한국소음진동공학회지 제 3 권 제 3 호, pp. 231~243, 1993.

〈論 文〉

# 컴퓨터 시뮬레이션을 이용한 3자유도 강체 현가시스템의 동특성 해석

## Dynamic Analysis of a 3DOF's Rigid Body Suspension System by Computer Simulaltion

정 경 렬*
Kyung-Ryul Chung

〈1992년 12월 20일 접수 ; 1993년 7월 9일 심사완료〉

**ABSTRACT**

The dynamic characteristics of two types of mathematical models for a rigid body suspension system are analyzed and compared in this paper. One is a linearized model which is commonly used in the engine mount system analysis, the other is a nonlinear model which usually applied to the pendulum type system. The typical 3 d.o.f's mathematical model, for convenience, is chosen as a simulation model, because it has fundamental dynamic characteristics of suspension system. Time responses and unbalance responses of the rigid body, transmitted forces and torques are simulated by using the mathematical model. From the results of computer simulation, it is approved that he nonlinear model is valid and the linearized model gives erroneous result in the case of the pendulum type suspension system. In addition, in this study the effects of design change on the dynamic characteristics of the suspension system are investigated. Mount locations, mount angles, lengths, stiffness and damping coefficients of suspension bars are chosen as design parameters.

## 1. 서 론

최근 기계구조물의 진동문제가 중요시 되면서 진동의 원인규명 및 대책에 관한 연구가 활발히 진행되어 왔다. 특히 일상생활에 널리 사용되고 있는 기계구조물의 진동에 관한 문제는 기기의 성능뿐만이 아니라 그 품질을 좌우하는 중요한 요소가 되고 있으며, 그 중요성은 더욱 심화되어 가는 실정이다.

진동문제를 방지하기 위한 수단중에 널리 이용되고 있는 것이 현가계(suspension system)인데, 통상 강성이 상대적으로 매우 큰 구조물을 유연한 스프링이나 고무등으로서 지지하고 있는 형태로 되어 있으므로, 현가계를 설계할 때 지지되고 있는 구조물을 강체(rigid body)로 단순화시켜 수학적 모델을 작성한다.

강체 현가시스템은 지지되고 있는 형태에 따라 크게 두가지로 구분지울 수 있다. 즉, 자동차 엔진 마운트 시스템, 공작기계의 방진시스템 등과 같이 강체의 밑부분에 방진고무 등을 받쳐서 지지할 수 있도록 되어 있는 방식이 있고 1조식 가정용 세탁기, 공기 조화용 배관 또는 덕트 등과 같이 천정 혹은 벽에 강체를 고정시키기 위해 현가봉 등으로 강체를 매달고 있는 형태가 있다. 전자의 경우에는 강체를 받치고 있는 마운트를 마운트의 설치각도 및 기하학적인 형상에 따른 각 방향의 강성과 감쇠특성을 고려한 선형 스프링 및 감쇠기의 결합체로 단순화한 수학적 모델을 작성하여 이를 활용한다[1,2]. 그러나,

*정회원, 생산기술연구원

강체가 매달려 있는 경우에는 이와같은 선형화된 모델(예를 들면, 참고문헌 (3)에서의 1조식 세탁기의 저수조 및 탈수조 현가시스템의 수학적 모델)로서는 극단적으로 강성이 커진 경우에 대한 강체의 실제 거동을 대신 할 수 없고, 수학적 모델의 타당성을 검증해야 한다.

참고문헌 (4~6)에서는 매달려 있는 형태의 6자유도 강체 현가시스템에 대한 동특성 해석을 수행하였는데, 전술한 바와 같은 문제점 때문에 선형화된 수학적 모델을 사용하지 않고 EMRC사의 DYMES라는 상용 패키지를 이용하여 비선형 모델로부터 응답치를 구했다. 그러나 수학적 모델의 근본적인 차이점에 대해서는 구체적으로 검토하지는 않았다.

본 연구에서는 매달린 형태의 강체 현가시스템에 대한 올바른 수학적 모델을 제시하기 위하여, 전형적인 3자유도 강체 현가시스템을 예로들어 전술한 두가지 경우의 수학적 모델에 대한 특성을 비교·검토하고자 한다. 본 연구의 주요한 목적이 매달린 형태의 강체 현가시스템의 타당한 수학적 모델의 규명에 있고, 검증된 수학적 모델을 이용해서 강체 현가시스템의 동특성을 이해하고자 하기 때문에, 일반적으로 강체 현가시스템은 6자유도계의 특성을 가지고 있지만, 다루고자 하는 진동현상의 특징에 있어서 3자유도 현가시스템과 6자유도 현가시스템의 경우가 근본적인 차이를 보이지 않으므로 편의상 3자유도 강체 현가시스템을 예시로하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.

## 2. 강체 현가시스템의 구조 및 수학적 모델링

### 2.1 강체 현가시스템의 구조

본 연구에서 예시된 강체 현가시스템은 Fig. 1에서 볼 수 있듯이 강체를 매달고 있는 현가계로 이루어져 있으며, 수직, 수평 및 회전의 3방향 거동이 가능하고, 강체와 고정단사이에는 두개의 현가봉(suspension bar)으로 연결되어 있다. 두 현가봉의 길이방향의 강성계수 및 감쇠계수는 각각 $k_1$, $k_2$, $c_1$ 및 $c_2$이다. 응답치를 구하기 위한 가진력은 강체 질량의 1%에 해당되는 불균형질량이 회전중심으로 부터 초기상태에 수평방향($+x$방향)으로 $r$만큼 떨어진 지점에 존재한다고 가정하여 정했고, 이때의 회전중심은 강체의 질량중심으로 하였다. $F_x$와 $F_y$는 각각 불균형질량의 회전으로 인해 발생하는 외력의 수평방향과 수직방향 성분이고, $M_o$는 모멘트이다. 강체와 현가봉의 부착위치는 $u_1$, $u_2$, $v$에 의해 결정

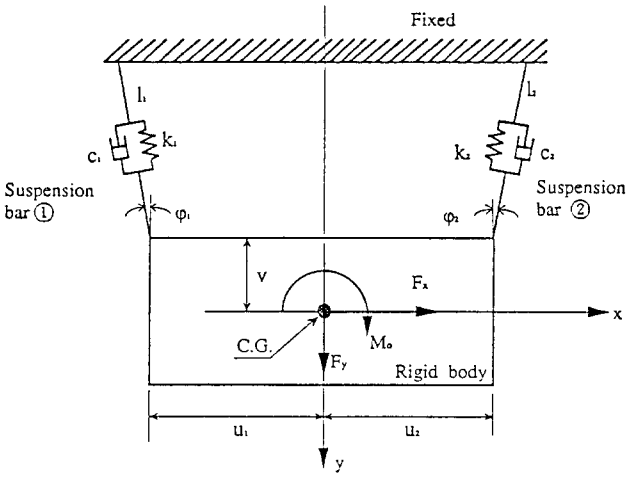


**Fig. 1** Configuration of a rigid body suspension system with 3 d.o.f's

된다. 그리고 현가봉은 초기상태에 수직축에 대해서 $\varphi_1$ 및 $\varphi_2$의 각을 이루며 설치되어 있으며, 강체의 무게에 의한 인장력이 가해지기전의 현가봉의 초기상태의 길이는 $l_1$, $l_2$이다.

### 2.2 수학적 모델의 비교

본 절에서는 Fig. 1과 같은 구조를 갖는 3자유도 강체 현가시스템의 적합한 수학적 모델을 구하기 위해서 비선형 모델과 선형화된 모델의 운동방정식을 구했으며, 이를 이용하여 비선형 모델 및 선형화된 모델에 대한 동특성을 비교·분석함으로써 모델의 타당성을 검토하였다.

(1) 비선형 모델링

Fig. 2에 나타난 강체 현가시스템은 수평방향의 변

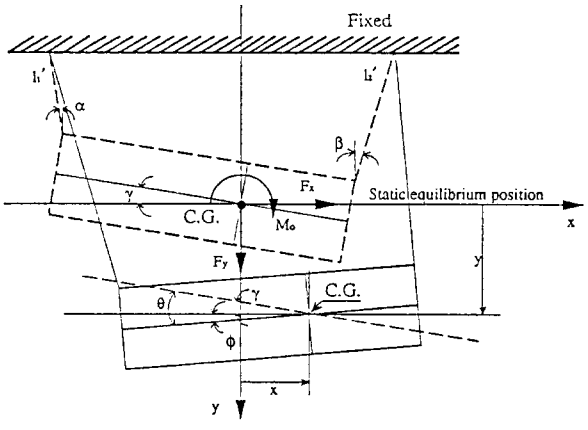


**Fig. 2** Coordinates of the rigid body suspension system

위 $x$, 수직방향의 변위 $y$ 및 시계방향의 회전각 $\theta$의 자유도를 갖고 있으며, 정적 평형상태에서의 두 현가봉의 길이는 각각 $l_1$ 및 $l_2$가 되고 현가봉의 설치각도는 각각 $\alpha$, $\beta$가 된다. 강체의 질량은 $M$이고 질량 관성 모멘트는 $J$이다.

