

〈論 文〉

유한영역에서의 꺾인균열 해석을 위한 적분방정식 적용 연구

서 욱 환*

(1992년 8월 19일 접수)

An Integral Equation for Kinked Cracks in Finite Plane Bodies

Ukhwan Sur

Key Words: Stress Intensity Factor (응력세기계수), Kinked Crack (꺾인균열), Boundary Integral Equation (경계적분방정식), Finite Region (유한영역)

Abstract

An integral equation representation of cracks⁽¹⁾ was presented which differs from well-known "dislocation layer" representation. In this new representation, the equations are written in terms of the displacement discontinuity across the crack surfaces rather than derivatives of the displacement-discontinuity. It was shown in⁽¹⁾ that the new technique is well-suited to the treatment of kinked cracks. In the present paper, this integral equation representation is coupled to the direct boundary-element method for the treatment of finite bodies containing kinked cracks. The method is demonstrated for two-dimensional finite domains but extension to three-dimensional problems would appear to be possible. The resulting approach is shown to be simple, yet very accurate.

1. 서 론

최근에 유한영역에서의 균열문제의 해결을 위하여 잘 알려진 경계적분방정식과 연합할 균열의 적분방정식 개발에 관심이 고조되고 있다. 참고문헌 (2, 3)에서는 균열적분방정식이 균열표면 Traction의 항으로 되어있는데 이 표현에서 미지수는 균열선에 따른 Dislocation Density들이다. 그러나 이 표현 방정식이 Curved 균열 문제해결에는 효과적이나 꺾임(Kink)을 포함하고 있는 경우는 적합하지 못하였다. 또 참고문헌(4~6)에서는 균열적분방정식의 표현이 균열선을 따른 Resultant Force들

의 항으로 표현되었는데 이 표현방식은 꺾임균열문제를 해결할 수 있으나 아직도 미지수는 Dislocation Density들이다. 이 Density들이 Crack Tip에서의 Singular와 꺾인 부분에서 Weakly-Singular를 내재하고 있어 복잡하고 지루한 수치해석이 요구된다.

참고문헌(1)에서 이미 개발된 균열적분방정식 표현은 미지수로서 균열선을 따라 Displacement Discontinuity들을 포함한다. 이 값들이 Crack Tip에서 영(0)이고 꺾임에서 연속이기 때문에 이 표현방식의 수치해석은 경계적분방정식 취급보다 복잡하지 않다.

이 논문에서는 참고문헌(1)에서 개발된 균열적분방정식이 직접 경계적분방정식 방법과 연합하여 유한영역의 꺾임을 포함하는 균열문제의 해결에 응용

*정회원, 한국원자력기술시험연구소

되었다. 사용된 수치해석모델은 아주 간단하며 결과값도 아주 정확하였다.

2. 이론전개(Theoretical Development)

한점 \bar{x} 에 응력의 근원이 존재하며 다른 한점 x 에서의 응력을 알고저하는 무한의 등방(isotropic)의 탄성영역을 고려하자. 각각의 점들에서 Fig. 1에서와 같이 Unit Normal n 과 \bar{n} 을 갖는 내부표면(surface)를 참조하고 영향함수들(influence functions), $(uR)_{ij}(x, \bar{x})$, $(uc)_{ij}(x, \bar{x})$, $(\chi R)_{ij}(x, \bar{x})$, 및 $(\chi C)_{ij}(x, \bar{x})$ 를 채용하자. 그리고 응력합수라 정의되는 χ 는 다음과 같이 놓는다.

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \frac{\partial \chi_1}{\partial x_2} \\ \sigma_{22} &= -\frac{\partial \chi_2}{\partial x_1} \\ \sigma_{12} &= -\frac{\partial \chi_1}{\partial x_1} = \frac{\partial \chi_2}{\partial x_2} \end{aligned} \quad (1)$$

Fig. 2에서와 같이 외부경계선 Γ_b 및 내부의 Piecewise Smooth Crack Line Γ_c 를 갖는 어떤 탄성구역 Ω 가 외부경계선의 일부분위에 Traction t_j

및 나머지 경계선 위에 변위(displacement) u_j 를 내재하고 있다고 가정하자. 그때 직접경계적분방정식(direct boundary integral equation) 및 참고문헌(1)에서 개발된 적분방정식이 다음과 같이 연합된다.

