

〈論 文〉

방향 스펙트럼을 이용한 회전체의 비대칭성 및 비등방성 진단

Diagnosis of Asymmetry/Anisotropy in Rotor Systems Using Directional Spectrum

조 치 영* · 이 종 원*
Chee-Young Joh and Chong-Won Lee

ABSTRACT

A diagnostic method of anisotropy and asymmetry in rotor systems utilizing the two-sided directional spectra of the operating responses has been presented and tested with a laboratory flexible rotor-bearing system. The experimental results show that the directional spectra can be effectively used for the diagnosis of anisotropy and/or asymmetry in rotor systems by the investigation of $-1X$ and $+2X$ components in the directional spectrum of unbalance and gravity responses.

1. 서 론

일반적으로 회전체시스템은 회전부와 고정부로 구성되어 있으며, 각각의 비축대칭적 물성치를 비대칭성(Asymmetry) 및 비등방성(Anisotropy)이라고 하는데, 이들은 불균형응답, 위험속도, 안정성 등의 동특성에 커다란 영향을 미친다^(1,2). 따라서, 회전체에 존재하는 비대칭성 및 비등방성의 크기나 변화를 진단하는 것이 필요하다.

진동신호를 이용한 회전체시스템의 진단에서는 스펙트럼해석이 널리 사용되고 있는데, 기존의 진단기법에서는 회전체의 진동신호를 실수값으로 취급하기 때문에, 얻어지는 스펙트럼은 한쪽스펙트럼(One-sided spectrum)으로 각 주파수성분에 대한 방향성, 즉 전방선회(Forward whirling) 또는 후방선회(Backward whirling)에 관한 정보를 추출하기가 어렵다. 한편, 회전체의 수직 및 수평방향 응답을 복소표기(Complex notation)에 의한 복소신호로부터

얻어지는 두쪽스펙트럼(Two-sided spectrum)인 방향스펙트럼(Directional spectrum)은 각 주파수성분들의 방향성정보를 가지고 있으므로, 이를 회전체의 동특성 해석에 효과적으로 사용할 수 있게 된다^(1,3~6).

본 논문에서는 복소표기법에 의한 방향 스펙트럼을 활용하여 회전체에 존재하는 비등방성 및 비대칭성을 주파수영역 진단기법을 제안하였다. 또한 실험실에서 제작된 탄성회전체에 대한 실험을 통하여 제안된 진단기법이 효과적임을 검증하였다.

2. 이론적 배경

2.1 복소표기에 의한 운동방정식

회전부와 고정부 물성치의 축대칭성에 따라, 회전체의 이론적 모델은 다음과 같이 분류될 수 있다^(4,5).

등방(대칭)회전체 : 회전부 및 고정부 모두 축대칭인 경우

비등방회전체 : 회전부는 축대칭, 고정부는 비축대칭

비대칭회전체 : 회전부는 비축대칭, 고정부는 축대칭

일반회전체 : 회전부 및 고정부 모두 비축대칭

회전체 해석에서는 흔히 Fig. 1과 같이 2가지 좌표

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과 소음 및 진동제어 연구센터(NOVIC)

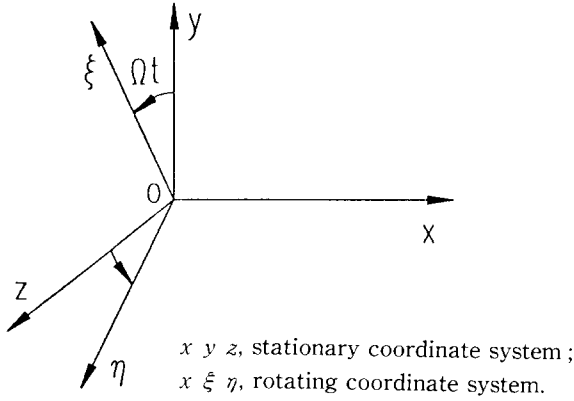


Fig. 1 Coordinate Systems

계가 사용된다. 하나는 고정좌표계, x, y, z 이고 다른 하나는 고정좌표계에 대해 상대적으로 회전속도, Ω 로 회전하는 회전좌표계, x, ξ, η 이다. 여기서 복소표기법에 의한 복소 힘 및 응답 벡터를 두 좌표계에 대해 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} \text{정지좌표계 : } \mathbf{p}(t) &= \mathbf{y}(t) + j\mathbf{z}(t), \\ \mathbf{g}(t) &= \mathbf{f}_y(t) + j\mathbf{f}_z(t) \end{aligned} \quad (1a)$$

