## CRLB를 이용한 수중운동 추적체계 설계성능 예측

# Performance Estimation of Underwater Tracking System by Using CRLB

도 경 철\*, 김 응 범\* (Kyeong Cheol Dho\*, Eung Beom Kim\*)

## 요 약

수중운동 추적채계의 추적성능은 표적에 부착된 평거로부터의 송신음향이 수중센서에 도달하기 까지의 시지연(time delay)과, 해저에 부설된 각 센서가 시시연을 이용하여 기하학적으로 계산하는 LOP(Line-of-Position)를 얼마나 정확하게 추 출하느냐에 달려있다. 본 논문에서는 수중운동 추적체계의 추적성능을 예측하기 위하여 먼저 CRLB(Cramer-Rao Lower Bound)를 이용한 시지면 예측오차의 기준 경계식을 유도하고, 임의 표직운동에 이를 적용시켜 추적 거리오차를 추충하였다. 시뮬레이션 결과, 표적이 원형 기동하는 경우보다 직선 기동하는 경우에 표적위치에 따라 오차의 변화가 더 심하고, 수중운 동 추적체계의 이론적 실계성능은 주파수 대역에 의해 영향을 가장 많이 받음을 확인하였다. 한편, 4km\*4km 범위의 수중센 시 패턴을 사용하고 주파수 대역폭을 200Hz로 취한 경우 시간자연에 의한 수중운동 추적체계의 이론적 추적오차는 0.24m 이내로 시뮬레이션 되었다.

#### Abstract

Accuracy of an underwater tracking system is dependent on the estimation of time delay from a target pinger to sea bed hydrophones and of the line-of-position(LOP) of each hydrophone. For performance estimation of the underwater tracking system, this paper introduced a boundary equation given by Cramer-Rao Lower Bound(CRLB), and applies it to straight-moving and circle-moving targets to check its accuracy in position tracking. As a result of simulation, it is shown that variation in position tracking accuracy is greater for a straight moving-target than for a circle-moving target, and that bandwidth is a dominant parameter on the accuracy. In case of 200Hz bandwidth at 4km\*4km area, position tracking has an error range less than 0.24m,

### T.서 뽄

수중운동 추적체계의 표적위치 추정은, 표적에 부 착된 평거가 약속된 신호를 송신하고 해저에 부설된 하이드로폰이 이를 수신하여 신호처리함으로써 수행 된다[1]. 이는, 송신되는 음향의 특성을 수신부가 사 전에 얄고 있으므로 예코가 한 방향으로만 전파되는 능동소나와 동일한 과정이다. 즉, 수중운동 추적체계 신호처리는 그림 1과 같이 필터 및 상관계수 검출을 이용한 시지연(time delay)추출이 기본절차를 이룬 다.

그림 1에서, 필터를 거친 수신신호는 다수의 협대 역 필터로 구성된 필터뱅크를 통하여 도플러 효과가 추출된다. 추출된 도플리 만큼 역보상이 이루어진 수

<sup>•</sup>국방과학연구소

<sup>-</sup> 접수일자 : 1993년 3월 26일



그립. 1. 추적 신호. 차리 Fig 1.Signal Processing for Tracking Moving Target

신신호와, 수신부에 사전 기록된 원시 복재신호(replica signal)와의 상관계수 검출에 의해 시지연이 계산 된다. 여기서 도플러 효과의 역보상은 시지연을 정확 하게 산정하기 위해 필수적으로 요구되고, 계산된 도 플러는 추적해야 할 표적의 속도를 구하는데 사용된 다[2]. 일반적으로 농동소나와 마찬가지로 수중운동 추적체계에서의 도플러량은 협대역의 필터뱅크에 의 해 계산된다. 그리고 추적하고자 하는 표적의 속도에 의해서만 도플러 효과가 발생하는 수중운동 추적채 계에서는 도플러 영향이 최소화 되도록 코딩된 신호 를 이용한다.

수신신호와 원시 복제신호와의 상관관계에 의하여 각 센서 수신신호의 시지연 r가 계산되면, 수중운동 추적체계는 센서마다의 LOP(Line of Position)를 산출하여 그 교접에 표적이 위치하는 것으로 추정한 다.

