

〈論 文〉

임계 CTOA조건을 이용한 파괴해석

구 인 회*
(1993년 1월 6일 접수)

Fracture Analysis Based on the Critical-CTOA Criterion

Inhoy Gu

Key Words : Crack-Growth Fracture(균열성장파괴), CTOA(균열선단 열림각), Elastic-Plastic Fracture(탄소성파괴), Limit Load(한계하중), Fracture Instability(파괴불안정)

Abstract

An engineering method is suggested to calculate the applied load versus crack extension in the elastic-plastic fracture. The condition for an increment of crack extension is set by a critical increment of crack-tip opening displacement(CTOD). The ratio of the CTOD increment to the incremental crack extension is a critical crack-tip opening angle(CTOA), assumed to be constant for a material of a given thickness. The Dugdale model of crack-tip deformation in an infinite plate is applied to the method, and a complete solution for crack extension and crack instability is obtained. For finite-size specimens of arbitrary geometry in general yielding, an approximate generalization of the Dugdale model is suggested so that the approximation approaches the small-scale yielding solution in a low applied load and the finite-element solution in a large applied load. Maximum load is calculated so that an applied load attains either a limit load on an unbroken ligament or a peak load during crack extension. The proposed method was applied to three-point bend specimens of a carbon steel SM45C in various sizes. Reasonable agreements are found between calculated maximum loads and experimental failure loads. Therefore, the method can be a viable alternative to the J-R curve approach in the elastic-plastic fracture analysis.

1. 서 론

탄소성 파괴역학에 대한 이론적인 전개는 Kaninen과 Popelar⁽¹⁾에 의해 상세히 고찰되어 있고, 파괴역학의 실제적 응용은 Broek⁽²⁾에 의해 비판적으로 설명되어 있다. 본 논문의 주제는 탄소성파괴에서 균열개시 이후 균열성장을 계산하는 방법론

에 관한 것이다. 균열개시는 파괴역학의 여러 매개변수 즉 응력강도계수 K , J -적분값, 혹은 균열선단 열림변위(CTOD)의 임계값으로 특정지을 수 있고 항복영역이 작은경우 이들은 대체로 상호 일관된 관계를 갖고 있다. 파괴개시는 균열성장의 해석없이 논의될 수 있으나, 어느 정도의 파괴인성을 가진 재료의 균열있는 구조물에서 파단은 초기균열에서 진행된 균열길이에서 발생하고 이때 파단하중은 불안정파괴시의 하중이거나 혹은 소성한계하중일 수 있다. 탄소성파괴에 대해 현재 미국재료시험학

*정회원, 중앙대학교 기계공학과

회(ASTM) 표준 E1152-87에 서술된 방법에서는 적당한 J범위는 균열진행이 초기 실단면길이의 10% 이내로 제한하고 있다. J-저항곡선(J_R)이 시편형상과 크기에 상관하지 않는 독립된 재료성질로 간주되어 이를 부하 J-적분값과 비교하여 균열성장의 불안정과 최대하중을 계산할 수 있다. 그러나 이 방법은 시편의존성이 없는 J_R -곡선을 얻기위해 고도의 실험기술이 요구되고 탄소성 파괴해석에의 적용에서는 시편에 대한 유한요소해석이 요구된다. 부하 J곡선을 저항 J_R 곡선과 비교할 때 충분한 균열진행의 범위에 대해 J_R 값이 명시되어야 하므로 작은 균열진행의 작은 시편으로 측정된 J_R 곡선은 큰 균열진행의 큰 시편의 파괴예측에 이용될 수 있다. 따라서 균열진행에 대해 J_R 곡선의 응용이 일반화되지 못하고 있는 듯하다. 선형탄성 파괴역학에서 응력강도계수 핸드북을 이용하듯이 탄소성 파괴역학에서 J-적분값이나 CTOD 값의 균열구동력을 하중과 균열길이 그리고 재료성질의 항으로 수표화한 공학적 방법⁽⁵⁾이 있으나 이는 몇개의 파괴시험 시편형상에 국한되어 있다. 그래서 이론적 정당성과 일반적 응용성을 가진 파괴해석의 공학적 방법이 요구된다고 할 수 있다.

Dugdale 모델⁽⁴⁾은 평면응력상태의 무한평판이 인장하중을 받을 때 균열선단 항복띠의 소성변형에 관한 완전해이다. 이에 기초하여 유한크기의 일반형상의 균열을 다룰수 있는 방법이 제안되고 있다. 예를 들면 Harrison et al⁽⁵⁾의 파단 평가선도(failure assessment diagram)는 부하응력을 초기 균열길이에 대해 계산한 한계응력으로 나눈 비 값에 해당하는 파괴매개변수의 임계값을 Dugdale 해의 함수형을 이용하여 결정하는 방법이다. 본 논문은 다른 방법으로 Dugdale 모델을 이용한다.

균열성장은 균열선단에 국한된 지역적 현상이다. 따라서 안정된 균열성장의 국지적 조건은 확정적이고 이는 균열길이와 부하하중과 같은 거시적 상태변수가 아닌 항으로 정의되어야 한다. 이 국지적 조건을 에너지 항 혹은 변형량의 항으로 나타내는 그 조건이 균열선단에서 만족되면 균열은 미소증분 진행한다. 이 동안 균열선단의 조건변수는 감소하고 균열진행은 순간적으로 정지된다. 여기서 부하 혹은 시편의 변위를 증가시키면 국지적 조건변수가 다시 임계값을 갖게 되고 균열이 다시 진행한다. 이렇게 연속적으로 반복하는 과정을 안정균열성장으로 가정할 수 있다. K 혹은 J와 같은 거시적 매

개변수는 안정균열성장 동안 계속 증가하므로 이들을 직접 국지적 조건변수로 사용할 수 없다. 마찬가지로 균열진행에 대한 에너지 증분 즉 dJ/da 가 일정하다는 것은 거시적 조건이다.

Kanninen⁽⁶⁾은 유한요소법을 이용하여 실험결과를 수치적으로 모사하면서 여러 매개변수를 평가하였고 이들을 다시 다른 형상의 시편에 적용하여 균열성장과 불안정파괴를 예측하였다. 이들중 당시의 균열선단에 관해 정의되는 균열선단 열림각(CTOA)이 시편의 형상이나 균열성장의 길이에 관계없이 일정함을 보여주었다. 균열성장 중 CTOA의 일정함은 또한 de Koning⁽⁷⁾에 의해 증명되었다. 이와 같이 임계 CTOA 조건의 명백한 가능성에도 불구하고 그것의 응용을 어렵게 하는 사항이 두개 있다고 볼 수 있다. 그 하나는 파괴시험에서 임계 CTOA 값의 측정이고 다른 하나는 이 국지적 조건변수를 여러 기하학적 형상의 시편에 가해진 거시적 상태변수에 연결시키는 방법이다. 본 해석에서는 이 두 어려움을 간접적으로 해결하는 근사해법을 제안하였다. 그래서 몇개의 간단한 실험결과에서 재료상수를 평가하고 또한 이 상수를 임의의 다른 균열있는 시편의 균열성장 거동을 예측하는데도 이용할 수 있게 하였다.

