

위상변이간섭법에서 기준위상 결정을 위한 새로운 알고리즘 개발

한건수 · 김승우

한국과학기술원 정밀공학과

(1993년 11월 2일 받음)

위상변이간섭법(phase-shifting interferometry)의 측정정도는 광원의 불안정성, CCD센서의 비선형성, 열팽창, 기계적 진동과 위상변이기(phase shifter)의 위치결정정도 등에 의해 영향을 받는다. 위상변이간섭법에서 형상을 측정하기 위해 사용되는 이론적인 기준위상(theoretical reference phase)은 위상변이기의 이동오차와 광경로차에 변화를 주는 열팽창, 기계적 진동 등에 의해서 실제의 기준위상(actual reference phase)과 다르게 되고 이것은 측정에 심각한 오차를 야기시킨다. 이러한 종류의 위상측정오차를 제거하기 위해 본 연구에서는 최소자승법과 반복연산법을 사용하여 간섭무늬의 광강도로부터 직접 기준위상을 구하고, 이를 이용하여 위상을 산출하는 방법이 제안되었다.

I. 서 론

위상변이간섭법(phase-shifting interferometry)은 비접촉식이고 측정정도가 높아 표면의 삼차원형상을 측정하기 위해 많이 이용되고 있다.^[1-3] 위상변이간섭법에는 여러가지 형태의 간섭계가 사용되고 있으나, 그 기본원리는 측정표면과 기준표면에서 반사된 두 광속의 중첩으로 인해 생성되는 간섭무늬를 이용하여 측정표면의 높이정보를 가지고 있는 위상을 구하는 것이다. 위상을 구하기 위해서는 3개 이상의 다른 간섭무늬가 필요하고 이를 위해 위상변이기로 기준표면 또는 측정표면을 이동시켜 두 광속의 광경로차에 변화를 주어야 한다.

위상은 간섭무늬들로부터 측정된 광강도와 이론적으로 결정된 기준위상에 의존해서 측정하므로 측정정도를 향상시키기 위해 위상변이기를 보정하는 것은 매우 중요하다. 이것에 대한 연구는 위상변이기를 선형으로 가정하여 Koliopoulos,^[4] Cheng^[5] 등에 의해 수행되었다. 그러나 위상변이기로 많이 사용되는 PZT는 일반적으로 비선형특성을 가지고 있고 온도등의 측정환경에 따라 민감도(sensitivity)가 달라지므로 보정을 한후 사용하더라도 그 오차는 완전히 제거되지 않는다.

위상 측정정도 향상을 위해 PZT로 인한 위상측정오차를 보정하는 방법들도 연구되었다.^[5-9] Cheng^[5]과 Carré^[9] 등은 간섭무늬들 사이의 위상차가 등간격임을 가

정하여 위상을 구하였고, Schwider^[6] 등은 $\pi/2$ 위상이 지연되어 획득된 두 간섭무늬들로부터 위상을 측정한 후 그것을 평균하여 측정정도를 향상시켰다.

그러나 실제의 기준위상은 PZT의 이동량뿐만 아니라 열팽창과 기계적 진동 등 광경로차에 변화를 주는 여러가지 요인에 의해 결정되므로 이러한 방법으로는 기준위상오차에 의한 위상측정오차를 제거할 수 없다. 이러한 문제에 대한 해결책으로 Kinnstaetter^[10] 등은 반복연산법과 푸리에급수를 사용하여 간섭무늬로부터 직접 기준위상을 구하고 그 오차를 보정하는 방법을 제안했다. 이 방법은 푸리에급수를 사용하므로 기준위상을 구하기 위해서는 많은 수의 간섭무늬를 사용해야 하고, PZT를 계속 반복적으로 보정하는 과정이 필요하다. 그리고 측정된 기준위상도 항상 오차를 가지게 된다.

일반적으로 간섭무늬사이의 위상차는 PZT의 비선형성과 원하지 않는 광경로차의 변화로 인하여 한 주기에 걸쳐 등간격이 아니므로 본 연구에서는 최소자승법과 반복연산법을 사용하여 측정된 간섭무늬의 광강도로부터 직접 기준위상을 구하고, 이를 이용하여 위상을 산출하는 방법이 제안되었다.