$$\begin{aligned} c_{ij}(x) u_j(x) &= \oint_{\Gamma_b} (uR)_{ij}(x, \bar{x}) t_j(\bar{x}) ds(\bar{x}) \\ &\quad - \oint_{\Gamma_b} (uc)_{ij}(x, \bar{x}) u_j(\bar{x}) ds(\bar{x}) \\ &\quad + \int_{\Gamma_c} (uc)_{ij}(x, \bar{x}) \Delta u_j(\bar{x}) ds(\bar{x}) \\ &\quad x \text{ on } \Gamma_b \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} x_i(x) &= \oint_{\Gamma_b} (\chi R)_{ij}(x, \bar{x}) t_j(\bar{x}) ds(\bar{x}) \\ &\quad - \oint_{\Gamma_b} (\chi C)_{ij}(x, \bar{x}) u_j(\bar{x}) ds(\bar{x}) \\ &\quad + \int_{\Gamma_c} (\chi C)_{ij}(x, \bar{x}) \Delta u_j(\bar{x}) ds(\bar{x}) \quad x \text{ on } \Gamma_c \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $i=1, 2, j=1, 2$ 및 $\Delta u_j = u_j^- - u_j^+$ 는 상대적인 균열면 변위를 나타낸다.

3. 수치해법(Numerical Treatment)

Fig. 3에서와 같이 외부의 경계선위에 M_b 개 및 균열위 M_c 개의 직선으로 나타내어진 식(2) 및 (3)의 수치해법이 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} c_{ij}(x) u_j(x) &= \sum_{m=1}^{M_b} \int_m [(uR)_{ij}(x, \bar{x}) t_j(\bar{x}) ds(\bar{x}) \\ &\quad - (uc)_{ij}(x, \bar{x}) u_j(\bar{x}) ds(\bar{x}) \\ &\quad + \sum_{m=M_b+1}^{M_b+M_c} \int_m (uc)_{ij}(x, \bar{x}) \Delta u_j(\bar{x}) ds(\bar{x}) \\ &\quad x \text{ on } \Gamma_b \end{aligned} \quad (4)$$

$$x_i(x) = \sum_{m=1}^{M_b} \int_m [(\chi R)_{ij}(x, \bar{x}) t_j(\bar{x}) ds(\bar{x})$$

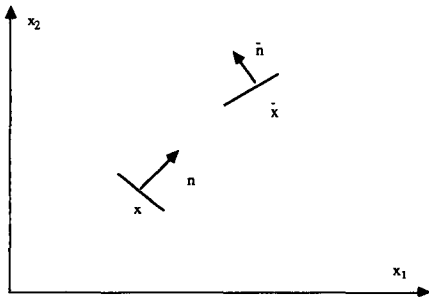


Fig. 1 Source point, \bar{x} , and field point, x , in the infinite plane

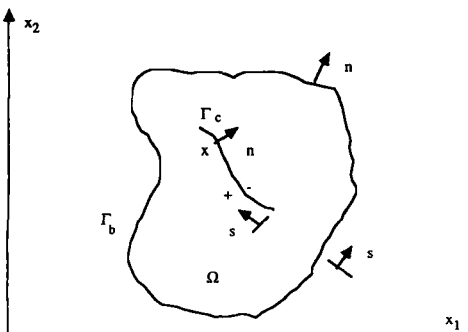


Fig. 2 Plane elastic region containing a crack

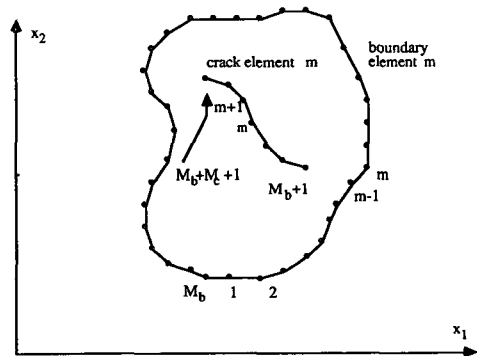


Fig. 3 Discretized plane region containing a discretized crack

$$\begin{aligned}
 & -(\chi C)_{ij}(x, \bar{x}) u_j(\bar{x}) ds(\bar{x}) \\
 & + \sum_{m=\bar{m}_b+1}^{M_b+M_c} \int_{\Gamma_m} (\chi C)_{ij}(x, \bar{x}) \Delta u_j(\bar{x}) ds(\bar{x}) \\
 & \quad x \text{ on } \Gamma_c \tag{5}
 \end{aligned}$$