2. 해석

2.1 Dugdale 균열

균열길이에 비해 아주 큰 폭을 갖는 평판이 평면 응력상태에서 인장부하응력 σ 를 받을 경우 Dugdale은 탄성-완전소성재료에 대해 균열선단의 전면에 균열길이 방향의 소성항복띠를 가정하여 소성변형에 관한 완전해를 얻었다. 균열길이의 반을 a , 재료의 유동응력을 σ_0 , 이를 탄성계수로 나눈 스트레인을 ϵ_0 로 표시하면 CTOD V_i 는 다음과 같다.

$$V_i = \frac{8}{\pi} \epsilon_0 a \ln \left[\sec \left(\frac{\pi a}{2\sigma_0} \right) \right] \quad (1)$$

균열성장의 개시는 초기균열길이 a_0 에서 CTOD가 임계값 V_i 에 도달하여 발생한다는 조건으로 나타내면

$$V_i = \frac{8}{\pi} \epsilon_0 a_0 \ln \left[\sec \left(\frac{\pi \sigma_i}{2\sigma_0} \right) \right] \quad (2)$$

여기서 σ_i 는 균열성장개시에서의 부하응력 값이다. Dugdale 균열에서 J-적분값은 CTOD에 비례하

므로

$$J = \sigma_o V_i \quad (3)$$

균열개시조건은 J-적분값이 임계값 J_i 에 도달하여 발생한다 볼 수 있다.

$$J_i = \sigma_o V_i \quad (4)$$

균열개시 이후 안정균열성장을 특성지우기 위해 임계 균열선단 열림각(CTOA)조건을 사용한다. 이를 미시적으로 해석하면 미소 CTOD 증분으로 인해 균열이 미소증분 길이만큼 진행하고 CTOD 증분에 대한 균열길이 증분의 비는 일정하다. 따라서 균열 진행은 연속적이 아닌 임의의 유한한 증분의 단계적 과정으로서 Fig. 1에 도시되어 있다. CTOA는 진행된 균열선단에 대해 정의되고 또한 균열의 진행으로 균열선단의 모양이 대체로 변하지 않으므로 균열성장조건을 다음과 같이 간단히 쓸 수 있다.

$$\frac{dV_i}{da} = I_c \quad (5)$$

여기서 상수 I_c 는 임계 CTOA로서 1보다 아주 작은 값이다. 식(5)의 조건은 초기균열선단의 고정된 점에서 전체 CTOD V_o 항으로 정의되는 다음의 임계균열 열림각(crack opening angle) 조건과 다르다.

$$\frac{V_o}{a - a_o} = COA \quad (6)$$

CTOD는 균열길이와 부하응력에 따라 변하므로 이들의 증분관계식은 다음과 같다.

$$dV_i = \frac{\partial V_i}{\partial a} da + \frac{\partial V_i}{\partial \sigma} d\sigma \quad (7)$$

균열성장조건 (5)에 의하면, 균열길이 증분에 의한

CTOD 증분이 부하응력의 증분으로 증가되어 임계 값에 도달하고 이로써 균열은 $da = dV_i / I_c$ 만큼 나아간다. 이 과정이 Fig. 1에 부하하중 P 에 대해 설명되어 있다. 균열선단 A_1 에 대해 균열성장조건이 만족되면 균열은 A_2 지점으로 나아간다. 이때 A_1 지점에서 CTOD 증분 ①이 발생한다. 이것이 임계값에서 부족하면 균열진행없이 하중증분에 의해 CTOD 증분 ②가 발생한다. 이 두 증분의 합이 임계값에 이르면 균열선단은 A_3 지점으로 진행하고 이동한 A_2 지점에서 CTOD 증분 ①이 발생한다. 그리고 이러한 과정이 되풀이 되면서 균열이 성장하게 된다. 식(1, 5)를 식(7)에 대입하고 초기 조건 $a = a_o$ 에서 $\sigma = \sigma_i$ 를 사용하여 적분하면 균열 길이 a 와 부하응력 σ 의 관계를 얻는다.

$$\frac{\pi I_c}{8 \epsilon_o} + \frac{a_o}{a} \left\{ \ln \left[\sec \left(\frac{\pi \sigma_i}{2 \sigma_o} \right) \right] - \frac{\pi I_c}{8 \epsilon_o} \right\} = \ln \left[\sec \left(\frac{\pi \sigma}{2 \sigma_o} \right) \right] \quad (8)$$

위 방정식에 식(3, 4)를 대입하면 J-적분항으로 표시된다.

$$J = J_R = J_i + (a - a_o) \sigma_o I_c \quad (9)$$

식(9)는 임계 CTOA 조건의 J-저항곡선 (J_R -curve)이고 이의 특징은 일정한 구배 $dJ_R/da = \sigma_o I_c$ 를 가진다. 알루미늄합금에 대한 실험결과와 유한요소 모사^(6,7)는 J-저항값이 균열성장에 대해 대략 선형적으로 증가하고 있음을 보여준다.

Dugdale 균열에 대한 최대응력은 식(8)에서 극한 ($a/a_o \rightarrow \infty$)을 취하면

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_o} = \frac{2}{\pi} \arccos \left[\exp \left(-\frac{\pi I_c}{8 \epsilon_o} \right) \right] \quad (10)$$

균열성장이 고려되지 않으면 Dugdale 모델에서 최대 부하응력은 비경화재료의 유동응력에 도달하나, 위 식에서 최대응력은 항상 유동응력 이하이다. 또한 식(8)에서 알 수 있듯이 어떤 일정한 임계 CTOA 이하에서는 균열개시부터 부하응력이 감소하고 균열성장이 불안정하게 된다. 이 조건은 식(8)을 미분하여 $d\sigma/da = 0$ 을 대입하고 식(2)를 이용하여 얻는다. Dugdale 모델의 균열개시에서 안정균열성장은 다음의 간단한 식으로 표시된다.

$$I_c > \frac{V_i}{a_o} \quad (11)$$

균열개시에서 불안정 균열성장조건은

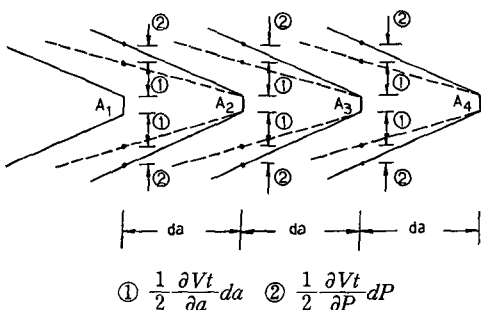


Fig. 1 Schematic of crack growth process

$$I_c \leq \frac{V_i}{a_0} \quad (12)$$

Dugdale 모델에서는 무한크기의 평판이 가정되어 있으므로 균열성장 중에는 증가하는 부하응력이 감소하지 않는다. 그러나 식(10)의 응력에서 균열이 무한히 진행하므로 성장불안정에 해당된다.

