

〈論 文〉

## 능동형 차량 현가장치의 성능 향상을 위한 구조 최적화

김창동\* · 정의봉\*\*

(1992년 11월 24일 접수)

### Structural Optimization of Active Vehicle Suspension Systems

Chang-Dong Kim and Weui-Bong Jeong

**Key Words :** Simultaneous Optimization(동시최적화), Sensitivity analysis(감도해석), Active suspension control(능동 현가장치 제어), Performance Index(성능지수), Flexible beam(탄성보), Shaping filter(성형필터)

#### Abstract

This paper presents a method for the simultaneous optimal design of structural and control systems. Sensitivities of performance index with respect to structural design variables are analyzed. The structural design variables are optimized to minimize the performance index by use of conjugate gradient method. The method is applied to a half model of an active vehicle suspension system with elastic body moving on a randomly profiled road. The suspension control force of an optimally controlled system in the presence of measurement errors are calculated by use of linear quadratic Gaussian control theory and Kalman filter theory. The performance index contains ride comfort, road holding and working space of suspension. The structural design variables taken are stiffness, damping properties and the position of the suspension system. The random road profile considered as colored noise is shaped from white noise by use of shaping filter. The performance of an optimal simultaneous structure/control system is compared with that of an optimal controlled system.

#### 기 호 설 명

$M_b$  : 차체의 등가질량  
 $I_b$  : 차체의 등가질량 관성모멘트  
 $m_f, m_r$  : 전, 후륜의 등가질량  
 $c_f, c_r$  : 전, 후 현가장치의 등가감쇠  
 $k_f, k_r$  : 전, 후 현가장치의 등가강성  
 $k_{tf}, k_{tr}$  : 전, 후륜의 등가강성  
 $y_a, y_b$  : 현가장치 지지점의 변위  
 $y_c$  : 차체중심의 바운스 변위  
 $\varphi_c$  : 차체의 피칭 각변위

$y_{tf}, y_{tr}$  : 전, 후륜의 변위  
 $u_f, u_r$  : 전, 후륜의 제어입력  
 $\mu_n$  : 모드질량  
 $k_n$  : 모드 강성  
 $\lambda$  : 모드 점성감쇠  
 $r(t)$  : 노면요철 입력

#### 1. 서 론

차량의 중요한 부품중의 하나인 현가장치는 노면 요철로부터 전달되는 진동을 흡수하는 장치로써 승

\*부산대학교 정밀기계공학과 대학원

\*\*정희원, 부산대학교 정밀기계공학과

차감과 안정성 및 차량부품의 수명에 직접적으로 영향을 미치기 때문에 성능향상을 위한 연구가 관심의 대상이 되어왔다. 또한 고성능의 차량에 대한 요구가 점차 증가함에 따라 현가장치에 능동적 제어계를 내장하는 차량이 점차 보급되기 시작하였다. 불규칙한 노면입력을 받는 차량 현가장치의 성능을 향상시키기 위한 방법으로는, 구조계만의 설계변경으로 동특성을 개선시키는 방법과, 수동적인 구조설계만으로 원하는 동특성이 얻어지지 않는 경우에는 능동형 제어계를 원래의 구조계에 부착하는 방법이 종래부터 많이 연구되어 왔다.

그러나 지금까지의 연구는, 현가장치 구조계의 설계와 능동적 제어계의 설계가 분리되어 연구되어 온 실정이다. 현가장치 구조계의 동특성과 능동적 제어계는 서로 밀접한 연관을 가지고 있으므로, 구조계 단독에 의한 최적 구조설계나 제어계 단독에 의한 최적 제어계 설계만으로는 구조계와 제어계가 결합된 현가장치에 대한 최적의 설계라고 할 수 없다. 특히 경량화와 소형화가 요구되는 차량이나 메카트로닉스 기기 또는 우주구조물의 설계에서는 구조계만의 단독설계 또는 제어계만의 단독설계를 하는 종래의 설계 방법으로는 적절히 대응하기가 곤란한 경우가 발생할 수 있다. 그러므로 만일 제어성을 고려한 적절한 구조계를 설계할 수 있으면 제어계의 부담의 경감과 제어계를 포함한 계 전체의 특성의 향상을 기대할 수 있을 것이다. 수동적 구조계와 능동적 제어계가 결합된 기계계에 대하여 진정한 최적설계를 할 수 있는 동시최적설계 방법의 필요성이 점차 절실히 대두되리라 여겨진다.

구조계와 제어계의 동시최적화에 관한 연구는 설계의 복잡성과 반복계산을 요하는 등의 이유로 아직 극히 초보적인 단계의 연구가 이루어지고 있을 뿐이다. Junkins<sup>(1)</sup>는 최적 레귤레이터에 의한 페루프의 고유치의 감도를 구하여 고유치의 수정을 행하였다. Onoda<sup>(2)</sup>는 2차 형식으로 주어지는 진동에너지의 제약식하에서 증량과 제어에너지의 최소화를 행하였다. Yamakawa<sup>(3)</sup>는 구조증량과 최적 레귤레이터의 혼합을 평가함수로 하고 수치적분법에 의하여 평가함수의 감도를 구하였다. 그러나 이와같은 대부분의 기존 연구들은 평가함수의 감도를 이용하지 않거나, 이용하더라도 감도계산에 막대한 시간을 필요로 하고 있으며, 차량계와 같이 많은 자유도를 갖는 진동구조계에 응용한 예는 없다.