각 요소에서의 변위, Traction 및 Displacement Discontinuity가 선형적으로 다음과 같이 개략된다.

$$\begin{aligned}
 u_j(\bar{x}) &= N_1(\xi) u_j^{(m-1)} + N_2(\xi) u_j^{(m)} \\
 \bar{x} \text{ on element } m \text{ of } \Gamma_b \tag{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t_j(\bar{x}) &= N_1(\xi) t_j^{(2m-1)} + N_2(\xi) t_j^{(2m)} \\
 \bar{x} \text{ on element } m \text{ of } \Gamma_b \tag{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta u_j(\bar{x}) &= N_1(\xi) \Delta u_j^{(m)} + N_2(\xi) \Delta u_j^{(m+1)} \\
 \bar{x} \text{ on element } m \text{ of } \Gamma_c \tag{8}
 \end{aligned}$$

여기서 $u_j^{(m)}$, $t_j^{(2m)}$, $t_j^{(2m+1)}$ 은 외부경계선의 노드점 (nodal point) ($m=1, M_b$)의 값들이고 $\Delta u_j^{(m)}$ 은 균열의 노드점 ($m=M_b+2, M_b+M_c$)의 값들이며

$$\begin{aligned}
 N_1(\xi) &= (1-\xi)/2, \quad N_2(\xi) = (1+\xi)/2, \\
 -1 \leq \xi \leq 1 \tag{9}
 \end{aligned}$$

더 나아가

$$\bar{x} = \begin{cases} N_1(\bar{\xi}) x^{(m-1)} + N_2(\bar{\xi}) x^{(m)} \\ \bar{x} \text{ on element } m \text{ of } \Gamma_b \\ N_1(\bar{\xi}) x^{(m)} + N_2(\bar{\xi}) x^{(m+1)} \\ \bar{x} \text{ on element } m \text{ of } \Gamma_c \end{cases} \tag{10}$$

$$ds(\bar{x}) = \begin{cases} [(s_b^{(m)} - s_b^{(m-1)})/2] d\xi = [\Delta s_b^m/2] d\xi \\ \bar{x} \text{ on element } m \text{ of } \Gamma_b \\ [(s_c^{(m+1)} - s_c^{(m)})/2] d\xi = [\Delta s_c^m/2] d\xi \\ \bar{x} \text{ on element } m \text{ of } \Gamma_c \end{cases} \tag{11}$$

여기서 Δs_b^m 은 외부경계선의 요소 m 의 길이이며 Δs_c^m 은 균열선의 요소 m 의 길이이다. 식(6)으로부터 (11)까지를 식(4) 및 (5)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 c_{ij}^{(n)} u_j^{(n)} &= \sum_{m=1}^{M_b} \Delta s_b^m/4 \int_{\Gamma_m} (1-\xi) (uR)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi t_j^{(2m-1)} \\
 & + \sum_{m=1}^{M_b} \Delta s_b^m/4 \int_{\Gamma_m} (1+\xi) (uR)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi t_j^{(2m)} \\
 & - \sum_{m=1}^{M_b} \Delta s_b^m/4 \int_{\Gamma_m} (1-\xi) (uc)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi u_j^{(m-1)} \\
 & - \sum_{m=1}^{M_b} \Delta s_b^m/4 \int_{\Gamma_m} (1+\xi) (uc)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi u_j^{(m)} \\
 & + \sum_{m=\bar{m}_b+2}^{M_b+M_c} \Delta s_b^m/4 \int_{\Gamma_m} (1-\xi) (uc)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \Delta u_j^{(m)} \\
 & + \sum_{m=\bar{m}_b+1}^{M_b+M_c-1} \Delta s_b^m/4 \int_{\Gamma_m} (1+\xi) (uc)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \Delta u_j^{(m+1)} \tag{12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \chi_i^{(n)} &= \sum_{m=1}^{M_b} \Delta s_b^m/4 \int_{\Gamma_m} (1-\xi) (\chi R)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi t_j^{(2m-1)} \\
 & + \sum_{m=1}^{M_b} \Delta s_b^m/4 \int_{\Gamma_m} (1+\xi) (\chi R)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi t_j^{(2m)} \\
 & + \sum_{m=1}^{M_b} \Delta s_b^m/4 \int_{\Gamma_m} (1-\xi) (\chi C)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi u_j^{(m-1)} \\
 & - \sum_{m=1}^{M_b} \Delta s_b^m/4 \int_{\Gamma_m} (1+\xi) (\chi C)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi u_j^{(m)} \\
 & + \sum_{m=\bar{m}_b+2}^{M_b+M_c} \Delta s_b^m/4 \int_{\Gamma_m} (1-\xi) (\chi C)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \Delta u_j^{(m)} \\
 & + \sum_{m=\bar{m}_b+1}^{M_b+M_c-1} \Delta s_b^m/4 \int_{\Gamma_m} (1+\xi) (\chi C)_{ij}(x^{(n)}, \xi) d\xi \Delta u_j^{(m+1)} \tag{13}
 \end{aligned}$$