임계 CTOA 값은 정지한 상태에 존재하는 값이 아니고 지나가는 순간의 균열선단의 형상에 관한 값이므로 이를 미시적으로 직접 측정하는 것은 지극히 어렵다. I_c 값을 결정하는 간접적인 방법은 먼저 이 값의 존재를 가정하고 실험에서 이 값의 결과로 얻어지는 측정가능한 양으로 부터 평가하는 방법이다. Dugdale 균열의 경우 식(8)과 실험에서 얻은 균열의 길이와 부하응력의 관계를 비교하여 결정하거나 혹은 최대응력을 식(10)에 대입하여 결정할 수 있다. 식(10)의 특징은 시편의 무한크기로 인해 최대응력이 초기균열길이와 균열개시응력에 무관하다는데 있다.

2.2 Dugdale 모델의 근사일반화

유한크기의 시편에 대해서는 식(1)과 같은 완전한 해가 없다. 그래서 위의 Dugdale 모델에 이용된 방법을 확장하여 근사해법이 제안될 수 있다. 먼저 소규모 항복이 가정되면 임의 형상의 균열에 대한 CTOD가 응력강도계수 K 의 항으로 다음과 같이 표시되므로 이미 설명된 방법을 쉽게 적용할 수 있다.

$$V_i = \frac{\beta \epsilon_0 K^2}{\sigma_0^2} \quad (13)$$

여기서 평면응력의 경우 $\beta=1.0$ 이고 평면변형의 경우⁽⁸⁾ 대략 $\beta=0.55 \sim 0.65$ 이다. 응력강도계수를 하중 P 와 균열길이 a 를 포함한 형상변수의 함수로 분리하면

$$K = Pf(a) \quad (14)$$

위의 두식과 제안된 균열성장조건 식(5)를 식(7)에 대입하고 균열개시 하중에서 시작하여 증분식으로 수치적분하면 균열길이와 부하하중의 관계를 얻는다. 이러한 계산을 실험결과에 맞추면서 재료상수 I_c 와 V_i 를 결정한다. Gu⁽⁹⁾는 이 방법을 평면응력 상태의 알루미늄합금 2024-T351에 적용하여 3가지 시편종류에서 다양한 균열길이 시편크기에도 불구하고 계산이 실험과 일치하는 결과를 얻었다. 이때 균열길이는 균열선단의 소성항복을 고려한 유효

균열길이를 사용하였다. 그러나 이 유효균열길이 개념은 선형탄성 파괴역학방법의 단순 연장이므로 재료의 인성이 클 경우에 이용하기 위해서는 그 정당성이 검증되어야 한다. 그래서 균열선단에서 대규모 항복이 있는 경우에 적용할 수 있는 CTOD 수식이 필요하다. 그리고 그러한 수식은 또한 낮은 부하의 소규모 항복의 경우에도 마찬가지로 적용할 수 있어야 할 것이다. 균열길이 $2a$ 의 무한평판이 인장부하응력 σ 를 받을 경우의 응력강도계수 $K = \sigma\sqrt{\pi a}$ 를 식(13)에 대입하면 소규모항복에 대한 CTOD가 얻어지고 이를 식(1)과 비교하면 부하응력의 영향이 다음과 같이 변화되었음을 알 수 있다. 이때 Dugdale 균열선단의 항복영역의 수직응력은 평면응력에서 σ_0 이고 평면변형에서 최대 $3\sigma_0$ 에 이를 수 있으므로 여기서 일정한 값 $\alpha\sigma_0$ 로 둔다.

$$\left(\frac{\sigma}{\alpha\sigma_0}\right)^2 \rightarrow \frac{8}{\pi^2} \ln \left[\sec \left(\frac{\pi\sigma}{2\alpha\sigma_0} \right) \right] \quad (15)$$

여기서 대규모항복으로 하중항만 변화되고 균열길이 함수에는 변화가 없다. 이는 하중점 변위를 하중함수와 균열길이 함수의 두 양함수(explicit function)의 곱으로 둘 수 있는 Ernst et al.⁽¹⁰⁾의 측정 곡선의 성질과 일관성을 가진다. 유한한 크기의 시편에 대한 하중변수는 부하하중이 부하응력에 비해 더 구체적 의미를 갖는 것으로 간주된다. 왜냐하면 부하응력은 분포응력의 변화가 있을 경우 평균 혹은 최대값 등 한개의 대표적 값일 수 있기 때문이다. 본 논문에서 제안된 Dugdale 모델의 임의 시편형상에 대한 근사 일반화는 식(14)를 식(13)에 대입하고 여기에 하중항의 영향을 다음과같이 식(15)에서의 함수형으로 바꾼다.

$$\left(\frac{P}{\alpha P_0}\right)^2 \rightarrow \frac{8}{\pi^2} \ln \left[\sec \left(\frac{\pi P}{2\alpha P_0} \right) \right] \quad (16)$$

여기서 P_0 는 균열이 진행된 상태의 실단면에 대한 한계하중(limit load)이다. 식(13)의 CTOD에 식(14, 16)를 대입하여 다음 식을 얻는다.

$$V_i = \frac{8\epsilon_0 \alpha^2 \beta}{\pi^2} \frac{P_0^2}{\sigma_0^2} f(a)^2 \ln \left[\sec \left(\frac{\pi P}{2\alpha P_0} \right) \right] \quad (17)$$

Heald et al.⁽¹¹⁾에 의해 제안된 유효 응력강도계수도 명목상의 응력에 관해 표시된 위의 근사식($\alpha=1$, $\beta=1$)에 기초를 두고 있다. Dugdale 모델의 이러한 일반화는 de Wit⁽¹²⁾에 의해 논의된 바와 같이

Burdekin과 Stone⁽¹³⁾의 CTOD 설계곡선과 Harrison et al.⁽⁵⁾의 파손평가선도에서 찾아볼 수 있다. 이러한 방법은 초기균열길이에서 파단을 가정하므로 균열개시가 시편 전체의 파단에 이르는 경우에만 물리적으로 정당하다. 즉 Dugdale 균열에서 식 (12)가 만족되는 범위에서만 정당하다. 임의 형상의 시편에서 균열의 성장은 위의 CTOD에 관한 일반 근사식을 식 (7)에 대입하여 조건 식 (5)를 적용하여 계산된다. 이때 식 (7)은 부하용력이 아닌 부하하중에 대해 서술된다.