3자유도 강체 현가시스템의 운동방정식은 Lagrange방정식을 이용하여 유도할 수 있다. 감쇠특성을 고려하기 위하여 Rayleigh의 소멸함수를 이용하였다. 강체 현가시스템의 운동에너지 ($T$), 위치에너지 ($V$) 및 소멸함수 ($R$)는 다음과 같다.

$$T=\frac{1}{2}M\dot{y}^2+\frac{1}{2}M\dot{x}^2+\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \tag{1}$$

$$V=-Mgy+\frac{1}{2}(k_1A+k_2B)-k_1(l_1'-\Delta_1)\sqrt{A}$$
$$-k_2(l_2'-\Delta_2)\sqrt{B}+\frac{l}{2}(k_1l_1'^2+k_2l_2'^2)$$
$$-(k_1l_1'\Delta_1+k_2l_2'\Delta_2) \tag{2}$$

$$R=\frac{1}{2}\left\{\frac{c_1P^2}{A}+\frac{c_2Q^2}{B}\right\} \tag{3}$$

식 (2)에 나타난 $A$ 및 $B$는 다음과 같으며,

$$A=\{(x-u_1\cos\phi-v\sin\phi)$$
$$+(u_1\cos\gamma+l_1'\sin\alpha-v\sin\gamma)\}^2$$
$$+\{(y+u_1\sin\phi-v\cos\phi)$$
$$+(u_1\sin\gamma+l_1'\cos\alpha+v\cos\gamma)\}^2 \tag{4}$$

$$B=\{(x+u_2\cos\phi-v\sin\phi)$$
$$-(u_2\cos\gamma+l_2'\sin\beta+v\sin\gamma)\}^2$$
$$+\{(y-u_2\sin\phi-v\cos\phi)$$
$$-(u_2\sin\gamma-l_2'\cos\beta-v\cos\gamma)\}^2 \tag{5}$$

식 (3)에서의 $P$ 및 $Q$는 다음과 같다.

$$P=\{(x-u_1\cos\phi-v\sin\phi)+(u_1\cos\gamma+l_1'\sin\alpha$$
$$-v\sin\gamma)\}\dot{x}+\{(y+u_1\sin\phi-v\cos\phi)$$
$$+(u_1\sin\gamma+l_1'\cos\alpha+v\cos\gamma)\}\dot{y}$$
$$+\{(u_1x\sin\phi$$
$$+u_1y\cos\phi-vx\cos\phi+vy\sin\phi)+(u_1\sin\phi$$
$$-v\cos\phi)(u_1\cos\gamma+l_1'\sin\alpha-v\sin\gamma)$$
$$+(u_1\cos\phi$$
$$+v\sin\phi)(u_1\sin\gamma+l_1'\cos\alpha+v\cos\gamma)\}\dot{\phi} \tag{6}$$

$$Q=\{(x+u_2\cos\phi-v\sin\phi)-(u_2\cos\gamma+l_2'\sin\beta$$
$$+v\sin\gamma)\}\dot{x}+\{(y-u_2\sin\phi-v\cos\phi)$$
$$-(u_2\sin\gamma-l_2'\cos\beta-v\cos\gamma)\}\dot{y}+\{-u_2x\sin\phi$$
$$-u_2y\cos\phi-vx\cos\phi+vy\sin\phi+(u_2\sin\phi$$
$$+v\cos\phi)(u_2\cos\gamma+l_2'\sin\beta+v\sin\gamma)+(u_2\cos\phi$$
$$-v\sin\phi)(u_2\sin\gamma-l_2'\cos\beta-v\cos\gamma)\}\dot{\phi} \tag{7}$$

여기서,

$c_1$, $c_2$ : 현가봉의 길이방향의 감쇠계수(kg/sec)
$k_1$, $k_2$ : 현가봉의 길이방향의 강성계수(N/m)
$l_1'$, $l_2'$ : 정적 평형상태의 현가봉의 길이(m)
$M$ : 강체의 질량(kg)
$\alpha$, $\beta$ : 정적 평형상태의 현가봉의 설치각도(rad)
$\gamma$ : 정적 평형상태의 강체의 회전각
$\Delta_1$, $\Delta_2$ : 정적 평형상태에서 현가봉의 길이방향으로 늘어난 길이(m)
$\theta$ : 강체의 회전방향 거동(rad)
$\phi=\theta-\gamma$ : 수평위치에서의 강체의 회전각(rad)

식 (1), (2) 및 (3)의 내용을 다음과 같은 Lagrange 방정식에 대입하면 각 방향에 대한 운동방정식을 얻을 수 있다[7].

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial\dot{q}_i}\right)+\frac{\partial R}{\partial\dot{q}_i}+\frac{\partial V}{\partial q_i}=\{f_i\}$$
$$(i=1,\ 2,\ 3\quad q_1=x,\ q_2=y,\ q_3=\theta) \tag{8}$$

(i) $x$축 방향에 대한 거동

$$M\ddot{x}+\left\{\frac{c_1\cdot P}{A}+k_1-\frac{k_1\cdot l_1'-k_1\cdot\Delta_1}{\sqrt{A}}\right\}\cdot$$
$$\{(x-u_1\cos\phi-v\sin\phi)$$
$$+(u_1\cos\gamma+l_1'\sin\alpha-v\sin\gamma)\}$$
$$+\left\{\frac{c_2\cdot Q}{B}+k_2-\frac{k_2l_2'-k_2\Delta_2}{B}\right\}\cdot$$
$$\{(x+u_2\cos\phi-v\sin\phi)$$
$$-(u_2\cos\gamma+l_2'\sin\beta+v\sin\gamma)\}=F_x \tag{9}$$

(ii) $y$축 방향에 대한 거동

$$M\ddot{y}-Mg+\left\{\frac{c_1\cdot P}{A}+k_1-\frac{k_1\cdot l_1'-k_1\cdot\Delta_1}{\sqrt{A}}\right\}\cdot$$
$$\{(y+u_1\sin\phi-v\cos\phi)$$
$$+(u_1\sin\gamma+l_1'\cos\alpha+v\cos\gamma)\}$$
$$+\left\{\frac{c_2\cdot Q}{B}+k_2-\frac{k_2\cdot l_2'-k_2\cdot\Delta_2}{\sqrt{B}}\right\}\cdot$$
$$\{(y-u_2\sin\phi-v\cos\phi)$$
$$-(u_2\sin\gamma-l_2'\cos\beta-v\cos\gamma)\}=F_y \tag{10}$$

(iii) 회전방향에 대한 거동

$$J\ddot{\theta}+\left\{\frac{c_1\cdot P}{A}+k_1-\frac{k_1\cdot l_1'-k_1\cdot\Delta_1}{\sqrt{A}}\right\}\cdot$$
$$\{(u_1x\sin\phi+u_1y\cos\phi-vx\cos\phi+vy\sin\phi)$$
$$+(u_1\sin\phi-v\cos\phi)(u_1\cos\gamma+l_1'\sin\alpha$$
$$-v\sin\gamma)+(u_1\cos\phi+v\sin\phi)(u_1\sin\gamma$$
$$+l_1'\cos\alpha+v\cos\gamma)\}+\left(\frac{c_2\cdot Q}{B}+k_2\right.$$
$$\left.-\frac{k_2\cdot l_2'-k_2\cdot\Delta_2}{\sqrt{B}}\right)\cdot\{(-u_2x\sin\phi$$

$$-u_2y\cos\phi-vx\cos\phi+vy\sin\phi)+(u_2\sin\phi$$
$$+v\cos\phi)(u_2\cos\gamma+l_2'\sin\beta+v\sin\gamma)$$
$$+(u_2\cos\phi-v\sin\phi)(u_2\sin\gamma-l_2'\cos\beta$$
$$-v\cos\gamma)\}=M_o \qquad (11)$$

여기에서 가진력으로 작용하는 수평방향의 힘 $F_x$, 수직방향의 힘 $F_x$, 모멘트 $M_o$는 강체내에 보유하고 있는 회전체내에 불균형질량이 존재하고 있다는 가정하에 발생하는 힘으로 고려하였다. 이때 회전중심은 편의상 강체의 질량중심과 일치시키고 불균형질량의 초기위치는 수평방향으로 $r$만큼 떨어져 있다고 가정하면 각 방향의 가진력 및 모멘트는 다음과 같다.

$$F_x=mr\omega^2\cos\omega t$$
$$F_y=mg-mr\omega^2\sin\omega t \qquad (12)$$
$$M_o=mgr\cos\omega t$$

여기서, $m$ : 불균형질량(kg)
$r$ : 불균형질량의 회전반경(m)
$\omega$ : 회전각속도(rad/sec)

(2) 선형화된 모델

참고문헌 (3)에서와 같이 Fig. 1에서 보여준 현가시스템의 선형화된 모델을 구해 보기로 한다. 정적 평형상태에서의 현가봉의 각도가 각각 $\alpha, \beta$이기 때문에 현가봉의 강성계수 및 감쇠계수를 고려하면 다음과 같은 운동방정식을 구할 수 있게 된다.