여기서 $u_j^{(n)} = u_j^{(x^{(n)})}$ 인데 $x^{(n)}$ 은 외부경계선 노드점 n ($n=1, M_b$)의 위치이다. $\chi_i^{(n)} = \chi_i(x^{(n)})$ 이며 $x^{(n)}$ 은 균열의 요소중간점 ($n=M_b+1, M_b+M_c$)의 위치이다. 식(12) 및 (13)은 다음과 같이 Matrix Form으로 나타내어진다.

$$\{UC\} \{u\} - \{Q\} \{\Delta u\} = \{UR\} \{t\} \tag{14}$$

$$\{PC\} \{u\} - \{X\} \{\Delta u\} = \{PR\} \{t\} - \{x\} \tag{15}$$

여기서 $\{UC\}$ 는 $2M_b \times 2M_b$, $\{Q\}$ 는 $2M_b \times 2(M_c - 1)$, $\{UR\}$ 은 $2M_b \times 4M_b$, $\{PC\}$ 는 $2M_c \times 2M_b$, $\{X\}$ 는 $2M_c \times 2(M_c - 1)$ 및 $\{PR\}$ 은 $2M_c \times 4M_b$ 이다. 그래서 다시쓰면

$$\begin{bmatrix} \{UC\} & -\{Q\} \\ \{I_2\} \{PC\} & -\{I_2\} \{X\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{u\} \\ \{\Delta u\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{UR\} & [0] \\ \{I_2\} \{PR\} & -[1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{t\} \\ \{T\} \end{bmatrix} \tag{16}$$

여기서 참고문헌(1)에서와 같이 균열에서의 Nodal Force Matrix는 다음과 같이 정의한다.

$$\{T\} = \{I_2\} \{x\} \tag{17}$$

여기서

$$\{I_2\} = \begin{bmatrix} I & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & -I & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & -I \end{bmatrix} \tag{18}$$

이며 I 는 2×2 Identity Matrix를 나타낸다. 식(16)를 재배열하면 다음과 같이 된다.

$$\{A\} \{Z\} = \{F\} \tag{19}$$

여기서 $\{Z\}$ 는 Γ_b 에서의 미지의 경계값 및 미지의 Matrix $\{\Delta u\}$ 를 포함한다.

각각의 균열 노드점에서 Δu_t 를 얻게되면 각 점에서의 균열면에 대한 Displacement Discontinuity Normal 및 Tangential은 다음과 같으며

$$\begin{aligned} \Delta u_n &= \Delta u_1 n_1 + \Delta u_2 n_2 \\ \Delta u_t &= \Delta u_2 n_1 - \Delta u_1 n_2 \end{aligned} \quad (20)$$

무차원 응력세기계수는 다음의 식으로부터 얻어진다.

$$\begin{aligned} K_{I\ell s=0} &= \sqrt{\frac{\pi}{8\epsilon}} G(1+\nu) \Delta u_n(\epsilon) / \sigma \sqrt{\pi a} \\ K_{II\ell s=0} &= \sqrt{\frac{\pi}{8\epsilon}} G(1+\nu) \Delta u_t(\epsilon) / \sigma \sqrt{\pi a} \\ K_{I\ell s=1} &= \sqrt{\frac{\pi}{8\epsilon}} G(1+\nu) \Delta u_n(\ell - \epsilon) / \sigma \sqrt{\pi a} \\ K_{II\ell s=1} &= \sqrt{\frac{\pi}{8\epsilon}} G(1+\nu) \Delta u_t(\ell - \epsilon) / \sigma \sqrt{\pi a} \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 $\epsilon \rightarrow 0$ 이며 G, ν 및 ℓ 은 전단계수(Shear Modulus), 푸아송(poison)의 비 및 균열의 길이를 나타낸다. Traction Force를 갖는 균열 즉 $\{T\} = \{0\}$ 를 고려하면 식(16)은 최종 다음식이 된다.