$$dP = \frac{\frac{\sigma_o^2 I_c}{\epsilon_o} - 16 \frac{\alpha^2 \beta}{\pi^2} P_o^2 f f' \ln \left[\sec \left(\frac{\pi P}{2a P_o} \right) \right]}{4a \beta \frac{P_o}{\pi} f^2 \tan \left(\frac{\pi P}{2a P_o} \right)} da \quad (18)$$

여기서 함수 $f(x)$ 와 미분 $f' = df/da$ 는 성장된 균열길이에 대해 계산된다. 균열개시 하중 P_i 는 초기 균열길이 σ_o 에 대해 식(17)에서 임계 CTOD조건 $V_i = V_i$ 를 사용하여 계산된다. 하중 P_i 에서 시작된 식(18)의 적분은 균열길이의 임의의 미분증분에 대한 하중증분을 계산하고 이를 전체하중에 더하여 새로운 하중을 얻고 동시에 균열증분을 더하여 새로운 균열길이를 얻는 반복으로 계산된다. 이 계산은 하중이 한계하중 P_o 에 이를 때까지 계속된다. 시편에 대한 최대하중 달성에는 몇가지 경우를 있을 수 있다. 먼저 식(18)의 적분계산 과정 중에 $dP/da=0$ 에 도달되어 하중의 극대값(peak load)일 수 있고 이 극대하중 이후 균열진행에서 하중은 감소하여 결국 한계하중에서 소성 불안정에 이른다. 하중제어 방식의 시험에서는 최대하중에서 파괴불안정(fracture instability)이 된다. 이는 큰시편에서 짧은 균열이 있는 경우에 예상되는 형태이다. 또다른 최대하중은 균열성장 중에 하중감소없이 바로 한계하중에 이를 수 있다. 이는 대개 균열의 길이가 충분히 길때 예상되고 소성항복파괴(plastic collapse fracture)에 해당된다. 최대하중의 마지막 경우는 균열개시 하중일 수 있고 식(18)의 하중증분은 처음부터 계속 감소한다. 이는 파괴개시 불안정으로 임계 CTOA가 하중증분없이 균열성장만으로 달성되는 경우로서 $I_c < \partial V_i / \partial a$ 에 해당된다. 따라서 유한크기의 시편에서 균열개시 파괴 불안정조건은 다음과 같다.

$$I_c \leq \frac{2f'(a_o) V_i}{f(a_o)} \quad (19)$$

최대하중의 마지막 경우는 초기균열에 대한 파괴해

석하중이 초기균열에 대한 한계하중보다 클 경우로서 초기 한계하중이 최대하중이다. 이는 연성이 아주 큰 재료에서 예상되며 균열의 영향이 없으므로 파괴보다 소성항복으로 설명된다.

한개의 시편으로 재료상수 I_c 와 V_i 를 결정하기 위해서는 ASTM표준 E1152-87에서와 같이 탄성컴플라이언스 혹은 다른 방법에 의해 얻은 하중과 균열진행의 관계에 식(18)의 계산을 일치시키면서 두 상수를 결정할 수 있다. 균열진행의 측정에 상당한 어려움과 기술이 있을 수 있다. 두 상수 결정의 다른 방법은 서로 다른 균열길이의 시편크기의 다수 시편을 사용하여 식(18)로 계산된 최대하중이 실험 파단하중과 일치하도록 두 상수를 조정한다.

3. 유한요소해석에 의한 CTOD

전장에서 새로운 CTOD 수식이 제안되었다. 이를 검증하기 위해 Fig. 2의 3가지 시편에 대한 평

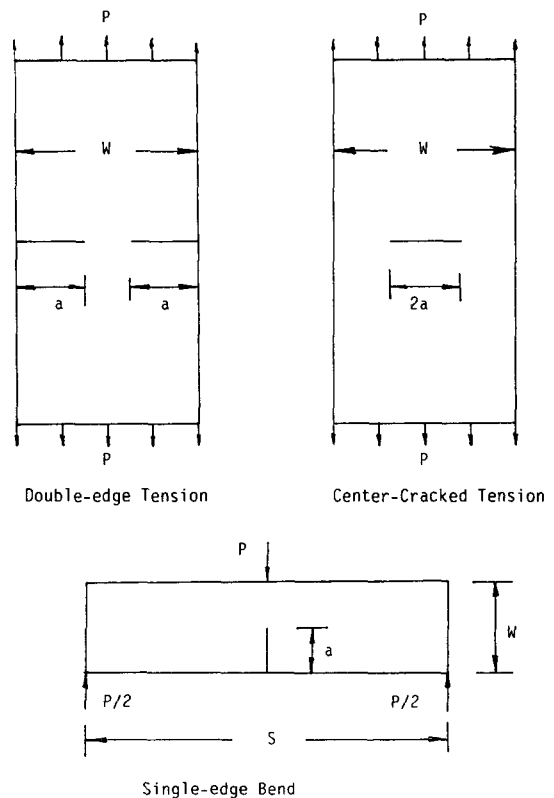


Fig. 2 Specimen configurations of FEM analysis

면변형 CTOD가 시편의 한계하중에 이르기까지 각 하중단계에 대해 계산되었다. 재료는 von Mises 항복조건을 만족하는 탄성-완전소성의 비경화성 재료이고 시편은 슬립라인장 한계하중해석이 있는 3 종류를 선택하였다. 즉 인장을 받는 양측 균열 시편, 중앙균열 인장시편, 또한 3점 굽힘시편이다. 해석영역은 대칭으로 인장시편의 경우 1/4 영역을

취하고 굽힘시편의 경우 반쪽영역을 취하였다. 해석영역의 크기와 유한요소망이 Fig. 3에 있고 8개 절점요소를 사용하였으며 전체 요소수는 254개 절점수는 831개이고 사용된 프로그램은 NONSAP⁽¹⁴⁾이다. 균열선단부근의 변형계산에 두 종류의 요소망이 구성되었다. 하나는 균열길이 30.1 mm로서 선단반경이 0.1 mm이고 다른 하나는 균열선단반경의 균열전면에 있는 13개 절점을 모두 반경중심으로 옮겨서 같은 좌표를 갖게 한 균열길이 30.0 mm의 날카로운 균열이다. 탄성성계수 207 GPa, 유동응력 $\sigma_0=600$ MPa, 푸아송비 0.3을 가진 비경화성 재료에 대해 계산되었다. 부하단계는 한계하중 P_0 (3점 굽힘시편 550 N, 양측균열시편 13272 N, 중앙균열 시편 6912 N)에 대한 비값으로 표시하였다. Fig. 4는 양측균열의 인장시편에서 0.1 mm 선단반경과 날카로운 균열선단의 한쪽 균열면의 계산된 변형을 각각의 하중단계에 대해 비교적으로 보여준다. 초기균열반경이 있는 경우 큰 부하에서 균열전면의 변위가 불규칙적으로 확대되어 있음을 볼 수 있다. 따라서 CTOD는 연구자의 주관적 정의에 따라 많은 차이가 있을 수 있다. 그러나 이러한 균열전면의 확대된 변형이 균열전면 부근에 한정되어 있고 날카로운 균열선단에서는 확대된 변형

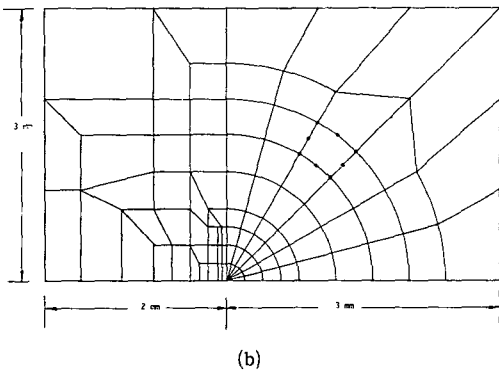
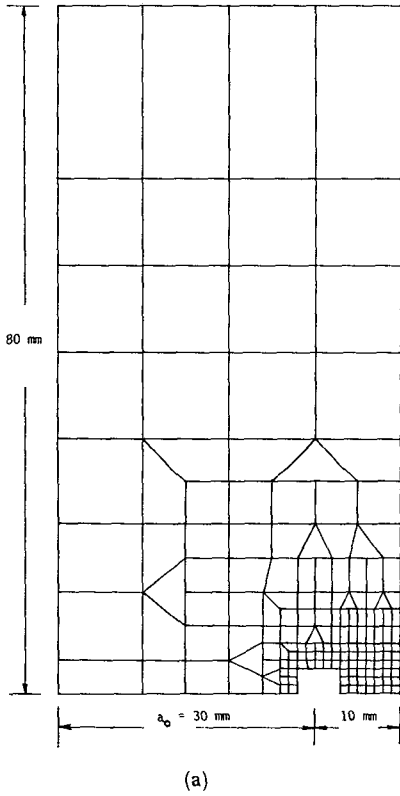


Fig. 3 (a) Finite element mesh
(b) Finite element mesh near the crack tip

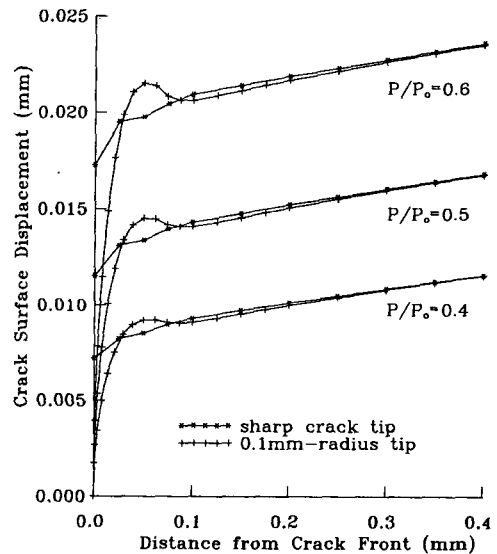


Fig. 4 Comparison of crack surface displacements of a sharp crack tip and round crack tip for a double-edge cracked tension specimen under each load level

은 나타나지 않는다. 초기균열선단에 대한 이 두 종류의 계산에서 CTOD의 정의가 도출될 수 있다. 즉 균열전면 부근을 제외한 직선균열면의 연장선이 균열전면에서 균열선에 수직이 되게 세운 축선과 만나는 점으로 정의한다. 큰 하중에서는 변형된 균열면의 직선부분이 분명하지만 작은 하중에서는 약간의 곡선변형으로 CTOD 결정에 오차가 생길 수 있다. 그래서 본 연구에서는 균열전면에서 거리 0.1 mm를 제외한 균열선단부근의 균열면 변형을 3차 다항식의 곡선점근식(curve fitting)으로 표시하고 이것이 균열전면에서 세운 수직선과 만나는 점에서 CTOD를 정의하였다. 균열길이 30.0 mm의 날카로운 선단의 변형과 점근곡선이 양측균열 인장시편, 3점 굽힘시편, 중앙균열 인장시편에 대해 Figs. 5, 6, 7에 각각 주어져 있다. 여기서는 균열전면의 불규칙한 확대변형이 생기지 않는다. 계산된 CTOD는 대체로 초기균열선단의 모양에 좌우되지 않으므로 정당한 정의로 주장될 수 있다. 한가지 특이한 점은 기존의 균열선단변형계산⁽⁶⁾에서는 주로 소규모 하중범위가 연구되어졌는데 이때 사용된 균열전면에서 $\pm 45^\circ$ 경사선의 교점으로 정의된 CTOD는 초기선단반경의 선택에 따라 많은 차이가 생긴다. Figs. 5, 6, 7의 점근곡선과 수직축의 교점에서 정

의된 CTOD 값과 식(17)이 전체 하중영역에서 가장 작은 오차를 가지도록 식(17)의 계수값을 시행착오로 결정할 수 있다.

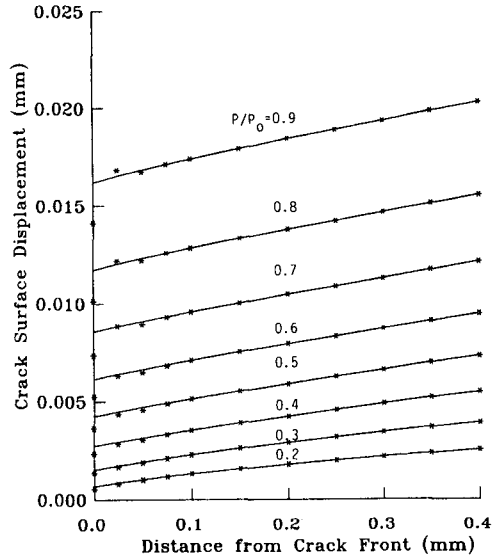


Fig. 6 Crack surface displacement of FEM calculation and the line of curve fitting for a single-edge bend specimen of a sharp crack tip under each load level

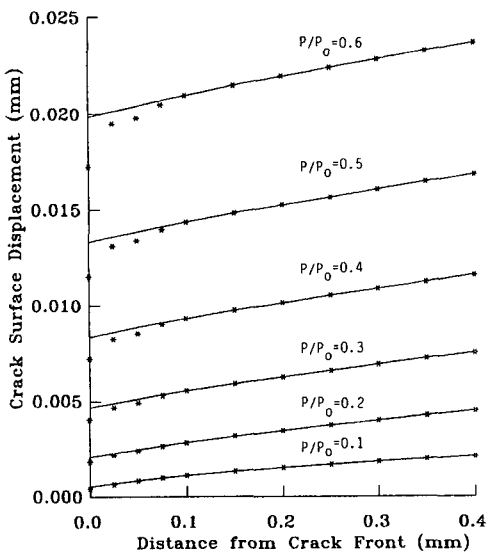


Fig. 5 Crack surface displacement of FEM calculation and the line of curve fitting for a double-edge cracked tension specimen of a sharp crack tip under each load level

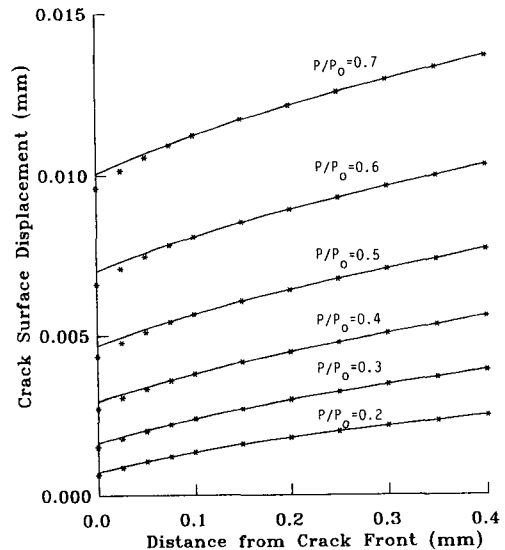


Fig. 7 Crack surface displacement of FEM calculation and the line of curve fitting for a center-cracked tension specimen of a sharp crack tip under each load level

Table 1 Ratio of calculated CTOD in FEM to the CTOD of the suggested equations

Load Level P/P_0	Double Edge Tension	Single Edge 3-pt Bend	Center Cracked Tension
0.1	1.038		
0.2	1.000	1.027	1.052
0.3	0.998	1.036	1.023
0.4	0.989	1.025	1.005
0.5	0.989	1.001	0.995
0.6	0.996	0.980	0.994
0.7	1.042	0.974	0.999
0.8		0.979	1.001
0.9		1.016	1.057

양측균열 인장시편의 경우,

$$V_i = \frac{9.0}{\pi^2} \frac{\epsilon_0}{\sigma_0^2} P_0^2 f(a)^2 \ln \left[\sec \left(\frac{\pi P}{2.8 P_0} \right) \right] \quad (20)$$

3점 굽힘시편의 경우,

$$V_i = 8.6 \pi^2 \frac{\epsilon_0}{\sigma_0^2} P_0^2 f(a)^2 \ln \left[\sec \left(\frac{\pi P}{2.8 P_0} \right) \right] \quad (21)$$

중앙균열 인장시편의 경우,

$$V_i = \frac{7.4}{\pi^2} \frac{\epsilon_0}{\sigma_0^2} P_0^2 f(a)^2 \ln \left[\sec \left(\frac{\pi P}{2.5 P_0} \right) \right] \quad (22)$$

이들 식은 모두 작은 부하하중에서 소규모항복의 식(13)에 접근하며 이때 계수는 대략 $\beta=0.6$ 이다. Table 1은 유한요소 계산의 CTOD에 대한 위식의 CTOD값의 비를 나타내고 이로써 위식의 CTOD가 광범위한 하중범위에서 큰 오차없이 사용될 수 있음을 알 수 있다. 위식의 하중항에서 평면변형 Dug-

dale 항복영역의 평균수직응력은 양측균열인장과 3점 굽힘시편에서 $1.4\sigma_0$ 이고 중앙균열 인장시편에서 $1.25\sigma_0$ 로 들 수 있다.

4. 응용

기계구조용으로 널리 이용되는 탄소강 SM45C의 3점 굽힘실험이 수행되었다. Table 2에서 이 재료의 인장시험에서 얻은 기계적 성질과 본 해석에서 유도된 재료상수가 함께 주어져 있다. 굽힘시편은 두께 $B=10$ mm와 크기 3종류($W=10, 20, 40$ mm)이고 각각의 시편크기에 사용된 부하램(ram)의 곡면의 곡률반경은 2.5, 5.0, 10.0 mm가 되게 하였다. 여러 균열비 a/W 에 대한 파괴하중이 측정되어 본 해석의 이론적 모델에 적용하였다. 재료의 파괴개시인성을 측정할 때에는 될수록 예리한 균열 선단을 갖기 위해 피로균열을 도입하지만 본 실험의 목적상 균일한 초기균열선단 모양을 가져야 한다. 왜냐하면 제안된 이론은 대규모항복까지 적용할 수 있도록 제안되었고 일정한 재료상수와 정확한 초기균열길이의 측정이 필요하기 때문에 절삭균열을 도입하였고 보석세공 실험을 이용하여 선단반경이 0.2 mm가 되도록 가공하였다. 따라서 실험에서 결정된 파괴개시 CTOD V_i 는 피로균열의 V_i 값보다 큰값이 되지만 균열성장저항 상수인 임계 CTOA I_c 값은 초기균열선단반경에 이론적으로 무관한 양이다. 두께 B , 폭 W , 지지점간격 S 의 3점 굽힘시편의 응력강도함수는 균열비 $\lambda=a/W$ 항으로 다음과 같다.

$$K = \frac{3PS}{2BW^{3/2}\sqrt{\lambda}} \left[1.99 - \lambda(1-\lambda) \frac{(2.15 - 3.93\lambda + 2.7\lambda^2)}{(1+2\lambda)(1-\lambda)^{3/2}} \right] \quad (23)$$

Table 2 Mechanical properties of carbon steel SM45C

Yield stress	350 MPa	Elastic modulus	207 GPa
Tensile strength	670 MPa	True fracture stress	907 MPa
Reduction of area	48.3 %	Fracture strain	0.66
Fracture initiation CTOD V_i/ϵ_0			6.4 mm
Crack-growth resistance CTOA I_c/ϵ_0			3.5
Flow stress σ_0			700 MPa

Table 3 Coefficient ζ in the limit-load equation (24) for 3-pt bend specimens of loading contact width $2c$

P/P_0	$c=0$ mm	$W=10$ mm $c=0.7$ mm	$W=20$ mm $c=1.0$ mm	$W=40$ mm $c=1.5$ mm
0.1	1.376	1.430	1.417	1.409
0.2	1.403	1.451	1.435	1.426
0.3	1.417	1.470	1.453	1.443
0.4	1.430	1.493	1.473	1.460
0.5	1.442	1.523	1.493	1.479
0.6	1.453	1.559	1.522	1.500
0.7	1.463	1.627	1.561	1.530
0.8	1.472	1.741	1.639	1.583

3점 굽힘시편의 정확한 한계하중식은 Wu et al.⁽¹⁵⁾에 의하여 계산되었다.

$$P_0 = \zeta \sigma_0 B (W - a)^2 / S \quad (24)$$

여기서 계수 ζ 는 균열비 a/W 에 따라 약하게 변하는 값으로 Table 3에 주어지고 근사다항식으로 표시하여 이용할 수 있다.