불규칙한 노면입력을 받는 차량계의 능동적 제어

만에 관한 연구는 활발히 이루어져 왔다. Hac<sup>(4)</sup>은 유색잡음 입력을 받는 1륜 차량모델에 LQG 제어를론을 적용하였을 때의 여러 서스펜션 특성에 따른 평가함수를 비교하였으며, Hac<sup>(5)</sup>은 다시 이 결과를 차체의 탄성을 고려한 2륜 차량모델에 확장시켰다. Nagai<sup>(6)</sup>는 탄성차체를 갖는 2륜 차량계에 대하여 차체의 강제운동과 굽힘 모우드를 제어하였다. Jeong<sup>(7)</sup>은 불규칙 노면입력을 받는 차체를 강체로 가정한 4륜 차량모델에 대하여 칼만필터를 이용하여 차량상태의 on-line 추정과 노면입력특성을 적응 규명하는 방법을 연구하였으며, 전, 후륜사이의 시간지연을 고려한 경우와 무시한 경우에 대한 상태추정 정도를 비교하였다. Jeong<sup>(8)</sup>은 다시 4륜 차량모델에 대하여 인간의 주파수 특성을 고려한 승차감을 향상시키기 위하여 LQG 이론을 적용하였다.

따라서 본 연구에서는 구조계와 제어계가 결합된 계에 대하여, 성능 평가함수의 구조설계변수에 대한 감도를 Riccati 방정식으로부터 직접 해석할 수 있는 효율적인 방안을 제시하여 동시최적설계가 가능토록 한다. 그리고 유색잡음의 불규칙 노면입력을 받는 차체탄성을 고려한 Hac<sup>(5)</sup>의 2륜 차량의 모델에 LQG 제어를 행한 경우에 대하여, 본 연구 방법을 적용시켜 동시 최적화를 수행한 제어성능 특성을 종래의 최적 제어만에 의한 제어성능과 비교, 검토 한다. 구조설계변수로는 현가장치의 강성특성, 감쇠특성 및 현가장치 지지점의 위치로 선정한다.

## 2. 모형화

본 연구에서는 Fig. 1과 같이 차체의 탄성을 고려한 1/2 차량모델<sup>(9)</sup>을 선정하였다. 전륜 및 후륜에 작용하는 노면 요철은 같은 확률적 특성을 갖는 독립된 유색잡음으로 가정하였다. 차량계의 운동방정식은 강체계에 대한 운동방정식과 차체탄성 모우드와의 합성으로 구할 수 있다. 강체계에 대한 운동방정식은 Lagrange 방정식으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} M_b \ddot{y}_c + c_f (\dot{y}_a - \dot{y}_{tr}) + k_f (y_a - y_{tr}) \\ + c_r (\dot{y}_b - \dot{y}_{tr}) + k_r (y_b - y_{tr}) = u_f + u_r \\ I_b \ddot{\varphi}_c + a_f c_f (\dot{y}_a - \dot{y}_{tr}) + a_f k_f (Y_a - Y_{tr}) \\ - a_r c_r (y_b - y_{tr}) - a_r k_r (y_b - y_{tr}) \\ = u_f a_f - u_r a_r \end{aligned}$$

(1)

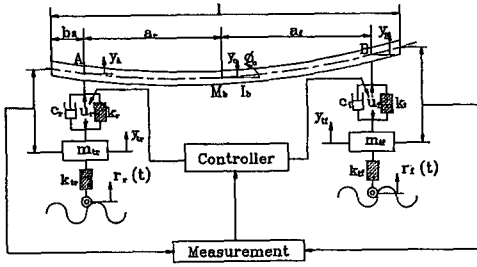


Fig. 1 Active vehicle suspension model with elastic body

$$\begin{aligned}
 m_{ef} \ddot{y}_{ef} + c_f(\dot{y}_{ef} - \dot{y}_a) + k_f(y_{ef} - y_a) \\
 + k_{wf}[y_{ef} - r_f(t)] &= -u_f \\
 m_{er} \ddot{y}_{er} + c_r(\dot{y}_{er} - \dot{y}_b) + k_r(y_{er} - y_b) \\
 + k_{wr}[y_{er} - r_r(t)] &= -u_r
 \end{aligned}$$

한편 차체를 집중하중이 현가장치 지지점에 작용하는 양단 자유 탄성보로 가정하면, 차체의 탄성변형  $w(x, y)$ 는 다음과 같이 고유모드와 조화진동의 선형 결합으로 표시할 수 있다.