II. 위상변이간섭법의 기본원리

그림 1은 위상변이간섭법의 기본원리를 나타낸다. 측

정표면과 기준표면에서 반사되어 나온 두 광속의 중첩으로 인해 생성된 간섭무늬로부터 측정된 광강도는 다음과 같이 표현 된다.

$$I(x, y) = A^2(x, y) + B^2(x, y) + 2A(x, y)B(x, y)\cos\phi(x, y) \quad (1)$$

여기서 $A(x, y)$ 와 $B(x, y)$ 는 각각 측정광속과 기준광속의 파두면 진폭, $\phi(x, y)$ 는 측정위상 그리고 (x, y) 는 측정점의 좌표이다. 식 (1)은 3개의 미지수를 가지고 있으므로 하나의 광강도만으로는 위상 $\phi(x, y)$ 를 결정할 수 없다. 따라서, 위상변이간섭법에서는 측정표면 또는 기준면을 임의의 위상만큼 이동시켜 여러개의 간섭무늬를 얻고, 이로부터 위상 $\phi(x, y)$ 를 결정하는 방법을 사용한다. 이때 간섭무늬를 얻는 방법에 따라 phase-stepping방법과 integral-bucket방법이 있으며, 측정된 광강도는 다음과 같이 표현할 수 있다.^[11]

$$I_j(x, y) = D(x, y)\{1 + \gamma(x, y)\text{sinc}(\Delta/2)\cos[\phi(x, y) + \delta_j]\} \\ = D(x, y)\{1 + V(x, y)\cos[\phi(x, y) + \delta_j]\} \quad (2) \\ (j = 1, 2, \dots)$$

여기서 $D(x, y)$ 는 평균광강도(mean intensity), $V(x, y)$ 는 가시도(visibility), $\phi(x, y)$ 는 측정할 위상 δ_j 는 기준위상, Δ 는 광강도가 측정되는 동안 위상변이량이다. Δ 는 phase-stepping방법에서는 0과 같고 기준면을 연속적으로 이동시키는 integral-bucket방법에서는 간섭무늬들 사이의 위상차, 즉 기준위상과 같으므로 integral-bucket방법은 phase-stepping방법보다 가시도는 작아진다.^[7] 그러나 위상을 계산하는 방법은 동일하다. 식(2)는 임의의 한점(x_0, y_0)에서 다음과 같이 표현할 수 있다.

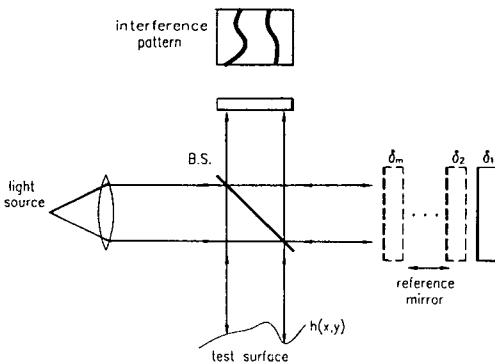


그림 1. Optical configuration for phase-shifting interferometer.

$$I_j = D + DV\cos(\phi + \delta_j) \\ = D + DV\cos\phi\cos\delta_j - \sin\phi\sin\delta_j \quad (3)$$

식 (3)에서 기준위상 δ_j 를 0에서 2π 까지 등간격으로 m 단계 변화시킬 경우 푸리에급수로부터 위상 ϕ 는 다음과 같이 된다.

$$\phi = -\tan^{-1} \frac{\sum_{j=1}^m I_j \sin\delta_j}{\sum_{j=1}^m I_j \cos\delta_j} \quad (4)$$

여기서

$$\delta_j = (j-1) \frac{2\pi}{m}, \quad (j=1, \dots, m) \text{이다.}$$

식 (4)는 위상변이간섭법의 기본식이고 지금까지 제시된 방법의 대부분을 표현하고 있다. 식 (4)와 다른 방법으로, Carré^[9]는 기준위상 δ_j 가 임의의 등간격인 경우 위상 ϕ 를 계산하는 식을 다음과 같이 제안하였다.

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{[3(I_2 - I_3) - I_1 - I_4][(I_2 - I_3) + (I_1 - I_4)]}}{(I_2 + I_3) - (I_1 + I_4)} \quad (5) \\ (\delta_j = (j-1)\delta_0)$$

식(4)와 (5)는 위상 ϕ 를 구하는 방법은 틀리지만 두 방법 모두 기준위상 δ_j 의 오차에 의한 위상측정오차는 존재한다.