그러므로 시지연과 LOP는 수중운동 추적체계의 정확도를 결정짓는 주요 요소가 되고, 따라서 수중운 동 추적체계 설계 성능예측에 핵심적인 역할을 하게 된다. 앞에서 언급한 바와 같이 수중운동 추직체계의 시자연 추출개념은 일방향 능동소나와 동일하다. 능 동소나에 대한 시지연 예측오차의 추정은 Helstrom [3], Woodward[4], Wahlen[5] 및 Quazi[6]에 의해 계산된 바 있다. 특히 Quazi는 신호대 잡음비, 운용 중심 주파수, 주파수 대역폭 및 수신 신호의 관찰시 간으로 시지연 얘측오차를 표현하였다. 그러나 수중 운동 추적체계에서는 시지연 예측과 함께 기하학적 인 LOP가 추가되므로[2], 이를 고려한 성능예측이 이루어져야 한다.

본 논문에서는 수중운동 추적체계의 추적성능을 예측하기 위하여 먼저 CRLB를 이용한 시지연 예측 오차의 기준 경계식을 유도하고, 수중운동 추적체계 의 최적설계에 이를 적용시켜 시지연 예측오차의 이 본적 최소값을 계산한다. 앞에서 언급한 바와 같이 수중운동 추적체계에서는 수신센서가 움직이지 않기 때문에 추적하고자 하는 표적의 속도에 의해서만 도 플러 효과가 발생하고, 도플러의 영향이 최소화 되도 록 코드화된 신호를 사용한다. 그리고 수중운동 추적 체계에서는 고성능 필터뱅크에 의해 도플러 효과를 매우 감소시킬 수 있으므로 본 논문에서는 도플러에 의한 오차를 고려하지 않는다.

또한 본 논문에서는, 임의 표적 운동을 설정하여 이에 대한 추적지리 오차를 추출함으로써 수중운동 추적체계의 이론적 설계성능을 예측한다.

### Ⅱ. 추적오차 예측

그림 1에서 보는 바와 같이 수중운동 추적체계 성 농에 영향을 미치는 요소는 시지연과 LOP이므로 CRLB(Cramer-Rao Lower Bound)에 의해 시지연 예측오차를 먼저 추정하고, 기하학적인 LOP 오차를 예측한다.

#### 2-1. 시지연 예측오차

시자연 예측이 편향되지 않는다(unbiased)고 가정 하면 시지연 예측오차에 대한 CRLB는 식 (1)과 같 다. 식 (1)에서 στ<sup>2</sup>는 시지연 τ에 대한 분산(variance)이고 F는 시지연 예측치의 오차에 대한 피셔함 수(Fisher Matrix)이다[3, 4, 5].

$$\sigma_{\tau}^2 \ge F^{-1} \tag{1}$$

시지연 t에 대한 협대역 피셔함수는 다음 식 (2)로 주어진다[7, 8].

식 (2)에서 Ré( )와 Tr( )은 실수부와 적(trace) 을 각각 의미하고, m과 Γ는 평균(mean) 및 예측치 오차에 대한 공분산(covariance)을 각각 뜻한다.

$$F_{t} = -\operatorname{Tr}\left[\frac{\partial \Gamma^{-1}}{\partial \tau}, \frac{\partial \Gamma}{\partial \tau}\right] + 2\operatorname{Re}\left[\frac{\partial m^{+}}{\partial \tau}, \Gamma^{-1}\frac{\partial m}{\partial \tau}\right](2)$$

시 (1)의 CRLB는 식 (2)의 협대역 피셔함수를 광 대역으로 확대시켜 적용된다. 이는, 수중운동 추적체 계가 에코가 한 방향으로만 진파되는 등동소나 형식 이므로 평(Ping) 신호의 길이와 평 신호의 주파수 특 성이 수중운동 추적체계의 설계성능에 크게 영향을 미처기 때문이다. 그러므로 수중운동 추적체계의 설 개성능을 예측하기 위한 CRLB는 관찰시간 T 및 주 파수 대역 B의 광대역 피셔함수에 대한 값을 오차에 대한 문산의 최소치로 갖는다[6, 8]. 여기서 관찰시 간은 평 신호의 길이와 몇 개의 평 신호를 수신하여 신호치리 하느냐에 따라 선택적으로 실계된다.