$$\begin{aligned} \text{회전좌표계 : } \mathbf{p}(t) &= \boldsymbol{\zeta}(t) + j\boldsymbol{\eta}(t), \\ \mathbf{g}(t) &= \mathbf{f}_\xi(t) + j\mathbf{f}_\eta(t) \end{aligned} \quad (1b)$$

여기서 j 는 허수단위 ($=\sqrt{-1}$)이고, \mathbf{y} 와 \mathbf{z} ($\boldsymbol{\zeta}$ 와 $\boldsymbol{\eta}$)는 고정(회전) 좌표계에서의 수직 및 수평방향의 변위 벡터이고, \mathbf{f}_y 와 \mathbf{f}_z (\mathbf{f}_ξ 와 \mathbf{f}_η)는 힘 벡터이다. 두 좌표계의 복소 힘 및 변위벡터는 다음의 관계식을 가진다.

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}(t) e^{j\Omega t}, \quad \mathbf{g}(t) = \mathbf{g}(t) e^{j\Omega t} \quad (2)$$

복소좌표에 의한 일반회전체의 고정좌표계에서의 운동방정식은 다음과 같다^(1,4).

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_o \ddot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{M}_r e^{j2\Omega t} \ddot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{C}_o \dot{\mathbf{p}}(t) \\ + [\mathbf{C}_s + \mathbf{C}_r e^{j2\Omega t}] \dot{\mathbf{p}}(t) \\ + \mathbf{K}_o \mathbf{p}(t) + [\mathbf{K}_s + \mathbf{K}_r e^{j2\Omega t}] \mathbf{p}(t) = \mathbf{g}(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 ω 는 공액복소수를 나타내며, 하첨자 o, s, r 를 가진 행렬들은 각각 등방성, 비등방성, 비대칭성에 관련된다.

비등방회전체의 경우 ($\mathbf{M}_r = \mathbf{C}_r = \mathbf{K}_r = \mathbf{0}$) 운동방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{p}}(t) + \hat{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{p}(t) + \hat{\mathbf{K}} \mathbf{p}(t) = \mathbf{g}(t) \quad (4)$$

여기서

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_o, \quad \mathbf{C} = \mathbf{C}_o, \quad \mathbf{K} = \mathbf{K}_o, \quad \hat{\mathbf{C}} = \mathbf{C}_s, \quad \hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K}_s$$

비대칭회전체의 경우 ($\mathbf{C}_s = \mathbf{K}_s = \mathbf{0}$) 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_o \ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{M}_r e^{j2\Omega t} \ddot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{C}_o \dot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{C}_r e^{j2\Omega t} \dot{\mathbf{p}}(t) \\ + \mathbf{K}_o \mathbf{p}(t) + \mathbf{K}_r e^{j2\Omega t} \mathbf{p}(t) = \mathbf{g}(t) \end{aligned} \quad (5)$$

그런데 위식은 주기적 시변항(Time-varying terms)을 포함하고 있는데, 관계식 (2)를 이용하여 회전좌표계로 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \ddot{\mathbf{p}}(t) + \hat{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{p}}(t) + \hat{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{p}(t) \\ + \hat{\mathbf{K}} \mathbf{p}(t) = \mathbf{g}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \mathbf{M}_o, \quad \hat{\mathbf{M}} = \mathbf{M}_r, \quad \mathbf{C} = \mathbf{C}_o + j2\Omega \mathbf{M}_o, \\ \hat{\mathbf{C}} &= \mathbf{C}_r - j2\Omega \mathbf{M}_r, \\ \mathbf{K} &= \mathbf{K}_o - \Omega^2 \mathbf{M}_o + j\Omega \mathbf{C}_o, \\ \hat{\mathbf{K}} &= \mathbf{K}_r - \Omega^2 \mathbf{M}_r - j\Omega \mathbf{C}_r \end{aligned}$$

