

박육직교축 치차의 설계에 관한 기초적 연구

장 지 연* . 梅澤清彦**

Study on the Design of Thin Intersected Axe Gear

J. Y. Jang . K. Umezawa

Key words : Gear(치차), Intersected axe gear(직교축치차), Thin - shaped bevel gear(박육우산치차), Load distribution(하중분포), Root bending stress(굽힘응력)

Abstract

The various configuration of thin-shaped bevel gears are used usually for such as main reduction gear of the hovercraft. But the reasonable and concise guide to the design of the bevel gears is not yet obtained, since the tooth of bevel gear has complex form. The purpose of these investigation is to be establish the design guide and to propose the desirable configuration form for thin-shaped straight bevel gear.

In this report, the desirable configuration is examined experimentally by clearing up the effect of web and rim thickness, rim support condition upon the load distribution and root stress distribution along the tooth trace.

The results are summarized as follows. (1) The crowning of tooth trace exerts a significant effect on the root stress distribution of thin-shaped bevel gear. (2) As the desirable configuration of the thin-shaped bevel gear, it is to be recommended that the rim is supported at the heel side of tooth trace. (3) But, as special type, it is desirable that the rim is supported at the toe side.

1. 서 론

근래 기계장치의 경량화에 관한 연구가 주목을 받으면서, 기계요소로서의 치차에 대하여도 경량화시키기 위해 치차본체의 두께를 얇게 한 박육형상의 치차(Thin - Shaped Gear)에 관한 연구가

활발하게 진행되고 있다. 그러나, 그 연구들은 주로 평치차 등 평행축치차를 대상으로 한 것들로써, 우산치차(Bevel Gear) 등의 직교축 치차에 관한 연구는 거의 발표되고 있지 않다. 직교축 치차는 치형이 대단히 복잡하여 박육화 전의 후육형상의 치차의 경우 조차도 치의 굽힘응력의 분포나

* 정회원, 한국해양대학교

** 東京工業大學 精密工學研究所

접촉선상의 전달하중분포의 해석이 극히 곤란하여 그 이론적 연구가 근래 비로소 시작된 형편이다¹¹⁾.

따라서, 박육형상 직교축 치차의 설계도 현재는 경험적 지식이나 실험데이터, 또는 복잡한 대형의 수치계산에 의거하고 있어, 박육 평치차의 경우처럼 명백하고 간편한 설계지침이 제안되어 있지 않다.

이 연구에서는 치차의 박육화에 있어서 가장 중요한 요인인 하중전달 시의 치의 굽힘응력 분포와 접촉선상의 전달하중의 분포의 박육화에 따른 변화의 거동을, 정적부하시험에 의한 실험과 유한요소법과 경계요소법 등에 의한 수치해석에 의해 명백히 규명하고 박육직교축치차에 관한 보다 명확한 강도설계법과 최적형상의 설계법을 확립함을 목적으로 하고 있다.

이 연구에서는 직교축치차로서 가장 널리 이용되고 있는 그리슨식 우산치차(Gleason Typed Straight Bevel Gear)를 대상으로하여 웨브의 위치, 뚜게, 림의 뚜게 등을 변화시킨 박육화형상 치차에 대해 정적부하시험을 행하고 치의 굽힘응력을 측정하여, 박육화에 따른 중량감비와 굽힘응력의 변화의 거동의 변화를 비교 검토한다. 또, 집중하중에 의한 응력의 영향계수의 측정을 함으로서 접촉선상에서의 하중분포를 규명하고 박육화의 변화에 따른 하중분포의 변화에 대하여도 비교 검토한다.

유한요소법과 경계요소법에 의한 수치해석 결과와의 비교 검토도 행하였다.