F wide band = T 
$$\int_{-B/2}^{B/2} F df$$
 (3)

서론에서 언급한 바와 같이 수중운동 추적체계의 각 센서가 수신한 신호와 사진에 기록한 복제신호와 의 상관관계에 의해 시지연 t가 개산된다. 복제 신호 를 s(t)라 하고, 시지연 t로 수신한 신호를 A·s(t t) +n(t)로 표현하면 각각에 대한 주파수 영역 신호 는 식 (4)로 주어진다.

 $X_1(f) = S(f) \tag{4.a}$ 

 $X_{2}(f) = A \cdot S(f) \exp(-i2\pi ft) + N(f)$ (4.b)

식 (4)에서, S(f)의 N(f)는 s(t)와 n(t)의 주과수 영역 신호이며, n(t)는 수신신호에 포함되는 잡음성 분을 의미한다. A는 상수이다. 두 신호의 주과수 영 역 평균을 m이라 하고, 잡음에 대한 공분산을 Γ로 표 시하면 수신신호에 대한 잡음의 공분산은 시간지연 과 독립적이나, 따라서 잡음에 대한 공분산을 σ<sup>2</sup>= Ed [N(f)]<sup>2</sup>]로 표현할 때 평균 m과 잡음에 대한 공 분산 F은 다음의 행렬로 나타난다.

$$m = S(f) \left[ \frac{1}{A \exp(-i2\pi f t)} \right]$$
(5)

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 & 0\\ 0 & \sigma^2 \end{bmatrix}$$
(6)

잡음에 대한 공분산 F이 시지연과 독립적이므로, 시지연애 대한 협대역피셔함수는 식 (7)과 간이 유도 될 수 있다.

$$F_{\tau} = 2\operatorname{Re}\left\{\frac{\partial \mathbf{m}^{+}}{\partial \tau} \mathbf{\Gamma}^{-1} - \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tau}\right\}$$
$$= 2\operatorname{Re}\left\{4\pi^{2} \mathbf{f}^{2} \mid \mathbf{A} \cdot \mathbf{s}(\mathbf{f}) \mid^{2} \frac{1}{\sigma^{2}}\right\}$$
$$= 8\pi^{2} \mathbf{f}^{2} \cdot \operatorname{SNR}$$
(7)

식 (7)에서 신호대 잡음비 SNR은 규준화된 신호 의 선력 스펙트립과 잡음의 전력 스팩트럼에 대한 비 윤 SNR = +s(f) |<sup>2</sup> /El | N(f) |<sup>2</sup>](1/A)을 의미한 다. 주과수 영역 -B/2~B/2의 광대역 피셔함수에 대한 CRLB는 식 (3)과 식 (7)로부터 다음과 같이 구 해진다.

$$\sigma \tau^{2} \ge \left[ T \int_{-B/2}^{B/2} F df \right]^{-1}$$

$$= \frac{3}{2\pi^{2}} + \frac{1}{TB^{3}} + \frac{1}{SNR}$$
(8)

$$\sigma \tau \ge \sqrt{\frac{3}{2\pi^2}} \cdot \frac{1}{B\sqrt{TB}} \cdot \frac{1}{\sqrt{SNR}}$$
(9)

시지연 예측에 대한 표준편차를 나타내는 식(9)는, 표준편차가 관찰시간 T. 주과수 대역폭 B 및 신호대 잡음비 SNR의 제곱근과 반비례 관계를 가짐을 보여 준다.

2-2. LOP 예측 오차

i번째 센서에 대한 시지연 예측오차의 표준편차를 σ,라면, 수중운동 추적체계 좌표상에서 x축과 y축 오 차는 기하학적으로 구해진다. 이는 그림 2와 같다. 즉 i번째 센서와 x축과의 사잇각을 8라 할 때, x축과 y 축 오차의 표준편차는 식 (10)으로 표현된다.