(i) $x$축 방향의 거동

$$M\ddot{x}=-\{c_1\sin\alpha+c_2\sin\beta\}\cdot\dot{x}$$
$$-\{k_1\sin\alpha+k_2\sin\beta\}\cdot x$$
$$+\{c_1\sin\alpha(u_1\sin\gamma+v\cos\gamma)$$
$$-c_2\sin\beta(u_2\sin\gamma-v\cos\gamma)\}\cdot\dot{\theta}$$
$$+\{k_1\sin\alpha(u_1\sin\gamma+v\cos\gamma)$$
$$-k_2\sin\beta(u_2\sin\gamma-v\cos\gamma)\}\cdot\theta+F_x \qquad (13)$$

(ii) $y$축 방향의 거동

$$M\ddot{y}=-\{c_1\cos\alpha+c_2\cos\beta\}\cdot\dot{y}$$
$$-\{k_1\cos\alpha+k_2\cos\beta\}\cdot y$$
$$-\{c_1\cos\alpha(u_1\cos\gamma-v\sin\gamma)$$
$$-c_2\cos\beta(u_2\cos\gamma+v\sin\gamma)\}\cdot\dot{\theta}$$
$$-\{k_1\cos\alpha(u_1\cos\gamma-v\sin\gamma)$$
$$-k_2\cos\beta(u_2\cos\gamma+v\sin\gamma)\}\cdot\theta+F_y \qquad (14)$$

(iii) 회전방향에 대한 거동

$$J\ddot{\theta}=-\{c_1\cos\alpha(u_1\cos\gamma-v\sin\gamma)$$
$$-c_2\cos\beta(u_2\cos\gamma+v\sin\gamma)\}\cdot\dot{y}$$
$$+\{c_1\sin\alpha(u_1\sin\gamma+v\cos\gamma)$$
$$-c_2\sin\beta(u_2\sin\gamma-v\cos\gamma)\}\cdot\dot{x}$$
$$-\{c_1\cos\alpha(u_1\cos\gamma-v\sin\gamma)^2$$
$$+c_2\cos\beta(u_2\cos\gamma+v\sin\gamma)^2$$
$$+c_1\sin\alpha(u_1\sin\gamma+v\cos\gamma)^2$$
$$+c_2\sin\beta(u_2\sin\gamma-v\cos\gamma)^2\}\cdot\dot{\theta}$$
$$-\{k_1\cos\alpha(u_1\cos\gamma-v\sin\gamma)$$
$$-k_2\cos\beta(u_2\cos\gamma+v\sin\gamma)\}\cdot y$$
$$+\{k_1\sin\alpha(u_1\sin\gamma+v\cos\gamma)$$
$$-k_2\sin\beta(u_2\sin\gamma-v\cos\gamma)\}\cdot x$$
$$-\{k_1\cos\alpha(u_1\cos\gamma-v\sin\gamma)^2$$
$$+k_2\cos\beta(u_2\cos\gamma+v\sin\gamma)^2$$
$$+k_1\sin\alpha(u_1\sin\gamma+v\cos\gamma)^2$$
$$+k_2\sin\beta(u_2\sin\gamma-v\cos\gamma)^2\}\cdot\theta+M_o \qquad (15)$$

(3) 비선형 모델 및 선형화된 모델의 동특성 비교

(1)절과 (2)절에서 구한 3자유도 강체 현가시스템의 비선형 및 선형 운동방정식으로부터 Runge-Kutta방법을 이용하여 주어진 가진력에 의해 발생하는 응답을 구해 보았다. 컴퓨터 시뮬레이션에서 이용한 강체 현가시스템의 제원(기본설계변수)은 시뮬레이션결과의 물리적 의미를 부여하기 위해 다음과 같이 정했다.[3,4] 즉, 강체 현가시스템의 고유진동수가 5Hz이내에 들도록 하였고, 상하방향 운동모우드의 감쇠비를 임계감쇠(Critical damping)상태에 가깝도록 강성과 감쇠계수를 선정했고, 현가봉의 길이 및 기타 제원은 1조식 가정용 세탁기 정도의 크기를 고려하여 정했다. 구체적인 내용은 Table 1에 나타나 있다. 또한 선형화된 모델의 경우에 대한 진동모우드의 특징은 참고문헌 (3)에서 잘 설명해 주고 있다.

Fig. 3은 현가시스템이 기본설계변수값을 가지는 경우의 강체의 수평방향의 수평방향의 움직임을 시뮬레이션한 결과를 비선형 모델과 선형화된 모델에

**Table 1** Basic design parameters of the rigid body suspension system

| | | |
|---|---|---|
| Suspension bar | Stiffness | 2000N/m |
| | Damping Coefficient | 316.2kg/sec |
| | Length | 0.5m |
| | Moung location ($u_1$, $u_2$, $v$), ($m$) | 0.25m, 0.25m, 0.1m |
| | Mount angle($\varphi_1$, $\varphi_2$) | 10°, 10° |
| Rigid body | Mass | 25kg |
| | Moment of inertia | 0.604kg·m² |
| Unbalanced mass | | 0.25kg |
| Rotation speed | | 600rpm |

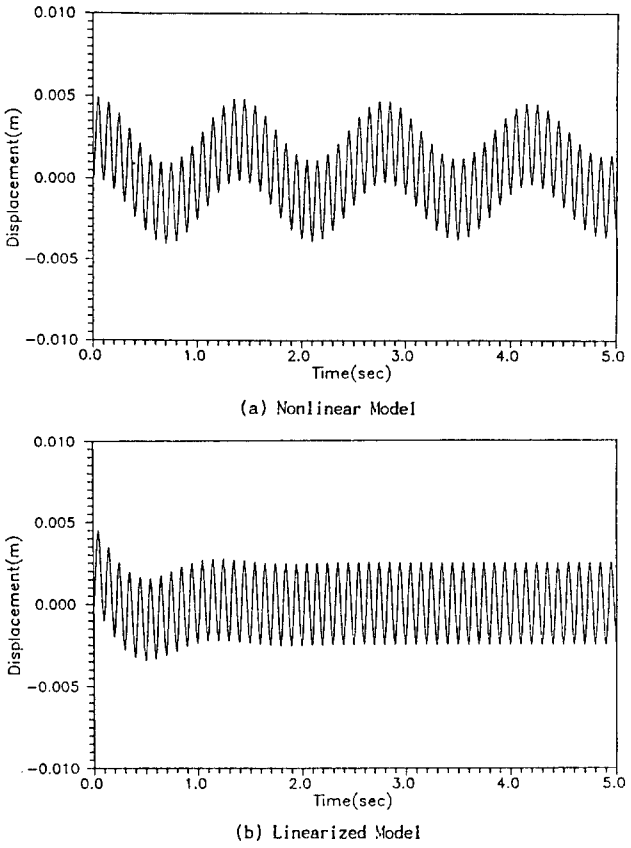


**Fig. 3** Response curves for rigid body in x-direction in the case of basic design parameters

대해서 비교하여 보여주고 있다. 비선형 모델의 수평방향 거동을 살펴보면 불균형질량의 회전수와 동일한 주파수 성분을 갖는 성분과 이보다 훨씬 낮은 주파수 성분의 응답치가 섞여 있는 것을 볼 수 있다. 전자의 경우는 정상상태 응답 성분이고, 후자의 경우는 과도상태 응답 성분이다. 선형화된 모델의 경우에도 과도상태 응답 성분과 정상상태 응답 성분이 동시에 나타나기는 하지만 과도상태 응답 성분은 짧은 시간동안에만 나타나고 소멸되는 것을 알 수 있는데, 이는 비선형 모델의 경우에 비해 감쇠율이 매우 크다는 것을 보여준다. 또한 정상상태에서의 응답치의 크기도 다른 것을 알 수 있다. 이로부터 비선형 모델과 선형화된 모델의 동특성에 근본적인 차이점이 존재한다는 것을 알 수 있고, 두 모델중에서 하나는 실제 시스템의 거동을 예측하는데 이용해서는 안 될 것이다.

가. 선형화 모델의 오류

본 연구에서는 비선형 모델의 선형화 가능성을 검토하기 위해 직관을 통해서도 판단이 가능할 정도의

**Table 2** Computer simulation cases

| Suspension bar design parameters | Standard | Case I | Case II | Case III |
|---|---|---|---|---|
| Stiffness[N/m] | 2000 | 20000000 | 2000 | 2000 |
| Mount location angle[°] | 10 | 10 | 0.01 | 10 |
| Length[m] | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 5 |

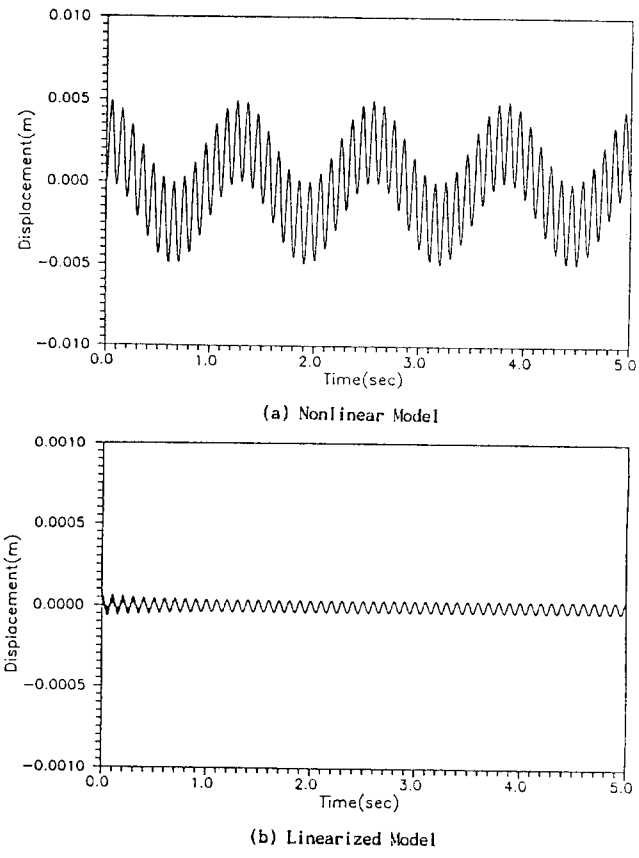


**Fig. 4** Response curves for rigid body in x-direction in the simulation case I

설계치를 가지는 경우에 대해서 시뮬레이션을 수행했다.