2.2 방향조화응답(Directional Harmonic Response)

비등방회전체 및 비대칭회전체의 복소조화가진력(Complex harmonic force)에 대한 응답을 조사하기 위해 주파수 ω 를 가지는 다음과 같은 복소조화가진력을 고려하자.

$$\text{고정좌표계 : } \mathbf{g}(t) = \mathbf{g}_\omega e^{j\omega t} \quad (7a)$$

$$\text{회전좌표계 : } \mathbf{g}(t) = \mathbf{g}_\omega e^{j(\omega - \Omega)t} \quad (7b)$$

식 (7a)를 식 (4)에 대입하면 다음과 같은 비등방회전체의 방향조화응답을 구할 수 있다.

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_f e^{j\omega t} + \mathbf{p}_b e^{-j\omega t} \quad (8a)$$

여기서 \mathbf{p}_f 와 \mathbf{p}_b 는 각각 전방 및 후방조화응답 성분으로 다음 식으로 결정된다.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_f \\ \mathbf{p}_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{C} & \hat{\mathbf{K}} + j\omega \hat{\mathbf{C}} \\ \hat{\mathbf{K}} + j\omega \hat{\mathbf{C}} & \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{C} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{g}_\omega \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (8b)$$

마찬가지로, 식 (6)과 (7b)로부터 비대칭회전체의 조화응답을 얻을 수 있다.

$$\text{고정좌표계 : } \mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_f e^{j(\omega - \Omega)t} + \mathbf{p}_b e^{-j(\omega - \Omega)t} \quad (9a)$$

$$\text{회전좌표계 : } \mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_f e^{j\omega t} + \mathbf{p}_b e^{-j(\omega - 2\Omega)t} \quad (9b)$$

여기서 \mathbf{p}_f 와 \mathbf{p}_b 전방 및 후방조화응답성분으로 다음 식으로 결정된다.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_f \\ \mathbf{p}_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} - (\omega - \Omega)^2 \mathbf{M} + j(\omega - \Omega) \mathbf{C} & \\ & \hat{\mathbf{K}} + j(\omega - \Omega) \hat{\mathbf{C}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{g}_\omega \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{K} + j(\omega - \Omega) \bar{C} \\ \bar{K} - (\omega - \Omega)^2 \bar{M} + j(\omega - \Omega) \bar{C} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{g}_\omega \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (9c)$$

특히, 등방회전체에 대한 방향조화응답은 후방조화응답성분을 가지지 않는다. 즉

$$\mathbf{p}_b = \mathbf{p}_b = 0 \quad (10)$$

회전체에 부가되는 가장 대표적인 가진력은 불균형력(Unbalance forces) 및 중력으로 다음과 같이 복소표기법으로 정의될 수 있다.

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}_o + \mathbf{g}_1 e^{j\Omega t} \quad (11)$$

여기서 $\mathbf{g}_o, \mathbf{g}_1$ 는 각각 중력 및 불균형력을 나타낸다. 식 (8)로부터 비등방회전체의 응답은 다음과 같이 구해진다.

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_o + \mathbf{p}_{1f} e^{j\Omega t} + \mathbf{p}_{1b} e^{-j\Omega t} \quad (12)$$

여기서 \mathbf{p}_o 는 중력에 의한 정적처짐이고, $\mathbf{p}_{1f}, \mathbf{p}_{1b}$ 는 각각 불균형력에 의한 전방 및 후방선회응답이다. 만약, $|\mathbf{p}_{1f}| \neq |\mathbf{p}_{1b}| \neq 0$ 인 경우 선회계적은 타원형으로 그 방향은 $|\mathbf{p}_{1f}|, |\mathbf{p}_{1b}|$ 의 크기에 따라 결정된다. 즉, $|\mathbf{p}_{1f}| > |\mathbf{p}_{1b}|$ 이면 전방선회이고, $|\mathbf{p}_{1f}| < |\mathbf{p}_{1b}|$ 이면 후방선회이다. 특히 $|\mathbf{p}_{1f}| = |\mathbf{p}_{1b}|$ 이면 선회계적은 직선이 된다.

한편, 식 (9b)로 부터 비대칭회전체의 고정좌표계에서의 응답은 다음과 같다.

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_o + \mathbf{p}_{1f} e^{j\Omega t} + \mathbf{p}_{2f} e^{j2\Omega t} \quad (13)$$

여기서 \mathbf{p}_o 는 중력에 의한 정적처짐이고, \mathbf{p}_{1f} 는 불균형력에 의한 동기응답(Synchronous response)이고, \mathbf{p}_{2f} 는 중력에 의해 발생하는 각속도 2Ω 의 전방 비동기 응답(Forward asynchronous response)이다.

Table 1은 식 (12)와 (13)으로 부터 불균형력 및

Table 1 Directional whirling components of unbalance and gravity responses measured in the stationary coordinate system

	-2X	-1X	0X*	1X	2X
Isotropic			●	○	
Anisotropic		○	●	○	
Asymmetric			●	○	●
General	●	○	●	○	●

○ : Caused by unbalance force

● : Caused by gravity force

* : Normally not used for diagnosis

중력에 의한 응답의 방향주파수 성분(Directional frequency components)을 요약한 것이다. 결론적으로, 비등방성 및 비대칭성의 존재나 변화는 고정좌표계에서 정의된 방향스펙트럼의 $-1X$ 및 $+2X$ 성분을 조사함으로써 효과적으로 진단이 가능함을 알 수 있다.

3. 실험

Fig. 2는 탄성회전체의 운전응답(Operational response)의 방향스펙트럼을 구하는 실험장치의 개략도를 나타낸다. 회전체의 2개의 원판과 길이가 0.6 m이고 지름이 15mm인 탄성축으로 구성되고 2개의 볼베어링에 의해 지지되고 있다. 회전체는 2마력의 직류전동기에 의해 구동되고, 전동기로부터 전달되는 진동을 줄이기 위해 평벨트와 탄성커플링을 사용하였다. 또한 1회전 기준신호(1/rev reference signal)를 얻기 위하여 엔코더(Encoder)를 장착하였다.

원래의 회전체 축은 단면이 균일한 축대칭모양이다(이하 원형모델이라 함). 다음 회전축의 비대칭강성(Stiffness asymmetry)을 모형화하기 위해 Fig. 3과 같이 축위 단면에 깊이가 3.5mm이고 폭이 30 mm인 인위적인 홈(slot)을 가공하였다(이하 가공모델이라 함).

실험중 회전체의 회전속도는 660rpm(시험장치의 1차 위험속도의 약 1/3)으로 실험하였다. 원판 #1

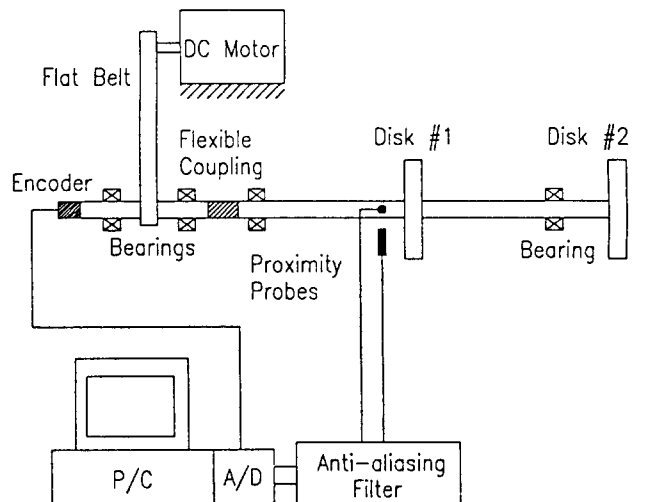


Fig. 2 Experimental setup for flexible rotor-bearing system

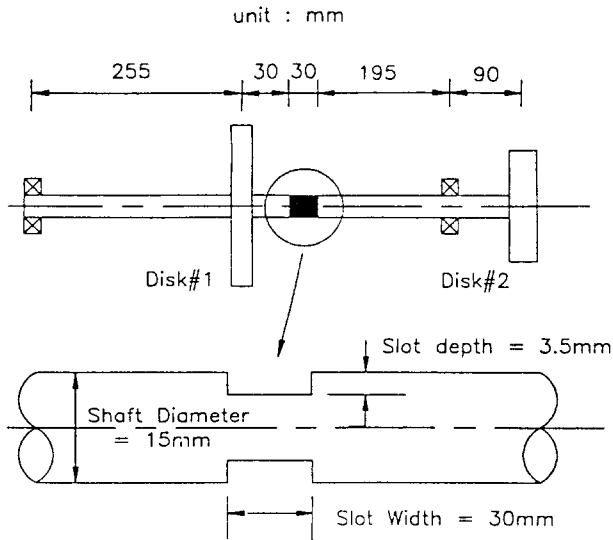


Fig. 3 Location and configuration of shaft slot

부근의 수직(y) 및 수평(z) 방향의 진동신호를 한쌍의 와전류형 변위센서를 이용하여 측정하였으며, 이를 아날로그 필터를 사용하여 50Hz로 필터링시켰다. 잡음효과를 줄이기 위해 필터링된 진동신호를 1회전 기준신호에 동기시켜 1,100Hz로 120개씩 샘플링하여, 시간영역에서 150번 평균을 취했다. 다음, 평균된 신호를 다음과 같이 복소신호로 정의하고, $\mathbf{p}(t_i) = \mathbf{y}(t_i) + j\mathbf{z}(t_i)$, $i=1, 2, \dots, N(=120)$, 이에 대해 $\pm 1\Omega$, $\pm 2\Omega$ 주파수성분의 방향스펙트럼은 다음 식으로 구하였다.

$$\mathbf{p}(t_i) = \mathbf{p}_f e^{j\omega t_i} + \mathbf{p}_b e^{-j\omega t_i} ; \omega = \pm \Omega, \pm 2\Omega, i=1, 2, \dots, N \quad (14)$$

여기서

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_f \\ \mathbf{p}_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N e^{j2\omega t_i} & N \\ N & \sum_{i=1}^N e^{-j2\omega t_i} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^N \mathbf{p}(t_i) e^{j\omega t_i} \\ \sum_{i=1}^N \mathbf{p}(t_i) e^{-j\omega t_i} \end{Bmatrix}$$

Fig. 4는 원형모델로부터 측정된 선회궤적(Whirl orbit)과 방향스펙트럼을 그린 것이다. 수직방향의 진동크기가 수평방향보다 커서 선회궤적이 타원형임을 알 수 있으며, 방향스펙트럼에서는 $-1X$ 성분의 크기가 $+1X$ 성분의 크기의 약 1/3 정도 됨을 알 수 있다. 따라서 원형모델은 고정부의 강성이 비등방성을 가지고 있음을 알 수 있다. Fig. 5는 가공모델의 선회궤적과 방향스펙트럼을 그린 것으로 $2X$ 성분의 크기가 상당히 커짐을 알 수 있고, 또한 방향스펙트럼에서 뚜렷한 $+2X$ 성분을 관찰할 수 있

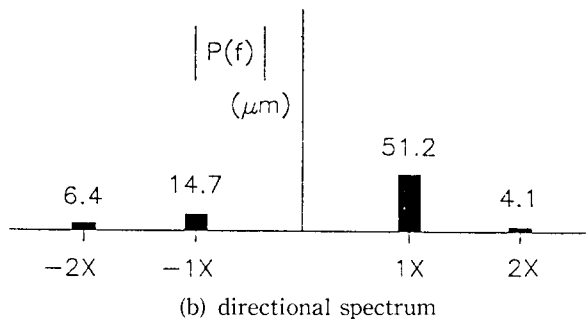
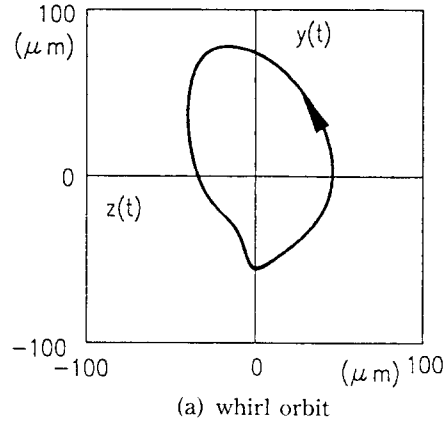


Fig. 4 Operational response of unslotted system

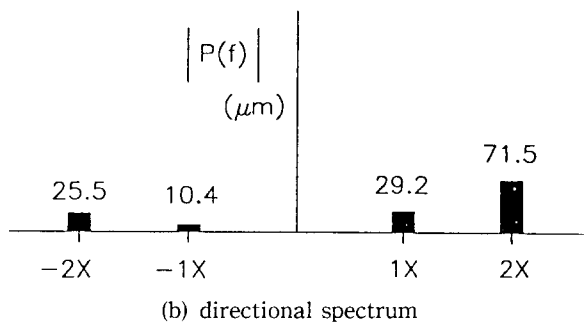
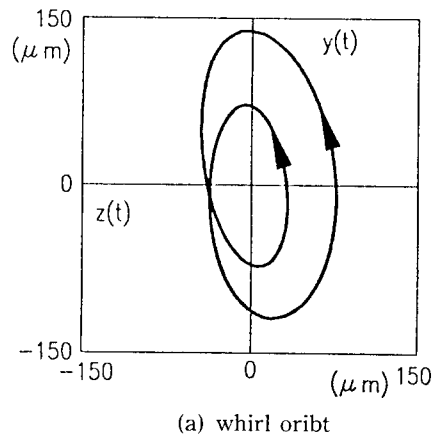


Fig. 5 Operational response of slotted system

다. 아울러 Fig. 4에서 관찰된 것과 같이 후방성분들도 존재함을 알 수 있다. 따라서, 가공모델은 비등방성 및 비대칭성을 가지고 있는 회전체임을 진단할 수 있다.

4. 결 론

운전중 진동신호의 방향스펙트럼을 이용한 회전체의 비등방성 및 비대칭 진단법을 제안하였고, 탄성 회전체의 실험을 통하여 이를 검증하였다. 실험 결과, 회전체의 비등방성 및 비대칭성의 존재나 변화는 고정좌표계에서 정의된 방향스펙트럼의 $-1X + 2X$ 성분을 조사함으로써 효과적으로 진단이 가능함을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- (1) Genta, G., 1988, "Whirling of Unsymmetrical Rotors: A Finite Element Approach Based on Complex Co-ordinates", J. of Sound and Vibration, Vol. 124 (1), pp. 27~53.
- (2) Inagaki, T., Kanki, H. and Shiraki, K., 1980, "Response Analysis of a General Asymmetric Rotor-Bearing System", Trans. of the ASME, J. of Mechanical Design, Vol. 102, pp. 147~157.
- (3) Lee, C. W., 1993, Vibration Analysis of Rotors, Kluwer Academic Publishers.
- (4) Lee, C. W., 1993, "Active Control of Rotors in Complex Space", Korea-U.S. Vibration Engineering Seminar, Taejon, Korea, pp. 229~242.
- (5) Lee, C. W. and Joh, C. Y., 1993, "Diagnosis of Anisotropy and Asymmetry in Rotating Machinery Using Complex Modal Testing Method", Mechanical Systems and Signal Processing, submitted.
- (6) 한윤식, 한우섭, 이종원, 1993, "진동신호의 방향파워 스펙트럼을 이용한 엔진의 실화 실린더 탐지", 한국자동차공학회지(게재예정).

(1) Genta, G., 1988, "Whirling of Unsymmetrical Rotors: A Finite Element Approach Based on