그림 2. 시지연 예측오차의 XY분할 Fig 2. XY of Time Delay Estimation Error

$$\frac{1}{(\sigma_i)\mathbf{x}} = \frac{\cos\theta\,\mathbf{i}}{\sigma_i} \tag{10.a}$$

$$\frac{1}{(\sigma_i)y} = -\frac{\cos\theta\,i}{\sigma_i} \tag{10.b}$$

수중운동 추적체계에서의 표적위치 추정은 다중센 서의 LOP를 교차시킴으로써 수행된다. 그리므로 수 중운동 추적체계의 기하학적 위치추정에 대한 오차 의 분산은 식 (10)으로부터 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{\sigma_x^2} = \sum_{i=1}^{\kappa} - \frac{\cos^2 \theta i}{\sigma_i^2}$$
(11.a)

$$\frac{1}{\sigma_y^2} = \sum_{i=1}^{\kappa} \frac{\cos^2 \theta i}{\sigma_i^2}$$
(11.b)

여기서 i는 센서번호를, K는 총 수신센서 갯수를 각각 나타내고,  $\sigma_x$ 와  $\sigma_y$ 는 x축 및 y축상의 기하학적 표준편차를 의미한다.

한편, 수중운동 추적채계에서 해저에 부설된 각각 의 센서는 시지연 예측오자에 대한 식 (9)의 표준편 차를 갖는다. 신호대 잡음비는 각 센서마다 조급씩 상이하지만, 센서가 부설된 해역에서는 각 센서가 유 사한 값을 가진다고 가정할 수 있다. 따라서 식 (11) 의 분산은 식 (8)로 표현되는 στ<sup>2</sup>로 대표하여 나타낼 수 있다. 식(12)는 이를 나타낸다.

$$\frac{1}{\sigma_x^2} = \frac{1}{\sigma_\tau^2} \sum_{i=1}^{\kappa} \cos^2 \theta i \qquad (12.a)$$

$$\frac{1}{\sigma_y^2} = \frac{1}{\sigma_t^2} \sum_{i=1}^{K} \sin^2 \theta \, i$$
(12.b)

#### Ⅲ. 수중운동 추적체계 설계성능 예축

#### 3-1. 시지연 예측성능 추정

평거를 사용하는 수중운동 추적체계의 시지연 예 축오차는 식 (9)의 표준편자로 표현된다. 이는 이론 적인 추정치로서 시스템의 설계성능을 추정하기 위 한 최소치의 의미를 갖는다. 여기서 이론적이라 함은 다음의 다섯가지 환경이 반족되는 이상적인 경우를 뜻한다.

첫째, 구형의 음파전달 특성

눌째, 해수 또는 해저면의 반사에 대한 무영향

셋째, 산란손실 없는 흡수손실만 존재 넷째, 동방향성의 잡음 특성 다섯째, 송수신 신호의 동기화

이상적인 다섯 가지의 조건 가운데 해수 또는 해저 면의 반사에 의한 영향은 음파진달 경로보상에 의해 가능하고, 송수선 신호의 동기화는 송수신의 기준시 각 뿐만 아니라 도플러 효과의 역보상까지도 포함한 다.

이와 같은 이상적인 환경을 가정하여 수중운동 추 적체계의 최적설계를 위한 성능추정은 식 (9)를 시뮬 레이션 함으로써 수행된다. 식 (9)에서 주파수 대역 폭 B와 관찰시간 T는 실계하려는 시스템의 고유특성 에 따라 이느 정도 범위가 정해지므로, 사실에 정해 진 범위내에서 시뮬레이션 한다.

#### 3-2. 추적성능 예측

수중운동 추적체계는 각 센서의 시지연에 대한 LOP를 그리고 그 교접에 표적이 위치한다고 추정하 므로, 수중운동 추적채계의 추적성능은 식(12)의 기 하학적인 오차까지를 포함하여야 한다.

식 (12)에서의 θ i는 i번째 센서와 좌표상의 x축이 이루는 사잇각이다. 이는, 센서와 표적이 이루는 기 하학적인 형태에 의해 추적성능이 달라짐을 의미한 다. 예를 들어 표적이 정삼가형의 중앙에 위치하는 경우와 성육각형 중앙에 위치하는 경우는 오차의 정 확도가 √2 배 자이가 난다.