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) z_n(x) \quad (2)$$

여기서  $z_n(x)$ 는 양단자유 탄성보의  $n$ 차 고유모드를 나타내며,  $T_n(t)$ 는  $n$ 차 고유진동수의 조화진동을 나타낸다. 고유모드의 직교성을 이용하면, 탄성보의 모드 좌표에서의 비연성화된 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \mu_n \ddot{T}_n + \lambda k_n \dot{T}_n + k_n T_n &= f_1 z_n(b_1) \\
 + f_2 z_n(b_2) \quad (n=1, 2, \dots, p)
 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 모드 질량  $\mu_n$ 과 모우드 강성  $k_n$ 은

$$\begin{aligned}
 \mu_n &= \int \rho A z_n^2(x) dx \\
 k_n &= \omega_n^2 \mu_n
 \end{aligned}$$

로 주어진다.  $\omega_n$ 은 고유진동수,  $\rho A$ 는 단위길이 당 질량이며,  $f_1, f_2$ 는 다음과 같이 표현되는 현가장치 지지점(Fig. 1의 A점 및 B점)에 작용하는 힘이다.

$$\begin{aligned}
 f_1 &= u_f - k_f(y_a - y_{ef}) - c_f(\dot{y}_a - \dot{y}_{ef}) \\
 f_2 &= u_r - k_r(y_b - y_{er}) - c_r(\dot{y}_b - \dot{y}_{er})
 \end{aligned}$$

강체계에 대한 식(1)과 탄성체에 대한 식(3)을 합성하여 상태 방정식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= [A] \{x(t)\} + [B] \{u(t)\} \\
 &+ [L] \{r(t)\}
 \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 차체탄성의  $p$ 차 모드까지 고려하면  $[A], [B], [L]$ 은 각각  $(8+2p) \times (8+2p), (8+2p) \times 2, (8+2p) \times 2$  행렬이며, 상태변수  $\{x(t)\}$ , 노면입력  $\{r(t)\}$  및 제어입력  $\{u(t)\}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \{x(t)\} &= [y_c \ \varphi_c \ y_{ef} \ y_{er} \ T_1 \ \dots \ T_p \\
 &\quad \dot{y}_c \ \dot{\varphi}_c \ \dot{y}_{ef} \ \dot{y}_{er} \ \dot{T}_1 \ \dots \ \dot{T}_p]^T \\
 \{r(t)\} &= [r_f \ r_r]^T, \\
 \{u(t)\} &= [u_f \ u_r]^T
 \end{aligned}$$

그리고, 검출가능한 양을  $\{y(t)\}$ 라 하면, 출력방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \{y(t)\} &= [C] \{x(t)\} + [B_y] \{u(t)\} \\
 &+ [L_y] \{r(t)\} + \{v(t)\}
 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 관측잡음  $\{v(t)\}$ 는 다음 성질을 갖는 백색잡음이다.

$$E[\{v(t)\}^T \{v(\tau)\}] = [V] \delta(t - \tau)$$

단,  $E[\cdot]$ 는 기대치를 의미한다.

식(4)에서의 노면 입력  $r(t)$ 는 확률과정으로 가정할 수 있으며, 그 통계적 특성은 일반적으로 파워스펙트럼 밀도함수에 의해서 기술된다.<sup>(9)</sup> 따라서 본 연구에서는 노면의 파워스펙트럼 밀도함수를 다음과 같이 가정하였다.<sup>(5,9)</sup>

$$S_r(\omega) = \frac{(\sigma^2/\pi)av}{\omega^2 + a^2v^2} \quad (6)$$

여기서  $\sigma^2$ 은 노면 요철의 분산이고,  $a$ 는 노면 형상 관련 계수이며,  $v$ 는 차량속도이다. 다음과 같은 유색잡음 성형필터(shaping filter)를 이용하면, 백색잡음 입력으로부터 노면 요철입력의 확률과정을 모형화할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_s(t) &= [A_s] \{x_s(t)\} + [B_s] \{w(t)\} \\
 \{r(t)\} &= [C_s] \{x_s(t)\}
 \end{aligned} \quad (7)$$

단,

$$\begin{aligned}
 \{r(t)\} &= [r_f \ r_r]^T, \{w(t)\} = [w_f \ w_r]^T \\
 [A_n] &= -av[I], [B_n] = \sigma\sqrt{av/\pi}[I], \\
 [C_n] &= [I]
 \end{aligned}$$

여기서 계의 잡음  $\{w(t)\}$ 는 관측잡음  $\{v(t)\}$ 와 무상관인 다음 성질을 갖는 백색잡음이다.

$$E[\{w(t)\}^T \{w(\tau)\}] = [W] \delta(t - \tau)$$

여기서  $[W]$ 는  $2\pi [I]$ 이며,  $[I]$ 는  $2 \times 2$ 의 단위행렬이다.