$$\begin{bmatrix} [UC] & -[Q] \\ [F_2][PC] & -[F_2][X] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \Delta u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [UR] \\ [F_2][PR] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \end{bmatrix} \quad (22)$$

4. 결 과

어떤 유한영역에서의 균열문제해결을 위하여 여기서 개발된 모델을 사용하여 다음과 같은 예제를 검토하였다.

4.1 직선균열(Straight Crack)

여기서 취급된 모든 직선균열문제에 대하여 균열은 12요소 및 외부경계선은 40요소로 모델되었다. Fig. 4는 Crack Discretization을 보여준다. σ 에 관하여 Normalized 된 응력세기계수는 식(21)을 이용하여 구하여졌으며 참고문헌(7)과 비교하였다.

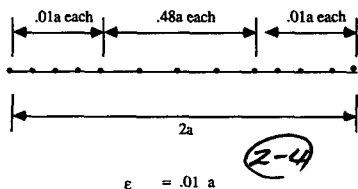


Fig. 4 Discretization for a straight crack

(a) 직선중앙균열(straight central crack in a rectangular plate subjected to uniform uniaxial tensile stress)

높이 2h 및 넓이 2b를 갖는 직사각형의 판에 균열의 길이가 2a인 Central Straight Crack을 갖으며 Fig. 5와 같이 분포일방향응력(uniform uniaxial stress)인 균열면에 직각으로 판의 끝면에 작용한다. Table 1은 응력세기계수를 a/b 및 h/b의 여러가지 비율에 대하여 보여준다.

(b) 직선중앙 경사균열(straight central slant crack in a rectangular plate subjected to uniform

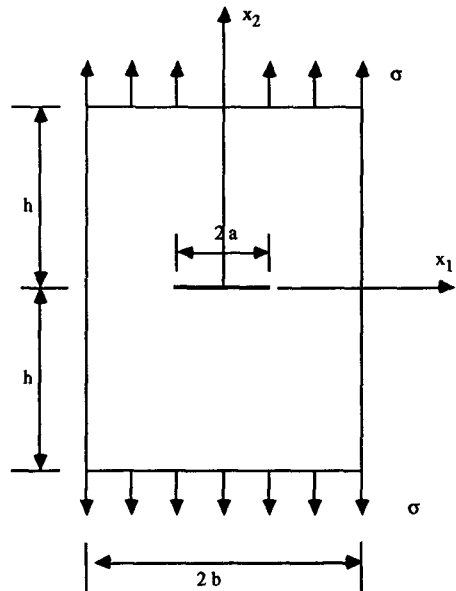


Fig. 5 Geometry and loading for a straight central crack in a finite plate

Table 1 Stress intensity factors for a straight central crack in a finite

a/b	$K_I (h/b=1.0)$		$K_{II} (h/b=0.4)$	
	Present	Ref.[7]	Present	Ref.[7]
.2	1.07	1.07	1.25	1.25
.3	1.12	1.12	1.51	1.52
.4	1.21	1.21	1.83	1.84
.5	1.31	1.32	2.24	2.24
.6	1.47	1.47	2.80	2.80
.7	1.67	1.67	3.66	3.66

uniaxial tensile stress)

높이 $2.5b$ 및 넓이 $2b$ 를 갖는 직사각형의 판에 균열의 길이가 $2a$ 인 균열을 갖으며 분포일방향 응력(uniform uniaxial stress)이 면의 끝에서 작용한다. Fig. 6은 균열의 방향에 각을 갖는 경우를 보여준다. 이 경우의 응력세기계수는 여러가지 a/b 비율 및 α 의 경우에 대하여 Table 2, 3 및 4에서 보여준다.

4.2 꺾인균열(Kinked Crack)

꺾인균열 문제에서는 응력세기계수와 상대 균열면 변위를 계산하였다.