그러므로 추적성능 예측을 위하여는 표적의 운동 상태에 대한 사전경로를 정하고, 표적의 위치 변화에 따른 방위를 변화상킴으로써 전반적으로 성능을 예 측한다. 본 논문에서는 두 가지의 표적 운동상태를



그림 3. 추적 모델 Fig 3. Tracking Model

그럼 3과 같이 가정한다. 즉, 4개의 센서 중앙으로 식 선 기동하는 경우와, 4개의 센서중앙에서 표적이 지 름 lkm의 원을 그리는 경우이다.

## Ⅳ. 시뮬레이션

수중운동 추적체계 설계성능은, 시지연 예측오차 를 먼저 시뮬레이션하고 그 결과를 기하학적인 LOP 예측오차에 적용시켜 시뮬레이션함으로써 수행된다.

그럼 4와 그림 5는 수중운동 추적체계에서 일반적 으로 사용하는 주파수 대역폭과 관찰시간을 고려하 여 시지연 예측오차의 표준편차를 시뮬레이션한 결 과이다. 여기서, 에코가 한 방향으로만 전과되는 등 동소나 형식이 곧 수중운동 추적체계이므로, 평 (ping) 산호의 길이와 몇 개의 평 신호를 수산하여 신호처리하느냐에 따라 관찰시간은 선택적으로 달라 진다. CRLB를 이용한 식(9)의 시뮬레이션에서, 주 파수 대역폭 B가 글수록 시지연 예측오차가 현저하 게 줄어듦을 확인할 수 있으며, 동일한 관찰시간 T라 하더라도 신호대 잡음비 SNR에 따라 오차의 차가 큼 을 알 수 있다. 특히 표적관할 시간이 짧을수록 대역 폭의 증가에 따른 정확도 향상이 두드러짐을 그림 4 와 그림 5에서 볼 수 있다. 예를 들어, 관찰시간을 0.5초로 하고 신호대 잡음 비를 5dB로 규준화시키는 경우에 주파수 대역폭을 100Hz로 선정하면 예측오차는 300µ sec 정도이다. 그러나 이 경우 주파수 대역폭을 800Hz로 넓혀 신호 처리하면 오차가 1/20 정도 줄어 들어 15µ sec 정도 가 된다.

표적이 직선 또는 원형기동하는 그림 3의 경우 LOP 예측오차를 포함한 수중운동 추적체재 추적성 능은 그림 6~9와 같다. 그림 3에서 보는 바와 같이 그림 8과 그림 9에서의 방위는, 센서 중심점을 기준 으로하여 센서간 황 중심축과 표적이 이루는 각을 나 타낸다. 그림 5에서와 마찬가지로 이들 그림에서도 주파수 대역폭 변화에 따라 오차의 폭이 넓은 것은 식(9)의 시지연 예측오차에 대한 주파수 대역폭의 영 향이 크기 때문이다. 즉, 표적이 직선 기동하는 경우, 주파수 대역폭이 200Hz인 그림 6에서는 X축 예측오 차가 40~240µ sec인데 반하여, 주파수 대역폭이 그 립 7과 같이 800Hz로 늘어나면 X축 예측오차는 4~30µ sec로 감소됨을 알 수 있다.

그리고 그림 6~그림 9에서 보는 바와 같이, Y방향 으로는 원형으로 기동하는 표적을 추적하는 오차가 직선 기동표적 추적시 보다 더 크고, X 방향으로는 이와 반대이다. 그러나 원형 기동표적 추적시 보다,



그립 4. 대역폭에 따른 시지연 예측오차 (a) 대역폭 200Hz (b) 대역폭 800Hz Fig 4. Estimation error of time delay depending on bandwidth (a) bandwidth 200Hz (b) babdwidth 800Hz









그림 6. 대역폭 200Hz 및 직선기동시 추적 거리오차 (a) X축 방향오차 (b) Y축 방향오차 . (b)

- Fig 6. Tracking range error in bandwidth 200Hz at CASE I
  - (a) X direction (b) Y direction

(b)



그림 7. 대역폭 800Hz 및 직신기동시 추석 기려오차 (a) X축 방향오차 (b) Y축 방향오차 Fig 7. Tracking range error in bandwidth 800Hz at CASE I (a) X direction (b) Y direction



(a)