식(4)의 차량 운동방정식과 식(7)의 성형필터 방정식을 합성하여 확대계를 구성하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{\dot{X}_t(t)\} &= [A_t] \{X_t(t)\} + [B_t] \{u(t)\} \\ &\quad + [L_t] \{w(t)\} \\ \{y(t)\} &= [C_t] \{X_t(t)\} + [B_y] \{u(t)\} \\ &\quad + \{v(t)\} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서

$$\begin{aligned} [A_t] &= \begin{bmatrix} [A] & [L][C_s] \\ [0] & [A_s] \end{bmatrix}, [B_t] = \begin{bmatrix} [B] & [0] \\ [0] & [B_s] \end{bmatrix}^T \\ [C_t] &= \begin{bmatrix} [C] & [L_y][C_s] \end{bmatrix} \\ \{X_t\} &= [x \ x_s]^T \end{aligned}$$

이다.

### 3. 동시최적화 이론

#### 3.1 LQG 제어이론

현가장치의 설계는 제한된 크기의 제어력뿐만 아니라 승차감, 접지력 및 현가장치의 작동 공간범위 등이 고려된 상태에서 최적화 되어야 한다. 따라서 성능 평가함수로는 다음의 항들을 고려한다.

$$\begin{aligned} J_1 &= E \left\{ \sum_{i=1}^3 [\dot{y}_c + (z_i - a_2 - b_2) \ddot{\phi}_c \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=1}^3 \ddot{T}_j(t) Z_j(z_j)]^2 \right\} / 3 \\ J_2 &= E[(y_a - y_{tr})^2 + (y_b - y_{tr})^2] / 2 \\ J_3 &= E[(y_{tr} - r_r)^2 + (y_{tr} - r_r)^2] / 2 \\ J_4 &= E(u_f^2 + u_r^2) / 2 \end{aligned} \quad (9)$$

첫번째 항  $J_1$ 은 승차감에 대한 성능지수이며, 차체의 3점(현가장치 지지점 및 차체 중심점)에서의 가속도의 평균제곱의 기대치를 취하였다. 그 이유는 1점만의 가속도로 표시하는 것은 피칭 및 차체탄성의 굽힘모드를 고려하기에는 불충분하기 때문이다.  $J_2$  및  $J_3$ 는 현가장치의 작동범위 및 접지력에 대한 성능지수이며 상대변위의 평균제곱의 기대치를 취하였다.  $J_4$ 는 제어력의 크기에 대한 성능지수이며, 제어입력의 평균제곱의 기대치를 취하였다. 성능지수의 가치 상수를  $\rho_2, \rho_3, \rho_4$ 라 하면 평가함수는 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} J &= J_1 + \rho_2 J_2 + \rho_3 J_3 + \rho_4 J_4 \\ &= \left\{ X_t^T u^T \right\} \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_t \\ u \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

잘알려진 LQG제어이론에 의하면 식(10)의 성능평가함수를 최소화하는 제어력  $\{u(t)\}$ 는 다음과 같이 주어진다.<sup>(10)</sup>

$$\begin{aligned} \{u(t)\} &= -[F] \{\hat{x}(t)\} \\ [F] &= [R]^{-1}([S]^T + [B_t]^T [P]) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $\{\hat{x}(t)\}$ 는 상태변수  $\{x(t)\}$ 의 추정치이며, 양의 한정대칭 행렬인  $[P]$ 는 다음의 Riccati 방정식의 해로 주어진다.

$$\begin{aligned} &([A_t] - [B_t][R]^{-1}[S]^T)^T [P] \\ &\quad + [P]([A_t] - [B_t][R]^{-1}[S]^T) \\ &\quad - [P][B_t][R]^{-1}[B_t]^T [P] \\ &\quad + ([Q] - [S][R]^{-1}[S]^T) = [0] \end{aligned} \quad (12)$$

상태변수  $\{x(t)\}$ 를 추정하기 위한 Kalman 필터 방정식은

$$\begin{aligned} \{\dot{\hat{X}}_t(t)\} &= [A_t] \{\hat{X}_t(t)\} + [K] \\ &\quad (\{y(t)\} - [C_t] \{\hat{X}_t(t)\}) \end{aligned} \quad (13)$$

이며, Kalman 필터 게인  $[K]$ 는

$$[K] = [X][C_t]^T [V]^{-1}$$

이다. 여기서 추정오차의 공분산 행렬  $[X]$ 는 다음 Riccati 방정식의 해로 주어진다.

$$\begin{aligned} &[A_t][X] + [X][A_t]^T \\ &\quad - [X][C_t]^T [V]^{-1} [C_t][X] \\ &\quad + [L_t][W][L_t]^T = [0] \end{aligned} \quad (14)$$

그리고 최적으로 제어 되었을 경우의 평가함수는

$$\begin{aligned} J_0 &= tr([P][L_t][W][L_t]^T \\ &\quad + [F]^T [R][F][X]) \end{aligned} \quad (15)$$

의 값을 갖는다.