III. 최소자승법과 반복연산법을 이용한 기준위상 결정

위상변이간섭법의 기본개념은 식 (2)로 표현되는 간섭무늬의 광강도와 이론적으로 결정된 기준위상으로부터 위상 ϕ 를 결정하는 것이다. 그러나 기준위상을 미지수로 두면 미지수 ($D, V, \phi, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_m$)가 식의 수 (m)보다 항상 2개 많게 되어 식 (2)를 만족하는 유일해를 구할 수 없다. 따라서 측정된 간섭무늬의 광강도로부터 기준위상 ($\delta_2, \delta_3, \dots, \delta_m$)을 구하고, 이것을 기준으로하여 위상 ϕ 를 구하기 위해서는 더 많은 식이 필요하다. 위상변이간섭법에서 측정영역내의 모든 측정점은 동일한 기준위상을 가진다고 가정할 수 있으므로 n 개의 임의의 측정점에서 측정된 광강도는 다음과 같이 표현된다.

$$I_{i,j} = D_i + D_i V_i \cos(\phi + \delta_j) \quad (6) \\ (i = 1, \dots, n \quad j = 1, \dots, m)$$

여기서 $I_{i,j}$ 는 j 번째 간섭무늬에서 측정점 i 의 광강도이고, D_i, V_i, ϕ 는 측정점 i 의 평균광강도, 가시도, 위상이며, δ_j 는 j 번째 간섭무늬의 기준위상 ($\delta_1 = 0$)이다. 식 (6)에서

C_i, S_i 를

$$\begin{aligned} C_i &= D_i V_i \cos \phi \\ S_i &= D_i V_i \sin \phi \end{aligned} \quad (7)$$

로 정의하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} I_{i,j} &= D_i + D_i V_i \cos(\phi + \delta_j) \\ &= D_i + D_i V_i \cos \phi \cos \delta_j - D_i V_i \sin \phi \sin \delta_j \\ &= D_i + C_i \cos \delta_j - S_i \sin \delta_j \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)에서 식의 수는 $n \times m$ 개이고 미지수 C_i, S_i, δ_j 의 수는 $3n \times m - 1$ 개 이므로 유일해를 구하기 위한 필요조건은 다음과 같이 된다.

$$n \geq 1 + \frac{2}{m-3} \quad (9)$$

위의 조건을 만족하면 최소자승법을 사용하여 미지수들을 결정할 수 있고 이를 위해 오차함수 ϵ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\epsilon = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (I_{i,j} - \hat{I}_{i,j})^2 \quad (10)$$

여기에서 $\hat{I}_{i,j}$ 는 j 번째 간섭무늬로부터 측정된 측정점 i 의 광강도이다.

식(8)을 식(10)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \epsilon &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (D_i + C_i \cos \delta_j - S_i \sin \delta_j - \hat{I}_{i,j})^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \epsilon_i = \sum_{j=1}^m \epsilon_j \end{aligned} \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} \epsilon_i &= \sum_{j=1}^m (D_i + C_i \cos \delta_j - S_i \sin \delta_j - \hat{I}_{i,j})^2 \\ \epsilon_j &= \sum_{i=1}^n (D_i + C_i \cos \delta_j - S_i \sin \delta_j - \hat{I}_{i,j})^2 \end{aligned}$$

이다. 오차함수 ϵ 를 최소화하는 D_i, C_i, S_i, δ_j 를 구하기 위해 각각 다음과 같이 편미분한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon}{\partial D_i} &= \frac{\partial \epsilon}{\partial C_i} = \frac{\partial \epsilon}{\partial S_i} = \\ \frac{\partial \epsilon_i}{\partial D_i} &= \frac{\partial \epsilon_i}{\partial C_i} = \frac{\partial \epsilon_i}{\partial S_i} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \delta_j} = \frac{\partial \epsilon_j}{\partial \delta_j} = 0 \quad (13)$$

식 (12)을 정리하면 다음과 같은 3×3 행렬식이 유도된다.

$$\begin{bmatrix} D_i \\ C_i \\ -S_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & \Sigma \cos \delta_j & \Sigma \text{sub} \delta_j \\ \Sigma \cos \delta_j & \Sigma (\cos \delta_j)^2 & \Sigma \cos \delta_j \sin \delta_j \\ \Sigma \sin \delta_j & \Sigma \cos \delta_j \sin \delta_j & \Sigma (\sin \delta_j)^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Sigma \hat{I}_{i,j} \\ \Sigma \hat{I}_{i,j} \cos \delta_j \\ \Sigma \hat{I}_{i,j} \sin \delta_j \end{bmatrix} \quad (i=1, 2, 3, \dots, n) \quad (14)$$

여기서

$$\Sigma = \sum_{j=1}^m$$

이고, 식 (13)을 정리하면

$$A_1 \cos \delta_j + A_2 \sin \delta_j + A_3 \cos 2\delta_j + A_4 \sin 2\delta_j = 0 \quad (15)$$

$(j=2, 3, \dots, m)$

이 된다. 여기서

$$A_1 = \sum_{i=1}^n (\hat{I}_{i,j} - D_i) S_i$$

$$A_2 = \sum_{i=1}^n (\hat{I}_{i,j} - D_i) C_i$$

$$A_3 = - \sum_{i=1}^n C_i S_i$$

$$A_4 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (S_i^2 - C_i^2)$$

이다. 식 (14)은 기준위상 δ_j 가 결정되면 각 측정점들의 오차함수 ϵ_j 를 최소화하는 D_i, C_i, S_i 를 구하는 식이며, 식 (15)은 모든 측정점들의 D_i, C_i, S_i 가 결정되면 기준 위상들의 오차함수 ϵ_j 를 최소화하는 δ_j 를 구하는 식이므로 다음과 같은 과정의 반복연산법을 사용하여 식 (14)과 (15)를 만족하는 해를 구한다.

단계 1: 기준위상을 임의의값 δ_j^0 로 가정한다.

단계 2: δ_j^k 를 식 (14)에 대입하여 오차함수 ϵ_j 를 최소화하는 D_i^k, C_i^k, S_i^k 를 구한다.

단계 3: 과정 2에서 구한 D_i^k, C_i^k, S_i^k 를 식 (15)에 대입하여 오차함수 ϵ_j 를 최소화하는 δ_j^{k+1} 를 구한다.

단계 4: $|\delta_j^{k+1} - \delta_j^k| \leq \xi$ 를 만족할 때까지 단계 2, 3을 반복한다.

단계5: δ_j^{k+1} 를 식 (14)에 대입하여 오차함수 ϵ 를 최소화하는 C_i^{k+1}, S_i^{k+1} 를 구한 후 위상 ϕ 를 결정한다.

$$\left(\phi = \tan^{-1} \frac{S_i^{k+1}}{C_i^{k+1}} \right)$$

식 (11)의 오차함수 ϵ 을 최소화하는 해는 두개가 존재한다. $S_i \sin \delta_j$ 와 $-S_i \sin(-\delta_j)$ 의 값은 동일하므로 구하고자 하는 목표해를 $[D_i, C_i, S_i, \delta_j]$ 로 하면 그 공액해 $[D_i, C_i, -S_i, -\delta_j]$ 도 식 (11)의 오차함수 ϵ 을 최소화하는 해이다. 그러므로 위에서 제안한 반복연산법으로 측정하는 기준위상의 수렴위치에 따라 다음과 같이 크게 세가지로 나누어 생각할 수 있다.

(1) 측정된 기준위상이 목표해 δ_j 로 수렴할 경우 측정된 해의 집합은 $[D_i, C_i, S_i, \delta_j]$ 로 되어 원하는 위상 ϕ 의 최적해를 구할 수 있다.

(2) 측정된 기준위상이 목표해의 반대방향인 $-\delta_j$ 로 수렴할 경우 측정된 해의 집합은 공액해 $[D_i, C_i, -S_i, -\delta_j]$ 로 되고, 그 결과 계산된 위상 ϕ 는 원하는 값과 반대부호($\phi = \tan^{-1}[-S_i/C_i]$)를 가지게 되며 측정된 표면형상은 반전된다.

(3) 측정된 기준위상이 $\delta_j, -\delta_j$ 외의 임의의 값 δ_j' 으로 수렴할 경우 측정된 해의 집합 $[D_i', C_i, S_i', \delta_j']$ 은 오차함수 ϵ 을 최소화하는 해가 아니고, 그 결과 계산된 위상 ϕ 도 구하고자 해가 아니다.

따라서 제안한 반복연산법을 적용하기 위해서는 먼저 측정된 기준위상이 초기값 δ_j^0 에 상관없이 항상 오차함수 ϵ 을 최소화하는 목표해 δ_j 또는 공액해 $-\delta_j$ 로 수렴함을 확인해야 하고, 또 $-\delta_j$ 로 수렴하는 경우를 배제하기 위한 조건을 구해야 한다. 본 연구에서는 반복실험을 통해 이를 확인한다.

오차함수 ϵ 을 최소화하는 기준위상의 해는 두개($\delta_j, -\delta_j$)만 존재하므로 측정된 기준위상이 초기값 δ_j^0 에 상관없이 그 절대값이 항상 동일하면, 즉 다음과 같은 조건을 만족하면 제안한 반복연산법으로 측정된 해는 항상 오차함수 ϵ 을 최소화하는 값으로 수렴한다고 할 수 있다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \delta_j^k \rightarrow \delta_j \text{ or } \lim_{k \rightarrow \infty} \delta_j^k \rightarrow -\delta_j \quad (\forall \delta_j^0) \quad (16)$$

따라서, 본 연구에서는 초기값 δ_j^0 를 여러가지 경우로 가정하여 기준위상들을 구한 후 그 값들을 서로 비교함으로써 해의 수렴성을 확인하고 $-\delta_j$ 로 수렴하는 경우를 배제하기 위한 초기값 δ_j^0 의 가정영역을 검토한다.

IV. 시뮬레이션 및 결과검토

본 연구에서 제안한 기준위상 결정 알고리즘의 해를 구하기 위해 사용한 반복연산법의 타당성을 검토하기 위하여 그림 2와 같은 이상적인 2차원 표면에 대해서 시뮬레이션을 했다. 시뮬레이션 조건은 표 1에서 나타낸 바와 같이 측정점의 수를 200개, 간섭무늬의 수는 5개, 실제의 기준위상은 $\delta_j = 3\lambda(j-1)/40$ 즉 $\delta_1 = 0, \delta_2 = 3\lambda/40, \dots, \delta_5 = 12\lambda/40$ 로 하였다. 반복연산법에서 해의 수렴성을 확인하기 위해 기준위상들을 미지수로 하고 초기값 δ_j^0 을 여러가지로 변화시키면서 가정한 후 기준위상들을 측정하였다. 그림 3은 측정된 기준위상들의 수렴경로를 나타내고 있다. 경로 I은 $\delta_j^0 = \lambda(j-1)/10$, 경로 II는 $\delta_j^0 = \lambda(j-1)/20$ 로 가정하여 기준위상들을 측정된 경우이며 모두다 목표해 δ_j 로 수렴하였다. 그림 4는 초기값 δ_j^0 을 실제의 기준위상과 반대방향으로 가정한 경우이며 측정된 기준위상은 그들의 공액해 $-\delta_j$ 로 수렴하였다. 이상의 시뮬레이션 결과는 측정된 기준위상이 항상 오차함수 ϵ 을 최소화하는 목표해 δ_j 또는 공액해 $-\delta_j$ 로 수렴하지만 초기값 δ_j^0 에 따라 그 수렴위치가 달라짐을 나타낸다. 측정된 기준위상이 $-\delta_j$ 로 수렴하는 경우는 초기값 δ_j^0 이 목표해 δ_j 보다 그 공액해 $-\delta_j$ 에 더 가깝게 가정되었을

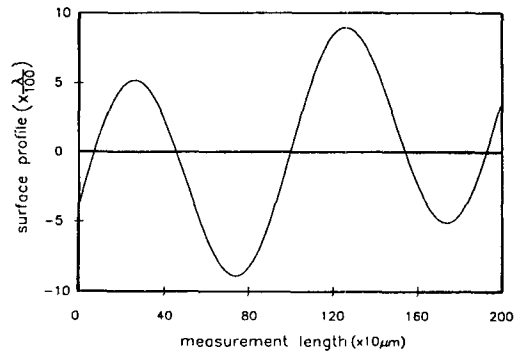


그림 2. An ideal two-dimensional surface profile

표 1. Simulation parameters.

Number of detectors	$n = 200$
Number of buckets	$m = 5$
Actual reference phases	$\delta_j = \frac{3\lambda}{40}(j-1)$ ($j = 1, 2, \dots, 5$)

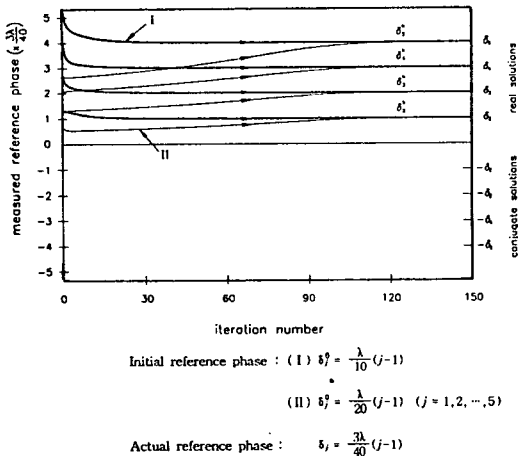


그림 3. Convergence paths of reference phases ($\delta_j^k \rightarrow \delta_j$)

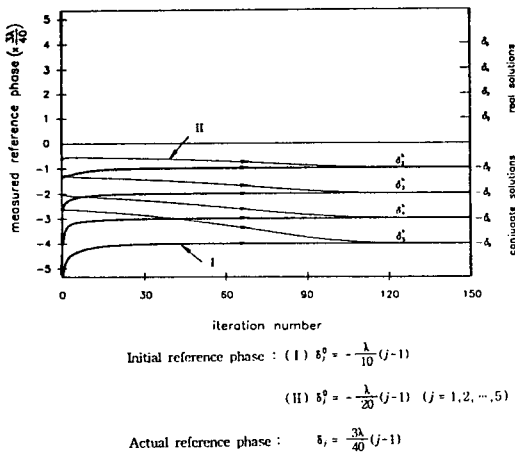


그림 4. Convergence paths of reference phases ($\delta_j^k \rightarrow \delta_j$)

경우에 발생하므로 측정된 기준위상이 목표해 δ_j 로 수렴하기 위해서는 초기값 δ_j^0 가 실제의 기준위상과 같은 방향으로 가정되어야 한다.

위상변이간섭법에서 측정된 위상의 정밀도는 여러가지 요인에 의해 영향을 받는다. 그림 5는 PZT의 일반적인 히스테리시스 곡선을 나타낸다. 이러한 특성을 갖는 PZT를 선형으로 가정하여 위상변이기로 사용하면 실제의 기준위상은 이론적 기준위상과 오차를 가지게 된다. 본 연구에서 제안한 기준위상 결정 알고리즘은 PZT의 비선형성 등에 의해 발생하는 기준위상오차로 인한 측

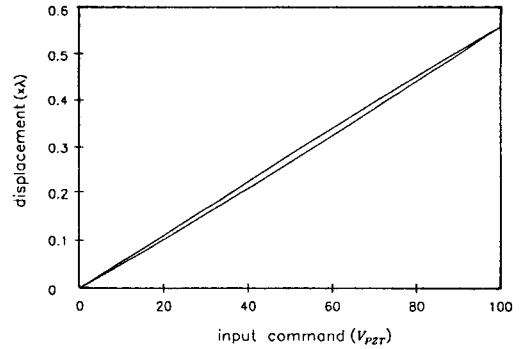


그림 5. An exemplary hysteresis curve of PZT nonlinearity.

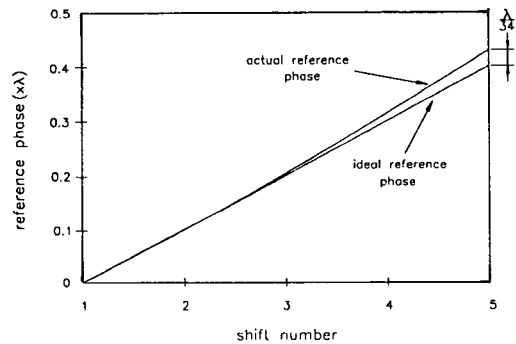


그림 6. Error of reference phase due to PZT nonlinearity.

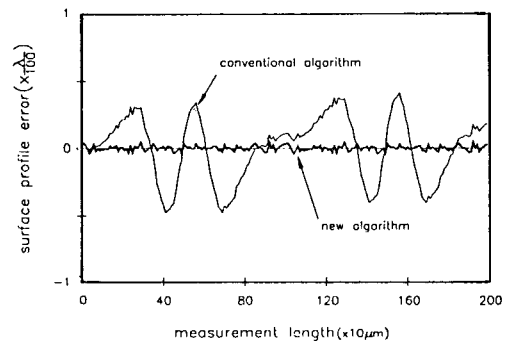


그림 7. Surface profile errors due to reference phase errors.