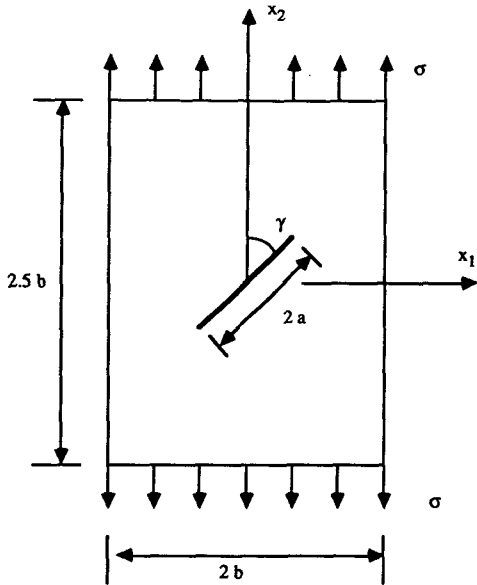


Fig. 6 Geometry and loading for a straight central slant crack in a finite plate

Table 2 Stress intensity factors for a straight central slant crack in a finite plate

$\gamma=22.5$	K_I		K_{II}	
a/b	Present	Ref.[7]	Present	Ref.[7]
.1	.148	.148	.356	.358
.2	.154	.160	.367	.366
.4	.180	.180	.413	.390
.5	.187	.188	.425	.404
.6	.200	.200	.439	.416

(a) V모형균열(symmetric V-shaped crack in a square plate)

이 문제는 Fig. 7과 같이 순수전단응력(pure

Table 3 Stress intensity factors for a straight central slant crack in a finite plate

$\gamma=45$	K_I		K_{II}	
a/b	Present	Ref.[7]	Present	Ref.[7]
.1	.500	.500	.550	.500
.2	.513	.513	.506	.502
.3	.534	.538	.518	.510
.4	.550	.550	.522	.522
.6	.616	.606	.551	.551

Table 4 Stress intensity factors for a straight central slant crack in a finite plate

$\gamma=67.5$	K_I		K_{II}	
a/b	Present	Ref.[7]	Present	Ref.[7]
.2	.868	.868	.355	.351
.3	.900	.900	.359	.356
.4	.959	.958	.374	.374
.5	1.002	1.003	.377	.369
.6	1.035	1.118	.388	.380

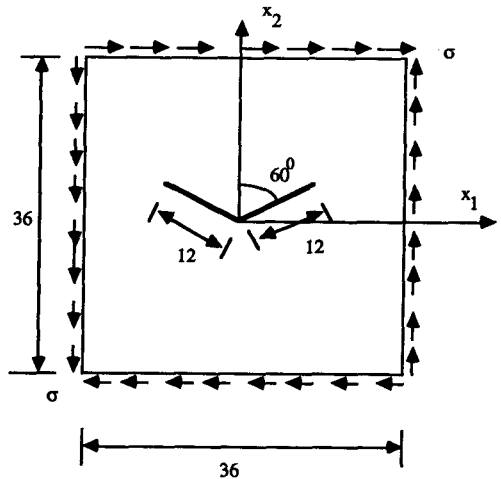


Fig. 7 Geometry and loading for a symmetric V-shaped crack in a finite plate

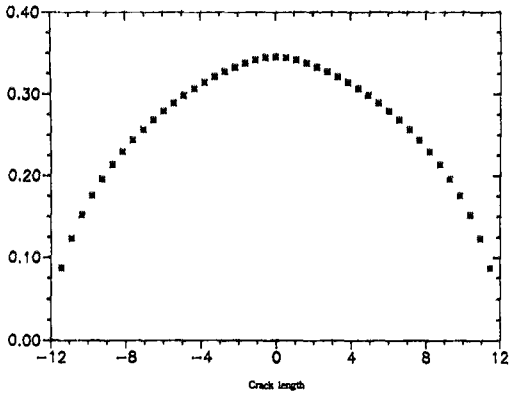


Fig. 8 Relative crack surface displacement Δu_1 for body containing symmetric V-shaped crack and subjected to pure shear

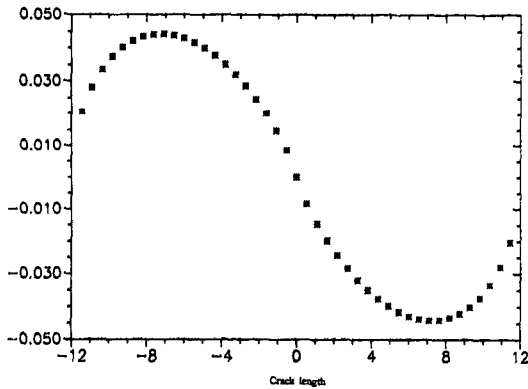


Fig. 9 Relative crack surface displacement Δu_2 for body containing symmetric V-shaped crack and subjected to pure shear

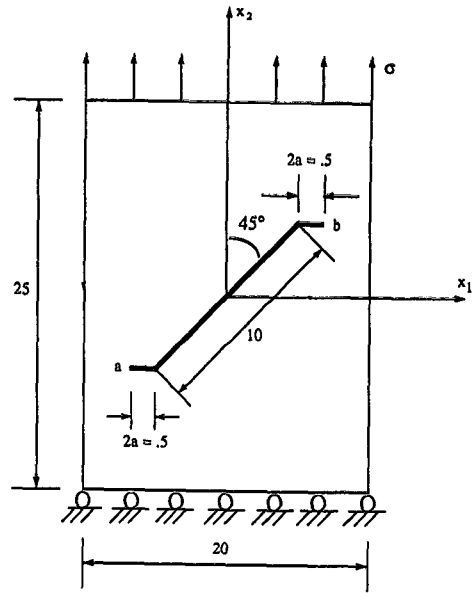


Fig. 10 Geometry and loading for a Z-shaped crack in a finite plate

Table 5 Stress intensity factors for the Z-shaped crack of Fig. 13 in a finite plate

	K_{Ia}	K_{Ib}	K_{IIa}	K_{IIb}
Present	4.516	.321	4.410	.363
Ref.[8]	4.502	.325	4.397	.405
Ref.[9]	4.555	.335		

shear stress)이 작용하는 정방형판(square plate)에서의 Symmetric Shaped Crack를 보여준다. 균열은 22요소로 되어 있으며 외부경계선은 72요소가 되게 모델되었다. Fig. 8 및 9에서는 상대적인 균열면 변위 (relative crack surface displacement)를 보여주며 이 경우 $G=2.5$, $\nu=0.3$ 이다.

(b) Z모양균열(Z-shaped crack in a rectangular plate)

이 문제는 Fig. 10에서와 같이 분포일방향인장응력이 한끝에서 작용하며 다른 끝은 미끄러짐지로 되어 있다. 중앙적선노드점들은 일정간격의 20개 요소로 되어 있으며 꺾인 부분은 각각 5개의 노드 점들로 이루어져 있다. Table 5는 이 경우에 응력

세기계수를 나타내며 참고문헌(8, 9)과 비교되었으며 이때에 $G=205$, $\nu=0.3$ 이다.

5. 결론

참고문헌(1)에서 개발된 균열을 위한 적분방정식이 잘 알려진 경계요소법(boundary element method)과 연립되어 유한영역에서의 꺾인균열를 갖는 문제를 이 연합기술(coupled technique)를 이용하여 해결하였다. 결과는 다른 방법을 이용한 해와 비교하여 아주 정확하였다. 또한 이 방법이 어떤 형태를 갖는 구역에서 임의의 형태를 갖는 균열문제를 쉽게 직선적인(straight forward)방법으로 해

결될 수 있다.

참고문헌

- (1) Sur, U. and Altiero, N.J., 1988, International Journal of Fracture 38, pp. 24~41
- (2) Sheng, C.F., 1987, Journal of Applied Mechanics 54, pp. 105~109
- (3) Zang, W.L. and Gudmundson, P., 1988, International Journal of Fracture 38 pp. 275~294.
- (4) Chueng, Y.K. and Chen, Y.Z., 1987, Engineering Fracture Mechanics 7, pp. 177~185.
- (5) Chueng, Y.K. and Chen, Y.Z., 1987, Theoretical and Applied Fracture Mechanics 7, pp. 177~185
- (6) Zang, W.L. and Gudmundson, P., 1989, Advances in Fracture Research Vol. 3, ed. by Salama, K. et al., Pergamon Press, pp. 2127~2134.
- (7) Rooke, D.P. and Cartwright, D.J., 1975, Compendium of Stress Intensity Factors, Her Majesty's Stationery Office, London
- (8) Zang, W.L. and Gudmundson, P., 1988, International Journal of Fracture 38, pp. 275~294.
- (9) Lee, K.Y., Won, D.S. and Choi, H.J., 1987, Engineering Fracture Mechanics, 27, pp. 75~82.