#### 3.2 감도해석 이론

구조물의 수동적 동특성을 변화시키면 능동형 차량 현가장치의 성능평가함수  $J_0$ 의 값도 변하게 된다. 따라서 성능평가함수  $J_0$ 를 최소로 하는 구조물의 최적설계가 가능하게 된다. 최적설계를 수행하기 위해서는 평가함수의 구조물 설계변수에 대한 감도해석이 선행되어야 한다. 제어성능을 향상시키기 위하여 현가장치 구조중에서 설계변경 가능한 설계변수를  $\xi$ 라 하자. 설계변경 가능한 설계변수로는 현가장치의 강성 및 감쇠특성, 현가장치 지지점의 위치등을 들 수 있다. 평가함수  $J_0$ 의 설계변수에 대한 감도

는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_o(\xi)}{\partial \xi} = & \operatorname{tr} \left( \frac{\partial P(\xi)}{\partial \xi} \right) [L_t][W][L_t]^T \\ & + \frac{\partial [F(\xi)]^T}{\partial \xi} [R][F][X] \\ & + [F(\xi)]^T [R] \frac{\partial [F(\xi)]}{\partial \xi} [X] \\ & + [F(\xi)]^T [R][F] \frac{\partial [X(\xi)]}{\partial \xi} \end{aligned} \quad (16)$$

식(16)에서  $\partial P(\xi)/\partial \xi$ 는 식(12)의 Riccati 방정식을 구조설계 변수로 편미분하여 다음과 같이 구해진다. 식(12)의 각 행렬은 설계변수  $\xi$ 의 함수이므로 다시 쓰면

$$\begin{aligned} & ([A_t(\xi)] - [B_t(\xi)][R(\xi)]^{-1}[S(\xi)]^T)^T [P(\xi)] \\ & + [P(\xi)]([A_t(\xi)] \\ & - [B_t(\xi)][R(\xi)]^{-1}[S(\xi)]^T) \\ & - [P(\xi)][B_t(\xi)][R(\xi)]^{-1} \\ & [B(\xi)]^T [P(\xi)] + ([Q(\xi)] \\ & - [S(\xi)][R(\xi)]^{-1}[S(\xi)]^T) = [0] \end{aligned} \quad (17)$$

와 같고, 식(17)을 구조설계변수  $\xi$ 에 대하여 미분을 취하면

$$[A_r]^T \frac{\partial [P]}{\partial \xi} + \frac{\partial [P]}{\partial \xi} [A_r] + [Q_r] = [0] \quad (18)$$

단,

$$\begin{aligned} [A_r] = & [A_t] - [B_t][R]^{-1}[S]^T \\ & - [B_t][R]^{-1}[B_t][P] \\ [Q_r] = & - \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} ([A_t] - [B_t][R]^{-1}[S]^T)^T \right. \\ & - ([B_t][R]^{-1} \frac{\partial [B_t]}{\partial \xi} [P])^T [P] \\ & - [P] \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} ([A_t] - [B_t][R]^{-1}[S]^T) \right. \\ & - ([B_t][R]^{-1} \frac{\partial [B_t]}{\partial \xi} [P]) \left. \right\} + \frac{\partial [Q]}{\partial \xi} \\ & - ([S][R]^{-1} \frac{\partial [S]}{\partial \xi})^T - ([S][R]^{-1} \frac{\partial [S]}{\partial \xi})^T \\ & - [S] \frac{\partial [R]^{-1}}{\partial \xi} [S]^T - [P][B_t] \\ & \left. \frac{\partial [R]^{-1}}{\partial \xi} [B_t]^T [P] \right\} \end{aligned}$$

와 같이 되며, 식(18)의 Lyapunov 방정식으로부터  $\partial P(\xi)/\partial \xi$ 를 구할 수 있다.  $[R(\xi)]^{-1}$ 에 대한 감도는

$$\frac{\partial [R]^{-1}}{\partial \xi} = -[R]^{-1} \frac{\partial [R]}{\partial \xi} [R]^T$$

로 구해지며, feedback gain  $[F(\xi)]$ 에 대한 감도는

$$\begin{aligned} \frac{\partial [F]}{\partial \xi} = & \frac{\partial [R]^{-1}}{\partial \xi} ([S]^T + [B_t]^T [P]) \\ & + [R]^{-1} \left( \frac{\partial [S]^T}{\partial \xi} + \frac{\partial [B_t]^T}{\partial \xi} [P] \right. \\ & \left. + [B_t]^T \frac{\partial [P]}{\partial \xi} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

로 구해진다. 식(14) Riccati 방정식을 구조설계변수  $\xi$ 에 대하여 미분을 취하면

$$[A_x] \frac{\partial [X]}{\partial \xi} + \frac{\partial [X]}{\partial \xi} [A_x]^T + [Q_x] = [0] \quad (20)$$