파괴실험 데이터를 이용하여 파괴저항에 관련된 Table 2의 재료상수를 결정하기 위해 임의의 재료상수 ($I_c/\epsilon_0 = 3.0$, $V_i/\epsilon_0 = 10.0$ mm, $\sigma_0 = 600$ MPa)에 대한 초기균열비 0.2~0.7의 3점 굽힘시편의 계산된 균열성장과 하중변화가 Figs. 8, 9에 도시되어 있다. 이들의 관찰에서 Fig. 8의 큰 시편과 Fig. 9의 작은 시편의 파괴거동 사이에 하중이나 균열성장에 대한 비례관계가 성립하지 않는다. 또 다른 특징은 시편의 균열비 a/W 가 클수록 또한 시편의 크기가 작을수록 균열성장이 작으며 파괴개시 하중과 최대하중의 차이가 작으며 한계하중에 근접한다. 따라서 큰 균열비의 작은시편에 대한 파괴하중을 한계하중식에 적용하여 재료의 유효유동응력 (effective flow stress)를 결정할 수 있다. 이러한 유효응력의 결정은 종래의 항복강도와 인장강도의 중간값에 비해 더 많은 실험적 정당성을 가지고 있다. 3점 굽힘시편의 한계하중식은 하중점착이 선점착일때 Wu et al.⁽¹⁵⁾에 의해 주어져 있지만 실험에서 점착은 면점착이므로 새로운 한계하중식이 필요하다. 이러한 면점착하중은 대부분의 파

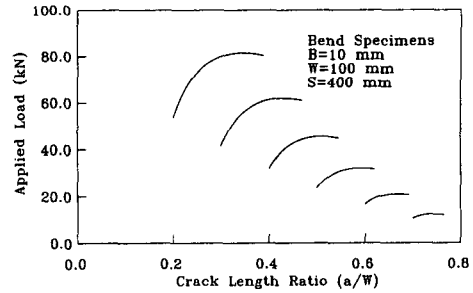


Fig. 8 Calculated load versus crack extension for a single-edge cracked bend specimen of material constants of $I_c/\epsilon_0 = 3.0$, $V_i/\epsilon_0 = 10.0$ mm and $\sigma_0 = 600$ MPa

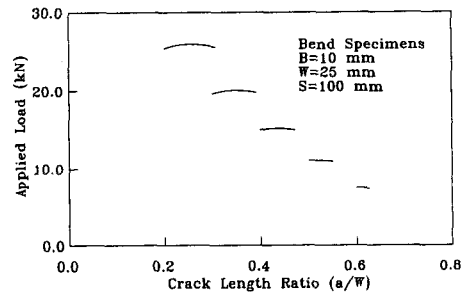


Fig. 9 Calculated load versus crack extension for a single-edge cracked bend specimen of material constants of $I_c/\epsilon_0 = 3.0$, $V_i/\epsilon_0 = 10.0$ mm and $\sigma_0 = 600$ MPa

괴시험에서 간과되어 온 문제로서 균열길이가 클수록 영향이 커진다. 샤르피시편에 대한 면점착시의 한계하중이 Ewing⁽¹⁶⁾에 의해 계산되었는데 점착면적이 클수록 한계하중도 커진다. 실험시편에서 점착흔적을 조사한 결과 점착길이가 각 시편에서 대체로 일정하였는데 $W=10, 20, 40$ mm에 대해 각각 하중점착폭이 1.4, 2.0, 3.0 mm이었다. 대체로 일정한 이유는 짧은 균열은 큰하중을 받지만 굽힘각이 작고 긴 균열은 작은 하중을 받지만 굽힘각이 커다. 이들 점착길이에 대한 한계하중은 Ewing⁽¹⁶⁾의 슬립라인장 방법으로 계산된 값이 Table 3에 있다. 파괴실험의 결과가 Table 4에 있고 이 중에서 샤르피시편 크기의 균열길이 $a_0 = 7.1$ mm에 대해 한계하중식을 적용하여 $\sigma_0 = 700$ MPa이 얻어졌다. 이 값은 인장강도 670 MPa 보다 커지만 파괴진응력 907 MPa 보다 작다. 따라서 본 해석에서는 이 유효유동응력 (effective flow stress)을 종래

의 응력강도 값에서 독립적인 상수로 간주한다. 다른 두 상수 즉 임계 CTOA I_c 와 파괴개시 CTOD V_i 는 식(18)의 적분이 실험파괴하중에 도달하도록 시행착오법(experimental correlation)으로 결정한다. 파괴개시의 V_i 값을 실험적으로 직접 측정하

려는 노력이 많았고 이에 대한 시험표준 ASTM E-1290-89이 있다. A533(B)강과 A572(55)강에 대한 여러 실험실간의 자료(ASM RR : E-24-1013)가 있으나 일관된 결과의 도출이 어렵다. 이는 V_i 값이 초기균열의 상태에 의존하며 또한 실험상 균열성장의 시작점을 정의하기가 어렵고 또한 균열입구의 변위로부터 소성현지를 이용하여 균열선단의 변위를 계산하는 것은 정확한 균열면 변위가 얻어진 언급된 유한요소계산에서도 쉽지 않다. 임계 CTOA I_c 값의 직접 측정도 현재 가능하지 않다. 왜냐하면 이는 Fig. 1에서 설명한대로 미소균열진행에 필요한 미소 CTOD 증분의 비 값이고 임계상태에서 지나가는 순간의 값이기 때문이다. 또한 초기균열선단에 대한 열림각은 식(6)의 양이므로 I_c 와 무관하다. 본 해석에서는 먼저 I_c 와 V_i 값의 존재를 가정하고 이 값에서 발생하는 다른 측정 가능한 물리적양(하중이나 변위)에서 간접적으로 결정한다. 균열성장이 있는 2개 이상의 파괴시편의 하중을 이용하여 식(18)에서 이들 값을 결정할 수 있고, 재료시험시편으로는 한계하중식이 있는 큰 시편과 인장과 굽힘의 다른 부하형태의 시편을 사용하는 것이 바람직하다. 결정된 상수가 Table 2에 주어져 있다. 이들 재료상수를 이용하여 계산된 파괴하중이 Table 4에 실험파괴하중과 비교되어 있는데 좋은 일치율을 보여주고 있다. 이로써 대규모 항복의 탄소성파괴해석이 선형탄성 파괴역학방법의 적용만큼 용이해졌다.