그림 & 대역폭 200Hz 및 원형 기동시 추적 거리오차 (a) X축 방향오치 (b) Y축 방향오차 Fig & Tracking range error in bandwidth 200Hz at CASE 11 (a) X direction (b) Y direction



그림 9. 대역복 800Hz 및 원항기동시 추적 거리오차 (a) X축 방향오차 (b) Y축 방향오차 Fig 9. Tracking range error in bandwidth 800Hz at CASE II (a) X direction (b) Y direction

직선 기동표적 추적시에는 오차변화량의 정도가 더 크다. 이는 표적 추적성능을 증대시키고 추적오차의 변화량을 줄이기 위하여는 표적의 기동패턴에 따라 센서 부설 패턴을 최적화 시켜야함을 의미한다. 또한 신호대 잡음비가 증가할수록 표식의 위치 또는 방위 에 따라 오차가 크게 변화하지 않음을 이를 그림에서 볼 수 있다.

한편, 그림 6~그림 9에서는, 4km\*4km의 간격으 로 센서를 부설한 경우에 주과수 대역폭을 200Hz로 좀게 취하더라도 시간예측에 의한 수중운동 추적체 게의 이론적 추적오차가 0.24m임을 알 수 있다.

## V.결 론

본 논문에서는 수중운동 추적체계의 설계성능을 예측하기 위하여 CRLB를 이용한 기준 경계식을 유 도하고 이를 제안하였다. CRLB에 의한 이론적 최적 시지연 예측오차는 수신 주파수 대역폭에 대하여 B<sup>3</sup> 의 제곱근에 반비례하고, 수신선호 관찰시간 및 신호 대 잡음비의 제곱근에 반비례한다.

설계된 수중운동 추적체계의 추적성능을 확인하기 위하여 본 논문에서는 CRLB를 이용한 시지연 예측 오차를 기하학적 위치추적 오차와 결합시킴으로써 관련 경계식을 유도하고, 표적이 식선 또는 원형으로 운동하도록 패턴을 가정하여 추적거리 오차의 양을 이론적으로 시뮬레이션 하였다.

시뮬레이션 결과, 수중운동 추적체계가 추적하고 자 하는 표적이 적선으로 기동하는 경우에 표적의 위 치변화에 따른 오차의 변화폭이 원형 기둥시 보다 더 크고, 4km\*4km 간격으로 수중에 센서를 부설한 경 우에는 주파수 대역폭을 200Hz까지 좁게 취하더라도 시간지연에 의한 수중운동 추적체계의 이론적 추적 거리 오차가 0.24m임을 확인하였다.

#### 참 고 문 헌

- 김용범, 송준태, "수중운동 추적체계 현황과 발전방향," 한국음향학회지, 제11년 5호, 1992.
- TSASM, KORAL PROCESSING FUNCTIONAL ANALYSIS BASELINE, Thomson Sintra ASM, 1992.
- C.W. Helstrom, STATISTICAL THEORY OF SIG-NAL DETECTION, Pergamon, N.Y., 1968.
- 4. P.M. Woodward, PROBABILITY AND INFOR-MATION THEORY WITH APPLICATION TO

RADAR, Pergamon, N.Y., 1953.

- 5. D.A. Whalen, DETECTION OF SIGNALS IN NOISE, Academic Press, N.Y., 1971.
- 6. A.H. Quazi, "An Overview on the Time Delay Estimate in Active and Passive Systems for Target Localization," IEEE. Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-29, No.3, pp.527-533, June 1981.
- 7. G. Bienvenu and L. Kopp, "Optimality of High Resolution Array Processing Using the Eigensystem Approach," IEEE. Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-31, No. 5, pp. 1235-1248, October 1983,
- 8. L. Kopp and D. Thubert, "Cramer-Rao Bounds and Array Processing 1: Formalism," Traitement du Signal, Vol. 3, No. 3, pp.111-125, 1986.

▲도 경 첣(정회원, 종신회원) 1958년 8월 6일생



계공학과 졸업(학사) 1986년 2월 : 부산대학교 대학원 전자공학과 졸업(석 자) 1986년 2월~1993년 현재: 국방

과학연구소 선업연

구원

※주관심분야 : 통계학적 수중음향 신호처리

▲김 응 범(정회원):11권 5호 참조