단,

$$\begin{aligned} [A_x] = & [A_t] - [X][C_t]^T [V]^{-1} [C_t] \\ [Q_x] = & \left( \frac{\partial [A_t]}{\partial \xi} - [X] \frac{\partial [C_t]^T}{\partial \xi} [V]^{-1} [C_t] \right) [X] \\ & + [X] \left( \frac{\partial [A_t]}{\partial \xi} - [X] \frac{\partial [C_t]^T}{\partial \xi} [V]^{-1} [C_t] \right)^T \\ & + [L_t][W][L_t]^T - [X][C_t] \frac{\partial [V]^{-1}}{\partial \xi} [C_t][X] \end{aligned}$$

와 같이 되며, 식(20)의 Lyapunov 방정식으로부터 추정오차의 공분산행렬의 감도  $\partial [X(\xi)]/\partial \xi$ 를 구할 수 있다. 식(18), 식(19)와 식(20)으로부터  $\partial P(\xi)/\partial \xi$ ,  $\partial [X(\xi)]/\partial \xi$ ,  $\partial [F(\xi)]/\partial \xi$ 이 구해지면 식(16)에 대입하여 제어성능 평가함수의 설계변수  $\xi$ 에 대한 감도  $\partial J_o(\xi)/\partial \xi$ 가 구해진다.

### 3.3 최적화법

능동형 현가장치의 성능 평가함수  $J_o(\xi)$ 의 감도가 구해지면,  $J_o(\xi)$ 를 최소로 하는 설계변수  $\xi$ 의 최적값을 구하기 위하여 비선형 최적화 기법의 하나인 공액경사법을 이용한다. 알고리즘은 다음과 같다.<sup>(11)</sup>

① 설계변수의 초기치  $\xi^0$ 에 대한  $\{d^0\} = \nabla J(\xi^0)$ 를 감도 해석을 이용하여 구한다.

②  $i=0, 1, \dots$ 에 대하여  $J(\{\xi^{(i)}\} + \alpha \{d^{(i)}\})$ 를 최소로 하는  $\alpha$ 를 황금 분할 탐색법과 같은 1차원 탐색법을 이용하여 구한다.

③ 다음을 계산한다.

$$\begin{aligned} \{\xi^{(i+1)}\} = & \{\xi^{(i)}\} + \alpha^{(i)} \{d^{(i)}\} \\ \{d^{(i+1)}\} = & -\nabla J(\{\xi^{(i+1)}\}) + \beta^i \{d^{(i)}\} \end{aligned}$$

단,

$$\beta^i = (\|\nabla J(\{\xi^{(i+1)}\})\| / \|\nabla J(\{\xi^{(i)}\})\|)^2$$

수렴판정하고 수렴하지 않았으면 ②과정으로 되돌아

간다.

### 4. 수치결과 및 고찰

시뮬레이션에서 이용한 차량의 제원은 트럭으로 가정하여  $Hac^{(5)}$ 로부터  $M_b=10^4$  kg,  $m_f=m_r=10^3$  kg,  $I_b=1.2 \times 10^5$  kgm<sup>2</sup>,  $k_f=k_r=200$  kN/m,  $c_f=c_r=20$  kNs/m,  $k_{tf}=k_{tr}=2000$  kN/m,  $a_f=a_r=4$  m로 선정하였다. 탄성보에 대한 자료는 실제 차량의 1차 고유진동수와 거의 같은 값을 같도록  $EI=10^8$  Nm<sup>2</sup>,  $\rho A=834$  kg/m,  $l=12$  m,  $\lambda=0.02$  s로 선정하였다. 그리고 탄성보의 진동모드는 노면 입력의 주파수특성을 고려하여 3차까지 고려하였다. 노면요철의 특성을 나타내는 상수는  $a=0.45$  m<sup>-1</sup>,  $\sigma^2=3 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>로 선정하였으며 차량속도는  $v=20$  m/s로 가정하였다. 그리고 칼만필터에 의한 추정오차는 무시하였다.