우선 Table 2의 경우 I에서는 현가봉의 강성계수를 기본설계치보다 10000배 증가시킨 경우의 강체 현가시스템의 거동을 살펴보았다. Fig. 4는 경우 I에 대해서 시뮬레이션을 통해 구한 응답치인데 비선형 모델인 경우와 선형화된 모델인 경우의 응답치가 현격한 차이가 있음을 보여주고 있다. 이 경우에 선형화된 모델은 현가봉의 강성만이 10000배 증가했기 때문에 현가시스템의 고유진동수가 10배 증가된 결

과를 보여주고 진동 모우드 형상은 변화가 없다. Fig. 4에서 보여주고 있는 수평방향의 강체의 거동도 이를 잘 반영해 주고 있는 것을 알 수 있다. 그러나 실제로 길이방향의 변형을 무시할 수 있는 두개의 강선(Rigid wird)에 의해서 매달려 있는 강체는 매우 낮은 진동수로 진자형태의 진동을 하는 것을 쉽게 관찰할 수 있는데, 이러한 현상을 비선형 모델인 경우에는 잘 나타내 주고 있지만 선형화된 모델에서는 전혀 보여주지 못하고 있다.

다음으로 현가봉의 설치각도($\varphi$)를 매우 적게 한 경우에 대해서 고려해 보기로 한다. 이 경우 선형화된 모델인 경우 설치각도를 0°로 하면 수평 방향의 거동은 완전히 분리되어 수직 방향과 회전 방향 거동만이 연계된다. 따라서 세방향거동을 동시에 고려하기 위해서 현가봉이 거의 수직을 이루고 있는 상태(설치각도 0.01°)에 대해서 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 5에서 보면 알 수 있듯이 선형화된 모델의 경우에는 수평 방향의 거동이 지배적인 진동 모우드의 고유진동수가 과도성분의 변화를 관찰하기 어려

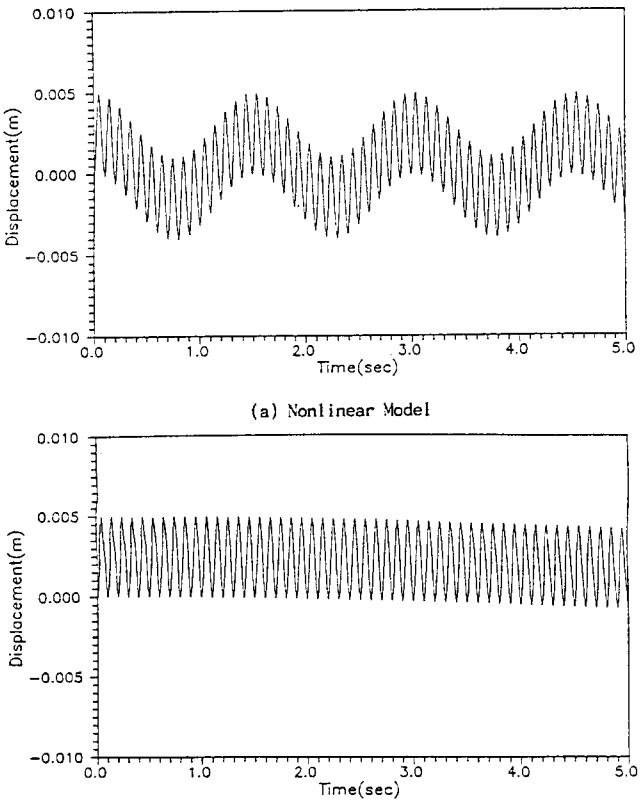


**Fig. 5** Response curves for rigid body in x-direction in the simulation case II

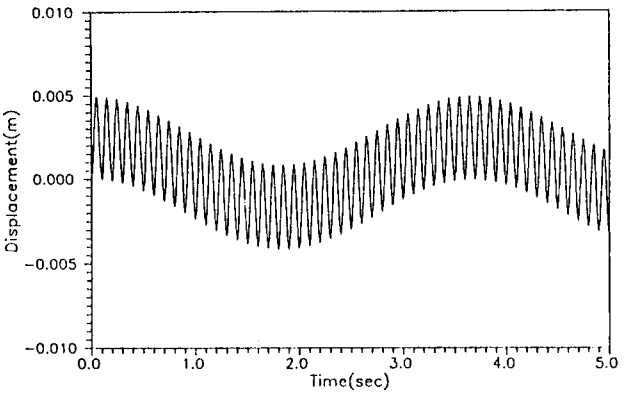


**Fig. 6** Response curves for rigid body of nonlinear medel in x-direction in the simulation case III

울 정도로 매우 작다는 것을 알 수 있고, 극단적으로 $\varphi \fallingdotseq 0°$이 되는 경우에는 고유진동수가 0이라는 강체 자유 모우드 양상만을 보이게 될 것이다. 그러나 비선형 모델인 경우에는 현가봉의 설치각도가 거의 0°에 가까워져도 강체의 회전운동이 상대적으로 매우 작아지기는 하지만 진자형태의 운동은 크게 변화가 없는 것으로 나타나는데, 이러한 특성은 간단한 진자실험을 통해서나 문헌을 통해 확인할수 있다[8,9,10].

마지막으로 현가봉의 길이를 10배 증가시킨 경우에 대해서 동특성을 비교해 보았다. 선형화된 모델에서는 식 (13), (14) 및 (15)를 보면 알 수 있듯이 현가봉의 길이는 운동방정식에 전혀 영향을 미치지 못하기 때문에 시뮬레이션 결과는 Fig. 3의 내용과 같다. 그러나 비선형 모델의 경우에는 Fig. 6에서 볼 수 있듯이 길이가 길어짐으로써 과도상태 응답 성분의 주기가 상대적으로 증가하는 것을 알 수 있다. 특히 수평 방향 거동이 단진자 형태의 진동이 지배적인 점을 고려하면 주기가 $1/\sqrt{7}$에 비례하게 되는데, Fig. 3 (a)와 Fig. 6을 비교해 보면 길이가 길어진 경우에 과도성분의 주기가 약 3배 정도 증가하는 것을 확인 할 수 있다.

전술한 세가지 경우의 시뮬레이션 결과로부터 강체가 매달려 있는 현가시스템의 선형화된 모델은 전반적으로 오류를 내포하고 있는 것으로 판단할 수 있으며, 비선형 모델을 채택하는 것을 타당하다는 것을 알 수 있다.

나. 불균형 응답곡선을 통한 동특성 비교

좀더 구체적으로 동특성을 파악하기 위해 불균형 질량의 회전수를 변화시켜가면서 발생하는 정상상태 응답치를 비교해 보고자 한다. 불균형질량의 회전속도는 고유진동수가 존재하는 4Hz까지는 0.1Hz씩

증가시켰고 4Hz부터 10Hz까지는 1Hz씩 증가시켰다. 먼저 선형화된 모델의 경우에 있어서 감쇠계수가 미치는 특성을 보기위해(주어진 감쇠계수인 경우에는 불균형 응답곡선을 피크가 뚜렷이 보이지 않음) 감쇠가 없는 경우에 대해서 비교해 보았다.

선형화된 모델의 동특성에 대한 감쇠계수의 영향은 Fig. 7에 나타난 불균형 응답곡선을 보면 알 수 있다. Fig. 7에 나타난 수평방향 및 회전방향의 거동을 살펴보면 비감쇠인 경우 수평방향 거동에 영향을 주는 1차 및 3차 고유진동수 근처에서 값이 커지는 것을 알 수 있다. 감쇠가 도입되면 3차 감쇠 고유진동수 부근에서는 피크가 나타나지 않고 1차 감쇠 고유진동수 부근에서는 비감쇠인 경우에 비해서 매우 낮은 응답치가 되는 것을 알 수 있다. 따라서 선형화된 모델에서는 수평방향 및 회전방향의 응답치, 고정단이 받는 전달력 및 전달 모멘트가 현가봉의 감쇠계수의 영향을 심하게 받는 것을 알 수 있다. 이러한 특성은 Fig. 3(b)에서 본 바와 같이 선형화된 모델인 경우의 응답치의 과도성분이 매우 빠르게 감쇠해 버리는 결과와 일치하고 있음을 확인할수 있다.