정오차를 제거하기 위한 것이므로 그 타당성 검토를 위해서 PZT가 그림 6과 같이 보정오차와 약 3%의 비선형성을 가지고 이론적 기준위상과 다르게 이동하였을

경우에 대해서 시뮬레이션하였다. 측정표면의 형상은 그림 2와 같다. 이와 같은 조건에서 식 (4)를 사용하는 기존의 알고리즘과 제안한 기준위상 결정 알고리즘을 사용하여 측정된 표면의 형상측정오차는 그림 7과 같다. 기존의 알고리즘의 경우 약 $\lambda/200$ 의 최대 형상측정오차를 가지지만 제안한 기준위상 결정 알고리즘을 사용할 경우 광각도의 양자화로 인한 오차정도만 존재함을 알 수 있다. 이것은 반복연산법으로 결정된 기준위상이 실제의 기준위상으로 수렴하여 기준위상오차에 의한 측정 오차가 제거됨을 나타낸다.

V. 결 론

위상변이간섭법에서는 실제의 기준위상과 이론적기준 위상의 차로 인한 측정오차가 존재한다. 본 연구에서는 이러한 종류의 측정오차를 제거하기 위해 최소자승법과 반복연산법을 사용하여 측정된 간섭무늬의 광각도로부터 직접 기준위상을 구하는 방법을 제안하였다. 이 방법의 타당성을 고찰하기 위해 정현파표면에 대해서 시뮬레이션하였고, 그 결과 서로 다른 간섭무늬를 5개 이상 사용하고 기준위상의 초기값을 실제값과 동일한 방향으로만 가정하면 항상 실제의 기준위상을 구할 수 있었다.

본 연구에서 제안한 알고리즘은 측정된 간섭무늬의 광각도에만 의존하여 기준위상을 구하고 이를 이용하여 위상을 결정하므로 측정하기 전에 PZT를 보정하는 과

정이 필요없고, PZT의 비선형성과 광경로차에 변화를 주는 열팽창, 기계적 진동 등에 의해서 발생하는 기준 위상오차에 의한 측정오차를 제거할 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] J. H. Bruning, D. R. Herriot, J. E. Gallagher, D. P. Rosenfeld, A. D. White and D. J. Brangaccio, *Appl. Opt.* **13**, 2693 (1974).
- [2] J. C. Wyant, *Laser Focus*, **18**, 65 (May 1982).
- [3] J. C. Wyant and K. Creath, *Laser Focus/Elect. Opt.*, **21**, 118 (Nov. 1985).
- [4] C. L. Koliopoulos, Ph.D. Dissertation, U. Arizona (1981).
- [5] Y. Y. Cheng and J. C. Wyant, *Appl. Opt.* **24**, 3049 (1985).
- [6] J. Schwider, R. Burow, K. E. Elssner, J. Grzanner, R. Spolaczyk and K. Merkel, *Appl. Opt.* **22**, 3421 (1983).
- [7] K. Creath, *Prog Optics* **26**, 351 (1986).
- [8] C. Ai and J. C. Wyant, *Appl. Opt.* **26**, 1112 (1987).
- [9] P. Carré *Metrologia* **2**, 13(1966).
- [10] K. Kinnstaetter, A. W. Lohmann, J. Schwider and N. Streibl, *Appl. Opt.* **27**, 5082(1988).
- [11] J. E. Greivenkamp, *Opt. Eng.* **23**, 350(1984).

A New Algorithm for Determination of Reference Phases in Phase-Shifting Interferometry

Geon-Soo Han, Seung-Woo Kim

Department of Precision Engineering and Mechatronics, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Taejon 305-701, Korea

(Received: November 2, 1993)

This paper presents a new computational algorithm of phase-shifting interferometry which can effectively eliminate the uncertainty errors of the reference phases encountered in obtaining multiple interferograms. The algorithm treats the reference phases as additional unknowns and determines their exact values by analyzing interferograms using numerical least square technique. A series of simulations prove that this algorithm can improve measuring accuracy being unaffected by the nonlinear and random errors of phase-shifters.