본 연구에서 제어계와 구조계의 동시최적화를 위하여 선정된 설계변수로는 설계변경 가능한 매개변수이어야 하므로, 앞, 뒤 현가장치의 강성특성  $k_f, k_r$ , 감쇠특성  $c_f, c_r$  및 차체의 무게중심에서 현가장치 지지점까지의 거리  $a_f, a_r$ 로 선정하였다. 그리고 강성만을 설계변수로 선정할 경우, 강성 및 감쇠를 설계변수로 선정할 경우, 강성과 감쇠 및 현가장치 지지점 위치를 모두 설계변수로 선정할 경우인 3가지 경우 각각에 대하여 동시최적설계를 수행하였으며, 그 때의 성능평가함수의 값과 응답의 주파수 특성을 구하고, 기존의 최적제어만에 의한 결과와 비교하였다. 식 (10)에서  $\rho_2=10^4, \rho_3=10^5$ 인 경우에  $\rho_4$ 의 변화에 따른 평가함수 값을 Fig. 2에 나타냈다. 그리고  $\rho_2=10^4, \rho_4=0.008$ 인 경우에  $\rho_3$ 의 변화에 따른 평가함수 값을 Fig. 3에 나타냈다. 구조계에서 변경 가능한 설계변수의 수를 많이 취하여 동시최적화를 할 수록 평가함수의 값은 작아지며 보다 더 나은 제어 가능성이 있을 수 있다. Fig. 2에서 가중치상수  $\rho_4$ 가  $10^{-8}$ 보다 작은 값의 범위에서는 제어력의 크기에 대한 제한이 적은 경우이므로 동시최적화의 효과가 별로 나타나지 않으나, 제어력의 크기가 상당히 제한되는  $\rho_4$ 가  $10^{-4}$ 보다 큰 범위에서는 동시최적화의 효과가 현저히 나타남을 알 수 있다. Fig. 3에서 가중치 상수  $\rho_3$ 가  $10^6$ 보다 큰 범위에서는 동시최적화에 의한 효과가 별로 나타나지 않으나, 현가장치 동특성에 어느 정도의 유연성을 부과할 수 있는  $10^4$ 보다 작은 범위에서는 동시최적화의 효과가 현저히 나타남을 알 수 있다. 현가장치의 강성특성  $k_f, k_r$ 만을 설

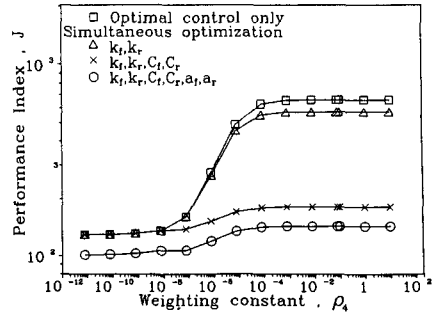


Fig. 2 Performance index versus weighting constant  $\rho_4$  ( $\rho_2=10^4, \rho_3=10^5$ )

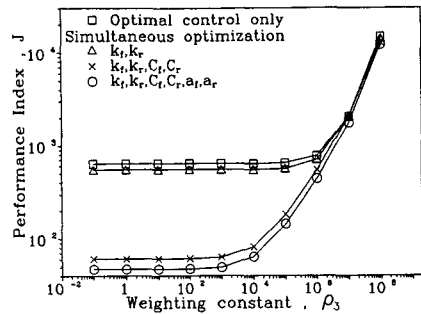


Fig. 3 Performance index versus weighting constant  $\rho_3$  ( $\rho_2=10^4, \rho_4=0.008$ )

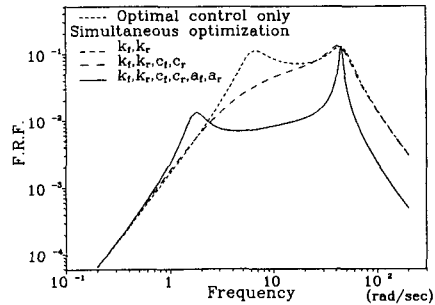


Fig. 4 Frequency response function of the acceleration of bouncing motion ( $\rho_2=10^4, \rho_3=10^5, \rho_4=0.008$ )

계변수로 취하여 동시최적화를 수행하였을 때는 최적제어만을 수행한 경우보다 평가함수를 13% 정도 줄일 수 있으며, 감쇠특성이나 현가장치 지지점 위치도 설계변수에 포함시킨 경우에는 평가함수를 88% 정도로 현저히 줄일 수 있음을 알 수 있다. 가중치 상수를  $\rho_2=10^4, \rho_3=10^5, \rho_4=0.008$ 로 취하였을 때 동시최적화를 수행한 경우와, 최적제어만을 수행한 경

우의 응답 및 제어입력의 주파수 특성을 Fig. 4, Fig. 5와 Fig. 6에 나타냈다. 최적제어만을 적용시킬 때의 현가장치 특성은  $k_f=k_r=200$  kN/m,  $c_f=c_r=20$  kNs/m,  $a_f=a_r=4$  m 이었다. 현가장치의 강성만을 설계변수로 취한 경우의 동시최적설계 결과는  $k_f=k_r=14.764$  kN/m 이었으며, 강성 및 감쇠특성을 설계변수로 취한 경우의 동시최적설계 결과는  $k_f=k_r=14.764$  kN/m,  $c_f=c_r=3.214$  kNs/m 이었으며, 강성, 감쇠 특성 및 차량 중심에서 현가장치 지지점까지의 거리를 설계변수로 취한 경우의 동시최적 설계 결과는  $k_f=k_r=14.764$  kN/m,  $c_f=c_r=3.214$  kNs/m,  $a_f=a_r=3.123$  m 이었다. Fig. 4는 차체중심의 상하진동의 가속도에 대한 주파수 응답함수를 나타내며, Fig. 5는 차체의 피칭운동의 가속도응답에 대한 주파수 응답함수를 나타낸다. 그리고 Fig. 6은 제어입력의 주파수 특성을 나타낸다. 동시최적화를 수행하여 현가장치 구조계의 동특성을 변화시켰으므로 1차 모드에 대한 고유진동수가 변화되었음을 알 수 있다. 동시최적화를 수행한 경우가 스펙트럼 아

래 부분의 면적이 작으므로 평가함수에서 사용한 응답의 분산을 작게 함을 알 수 있다. Fig. 6에서, 동시최적화를 수행한 경우가 최적제어만의 경우보다 낮은 주파수 성분과 작은 크기의 제어입력을 필요로 하며, 제어를 용이케 함을 알 수 있다.