비선형 모델에 있어서 감쇠가 없는 경우와 감쇠가 있는 경우를 비교해 보기로 하자. 이 경우에 있어서 강체 현가시스템의 고유진동수는 고유치해석을 통해서 정확히 구할 수는 없지만 Fig. 8을 보면 대략적으로 파악할 수 있다. Fig. 8(a)를 보면 선형화된 모델의 경우와는 달리 수평 방향의 변위는 감쇠가 있다고 해도 공진현상에 큰 변화가 없는 것을 알 수 있는데 특히 수평 방향의 변위는 저주파의 진자운동이 지배적인 것을 알 수 있다. 회전 방향의 운동인 경우는 Fig. 8(b)에서 보면 알 수 있듯이 감쇠가 있는 경우에는 수평방향의 진자운동이 지배적이지만, 감쇠가 없는 경우에는 이보다 주파수가 높은 공진현상

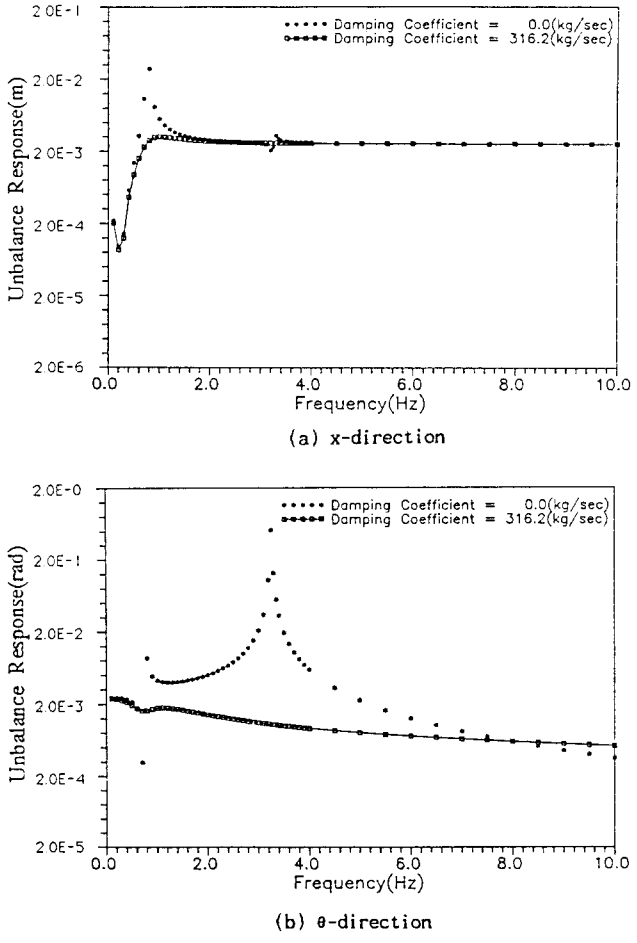


**Fig. 7** Unbalance responses for the rigid body suspension system of linearized model

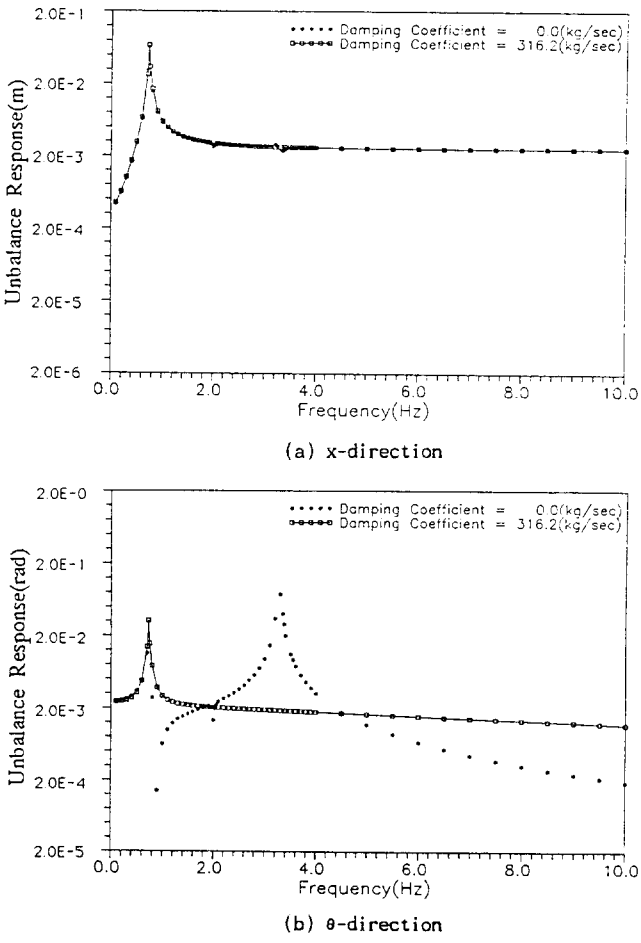


**Fig. 8** Unbalance responses for the rigid body suspension system of nonlinear model

에 의한 영향이 더 크게 미칠 것으로 예측되는데 이 고주파 공진현상은 감쇠특성에 의해서 민감하게 영향을 받는것을 알 수 있다. 한가지 특이한 점은 수평 방향 운동과는 달리 강체의 회전방향 응답치의 크기가 감쇠가 없는 경우 고주파영역(5Hz이상)에서는 감쇠가 있는 경우보다 작다는 것이다.

마지막으로 감쇠가 있는 경우 선형화된 모델과 비선형 모델에 대한 불균형 응답곡선을 비교함으로써 전술한 응답치의 차이점(직관에 의한 특성 검토)을 명확히 하고자 한다. Fig. 9는 주어진 감쇠계수를 갖는 비선형 모델과 선형화된 모델에 대한 불균형을 응답곡선, 전달력 및 모멘트를 보여주고 있다. 수평방향과 회전방향의 응답치를 살펴보면 1차 감쇠고유진동수에서 비선형 모델은 감쇠계수의 영향을 거의 받지 않는데 비해 선형화된 모델은 감쇠의 영향을 심하게 받는 것을 알 수 있다. 이는 Fig. 3에서 보았듯이 비선형 모델은 과도상태 응답이 상당시간 지속되는 것을 볼 수 있지만 선형화된 모델의 경우에는 매우 빠르게 소멸되었으며, 특히 비선형 모델은 초기에는 저주파의 진자운동이 상당시간 지속되면서 지배적임을 알 수 있다. 현가봉을 통해서 고정단에 전달되는 전달력과 전달 모멘트에서도 수평방향 및 회전방향의 불균형 응답치와 같은 특징을 볼 수 있다. 그리고, 고주파영역(5Hz이상)에서 수평방향의 거동은 선형화된 모델과 비서형 모델의 응답치가 일치하지만, 회전방향의 거동 및 고정단이 받는 전달력은 비선형 모델의 응답치가 선형화된 모델의 응답치보다 크다는 것을 알 수 있다. 반면, 고정단이 받

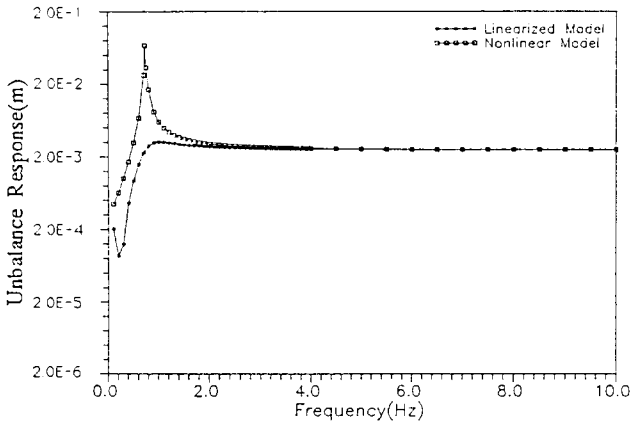


**Fig. 9** (a) Comparison of unbalance responses for the rigid body suspension system of linearized model and nonlinear model in $x$-direction

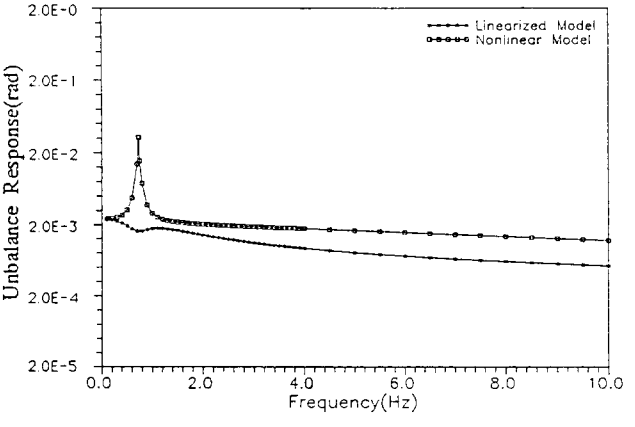


**Fig. 9** (b) Comparison of unbalance responses for the rigid body suspension system of linearized model and nonlinear model in $\theta$-direction

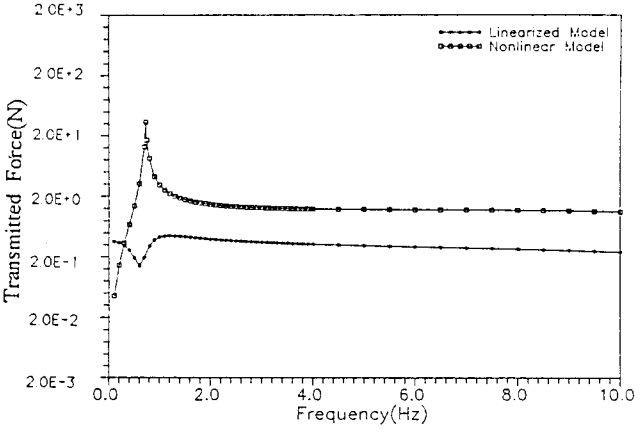


**Fig. 9** (c) Comparison of transmitted force curves for the rigid body suspension system of linearized model and nonlinear model in $x$-direction

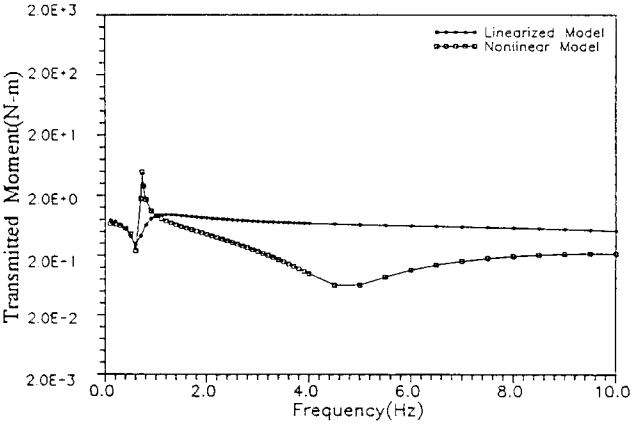


**Fig. 9** (d) Comparison of transmitted moment curves for the rigid body suspension system of linearized model and nonlinear model in $\theta$-direction

는 전달모멘트는 선형화된 모델의 응답치가 비선형 모델의 응답치보다 큰 것을 보여준다.

이상과 같은 시뮬레이션 결과를 통해서 강체를 매달고 있는 현가시스템의 동특성 분석을 위한 수학적 모델은 현가봉의 설치각도, 강성계수 및 감쇠계수만을 고려한 선형화된 모델로서는 부적합하고 반드시 현가봉의 길이가 고려되는 비선형 모델을 작성하여 특성분석을 수행해야 하는 것을 알 수 있다. 특히 현가봉의 강성이 극단적으로 큰 경우에도 거동이 발생되는 구조를 갖고 있는 현가시스템에 대해서 선형화된 모델을 적용하는 것이 매우 부적합하다는 것을 알 수 있고, 초기상태의 과도응답 성분이 중요한 시스템을 설계하거나 분석하고자 할때에는 큰 오류를 범할 수 있는 가능성이 있음을 주의해야 할 것이다.

### 2.3 3자유도 강체 현가시스템의 동특성

본 절에서는 3자유도 강체 현가시스템의 비선형 모델의 설계변수의 변화에 따른 동특성 변화를 파악하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.

2.2절에서 언급한 바와 같이 강체내에 있느 회전체에 존재하고 있는 불균형질량의 회전에 의한 외력이 강체의 질량중심에 작용하게 될때 강체 현가시스템의 동적거동은 일반적으로 현가봉의 부착위치, 길이, 강성계수 및 감쇠계수와 강체의 질량 및 관성모멘트의 영향을 받는다. 동특성를 파악하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 얻은 결과는 강체의 동적거동 및 이로 인하여 현가봉을 통해 고정단에 전달되는 힘과 모멘트이다. 본 연구에서는 주어진 기본설계변수를 기준으로 설계가 변경된 경우에 있어서 강체 현가시스템의 동특성 변화를 분석해 보았다. 여기에서 상하 방향의 운동은 일반적으로 자중에 의한 처짐이 지배적이고 현가시스템의 동적 안정성에 큰 영향을 미치지 못하므로 분석대상에서 제외하였다.

3자유도 강체 현가시스템의 동특성에 영향을 미칠 것으로 예측되는 설계변수를 Table 3에서 보여주고 있는 바와 같이 선정하였다. 강체 현가시스템의 기본설계변수 및 운전조건을 전절에서 언급하였고, 이 기본설계변수를 중심으로 하여 설계변수를 변경하였을 때의 동특성의 변화를 관찰하였다. 즉, 선정된 설계변수값을 변경하면서 강체의 동적거동 및 현가봉을 통하여 고정단으로 전달되는 힘 및 모멘트를 구하여 시간영역 및 주파수영역(Frequency domain)에서 이들 값의 변화를 관찰하였다.

(1) 기본설계변수의 경우 강체 현가시스템의 거동

Fig. 3에서 볼 수 있듯이 현가시스템의 거동을 초기에는 과도특성 성분이 지배하지만 시간이 흐른후에는 과도특성 성분이 감소되어 소멸된다. 강체 현가시스템의 과도상태 응답 성분은 감쇠율이 매우 작다는 것을 알 수 있는데 이를 통해서 진자운동 형태의 거동에는 현가봉의 감쇠계수가 큰 영향을 미치지 못하고 있는 것을 알 수 있다. 충분히 시간이 경과하여 과도상태 응답 성분이 사라지면 불균형질량의 회전수와 동일한 주파수를 갖고 그 크기가 변화하지 않는 정상상태 응답치만이 남게 되는데, 이 응답치의 크기가 정상상태에서의 강체 현가시스템의 진동의 크기를 나타낸다.

강체의 거동으로 인하여 현가봉을 통한 고정단이 받는 수평방향의 힘과 모멘트는 고정단 중심에 원점을 두고 전체 좌표계와 방향이 같은 직각 좌표계에 대해서 구했다. 강체의 거동으로 현가봉을 통해서 전달되는 힘과 모멘트도 강체의 거동과 유사한 양상으로 나타난다.

(2) 현가봉의 설치각도 변경에 따른 동특성의 변화

현가봉의 설치각도를 증가 또는 감소시킨 경우, Fig. 10에 나타나 있듯이 수평방향의 진동변위는 거의 변화하지 않는 것을 볼 수 있다. 반면 회전방향의 움직임은 설치각도를 감소시키면 따라서 감소하는 것을 보여주는데, 이는 설치각도를 감소시키면 현가봉의 수직방향의 강성계수 성분이 증가하고, 강체가 좌우로 움직일때 현가봉이 부착된 양단의 기하학적 조건의 차이가 적어짐에 따라 강체의 회전이 동반되어야 하는 제약조건이 약화되기 때문이다. 회전 방향에 대한 불균형 응답곡선을 통해 살펴보면 시스템의 1차 감쇠 고유진동수 부근을 제외한 전 영역에서 설치각도가 커질수록 같은 가진력에 의한 강체의 거동, 전달력 및 모멘트가 증가하는 것을 알 수 있다.

**Table 3** Simulation design paramentes of the rigid body suspension system

| Design parameters | Units |
|---|---|
| Mount location angle of suspension bar | radian |
| Damping coefficient of suspension bar | kg/sec |
| Length and stiffiness of suspension bar | m, N/m |
| Vertical position of center of gravity | m |
| Magnitude of exciting force | N |
| Mount location position of suspensionn bar | m |

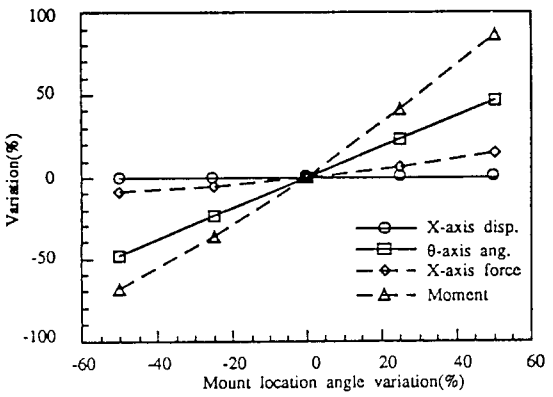


**Fig. 10** Comparison of steady state responses according to the variation of mount angle of suspension bar

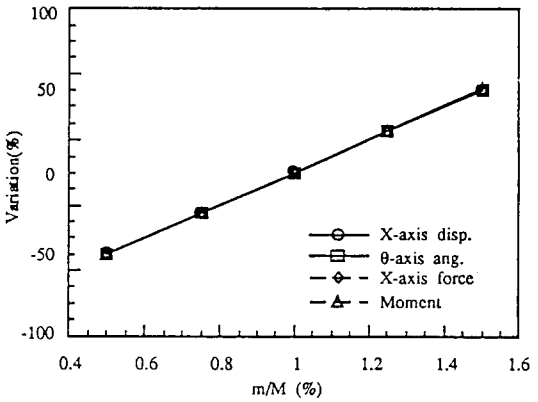


**Fig. 12** Comparison of steady state responses according to the variation of unbalance mass

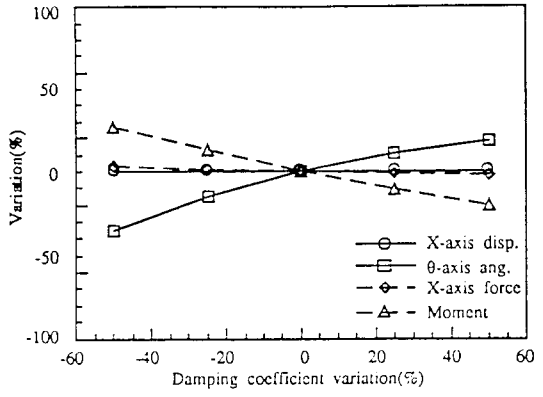


**Fig. 11** Comparison of steady state responses according to the variation of damping coefficient of suspension bar

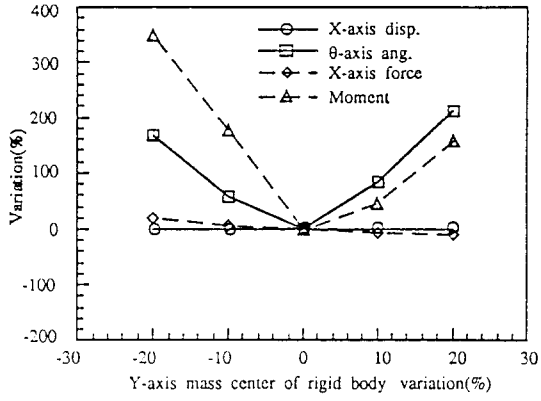


**Fig. 13** Comparison of steady state responses according to the variation of the vertical position of rigid body mass center

(3) 현가봉의 감쇠비 변경에 따른 동특성의 변화

현가봉의 감쇠비를 기본설계변수의 경우보다 25%와 50%씩 증·감시켜 보았다. Fig. 11을 보면 감쇠계수를 증가 혹은 감소시켜도 수평방향의 진동변위 및 고정단이 받는 수평방향의 힘 성분의 변화가 거의 없는 것을 알 수 있다. 반면 감쇠계수를 감소시키면 회전방향의 진동변위는 감소하고, 고정단이 받는 모멘트는 증가하는 경향을 보여준다. 이와 같은 특성은 시스템의 고유진동수 이상의 영역(5Hz이상)에서 나타나고 공진영역에서는 일치하지 않는다.

(4) 불균형질량의 크기 변화에 따른 응답치의 변화

Fig. 12에서 볼 수 있듯이 불균형질량의 크기를 증가시킬수록 강체 현가시스템의 수평방향의 진동변위, 회전방향의 진동변위, 그리고 고정단이 받는 수평방향의 힘 및 모멘트의 선형적으로 비례하여 증가하는 경향을 볼 수 있다. 이는 식 (12)에 나타나 있듯이 불균형질량의 크기가 커질수록 외력이 증가하고, 이에 비례하여 강체의 진동변위 및 전달력이 커지는 것을 알 수 있다.

(5) 강체질량중심의 상하변경에 따른 동특성의 변화

강체의 도심에 가진점, 즉 불균형질량의 회전중심을 고정시키고 강체의 질량중심을 상·하로 변경시키면서 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 13을 보면 수평방향의 진동변위 및 고정단이 받는 수평방향의 힘의 변화는 거의 없지만, 회전방향의 진동변위 및 고정대가 받는 모멘트는 모두 증가하는 경향을 보여준다. 이는 강체의 질량중심이 도심(가진점)에서 멀어지면 수평방향 및 수직방향의 외력성분은 변하지 않

지만 모멘트는 증가하기 때문이다.

(6) 강체질량중심의 좌우이동에 따른 동특성의 변화

Fig. 1에 나타난 강체의 질량중심을 좌측방향으로 이동시켰을때 강체가 정적평형 상태에서 수평을 유지하도록 현가봉의 각각의 강성계수를 달리하여 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 14에 나타나 있듯이 강체의 질량중심이 기하학적중심에서 벗어나는 경우 수평방향의 변위 및 고정단이 받는 수평방향의 힘의 변화는 거의 없지만 회전방향의 진동변위와 고정단이 받는 모멘트는 대폭 증가하는 경향을 보여주고, Fig. 15를 보면 강체의 질량중심이 기하학적중심에서 멀리 벗어날수록 과도상태 응답성분이 대폭 증가함을 알 수 있다. 이는 고정단의 안정성에 심한 영향을 주게 된다.

(7) 현가봉의 부착위치 변경에 따른 동특성의 변화

Fig. 1에 나타난 강체에의 현가봉의 수직방향 부착위치($v$)를 상·하로 변경하면서 동특성을 관찰하였다. 현가봉의 부착위치를 강체의 질량중심과 평행환위치에서 상·하로 변경하였을때, Fig. 16을 보면 수평방향 및 수직방향의 진동변위의 변화는 거의 없는 것을 알 수 있다. 반면 고정단이 받는 힘과 모멘트는 양의 수직방향 위치로 갈수록 미소하게 증가하는 경향을 보여준다.

(8) 현가봉의 길이 및 강성계수 변경에 따른 동특성의 변화

현가봉의 길이와 강성계수의 상대적 변화는 현가시스템의 기본적인 성격을 결정하는 중요한 역할을 하므로 본 연구에서는 현가봉의 길이와 강성계수를 동시에 변경시키면서 시뮬레이션을 수행하였다. 현가봉의 변경전 길이는 $l$, 변경후의 길이는 $l'$, 변경전의 강성계수는 $k$, 변경후의 강성계수는 $k'$이다. 현가봉의 길이를 증가 혹은 감소시키면서 강성계수를 증·감시킨 경우에 있어서의 현가시스템의 수평방향의 진동변위는 거의 변화가 없지만, Fig. 17(a)에 나타낸 회전방향의 진동변위는 현가봉의 길이가 감소하고 강성계수가 감소함에 따라 줄어드는 경향을 보여준다. 고정단이 받는 수평방향의 힘 성분은 Fig. 17(b)와 같이 현가봉의 강성계수의 감소 및 길이의 증가에 따라 감소하는 경향을 보이고 있고, 고정단이 받는 모멘트는 Fig. 17(c)에 나타나 있듯이 현가봉의 길이를 증가시키고 강성계수를 증가시킬수록 증가하는 것을 보여준다. Fig. 18은 현가봉의 길이와 강성계수를 변화시킨 경우에 대한 전달력 곡선을 보여주고 있는데 현가봉의 길이를 감소시키면 1차 감쇠 고유진동수가 증가하는 것을 볼 수 있다. 1차 감쇠 고유진동수 부근을 제외한 실질적인 운전영역으로 볼 수 있는 5Hz이상의 전영역에서 현가봉의 길

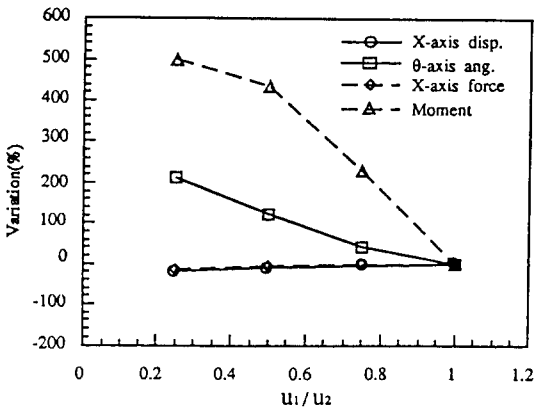


**Fig. 14** Comparison of steady state responses according to the variation of geometric center vs. mass center of rigid body

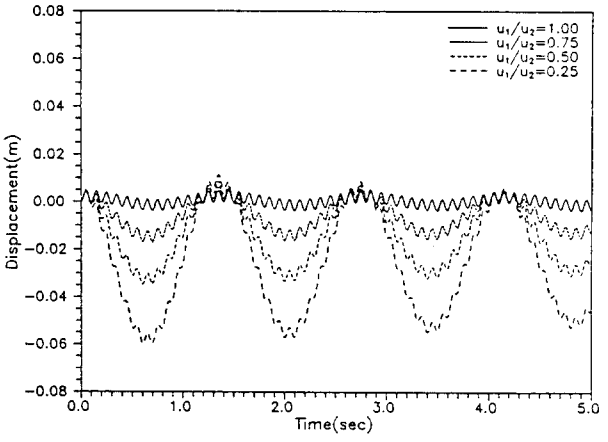


**Fig. 15** Response curves for rigid body in x-direction according to the variation of geometric center vs. mass center of rigid body

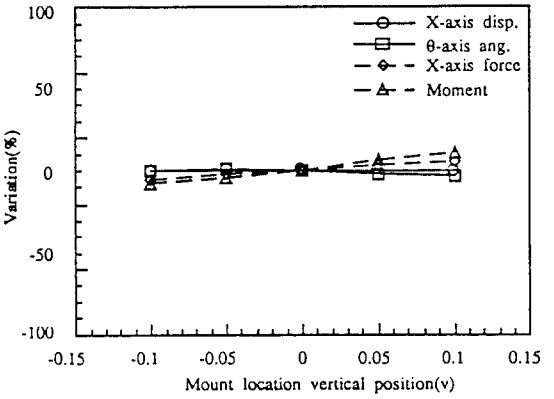


**Fig. 16** Comparison of steady state responses according to the variation of vertical mount location

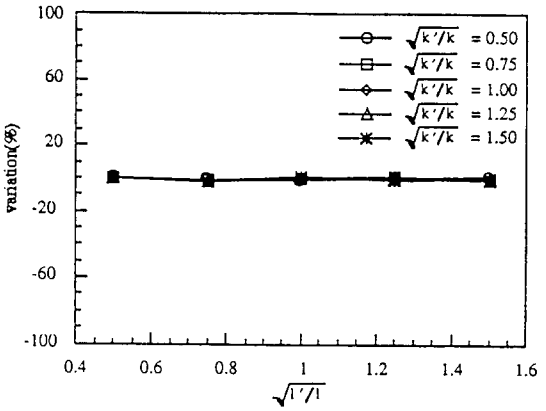


**Fig. 17** (a) Comparison of steady state responses in $x$-direction according to stiffness and length variation of suspension bar

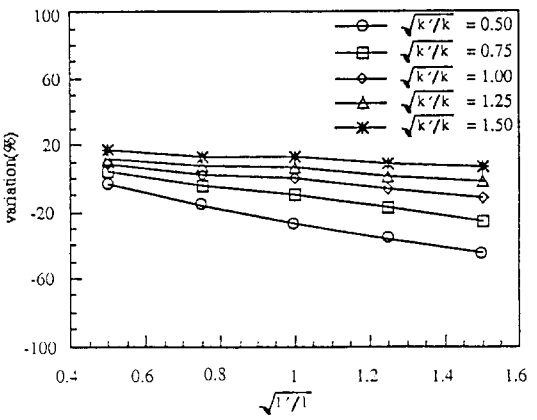


**Fig. 17** (b) Comparison of steady state responses in $\theta$-direction according to lstiffness and length variation of suspension bar

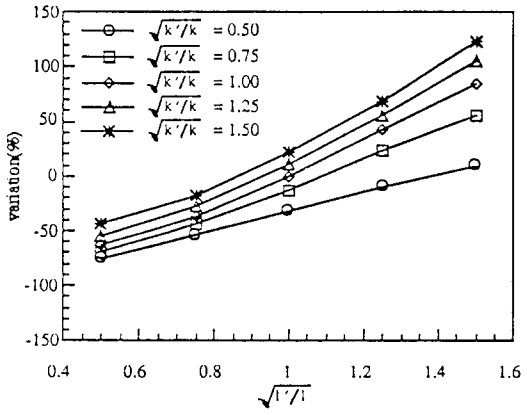


**Fig. 17** (c) Comparison of transmitte forces according to stiffness and length variation of suspension bar

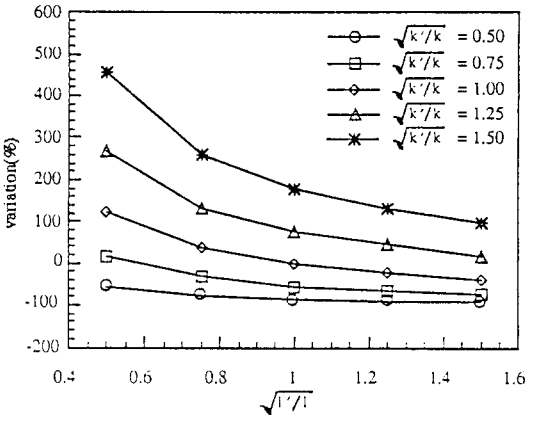


**Fig. 17** (d) Comparison of transmitte moments according to stiffness and length variation of suspension bar

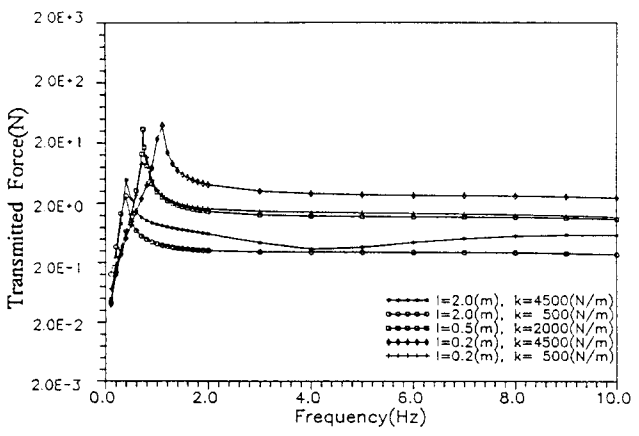


**Fig. 18** (a) Transmitted force curves for the rgid body suspension system in x-direction according to stiffness and length variation of suspension bar

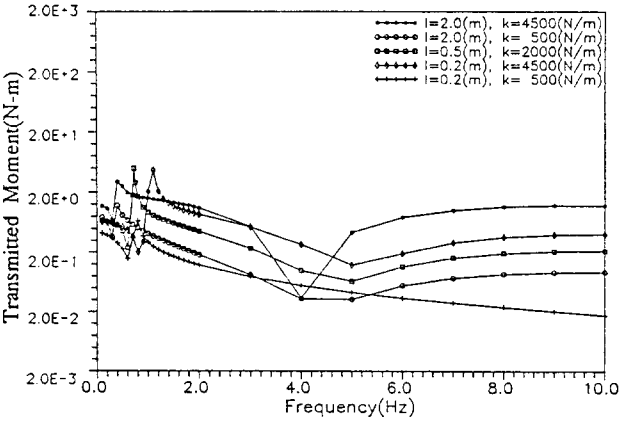


**Fig. 18** (b) Transmitted moment curves for the rigid body suspension system in $\theta$-direction according to stiffness and length variation of suspension bar

이를 감소시키면 전달력이 증가하는 것을 볼 수 있다. 전달 모멘트는 현가봉의 강성계수를 증가시키면 증가하는 경향을 보인다.

## 3. 결 론

본 연구에서는 1조식 가정용 세탁기, 공기 조화용 덕트 등과 같이 천정 혹은 벽등에 매달린 기계 구조물에서 흔히 볼 수 있는 6자유도 강체 현가시스템의 올바른 수학적 모델링 방법을 제시하기 위하여 진동현상의 기본특성에 있어서 큰 차이를 보이지 않는 3자유도 강체 현가시스템을 예시로 하여 동특성을 분석해 보았다. 3자유도 강체 현가시스템의 비선형 모델과 선형과된 모델의 운동방정식을 수립하였고, 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 비선형 모델과 선형화된 모델이 큰 차이를 갖고 있다는 것을 보였다. 강체가 매달려 있는 형태의 강체 현가시스템의 올바른 동력학적 모델의 특성을 알기 위해서는 반드시 현가시스템의 길이가 고려되는 비선형 모델을 이용하여야 한다는 것을 확인하였다. 또한 이와같은 강체 현가시스템의 동특성을 분석하기 위하여 3자유도 강체 현가시스템에서의 현가봉의 길이, 부착위치, 강성계수, 감쇠계수 및 가진력 등을 변경시켜 가면서 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.

## 참고문헌

(1) 정경렬외 3인, 1988, "실험적 모우드해석을 통한 마운트계의 동역학적 모델링", 자동차공학회지, Vol. 10, No. 2, pp. 39~45.

(2) 박석태, 정경렬외 2인, 1986, "엔진 마운트용 고무의 동력학적 모델링", 대한기계학회 논문집, 제10권, 제5호, pp. 689~697.

(3) "세탁기 진동 및 소음 경감", 한국과학기술원 연구보고서, 1988.

(4) "가정용 세탁기 전장부품 및 구조개선을 위한 연구(Ⅰ)", 산업계 수탁 연구과제보고서, 생산기술연구원 기계기술 실용화 센타, 1991.

(5) 정경렬외 3인, 1992, "회전체를 갖는 강체 현가시스템의 동특성해석을 위한 전산 시뮬레이션", 춘계소음진동공학회 학술대회 논문집, pp. 93~98.

(6) 정경렬외 3인, 1993, "세탁기용 강체 현가시스템의 동특성 해석을 위한 시뮬레이션", 한국소음진동공학회지, 제3권 제1호, pp. 65~75.

(7) J. H. Ginsberg, Joseph Genin, "Dynamics", John Wiley & Sons, Inc, 1977.

(8) N. V Banichuk, D. K. Kimov and W. Schiehlen (Eds.), "Dynamical Problems of Rigid-Elastic Systems and Structures", IUTAM Symposium, Moscow, USSR, May 23~27, Springer-Verlag, 1990.

(9) P. Alabuzhev, et, al. 1989, "Vibration Protecting and Measuring Systems with Quasi-zero Stiffness", Hemisphere Publishing Co.,

(10) L. Meirovitch, 1986, "Elements of Vibration", McGraw-Hill Book Co.,