2. 실험장치, 실험방법

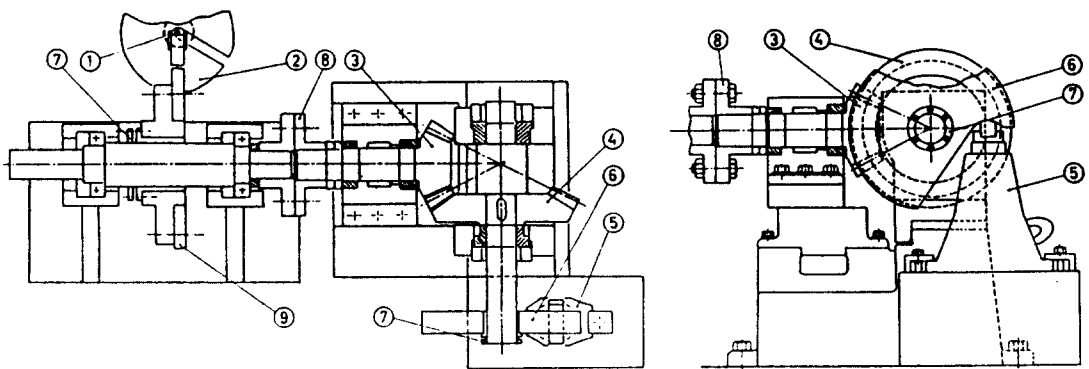
2.1 정적부하치차시험기

실험에 사용한 시험기의 개략구조는 Fig.1과 같다. 대치차는 회전을 구속하기 위하여 잭으로 지지되어 있으며, 소치차와 축커플링으로 연결된 풀리를 이용하여 부하토크를 발생시킨다. 그리고 잭을 움직여 치면간의 접촉선의 위치를 임의로 변화시킬 수 있으며 이 때의 부하토크의 변화는 풀리의 위치에 의하여 보정한다.

2.2 시험치차

실험에 사용한 치차의 제원, 치수는 Table 1과 같으며 적절한 접촉상태를 확보하기 위하여 대소양치차에 그리슨식의 치면수정을 행하였다. 대치차의 박육화 형상 과정은 Fig. 2에 표시한 바와 같으며, 이 경우의 웨브의 뚜게 및 림의 뚜게는 Table 2와 같다. 이 표에서의 수치는 치의 모듈로서 무차원화한 값이며, 웨브의 뚜게 4.6, 림의 뚜게 2.3의 경우가 박육화 전의 형상을 의미한다. 또 삼각형, 사각형, 원형의 표시는 각각 웨브가 대단부, 중앙부, 소단부에 위치하고 있음을 의미한다.

Table 3에 박육화에 따른 중량의 변화를 나타내



① Wire rope ② Weight ③ Pinion ④ Gear ⑤ Jack
⑥ Notched disk ⑦ ETP bush ⑧ Coupling pulley
Fig. 1 Static load gear testing apparatus

Table 1 Dimensions of test gear pair

	Pinion	Gear
Tooth profile	Gleason	
Module	8	
Pressure angle	20°	
Number of teeth	14	26
Face width(mm)	40	
Shaft angle	90°	
Reference diameter(mm)	112	208
Pitch cone	28° 18'	61° 42'
Cone distance(mm)	118.118	
Addendum(mm)	10.613	5.387
Dedendum(mm)	6.942	12.168
Process	Coniflex cutting	

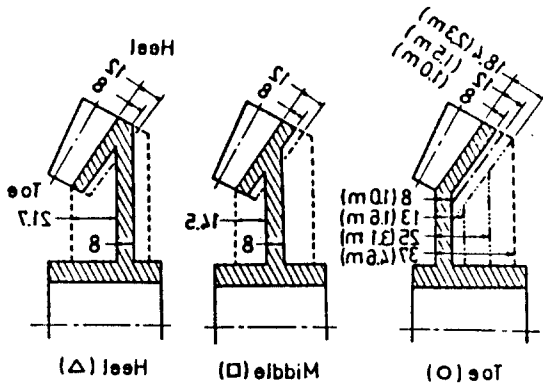


Fig. 2 Shape of thin-shaped gears

Table 2 Thickness of web and rim of thin-shaped gears

		Web	Thickness(Module)			
			4.6	3.1	1.6	1.0
Thickness (Module)	2.3	△○□	○	○	○	
	1.5	-	-	-	△○□	
	1.0	-	-	-	△○□	

고 있다. 표의 결과와 같이 실험대상 치차의 경우 최고 43%까지 중량이 경감된다.

2.3 치의 굽힘응력 측정방법

치차의 이뿌리부에 발생하는 치의 굽힘응력은, Fig.3에 나타난 바와 같이 대소 양치차의 압축축

Table 3 Weight ratio of thin - shaped gears

		Web	Thickness (Module)	
			1.5	1.0
Thickness (Module)	2.3	Heel	-	-
		Mid.	-	-
		Toe	67	64
	1.5	Heel	66	59
		Mid.	64	57
		Toe	62	54
	1.0	Heel	59	55
		Mid.	27	51
		Toe	54	43

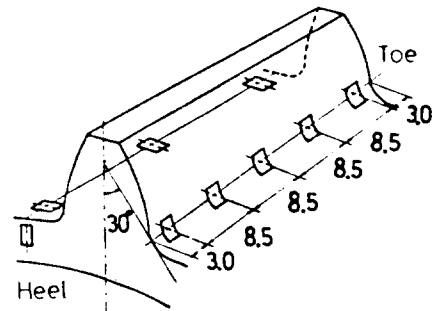


Fig. 3 Position of strain gauge

의 이뿌리부의 치직각단면상에 30° 접선법으로 결정되는 위치에 스트레인 게이지를 부착하여 행하였다. 부착 개소는 치폭방향으로 등간격의 5개소이다. 측정된 변형도에 종탄성계수 E=206GPa를 곱하여 응력으로 환산한다.

2.4 굽힘응력 영향계수의 측정방법

치면접촉선상의 하중분포를 구하기 위해서는 굽힘응력의 영향계수, 즉 접촉선상의 1점에 단위 집중하중이 작용할 경우의 치의 굽힘응력을 측정할 필요가 있다. 이 목적으로 전술의 3가지의 웨브 위치에 대해 웨브와 림의 무게가 각각 1.0인 경우와 박육화 전의 형상에 대해 집중하중의 실험을 행하였다. 집중하중점은 스트레인 게이지의 부착 위치에 대응하여 치폭방향으로 등간격인 5개소이며, 각점에 직경 1.6mm의 강철구를 삽입하여 부하토크를 가함으로서 행하고 그 때의 응력을 상술의 부착 게이지로 측정하였다.

3. 실험결과 및 고찰

3.1 치면의 접촉 모양

일반적으로 직교축 치차의 치면접촉은, 무부하시에는 소단부에 가까운 곳에 접촉의 중심을 가지며 부하가 증가됨에 따라 접촉의 중심이 치폭의 중심에 이동되도록 하는 것이 바람직한 것으로 알려져 있다. 실험의 경우에도 그와 같은 치면 접촉이 이루어지도록 치면수정을 행하였다.

수정후의 치면형상을 3차원측정기로 측정된 결과가 Fig.4이다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 인장, 압축 양치면 모두 크라운형으로 약 20 μ m의 치면수정이 이루어져 있다.

이 실험치차의 부하시의 실제의 치면접촉의 변화거동이 Fig.5에 나타나 있다. 부하토크의 증가와 더불어 접촉이 대단부로 확산되고 있고 따라서 접촉의 중심도 치폭중심방향으로 이동되고 있음을 알 수 있으며, 이와 같은 거동은 전술의 바람직

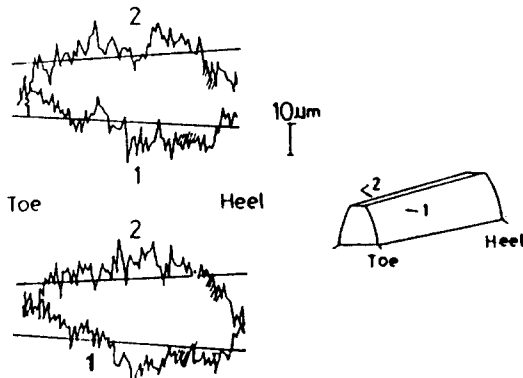


Fig. 4 Measured result of tooth face crowning

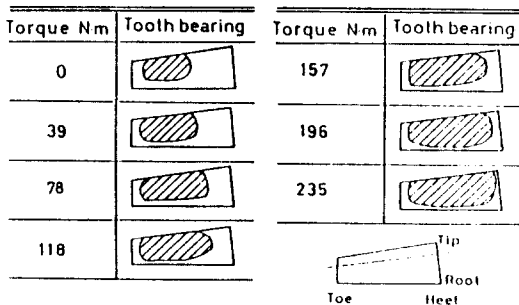


Fig. 5 Change of tooth contacting condition

한 요구와 잘 일치하고 있다.

3.2 측정된 굽힘응력의 신뢰성

실험에 의해 측정된 응력의 신뢰성 확인의 방법으로 이 실험에서는 2가지 상황, 즉 응력의 반복 재현성과 선형성을 확인하였다. 동일한 실험 치차를 분해 조립한 전후에 있어서 응력의 측정결과를 비교 검토한 결과 응력의 반복 재현성이 충분함을 확인하였다. 또 부하토크의 증가에 따른 응력의 측정결과를 검토한 결과, Fig.6에 나타난 바와 같이 부하토크의 증가에 대해 굽힘응력이 거의 선형적으로 변화하고 있음을 확인하였다.

또한, Fig.6에서 부하시의 응력분포가 좌우대칭형의 비교적 평탄한 곡선형인 사실로부터 전술의 치면수정의 바람직한 효과를 확인할 수 있다.

이상의 사실은 실험에 사용한 전 치차에 대하여도 성립함을 확인하였다.

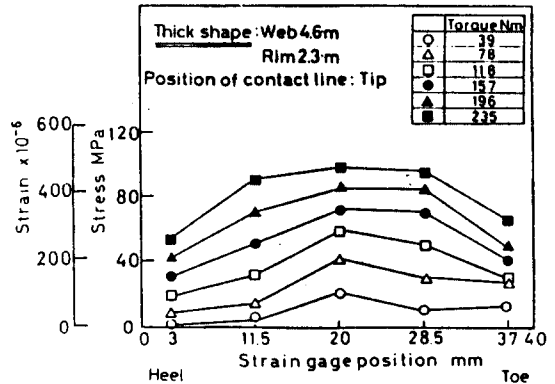


Fig. 6. Change of root stress distribution by loading.

3.3 박육화에 의한 응력분포의 변화거동

Fig.7에 웨브의 위치는 소단부측으로서, 웨브의 두께만을 1.0으로 박육화한 경우의 응력분포의 변화를 박육화전 형상시의 응력분포와 비교하여 나타내었다. 흑점이 박육화 형상의 경우이며 백점이 박육화전 형상의 경우이다. 또 접촉선의 위치는 이 높이의 끝부근과 중앙부의 2가지이다.

그림에서 알 수 있는 바와 같이 박육화 전후에 관계 없이 응력분포는 치폭의 중앙부에 최대치를 가지는 곡선형이며, 응력치도 웨브의 위치에 관계

없이 박육화에 의해 약 25%정도만 증가하고 있음을 확인 할 수 있다. 그러나 이 경우는 림의 두께가 2.3으로서 이높이와 거의 같은 정도로 비교적 두꺼운 편이어서 박육화에 따른 영향이 현저하게는 나타나지 않은 것으로 판단된다.

웹두께와 림두께가 각각 1.0인 박육화 형상 치차의 치폭방향의 응력분포를 박육화전 형상의 치차와 비교하여 Fig.8에 나타내었다. (a), (b), (c)는 각각 웹의 위치가 소단부, 중앙부, 대단부인 경우이다. 어느 경우이든 응력분포는 치폭의 중앙 부근에 최대값을 가지고 있으며 이 경향은 박육화와는 무관하게 공통적으로 나타나고 있다. 그 이유는 3.1에서 논한 바와 같이 치면수정이 행하여져 치면의 접촉이 웹의 접촉에 관계없이 치폭의 중앙 부근에서 이루어지고 있기 때문으로 판단된다. 또한 박육화에 의해 치폭방향의 응력은 다 같이 증가함을 알 수 있으나 특히 소단부에 있어서의 응력의 증가가 현저하다. 이 경향은 웹가 소단부에 있는 (a)의 경우 더욱 뚜렷하게 나타난다. 이상의 결과로부터 판단했을 때 응력의 증가의 면에서 볼 경우, 웹가 대단부에 위치하도록 하는 박육화가 바람직한 것으로 생각된다. 또, 웹의 위치 부근에서 응력이 현저히 증가하는 현상도, 예상에 반해 나타나지 않는다. 이와 같은 응력분포의 변화거동은 웹의 위치가 변함에 따라 접촉선상의 하중분포가 변화하며, 또한 림부의 응력분

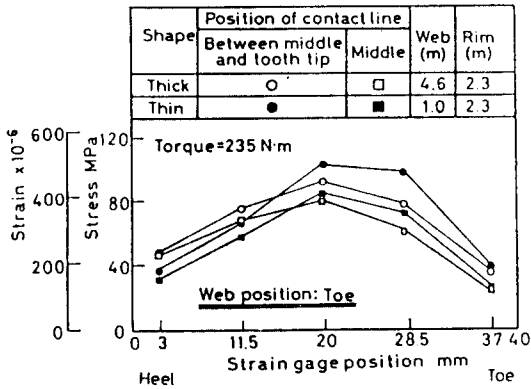
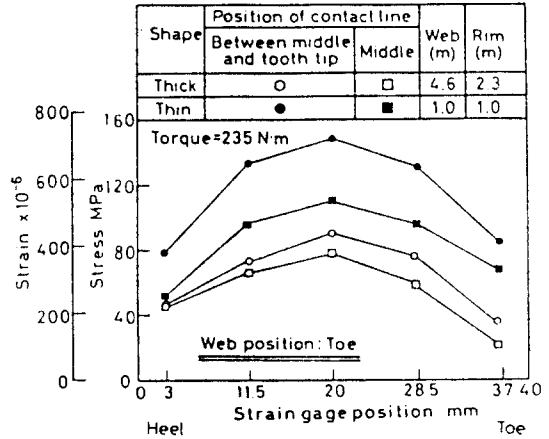
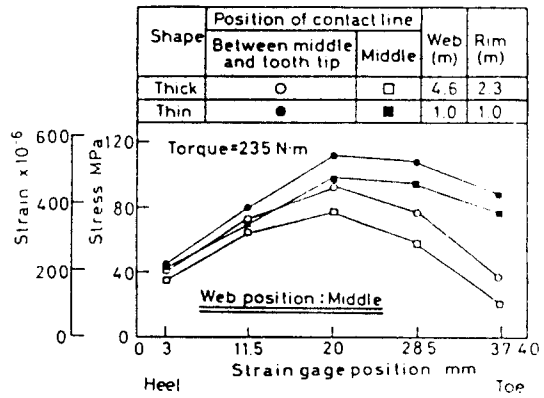


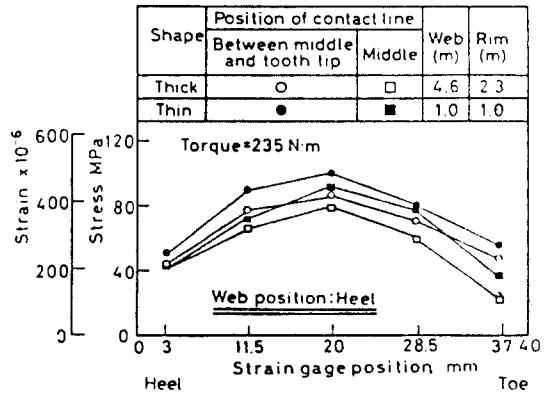
Fig. 7 Change of root stress distribution by thinning web



(a)



(b)



(c)

Fig. 8 Change of root stress distribution by thinning rim

포도 변화하여 이 두 변화가 서로 연동하기 때문에 판된다.

3.4 박육화에 의한 최대응력의 변화

박육화형상 치차의 강도설계에 있어서는 최대응력이 중요한 판단기준으로 강조된다. 여기서 최대응력이란 치면 상호간의 접촉 시작부터 종료까지의 전역에 걸쳐서 치폭방향의 모든 위치에서 나타나는 응력의 값 중에서의 최대치를 의미한다. Fig.9에 박육화에 의한 최대응력의 변화의 거동을 웨브의 두께 및 림의 두께와의 관련 하에 나타내었다. 또, Fig.10에는 중량비와 최대응력과의 관계를 나타내었다. Fig.9, Fig.10에는 맞 물린 대치차에 나타난 최대응력을 백점으로 표시하여 나타내고 있다. 소치차는 박육화의 가공을 하지 않았으므로 백점의 최대응력치는 종축 이외의 좌표축의 수치는 직접적으로는 대응하지 않는다.

림두께가 2.3으로서 이높이와 거의 같아 비교적 두껍다고 판단되는 경우 웨브두께를 1.5까지 박육화하여도 최대응력은 뚜렷이 변화하지 않으나 1.0까지 박육화하면 대.소치차의 경우 모두 최대응력이 오히려 감소하고 있음을 알 수 있다. 이 경우는 웨브가 소단부에 위치하고 있는 경우이며, 따라서 소단부의 하중 부담이 증가하여 그 만큼 최

대응력이 발생하는 치폭 중앙부근에서의 하중이 상대적으로 감소하였기 때문에 최대응력이 오히려 감소한 것으로 판단된다.

림두께와 웨브두께를 각각 1.0까지 박육화한 경우, 최대응력의 변화 거동은 웨브의 위치에 따라 현저한 차이를 나타내고 있다. 웨브가 대단부에 있는 경우, 최대응력은 약 10%정도 밖에 증가하지 않으나 웨브가 중앙부나 소단부에 있을 때는 각각 20%와 40%의 급격한 상승을 보이고 있다. 급격한 변화는 평행축치차의 경우의 연구결과와 잘 일치하는 결과이다. 이상의 결과로부터 최대응력치의 증대라는 관점에서 볼 때, 웨브의 위치로는 대단부가 바람직한 것으로 판단된다. 그러나 국부적으로 보았을 경우 전술한 림두께 2.3, 웨브두께1.5, 웨브의 위치 소단부인 박육화 형상의 선택도, 실험에서 사용한 치차의 경우에는 가능한 것으로 판단된다.

Fig.11에는 박육화전 형상의 중량비를 100%로 한 경우의 박육화 형상의 중량비와 최대응력과의 관계가 표시되어 있다. 웨브가 소단부에 있는 경우, 박육화에도 불구하고 최대응력치가 오히려 감소하는 박육형상이 존재함을 알 수 있다. 따라서 이 실험에 사용한 치차쌍의 경우에 한하여 판단 할 경우 최적의 박육화 형상으로 웨브의 위치가 소단부이며 웨브두께1.0, 림두께2.3인 형상을 택 할 수도 있음을 알 수 있으며, 이와 같은 사실로부터 판단하여 직교축치차의 박육화의 경우 특정한 형태의 최

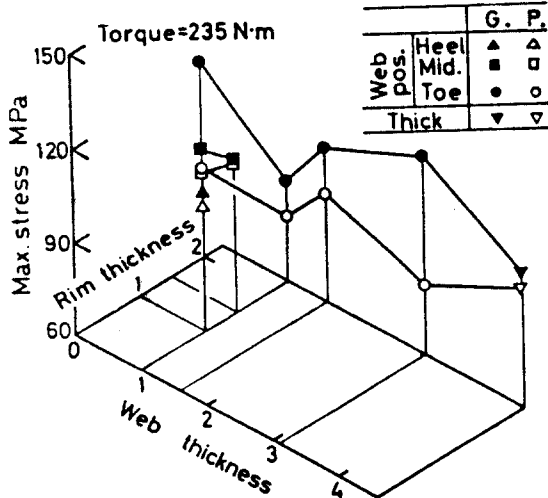


Fig. 9 Change of max. root stress by thinning web and rim of gear

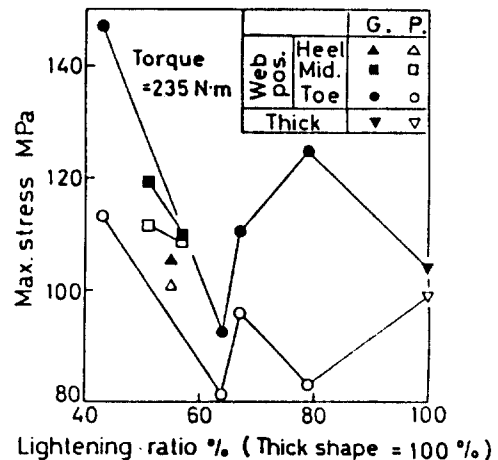


Fig. 10 Relation of max. root stress and weight ratio

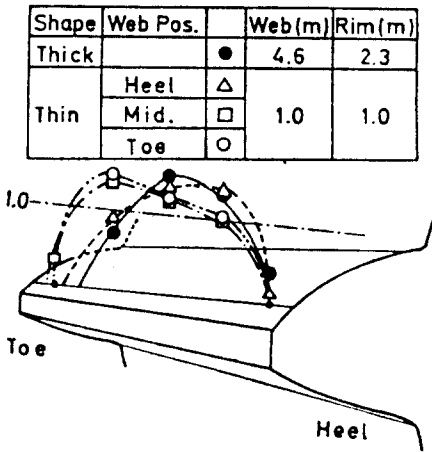


Fig. 11 An example of influence co-efficient of root stress

적 박육화형상이 존재할 수도 있을 것임을 알 수 있다.

그러나 치폭방향의 응력분포의 고찰에서도 논한바와 같이 웨브를 대단부에 있도록 박육화한 형상이, 중량이 약45%까지 경감되었는데도 불구하고 최대응력치는 박육화전과 거의 변화가 없어, 유리한 것으로 판단된다.

3.5 박육화에 의한, 접촉선상의 하중분포의 변화

이상에서 기술한 바와 같이, 박육화에 따른 치폭방향의 응력분포의 변화나 최대응력치의 변화의 최대 원인은 박육화에 따라, 하중을 전달하는 접촉선상의 하중분포의 변화에 있는 것으로 판단되어 이하에 있어서는 접촉선상의 하중분포에 관해 논하고자 한다.

일반적으로 접촉선상의 하중분포는, 부하전달시의 치의 변형량을 측정하여 수치적분에 의해 구하는 것이 일반적이며 이 경우 변형량의 영향계수를 미리 해석하여 두어야 한다. 그러나 이 실험과 같이 부하가 작용할 때의 치폭방향의 응력분포가 실험의 필요성에 의해 이미 실측되어 있을 경우에는, 응력의 영향계수로부터도 산출할 수도 있다. 이 경우의 영향계수는 접촉선상의 일 점에 집중하중을 가하고 그 때의 치폭방향의 응력분포를 측정함으로써 구할 수 있다. 따라서 접촉선상의

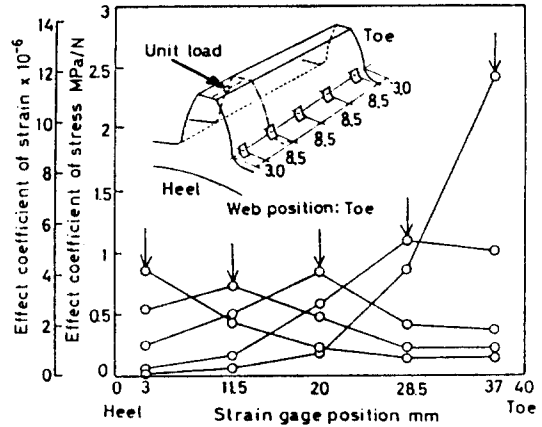


Fig. 12 Change of load distribution on contact line

하중분포는 응력의 영향계수에 의해 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$[\sigma] = [K] [P] \tag{1}$$

여기서

[σ] : 부하전달시의 응력분포의 열벡터, 접촉선상에 분포하중(실제의 전달하중)이 전달될 경우의 치폭방향 응력의 실측치

[K] : 응력의 영향계수로서 정방매트릭스, 접촉선상의 각점에 단위집중하중이 작용할 경우의 치폭방향 응력의 실측치

[P] : 접촉선상의 하중분포의 열벡터를 나타내고 있다. 즉, [σ]는 실험의 필요성으로 부터 이미 측정되어 있으므로, [K]가 측정에 의해 구성되면 접촉선상의 하중분포[P]를 구할 수 있다.

응력의 영향계수 [K]의 측정결과의 한 예를 Fig. 11에 나타낸다. 또, 뒷식에 의해 구한 접촉선상의 하중분포의 한 예를 Fig.12에 나타낸다. Fig.12는 박육화전의 형상과 웨브의 두께와 림의 두께가 각각 1.0인 박육화형상의 두 경우에 대해 해석한 접촉선상의 하중분포이며, 그림에서 횡축의 1.0은 평균적인 하중(균일하중)을 의미한다.

박육화전 형상의 경우는 치폭의 중앙부근에 최대치를 가진, 약간 대단부에 치우친 곡선을 나타내고 있으며, 박육화 형상의 경우는 웨브가 소단부와 대단부에 있는 각각의 경우에 대하여 하중

분포도 각각 웨브의 위치에 치우친 분포형태를 나타내고 있음을 알 수 있다. 웨브가 중앙부에 있는 경우는 소단부의 경우와 거의 비슷한 분포를 나타내고 있다.

웨브위치의 변화에 의한 이와 같은 하중분포의 변화는 당연히 응력분포의 형상에도 큰 영향을 미칠 것으로 판단된다. 그러나, Fig.8에서 고찰한 바와 같이 치폭방향의 응력분포가 웨브의 위치변화 즉 하중분포의 형상변화에 따라 크게 변하고 있지는 않음을 알 수 있다. 다시 말하자면, 접촉선상의 하중분포는 치폭방향의 응력분포와 그 형상이 반드시 대응하고 있다고는 판단되지 않는다.

그 원인은 박형화 형상 치차의 경우, 림부분이 복잡한 형상을 하고 있어 치의 응력은 웨브의 위치변화에 따른 접촉선상의 하중분포의 변화 뿐만 아니라 림부분의 복잡한 비틀림 현상에 기인하여 발생하는 림응력의 변화의 영향도 부가되어 있기 때문이라고 판단된다.

또한, 하중분포와 응력분포는 치폭방향의 치면 수정량이나 치면 접촉의 중심위치의 변화에 의해서도 변화할 것으로 생각된다.

4. 결 론

직교축 치차 중 우산치차의 박육화에 따른, 하중분포의 변화와 치폭방향의 응력분포의 변화에 관하여, 여러 형태의 박육화 형상에 대하여 실험과 해석을 하고 그 내용을 검토한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 직교축 치차의 경우, 무부하 시 치면 접촉부가 소단부에 약간 치우치도록 조립하거나 치면수정을 하는 것이 바람직하다.

(2) 여러 형태로의 박육화 형상의 변화와 위치 변화에도 불구하고 치폭방향의 응력분포는 박육화 전의 형상에 있어서와 마찬가지로 치폭의 중앙부근에 최대치를 가지는 분포형상을 이루고 있어

현저한 분포의 변화가 나타나 있지 않으며, 이것은 주로 치형수정의 효과로 판단된다. 따라서 박육화의 경우 특히 치면수정이 바람직한 것으로 판단된다.

(3) 치폭방향의 응력분포나 최대응력치의 변화는 웨브의 위치가 소단부, 중앙부, 대단부에 있는 박육화 형상의 순으로 작게 나타나고 있다. 종래의 경우 일반적인 박육화에 있어 웨브의 위치는 중앙부 또는 소단부에 있는 것이 보통이나, 이것은 중량경감의 효과가 크고 가공이 용이한 때문일 것으로 생각된다. 이 실험에서와 같이 약 20 μ m의 비교적 큰 치형수정을 행한 직교축 치차의 박육화의 경우는 웨브를 대단부에 있도록 하는 것이 바람직하다는 사실이 명백해졌다.

(4) 특정한 박육화 형상에 있어서는 웨브가 소단부에 있는 것도 바람직하다. 그러나 이 경우 더 이상의 박육화는 급격한 최대응력의 상승을 유발함으로 특정한 형태로만 국한되어야 한다. 전술한 바와 같이 가공이나 중량경감의 면에서는 웨브가 소단부에 있는 박육화 형상이 바람직 함으로 이와 같은 특정한 형태의 박육화 형상의 일반적인 결정법이 연구될 필요가 있다고 생각된다. 박육화에 의한 림부의 응력의 변화 거동과 치형수정량의 변화가 하중분포나 응력분포에 미치는 영향에 관하여 유한요소법과 경계요소법을 이용한 수치해석한 결과를 이후 검토 발표할 계획이다.

참고문헌

- 1) 小田.小出.岡村, 日本機械學會論文集, 47~423, C, (1981), 1540
- 2) 장지연, 한국박용기관학회지, Vol. 14, No. 15, (1990), 72
- 3) 張.梅澤, 日本機械學會論文集, No. 850~3, (1985),
- 4) Chang. S. H.etc, Trans. ASME, J. Mech. Trans. Autom.Des., 105~3(1983), 327