### 5. 결 론

구조계와 제어계의 동시최적화 기법을 개발하고 유색잡음의 노면입력을 받는 2륜 차량모델에 적용한 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 능동형 제어제에서 성능 평가함수의 구조계 특성에 대한 민감도 해석을 이용하여 구조계와 제어계의 동시최적설계 방안을 제시하였다.
- (2) 컴퓨터 시뮬레이션을 수행한 결과, 동시최적화 이론을 적용한 경우가 최적제어 이론만 적용시킨 경우보다 제어력의 크기를 증가시키지 않고도 제어 성능을 현저히 향상시킬 수 있었다.
- (3) 설계변경 가능한 구조계 특성으로 현가장치의 강성만을 고려한 경우보다, 현가장치의 감쇠특성 및 지지점 위치도 설계변수로 취한 경우가 제어성능이 현저히 향상되었다.
- (4) 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 본 연구에서 제시한 동시 최적화 이론의 유용성이 검증되었다.

### 후 기

이 논문은 1991년도 교육부 지원 한국학술진흥재단의 지방대학 육성과제 학술연구 조성비에 의하여 연구되었습니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

### 참고문헌

- (1) 山川, 1989. 10. 5~6, “構造最適化と最適制御の混合問題,” 日本機械學會 機械力學部門講習會教材 “これからの制振制御技術”.
- (2) Onlida, J. and Hafkta, R. T., 1988, “An Approach to Structure/Control Simultaneous Optimization for Large Flexible Spacecraft,” AIAA Journal, Vol. 25, No. 8, pp. 1133~1138.
- (3) 山川, 1989, “構造システムの最適設計と最適制御の混合問題に関する研究,” 日本土木學會システム最適化に関するシンポジウム.

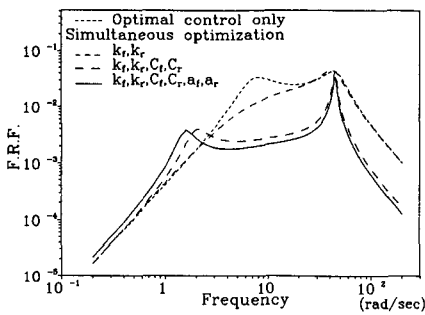


Fig. 5 Frequency response function of The acceleration of pitching motion ( $\rho_2=10^4$ ,  $\rho_3=10^5$ ,  $\rho_4=0.008$ )

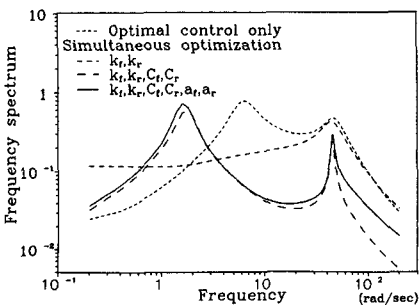


Fig. 6 Frequency spectrum of control force ( $\rho_2=10^4$ ,  $\rho_3=10^5$ ,  $\rho_4=0.008$ )

- (4) Hac, A. 1985, "Suspension Optimization of a 2-DOF Vehicle Model using a Stochastic Optimal Control Technique," *J. Sound and Vibration*, Vol. 100, No. 3, pp. 343~357.
- (5) Hac, A. 1986, "Stochastic Optimal Control of Vehicles with Elastic Body and Active Suspension," *J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 108, June, pp. 106~110.
- (6) 永井, 澤田, 1987, "柔構造弾性車體のアクティブ制御技術," *日本機械學會論文集(C編)*, 53巻, 492號, pp. 1750~1757.
- (7) Jeong, W. B., Yoshida, K., Kobayashi, H. and Oda, K., 1990, "State Estimation of Road Surface and Vehicle System using a Kalman Filter," *JSME Int. J. Series 3*, Vol. 33, No. 4, pp. 528~534.
- (8) 鄭, 吉田, 長松, 角田, 1990, "周波數成形評價關數を用いた準最適出力制御による車輛の振動制御," *日本機械學會論文集(C編)*, 56巻, 530號, pp. 2567~2774.
- (9) Dodds, C.J. and Robson, J.D., 1973, "The Description of Road Surface Roughness," *J. sound and Vibration*, Vol. 31, No. 2, pp. 175.
- (10) 棋木, 添田, 中溝, 1987, *確率システム制御の基礎*, 日新出版, 日本.
- (11) Arora, J. S., 1989, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill.