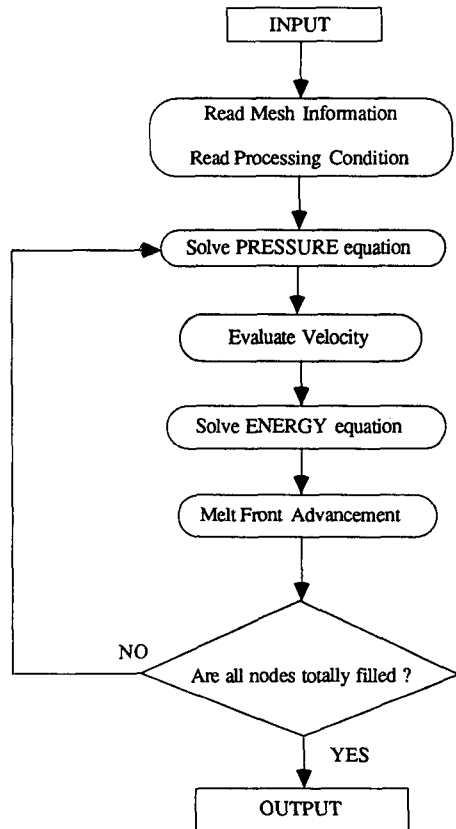


Fig. 7 Flow chart of numerical analysis of injection molding filling process

5. 해석결과 및 고찰

분말혼합체에 대한 수치모사의 대상으로는 직각 평판금형 공간(cavity)과 알루미늄 Rotor를 설정하였으며, 두 경우 모두 알루미늄(Al_2O_3)분말과 폴리에틸렌(LDPE) 수지가 7:3의 질량비로 혼합된 분말혼합체를 가공 재료로서 선택하였다. 이때 사용된 분말혼합체의 점성계수식의 계수값은 Table 1에 나타내었고, 열적물성 데이터는 다음과 같다:

$$\rho_1 = 2.09 \text{ g/cm}^3, C_{p1} = 6.78 \times 10^6 \text{ erg/g} \cdot ^\circ\text{K},$$

$$k_1 = 8.73 \times 10^5 \text{ erg/cm} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{K}$$

한편 미끄럼층으로 해석할 경우에 미끄럼층내에 있는 유기결합체만의 열적물적 데이터는 다음과 같다.

$$\rho_2 = 1.0 \text{ g/cm}^3, C_{p2} = 2.26 \times 10^6 \text{ erg/g} \cdot ^\circ\text{K},$$

$$k_2 = 7.4 \times 10^4 \text{ erg/cm} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{K}$$

5.1 직각 평판

분말혼합체 충전과정 수치모사의 첫번째 예로서 비교적 그 형태가 간단한 경우인 직각 평판 금형 공간을 선택하였다. 직각 평판 금형 공간의 기하학적 형태와 유한요소의 설정은 Fig. 8에 도시하였다.

항복응력과 미끄럼현상의 영향을 고찰하기 위해서 등은 과정조건과 비등온 과정조건의 두 경우를 설정하여 각 경우에 대해 미끄럼현상과 항복응력이 모두 고려된 수치모사를 행하였다. 충전공정의 수

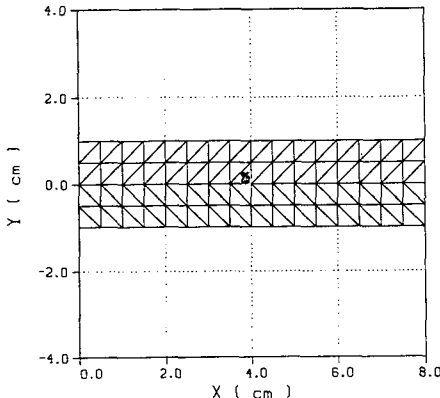
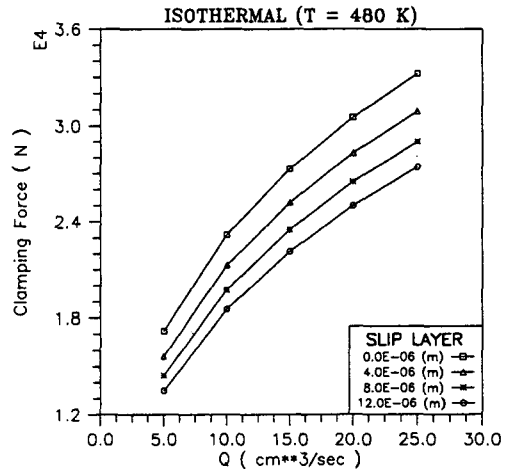