4. 결 론

평면변형 탄소성 파괴해석방법이 이론적 엄밀성보다 공학적 응용에 목적을 두고 개발되었다. 균열성장조건으로 임계 CTOA를 사용하였고 균열선단의 항복변형은 Dugdale 모델의 일반화된 함수형이 사용되고 유한요소계산에 따라 계수가 조정되었다. 이때 CTOD는 균열면 변형의 곡선점근식을 이용하여 정의되었으며 이는 초기균열선단 반경에 무관하다. 탄소강 SM45C에 대한 3점 굽힘파괴실험이 수행되었다. 하중점의 접촉면을 고려한 한계하중이 슬립라인장으로 계산되었는데 접촉면적이 클수록 균열비가 클수록 증가한다. 작은 시편에서 균열비가 큰 경우 최대하중은 한계하중에 이르고 실험하중과 비교하여 재료의 유효유동응력이 결정되었다. 유동응력이외에 해석에 필요한 재료상수는 균열개

Table 4 Comparison of test (ambient temperature) failure loads on 3pt-bend specimens of carbon steel SM45C with calculated maximum loads

B (mm)	W (mm)	S (mm)	a_0 (mm)	$P_{max}(test)$ (kN)	$P_{max}(cal.)$ kN
10.0	10.0	40.0	2.7	12.03	12.11
10.0	10.0	40.0	3.3	10.60	10.36
10.0	10.0	40.0	4.4	7.69	7.60
10.0	10.0	40.0	4.9	6.56	6.50
10.0	10.0	40.0	5.5	4.98	5.29
10.0	10.0	40.0	5.8	4.42	4.72
10.0	10.0	40.0	6.6	3.21	3.22
*10.0	10.0	40.0	7.1	2.40	2.39
10.1	20.1	80.0	8.2	14.09	13.63
10.2	20.1	80.0	9.6	11.01	11.02
10.1	20.1	80.0	11.2	7.99	8.28
10.2	20.1	80.0	12.5	6.23	6.29
10.1	20.1	80.0	14.0	4.19	4.39
10.1	20.1	80.0	15.6	2.55	2.71
10.2	20.1	80.0	16.8	1.41	1.66
10.0	39.8	160.0	11.0	33.34	34.20
*10.1	39.8	160.0	13.3	28.69	28.71
*10.1	39.8	160.0	15.6	24.50	24.30
10.1	40.0	160.0	20.5	16.73	16.15
10.1	39.9	160.0	24.3	11.08	10.73
10.1	39.9	160.0	31.8	3.59	3.44
10.1	39.9	160.0	33.4	2.41	2.39
10.1	40.0	160.0	34.8	1.61	1.68

* Specimens used to evaluate the material constants

시 CTOD, 임계 CTOA로서 실험 파단하중과 계산 최대하중을 비교하여 결정한다. 균열진행에 대한 하중의 변화가 계산되었고 최대하중에 대한 균열비와 시편크기의 영향이 논의되었다. 크기가 다른 여러 균열비의 시편의 파단하중이 계산하중과 좋은 일치를 보여주었다. 재료상수 결정을 위한 실험과 파괴예측을 위한 계산이 같은 수식에 기초하여 이루어지므로 편리한 방법이다.

후 기

본 연구는 1991년도 한국과학재단의 일반 기초연구비 지원(과제번호 911-0907-032-2)으로 수행되었으며 관계제위에 감사를 드린다.

참고문헌

- (1) Kanninen, M. F. and Popelar, C. H., 1985, *Advanced Fracture Mechanics*, Oxford University Press, N. Y.
- (2) Broek, D., 1988, *The Practical Use of Fracture Mechanics*, Kluwer Academic Pub., The Netherlands.
- (3) Kumar, V., German, M. D., and Shih, C. F., 1981, "An Engineering Approach for Elastic-Plastic Fracture Analysis," EPRI Topical Report NP-1931, Electric Power Research Institute, Palo Alto, CA.
- (4) Dugdale, D. S., 1961, "Yielding of Steel Sheets Containing Slits," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 8, pp. 100~108.
- (5) Harrison, R. P., Loosemore, K. and Molne, I., 1976, "Assessment of the integrity of Structures Containing Cracks," CEBG Report No. R/H/R6, Central Electricity Generating Board, United Kingdom.
- (6) Kanninen, M. F., Rybicki, E. F., Stonesifer, R. B., Broek, D., Rosenfield, A. R., Marschall, C. W. and Hahn, G. T., 1979, "Elastic-Plastic Fracture Mechanics for Two-Dimensional Stable Crack Growth and Instability Problems," in *Elastic-Plastic Fracture*, ASTM STP 668, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 121~150.
- (7) de Koning, A. U., 1978, "A Contribution to the Analysis of Quasi-Static Crack Growth," *Proceedings of the 4th International Conference on Fracture*, Pergamon Press, Oxford, U. K., Vol. 3A, pp. 25~31.
- (8) Shih, C. F., 1981, "Relationships between the J-Integral and the Crack Opening Displacement for Stationary and Extending Cracks," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 29, No. 4, pp. 305~326.
- (9) Gu, I., 1992, "An Engineering Approach for Crack-Growth Analysis of 2024-T351 Aluminum Alloy," in *Fracture Mechanics: Twentysecond Symposium*, ASTM STP 1131-II, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 246~256.
- (10) Ernst, H. A., Paris, P. C., Rossow, M., and Hutchinson, J. W., 1979, "Analysis of Load-Displacement Relationships to Determine J-R Curve and Tearing Instability Material Properties," in *Fracture Mechanics*, ASTM STP 677, pp. 581~599.
- (11) Heald, P. T., Spink, G. M. and Worthington, P. J., 1972, *Materials Science and Engineering*, 10, pp. 129~138.
- (12) de Wit, R., 1983, "A Review of Generalized Failure Criteria Based on the Plastic Yield Strip Model," in *Fracture Mechanics: Fourteenth Symposium (Vol. I)* ASTM STP 791, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 24~50.
- (13) Burdekin, F. M. and Stone, D. E. W., 1966, "The Crack Opening Displacement Approach to Fracture Mechanics in Yielding," *Journal of Strain Analysis*, Vol. 1, pp. 145~153.
- (14) Bathe, K. J., Wilson, E. L., and Iding, R. H., 1974, *NONSAP*, Univ. of California. Berkeley.
- (15) Wu, S-X, Cotterell, B. and Mai, Y-W, "Slipline Field Solutions for Three-Point Notch-Bend Specimens," *Int. J. Fracture*, 37, 1988, pp. 13~29.
- (16) Ewing, D. J. F., 1968, "Calculations on the Bending of Rigid/Plastic Notched Bars," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 16, pp. 205~213.