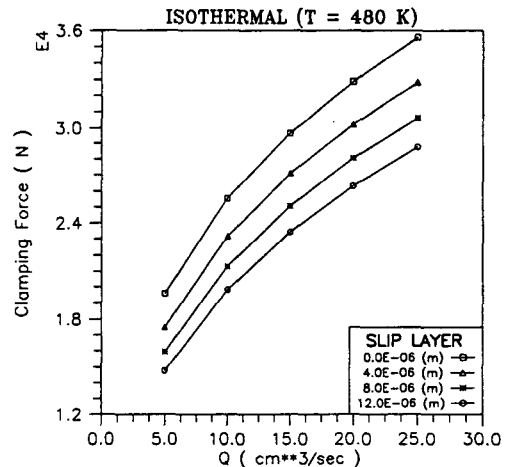
Fig. 8 Geometry and finite element mesh of rectangular plate cavity filling (b=0.075 cm)

치모사를 통해 얻어지는 여러가지 결과 중에서 전체 금형의 체결력에 대해서 항복응력과 미끄럼현상의 영향에 대해 간략하게 정리하였다.

본 연구에서는 사용된 분말 재료 입자의 평균 직경 (현재 사용된 알루미늄 분말의 평균 직경은 $4 \mu\text{m}$)을 기준으로 하여 그 값의 1배수, 2배수, 3배수 한 값으로 각각 미끄럼층의 두께를 선택하여 두께의 영향을 살펴 보았다. 한편 미끄럼속도의 값은 $0.0\text{E}-03 \text{ m/sec}$, $12.7\text{E}-03 \text{ m/sec}$, $25.4\text{E}-03 \text{ m/sec}$, $38.1\text{E}-03 \text{ m/sec}$ 을 선택하여 그 영향을 관찰해 보았다.



(a) without yield stress and



(b) with yield stress

Fig. 9 Clamping force versus flow rate in case of slip layer(isothermal)

(1) 등온조건의 경우

등온 공정조건 ($T=480^{\circ}\text{K}$) 하에서의 수치 모사를 통해 얻어진 결과들로부터 SLIP현상, 항복응력, 금형체결력 (clamping force) 그리고 금형 공간으로의 사출 유량사이의 관계를 정리하여 Fig. 9와 10에 나타내었다.

Fig. 9(a)와 (b)는 항복응력을 무시한 경우와 고려한 경우, 각각에 대해서 미끄럼층의 두께와 금형 공간으로의 사출 유량을 변화시켜 가면서 각 경우의 체결력을 계산하여 그 결과를 도시한 것이다. Fig. 9(a)와 (b)를 비교하면 항복응력을 고려한 경우가 고려하지 않은 경우보다 더 큰 체결력을 필요

로하는 것을 알 수 있다. 이로부터 항복응력의 고려가 중요함을 알 수 있다. Fig. 9의 결과를 살펴보면 사출 유량이 증가함에 따라 체결력이 증가하고 있으며, 미끄럼층의 두께가 증가함에 따라 체결력이 감소하고 있음을 알 수 있는데 물리적인 관점에서 미끄럼층 두께의 증가를 윤활 효과의 증가로 보고 사출 유량의 증가를 사출 압력의 증가로 고려하여 보면 쉽게 결과의 타당성을 이해할 수 있다.

Fig. 10(a)와 (b)는 각각 항복응력을 무시한 경우와 고려한 경우에 대해서 미끄럼층대신 미끄럼속도를 적용한 것인데, 그 결과를 살펴보면 미끄럼층을 적용한 경우와 같은 경향을 보이는 것을 알 수 있다.

(2) 비등온조건의 경우

실제 사출성형공정은 비등온공정으로 충전공정은 온도의 영향을 받게 된다. 비등온 충전공정에서 온도분포의 영향을 알아보기 위해 사출온도 480°K , 금형 벽면온도 320°K 의 온도조건에서 비등온 과정의 수치모사를 행하였다. 등온 과정 조건의 수치모사에서 얻어진 결과와의 비교를 위해 등온 과정 조건의 수치모사에서 사용한 미끄럼층의 두께, 미끄럼속도의 크기를 그대로 사용하여 그 각 경우에 대한 비등온 과정에서의 수치모사를 행하였다.

Fig. 11은 미끄럼층을 도입한 경우, Fig. 12는 미끄럼속도를 도입한 경우에 금형 체결력 (clamping force) 그리고 사출 유량사이의 관계를 나타내었다. Fig. 11과 12의 (a)와 (b)는 각각 항복응력을 무시한 경우와 고려한 경우인데, 이 경우에도 항복응력의 영향을 무시할 수 없음을 알 수 있다. 한편, Fig. 11과 12에서 사출유량이 작을 때에는 미끄럼층이 증가하거나 미끄럼속도가 증가할 경우에는 등온 과정의 경우에서와 같이 윤활효과로 인하여 체결력이 감소함을 알 수 있다. 그러나 Fig. 11에서 유량이 증가할 경우에 미끄럼층 두께가 영인 경우보다 $4\ \mu\text{m}$ 인 경우가 오히려 체결력이 높아진 것을 보여주고 있다. 또한 Fig. 12에서는 유량이 $10\ \text{cm}^3/\text{sec}$ 이상인 경우에는 미끄럼속도의 영향이 뚜렷하지 못한 것을 알 수 있었다. 이러한 예상과 다른 결과는 유량이 커짐에 따라 점성열함(viscous heating)의 영향이 커짐에 따른 비등온 효과때문인 것으로 추정된다.

Fig. 11과 12를 등온 과정의 수치모사에서 얻은 결과인 Fig. 9와 10들과 비교하여 보면 등온 과정에서와는 달리 사출 유량의 증가에 따라 체결력의

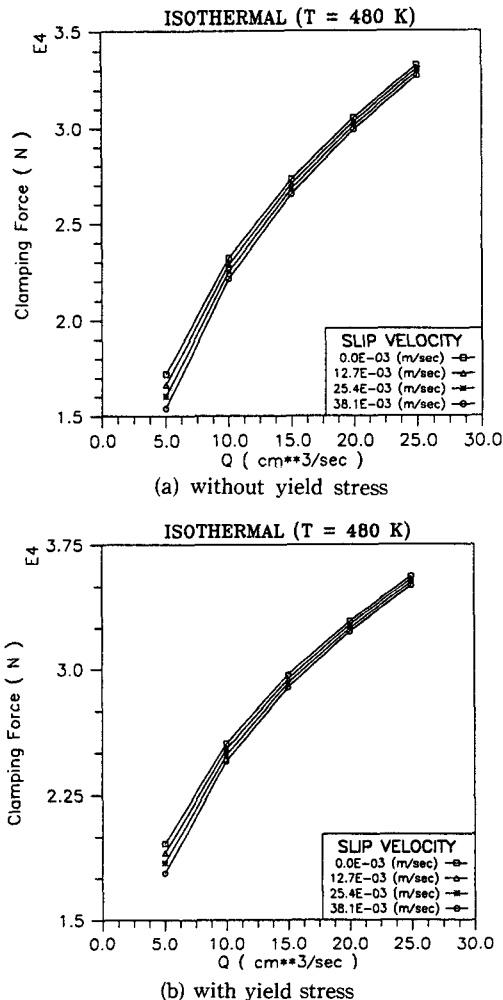
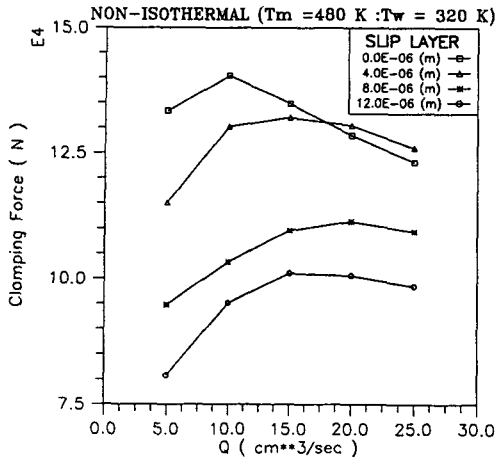
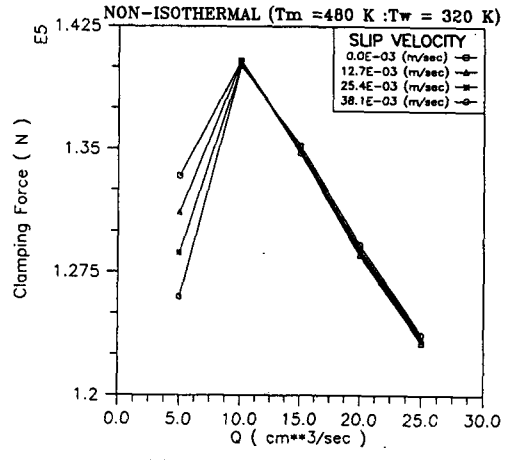


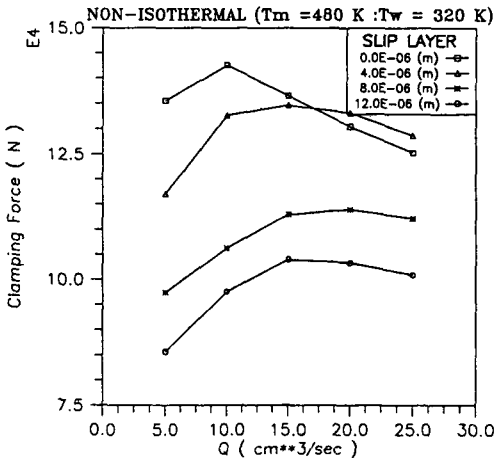
Fig. 10 Clamping force versus flow rate in case of slip velocity(isothermal)



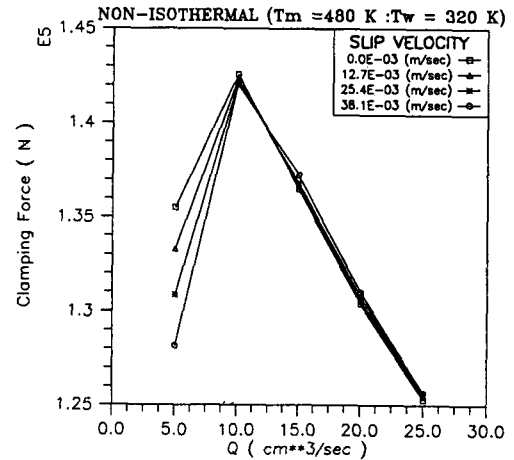
(a) without yield stress



(a) without yield stress



(b) with yield stress



(b) with yield stress

Fig. 11 Clamping force versus flow rate in case of slip layer (nonisothermal)

Fig. 12 Clamping force versus flow rate in case of slip velocity (nonisothermal)

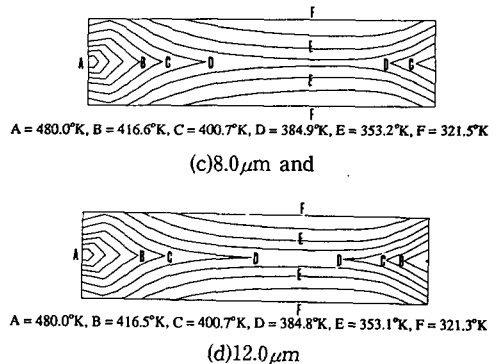
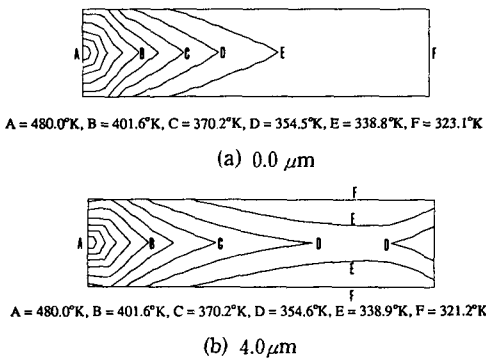


Fig. 13 Temperature contours at the end of filling with $Q = 5\text{ cm}^3/\text{sec}$ and slip layer thickness of

값이 항상 증가하지는 않음을 볼 수 있다. 특정 사출 유량을 경계로 하여 사출 유량이 증가함에 따라 오히려 체결력의 값이 감소하는 현상을 보이고 있는데 이와같은 현상은 비등온 효과로서 다음과 같이 설명할 수 있다. 비등온 과정에서의 수치모사에서는 사출 유량이 증가할 경우 충전 시간이 짧아지게 되고, 이 때문에 유동과 금형 공간 벽면과의 전도에 의한 냉각 시간도 짧아지게 되며, 동시에 금형 공간에서의 전단 변형률 증가로 인해 에너지 방정식의 점성열항의 값이 증가하게 된다. 이 증가된 점성열항의 값에 의한 온도 상승효과와 금형 공간 벽면과 유동사이의 전도(conduction)에 의한 냉각 효과의 감소때문에 가공재료의 온도가 올라가게 된다. 따라서 전단 변형률의 증가와 온도의 상승으로 인해 전단 변형률과 온도의 함수인 점성 계수는 값이 작아지게 되는데, 이 때문에 금형 공간으로의 유동의 사출이 용이하게 되어 체결력을 감소 시키게 된다. 이 체결력의 감소량이 사출 유량의 증가로 인한 체결력의 증가 효과보다 커지게 되면 위에서 기술한 바와 같이 사출 유량이 증가함에도 불구하고 체결력의 값이 감소하는 결과가 나타나게 된다.

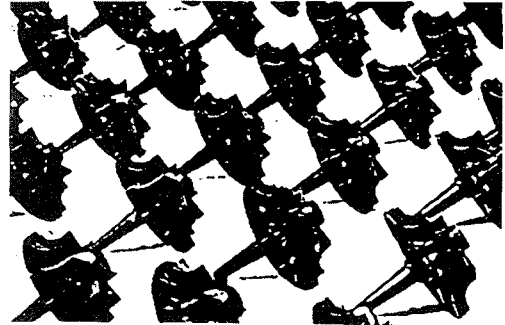


Fig. 14 Photograph of Alumina rotor(5)

한편, 미끄럼속도가 증가함에도 불구하고 오히려 체결력이 증가하는 현상이 나타나고 있다. 이는 벽면에서의 미끄럼 가정에 의한 체결력의 감소효과와 미끄럼속도의 증가에 따른 점성 열량값의 감소에 따른 체결력의 증가 효과간의 상호 작용 때문이다.

Fig. 13은 충전이 끝난 직후에 미끄럼층의 두께에 따라 사각 평판에서의 온도분포(bulk temperature distribution)가 변함을 보여주고 있다. 비록 작은 미끄럼층의 두께일 지라도 온도분포에 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있다.

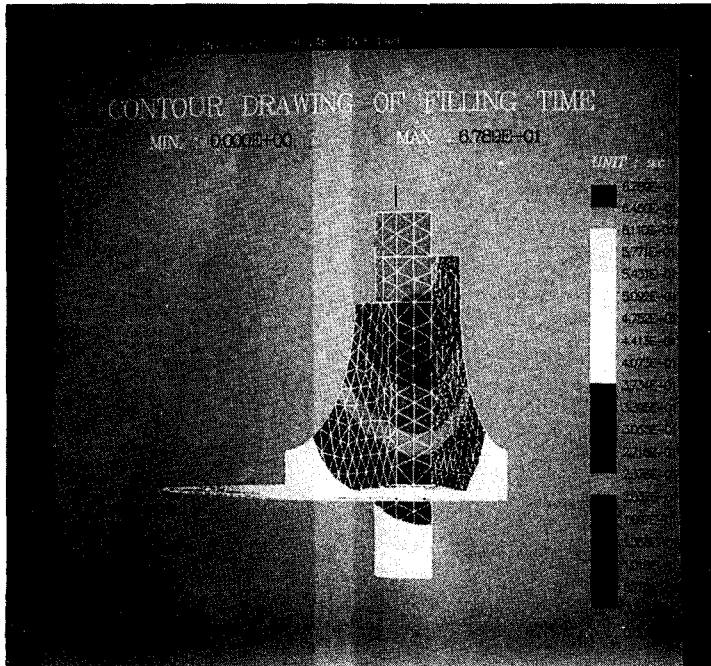


Fig. 15 Filling pattern (Filling time contours)

5.2 Rotor에의 적용

분말혼합 재료의 사출성형 공정을 통해 생산되는 신소재 제품의 예로서 Fig. 14와 같은 알루미늄 Rotor⁽⁷⁾를 선택하여 충전공정의 수치모사를 행하였다.

수치모사는 항복응력이 고려된 비등온 과정 조건 하에서 미끄럼층의 두께를 $4\ \mu\text{m}$ 로 설정하여 행하였다. Fig. 15은 유동 선단 진행, Fig. 16은 압력분포, 그리고 Fig. 17은 온도(bulk temperature)분포를 보여준다. 이로 부터 3차원의 복잡한 금형에도

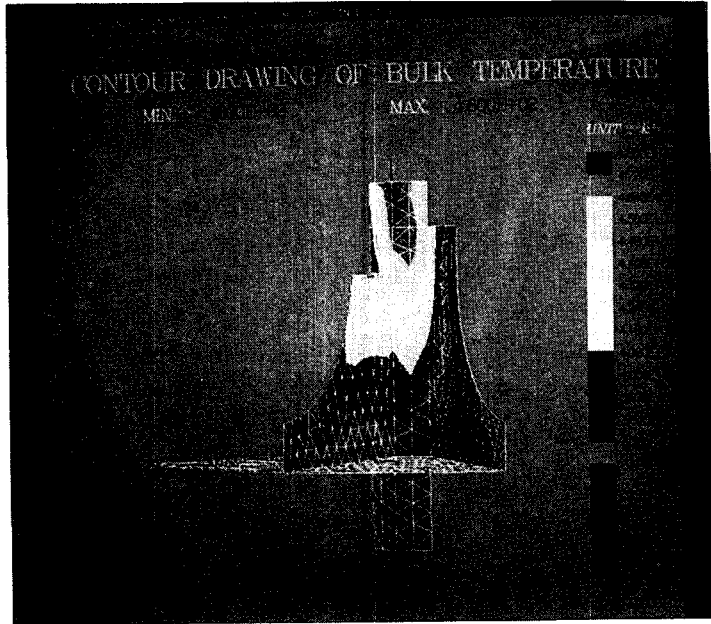


Fig. 16 Contours of bulk temperature at the end of filling

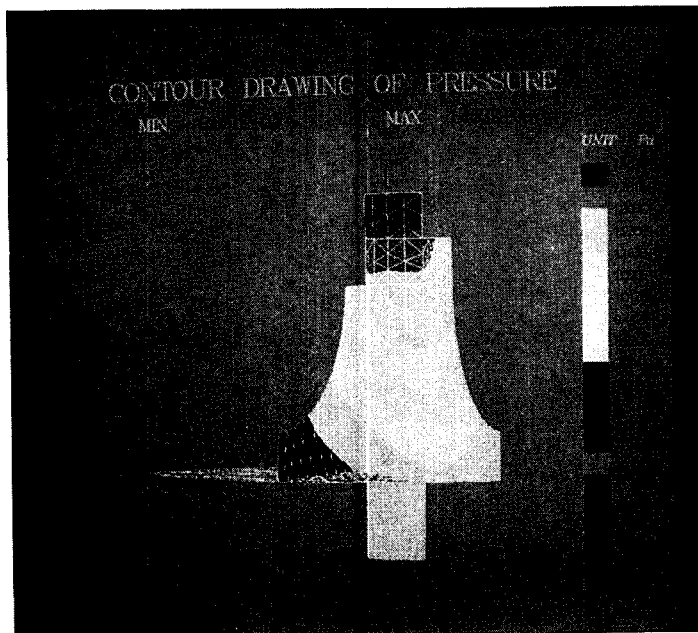


Fig. 17 Pressure contours at the end of filling

본 충전공정 해석 시스템이 잘 적용될 수 있음은 확인하였다.

업과학 기술연구소의 지원에 의하여 수행되었으며 이에 감사드립니다.

6. 결 론

본 연구를 통하여 분말사출성형 충전공정의 수치 모사를 위해서 분말혼합체의 유변학적 거동특성을 고려한 물리적 모델링을 수립하고, 관련 지배방정식을 유도하였고, 이를 바탕으로 유한요소해석법을 개발하였다. 물리적인 모델링에 있어서 특기할 사항은 분말혼합체의 항복응력 현상과 미끄럼현상의 도입이다. 특히 미끄럼층 모델인 경우에 벽면에 존재하는 얇은 층이 그 두께가 작더라도 절연 효과에 의해 열전달에 미치는 영향이 상당한 것을 알 수 있었다. 이러한 항복응력 현상과 미끄럼현상이 충전공정에 미치는 영향을 고찰한 결과 그 영향을 무시할 수 없음을 알 수 있었다.

본 연구에서 개발한 충전공정 해석 시스템의 이용 방법은 크게 두가지로 나눌 수 있다. 첫째, 충전공정 해석 시스템의 수치모사를 이용하여 분말혼합체의 사출성형성의 우수성의 정도를 판단함으로써 성공적인 분말혼합체의 제조에 도움을 줄 수 있다. 둘째, 주어진 분말혼합체의 유변학적 특성이 결정되어있는 경우에 사출 유량, 금형의 온도, 사출 재료의 온도, Gate의 위치 등을 모두 변화시켜가면서 그 각각의 변수에 대한 체결력의 변화, 유동 선단 진행, 압력분포 변화, 온도분포 변화 등의 결과들을 종합적으로 분석하여 이로부터 금형의 최적 설계와 사출성형 공정조건의 최적화에 도움을 줄 수 있다.

분말사출성형 충전공정의 성공적인 수치모사를 위해서는 우선적으로 분말혼합체의 유변학적 거동 특성의 정확한 모델링과 실험데이터를 필요로 하고 있고 특히 항복응력의 크기 그리고 미끄럼현상의 표현에 필요한 미끄럼층의 두께 혹은 미끄럼속도와 전단 응력과 관계 등에 대한 기초적인 실험적 연구가 요구된다.

후 기

본 연구는 국방과학 연구소 장기기초연구비와 산

참고문헌

- (1) German, R. M., 1987, "Theory of Thermal Debinding," *The Int. J. of Powder Metallurgy*, Vol. 23, No. 4, pp. 237~245.
- (2) Lin, S. T. and German, R. M., 1989, "Extraction Debinding of Injection Molded Parts by Condensed Solvent," *PMI*, Vol. 21, No. 5, pp. 20~24.
- (3) Sierra, C. M. and Lee, D., 1988, "Modeling of Shrinkage During Sintering of Injection Molded Powder Metal Compacts," *Powder Metallurgy Int.*, Vol. 20, No. 5, pp. 28~34.
- (4) Michaeli, D. and Bielzer, R., 1991, "Metal Injection Molding: Shaping Sintered Metal Parts," *Adv. Mater.*, Vol. 3, No. 5, pp. 260~261.
- (5) Wang, K. K. et al., 1974~1989, *Intergration of CAD/CAM for Injection Molded Plastic Parts*, Progress Reports, Injection Molding Project, Cornell University, Ithaca, New York.
- (6) Najmi, L. A. and Lee, D., 1991, "Modeling of Mold Filling Process for Powder Injection Molding," *Polymer Eng. and Science*, Vol. 31, No. 5, pp. 1137~1148.
- (7) Edirisinghe, M. J., 1991, "Fabrication of Engineering Ceramics by Injection Molding," *Ceramic Bulletin*, Vol. 70, No. 5, pp. 824~828.
- (8) Kwon, T. H., Kim, C. S., Kim, S. J., Shin, D. M., Yoon, T. S. and Ahn, S. H., 1992, "Rheological Characterization of Powder/Binder Mixtures for Powder Injection Molding," *Proc. In. Conf. on Transport phenomena in Processing*, Hawaii, U. S. A., in press.
- (9) Hatzikiriakos, S. G. and Dealy, J. M., 1991, "Wall Slip of Molten High Density Polyethylene. I. Sliding Plate Rheometer Studies," *J. Rheology*, Vol. 35, No. 4, pp. 497~523.